

Предисловие . . . . .	8
Введение . . . . .	12
Математическое моделирование и вычислительный эксперимент . . . .	12
Вычислительные технологии . . . . .	13
Основные этапы . . . . .	13
Вычислительная газовая динамика . . . . .	14
Использование методов CFD . . . . .	15
Многопроцессорные вычислительные системы . . . . .	16
Организация программного кода. . . . .	18
Имеющиеся публикации . . . . .	19

<b>Глава 1. Математические модели газодинамических процессов и их реализация . . . . .</b>	<b>25</b>
1.1. Роль математического моделирования . . . . .	26
1.2. Системное и функциональное наполнение программного обеспечения . . . . .	29
1.3. Моделирование газодинамических процессов . . . . .	31
1.3.1. Размерность модели (31). 1.3.2. Уровень физической сложности (32). 1.3.3. Упрощенные формы записи (34). 1.3.4. Модель вязкой несжимаемой жидкости (35). 1.3.5. Модель вязкой сжимаемой жидкости (37). 1.3.6. Начальные условия (39). 1.3.7. Граничные условия (39).	
1.4. Методы дискретизации основных уравнений. . . . .	41
1.5. Особенности расчета течений вязкой несжимаемой жидкости . . . .	42
1.6. Разностные схемы . . . . .	44
1.6.1. Дискретизация по времени (44). 1.6.2. Дискретизация по пространству (45).	
1.7. Расчетные сетки . . . . .	48
1.7.1. Регулярные сетки (48). 1.7.2. Блочные сетки (49). 1.7.3. Нестыкующиеся сетки (50). 1.7.4. Неструктурированные сетки (51). 1.7.5. Гибридные сетки (53). 1.7.6. Подвижные сетки (54). 1.7.7. Адаптивные сетки (54). 1.7.8. Методы построения (55).	
1.8. Организация программного кода. . . . .	62
1.8.1. Функциональные подсистемы (62). 1.8.2. Объектно-ориентированный подход (65). 1.8.3. Выбор объектов (67). 1.8.4. Связи между классами (69). 1.8.5. Файлы и данные (71). 1.8.6. Средства реализации (72).	
1.9. Верификация результатов . . . . .	75
1.10. Визуализация расчетных данных . . . . .	77
1.10.1. Методы визуализации (77). 1.10.2. Численный шпирен (78). 1.10.3. Численные теневые картины (79). 1.10.4. Численные интерферограммы (79). 1.10.5. Распределенная визуализация данных (79).	

<b>Глава 2. Конечно-объемная дискретизация уравнений Навье–Стокса на неструктурированных сетках.</b>	<b>81</b>
2.1. Основные уравнения.	82
2.2. Метод конечных объемов	83
2.2.1. Характеристики контрольных объемов и граней (84).	
2.2.2. Дискретное представление (86).	
2.3. Расчет потоков через грани контрольного объема	88
2.3.1. Внутренние грани (89). 2.3.2. Граничные грани (90).	
2.4. Невязкие потоки	90
2.4.1. Схема MUSCL (91). 2.4.2. Расчет псевдолапласиана (92).	
2.4.3. Расчет градиента (93). 2.4.4. Схема Чакраварти–Ошера (94).	
2.5. Вязкие потоки.	96
2.6. Дискретизация по времени	98
2.6.1. Метод Рунге–Кутты (98). 2.6.2. Шаг по времени (100).	
2.7. Решение системы разностных уравнений	101
2.7.1. Многосеточные технологии (101). 2.7.2. Реализация многосеточного подхода (105). 2.7.3. Операторы продолжения и ограничения (108). 2.7.4. Построение вложенных сеток (109). 2.7.5. Ускорение многосеточного метода (111).	
2.8. Ускорение сходимости.	112
2.8.1. Моделирование низкоскоростных течений (112). 2.8.2. Предобусловливание уравнений Навье–Стокса (113). 2.8.3. Выбор шага по времени (115). 2.8.4. Скалярное и блочное предобусловливание (116). 2.8.5. Построение матрицы предобусловливания (117). 2.8.6. Метод искусственной сжимаемости (122). 2.8.7. Двойная процедура по времени (124).	
2.9. Обтекание профиля	125
2.9.1. Обтекание профиля NASA-0012 (125). 2.9.2. Обтекание профиля RAE-2822 (129). 2.9.3. Низкоскоростное обтекание профиля NASA-0012 (134).	
<b>Глава 3. Конечно-разностные схемы расчета потоков</b>	<b>138</b>
3.1. Диаграмма нормализованных переменных	139
3.1.1. Схемы низкого и высокого порядка (139). 3.1.2. Общая структура разностных схем (140). 3.1.3. Критерии качества (143). 3.1.4. Линейные разностные схемы (147). 3.1.5. Нелинейные разностные схемы (152).	
3.2. Реализация схемы расщепления при моделировании течений вязкой несжимаемой жидкости	161
3.2.1. Схема расщепления по физическим факторам (161). 3.2.2. Начальные и граничные условия (162). 3.2.3. Разностная сетка (164). 3.2.4. Численная реализация (166). 3.2.5. Дискретизация граничных условий (173). 3.2.6. Решение системы разностных уравнений (175). 3.2.7. Предобусловливание (178). 3.2.8. Течение в каверне с подвижной стенкой (179).	
3.3. Разностные схемы расчета потоков	182

3.3.1. Дискретизация уравнений Эйлера (182).	3.3.2. Погрешность численного решения (183).	3.3.3. Дискретизация по времени (185).	3.3.4. Дискретизация по пространству (188).	3.3.5. Решение задачи о распаде разрыва (203).	3.3.6. Разностные схемы на неструктурированной сетке (208).
3.4. Сравнение схем расчета потоков. . . . .	210				
3.4.1. Конвекция волны (210).	3.4.2. Распад произвольного разрыва (212).	3.4.3. Течение Прандтля–Майера (214).	3.4.4. Течение в сопле Лаваля (215).		
<b>Глава 4. Реализация численных методов на многопроцессорных системах . . . . .</b>	<b>220</b>				
4.1. Требования к параллельным алгоритмам и их реализации . . . . .	221				
4.2. Схема решения задачи . . . . .	225				
4.3. Хранение данных. . . . .	226				
4.4. Способы разбиения . . . . .	227				
4.5. Характеристики производительности. . . . .	230				
4.5.1. Теоретический анализ (230).	4.5.2. Расчетные оценки (233).				
4.6. Балансировка нагрузки процессоров . . . . .	236				
4.6.1. Декомпозиция области (236).	4.6.2. Стратегия балансировки (240).	4.6.3. Методы теории графов (244).	4.6.4. Методы балансировки (246).	4.6.5. Геометрические алгоритмы (247).	4.6.6. Комбинаторные методы (250).
4.6.7. Другие методы (257).	4.6.8. Методы динамической балансировки (263).				
4.7. Синхронизация шага по времени . . . . .	272				
4.8. Распараллеливание отдельных частей вычислительного алгоритма . . . . .	274				
4.8.1. Вычисление частных сумм (274).	4.8.2. Умножение матрицы на вектор (275).	4.8.3. Умножение матрицы на матрицу (276).	4.8.4. Умножение ленточных матриц (278).	4.8.5. Возведение в степень блочно-диагональных матриц (280).	4.8.6. Метод LU-разложения (281).
4.8.7. Метод QR-разложения (285).	4.8.8. Метод Якоби (286).				
4.9. Параллельные итерационные методы. . . . .	288				
4.9.1. Решение дифференциальных уравнений в частных производных (288).	4.9.2. Общая структура (289).	4.9.3. Метод Якоби (290).	4.9.4. Метод Гаусса–Зейделя (291).	4.9.5. Метод последовательной верхней релаксации (295).	4.9.6. Сравнение различных подходов (295).
4.9.7. Решение уравнения Пуассона (297).	4.9.8. Течение в каверне (299).				
4.10. Реализация векторизованных алгоритмов решения краевых задач . . . . .	300				
4.10.1. Адресация к значениям сеточной функции (300).	4.10.2. Вычисление производных (306).	4.10.3. Формулировка краевой задачи (307).	4.10.4. Граничные условия (308).	4.10.5. Векторы вычислительных переменных (309).	4.10.6. Формулы перехода (309).
4.10.7. Разностная схема в вычислительных переменных (311).	4.10.8. Метод прогонки (312).				
4.11. Вычисления на графических процессорах. . . . .	313				

4.11.1. Графические процессоры с параллельной архитектурой (313). 4.11.2. Устройство графических процессоров (314). 4.11.3. Модель программирования (315). 4.11.4. Структура памяти (318). 4.11.5. Технология CUDA (321). 4.11.6. Реализация разностной схемы (323).

<b>Глава 5. Применение вычислительных технологий для решения прикладных задач</b>	<b>327</b>
5.1. Течение в каверне с подвижной верхней стенкой.	328
5.1.1. Особенности реализации (328). 5.1.2. Бифуркация линий тока в прямоугольной каверне (329). 5.1.3. Топология течения в кубической каверне (335).	
5.2. Моделирование крупных вихрей неизотермической турбулентной струи.	343
5.2.1. Струйные течения (343). 5.2.2. Подсеточная модель (344). 5.2.3. Начальные и граничные условия (345). 5.2.4. Численный метод (346). 5.2.5. Результаты расчетов (346).	
5.3. Аэрооптические эффекты в турбулентном пограничном слое и слое смещения.	355
5.3.1. Возникновение оптических аберраций (355). 5.3.2. Дисперсия флуктуаций фазы (357). 5.3.3. Полуэмпирическая модель (359). 5.3.4. Пограничный слой на плоской пластине (361). 5.3.5. Слой смещения (361). 5.3.6. Описание поля течения (363). 5.3.7. Результаты расчетов (363).	
5.4. Колебания решетки профилей.	368
5.4.1. Теоретические и численные модели (368). 5.4.2. Расчетная область (370). 5.4.3. Сетка и ее деформация (372). 5.4.4. Результаты расчетов (373).	
5.5. Течение в конической каверне газотурбинного двигателя.	379
5.5.1. Коническая каверна (379). 5.5.2. Основные параметры (381). 5.5.3. Теоретические основы (382). 5.5.4. Расчетная область (385). 5.5.5. Граничные условия (385). 5.5.6. Сетка (388). 5.5.7. Результаты расчетов (389).	
5.6. Течение в камере предварительной закрутки турбины высокого давления.	396
5.6.1. Камера закрутки потока (396). 5.6.2. Структура течения (398). 5.6.3. Теоретические основы (400). 5.6.4. Расчетная область (403). 5.6.5. Граничные условия (405). 5.6.6. Сетка (406). 5.6.7. Результаты расчетов (407).	
5.7. Течение в канале заряда ракетного двигателя с поворотным утолщенным соплом.	411
5.7.1. Утолщенное сопло (411). 5.7.2. Поворотное сопло (413). 5.7.3. Построение твердотельной модели и сетки (414). 5.7.4. Результаты расчетов (419).	
<b>Заключение</b>	<b>425</b>
<b>Приложение А. Линеаризация уравнений Навье–Стокса.</b>	<b>427</b>
А.1. Прimitives, консервативные и симметризованные переменные	427
А.2. Линеаризация уравнений в консервативных переменных	428

А.3. Линеаризация уравнений в примитивных переменных . . . . .	431
А.4. Линеаризация уравнений в симметризованных переменных . . . . .	433
А.5. Расчет невязких потоков . . . . .	435
Приложение Б. Предобусловливание уравнений Навье–Стокса . . . . .	437
Б.1. Собственные вектора якобиана . . . . .	437
Б.2. Расчет невязких потоков . . . . .	438
Список литературы . . . . .	440