
بسم الله الرحمن الرحيم

پردیس دانشکده های فنی دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی

تمرین اول هندسه محاسباتی

کدنویسی A*

استاد:

سرکار خانم دکتر زهرا بهرامیان

گروه هشتم:

کاروان جلالی، فرشاد شمسی خانی

بهار ۱۴۰۴

فهرست مطالب

۱) مقدمه

الگوریتم A* یکی از معروف ترین و کاربردی ترین الگوریتم ها برای پیدا کردن کوتاه ترین مسیر در گراف ها است. این الگوریتم به طور گسترده در سیستم های مسیریابی و جستجوی مسیر استفاده می شود. هدف اصلی الگوریتم A* پیدا کردن کوتاه ترین مسیر از یک نقطه شروع به یک نقطه هدف در یک گراف است.

این الگوریتم به دو عامل مهم توجه می کند:

۱. هزینه واقعی (هزینه از نقطه شروع تا نقطه فعلی)، که با $g(n)$ نمایان می شود.

۲. تخمین هزینه باقی مانده تا مقصد، که با $h(n)$ نشان داده می شود.

ترکیب این دو عامل، یعنی $f(n) = g(n) + h(n)$، به الگوریتم کمک می کند که در هر مرحله بهترین گزینه برای ادامه مسیر را انتخاب کند. این پروژه با استفاده از داده های مکانی برای مدل سازی شبکه جاده ها و پیاده سازی الگوریتم A* انجام شده است تا کوتاه ترین مسیر بین دو نقطه مشخص را محاسبه کند.

۲) هدف

هدف این پروژه، پیاده سازی الگوریتم A* برای مسیریابی در داده های مکانی است. با استفاده از این الگوریتم، می توان کوتاه ترین مسیر بین دو نقطه را در شبکه جاده ها پیدا کرد. این امر می تواند در برنامه های مسیریابی، تحلیل شبکه های حمل و نقل و برنامه ریزی مسیرهای بهینه کاربرد داشته باشد.

۳) مراحل پیاده سازی

در ادامه مراحل پیاده سازی به همراه کد ارائه خواهد گردید.

۳- ۱) وارد کردن کتابخانه ها و خواندن داده ها

ابتدا، کتابخانه های مورد نیاز مانند geopandas برای کار با داده های مکانی، shapely برای کار با shapefile، matplotlib برای ترسیم نمودارها و networkx برای مدل سازی گراف بارگذاری می شوند. سپس، داده های جاده ها از فایل shapefile خوانده می شوند.

```
#------------------------Importing the libraries and reading the file----------
------------
import os
import geopandas as gpd  #work with spatial data
from shapely.geometry import Point, LineString   #work with shapefiles
import matplotlib  #plot
import matplotlib.pyplot as plt
import networkx as nx  #creating graph
matplotlib.use('TkAgg') #matplot lib backend for showing plots

# reading shapefile using geopandas
roads = gpd.read_file("layers/roads.shp")

# Check if the 'export' folder exists, if not, create it
if not os.path.exists('Exports'):
    os.makedirs('Exports')
```

۳- ۲) ساخت گراف جاده ها

برای مدل کردن معابر به عنوان یک گراف، از کتابخانه networkx استفاده می کنیم. در اینجا، برای هر خط در معابر (جاده ها)، نود های گراف و یال ها را ایجاد کرده و هزینه (یا وزن) هر یال را برابر با فاصله اقلیدسی بین دو نود می گذاریم.

```
#------------------------Creating graph---------------------------------
# creating empty graph using networkx
roads_graph = nx.Graph()
# Loop over all rows of ((roads dataframe)) with iterrows from pandas for
filling the graph
# each dataframe has indices and rows. rows has many columns include geometry
for index, row in roads.iterrows():
    line = row.geometry  #creating linestring includes x,y coordinates as
tuples for each line
    coords = list(line.coords) #creating list of coordinates
    for j in range(len(coords) - 1):
        u = coords[j]  #first node of each line
        v = coords[j + 1] #last node of each line
        length = Point(u).distance(Point(v)) #calculating length using distance
function from shaply library
        roads_graph.add_edge(u, v, weight=length) #adding each edge to the
graph
```

۳- ۳) دریافت ورودی از کاربر

با استفاده از تعامل گرافیکی، دو نقطه توسط کاربر انتخاب می شوند. این نقاط به نزدیک ترین نودهای گراف نسبت داده می شوند تا به عنوان نقاط شروع و هدف برای الگوریتم A* استفاده شوند.

```
#-------------------getting the points from the user----------------------------
# function to find the nearest node of where the user clicked
def find_nearest_node(point, nodes):
    nearest_node = None
    min_dist = float('inf')
    for node in nodes: #loop over all nodes to find the nearest node
        dist = Point(node).distance(point)
        if dist < min_dist:
            min_dist = dist
            nearest_node = node
    return nearest_node

#empty list for saving clicks
clicks = []
#Function for Receiving two clicks from the user to select start and goal
points
def getpointbyclick(event):
    if event.xdata is not None and event.ydata is not None:
        clicks.append(Point(event.xdata, event.ydata))#list of x,y tuples
        print(f"🔑 selected point: ({event.xdata:.2f}, {event.ydata:.2f})")
        if len(clicks) == 2:
            plt.close()

fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 6))
roads.plot(ax=ax, color='#FFCC99')
plt.title("Specify Start and Goal points")
#connecting click function to click event in figure window
click_event_id = fig.canvas.mpl_connect('button_press_event', getpointbyclick)
plt.show()

if len(clicks) < 2:
    print("Two points not selected! The program stopped.")
    exit()
# Getting the closest nodes to selected points using find_nearest_node function
start = find_nearest_node(clicks[0], roads_graph.nodes)
goal = find_nearest_node(clicks[1], roads_graph.nodes)
```

۳- ۴) پیاده سازی الگوریتم A*

الگوریتم A* با استفاده از دو تابع هزینه، g(n) که هزینه پیموده شده تا نود n است و h(n) که برآوردی از هزینه باقی مانده تا هدف است، اجرا می شود. با استفاده از این توابع، کوتاه‌ترین مسیر بین نقطه شروع و هدف محاسبه می شود.

```
#------------------------Implementation of A* algorithm-------------------------
---

#Definition of a heuristic function to calculate the Euclidean distance from
the current node to the goal node
def h(n):
    return Point(n).distance(Point(goal))
def f(n):
    return g[n] + h(n)
#g[n] is the value for node n from the g dictionary
#A* algorithm According to the PSEUDO CODE
open_list = [start] #List of nodes that need to be evaluated
closed_list = [] #LList of nodes that have already been evaluated
g = {start: 0} #Dictionary storing the cost to reach each node (g(n)). key:node
value:cost
previous_nodes = {} #dictionary contain nodes as keys parents as values

while open_list:
    # current node coords is node which f(n) is min
    current = min(open_list, key=f)  #apply f function on all nodes in
open_list
    if current == goal:
        path = []
        #creating the path from end to begining
        while current in previous_nodes:
            path.append(current)
            current = previous_nodes[current]
        path.append(start)
        path.reverse()
        break
    open_list.remove(current)
    closed_list.append(current)


    for neighbor in roads_graph.neighbors(current): #loop over all neighbours
of current neighbour using networkx.neighbors library
        cost = roads_graph[current][neighbor]['weight'] #returning the cost
between current and all neighbours
```

```
        new_g = g[current] + cost #calculating new g(n)
        # Get the cost of reaching the neighbor node, default to infinity if
it's not found
        neighbor_cost = g.get(neighbor, float('inf'))
        # Check if the neighbor is in open_list and the new path is worse or
equal
        if neighbor in open_list and new_g >= neighbor_cost:
            continue
        # Check if the neighbor is in closed_list and the new path is worse or
equal
        if neighbor in closed_list and new_g >= neighbor_cost:
            continue
        # If the neighbor is in open_list, remove it for reevaluation
        if neighbor in open_list:
            open_list.remove(neighbor)
        # If the neighbor is in closed_list, remove it for reevaluation
        if neighbor in closed_list:
            closed_list.remove(neighbor)
        previous_nodes[neighbor] = current #Set the current node as the parent
of the neighbor
        g[neighbor] = new_g # add the neighbor to the open_list to evaluate it
later
        open_list.append(neighbor) #Add the neighbor to the open_list to
evaluate it later
else:
    print("No path found.")
    exit()

#create linestrings from path(list of nodes)
lines = []
for i in range(len(path) - 1):
    lines.append(LineString([path[i], path[i + 1]]))

#creating shape file
shortest_path = gpd.GeoDataFrame(geometry=lines, crs=roads.crs)
shortest_path.to_file("Exports/shortest_path.shp")

#calculating length
total_length = sum(line.length for line in lines)
print(f"Shortest path: {total_length:.2f} meters")
```

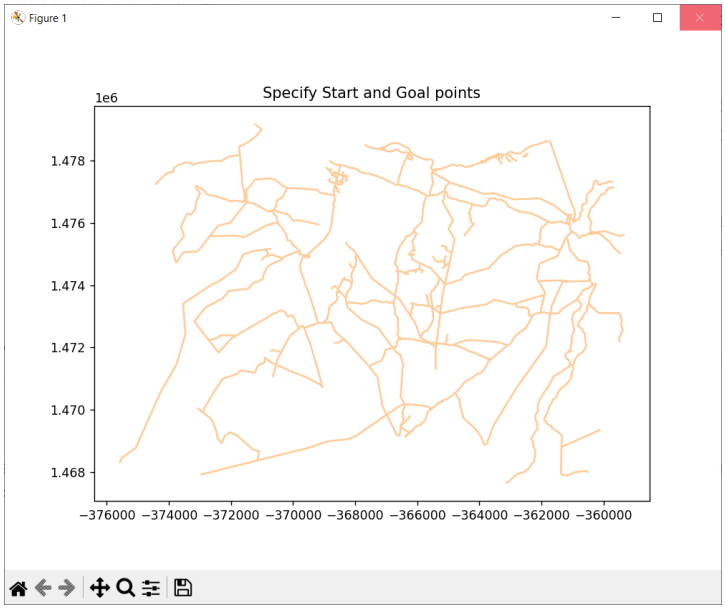
۳- ۵) ذخیره سازی و ترسیم نتایج

مسیر کوتاه ترین به دست آمده در قالب یک shapefile ذخیره می شود. همچنین، نقشه ای از شبکه جاده ها به همراه مسیر کوتاه ترین و نقاط شروع و هدف ترسیم و ذخیره می شود.

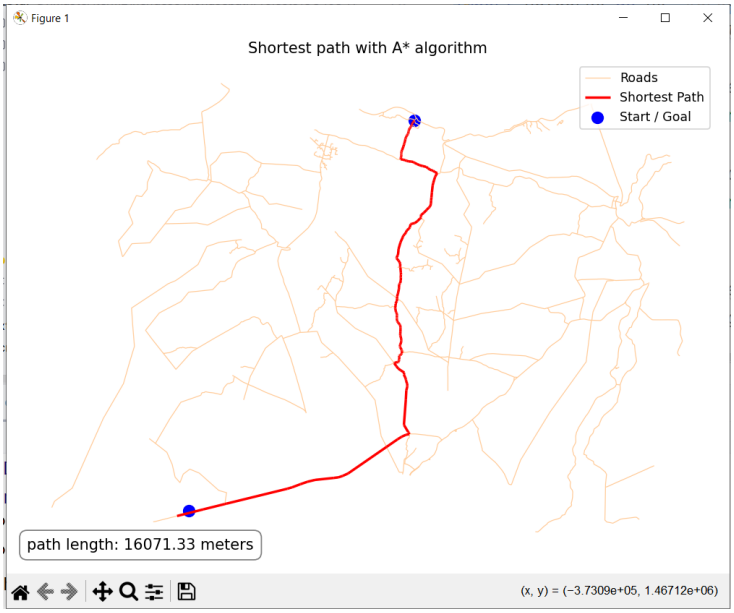
```
#------------------------Plottings shapefiles-----------------------------
fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 6))
roads.plot(ax=ax, color='#FFCC99', linewidth=0.7, label='Roads')
shortest_path.plot(ax=ax, color='red', linewidth=2, label='Shortest Path')
gpd.GeoSeries(clicks).plot(ax=ax, color='blue', markersize=80, label='Start /
Goal')

plt.title("Shortest path with A* algorithm")
plt.legend()


plt.text(
    x=0.01, y=0.01,  # Position the text at 1% from the left and 1% from the
bottom of the axis
    s=f"path length: {total_length:.2f} meters",  # The text to display,
including the formatted total path length
    transform=ax.transAxes,  # Set the coordinate system to relative axis
coordinates (0 to 1 range)
    fontsize=12,  # Set the font size of the text
    color="black",  # Set the text color to black
    bbox=dict(facecolor='white', edgecolor='gray', boxstyle='round,pad=0.5')  #
Add a white background box with rounded corners
)
plt.axis('off')
plt.tight_layout() # Adjust the paddings
plt.savefig("Exports/shortest_path_map.png", dpi=300)
plt.show()
```

۴) اجرای کد

همان طور که مشاهده می کنید در ابتدا روی دو نقطه در دلخواه کلیک می کنیم، برنامه ابتدا نزدیک ترین نقاط از گره های معابر نسبت به نقاط وارد شده را یافته. نقاط جدید به عنوان نقاط شروع و پایان در نظر گرفته می شود و بهترین مسیر مطابق الگوریتم A* پیدا می شود.



شکل ۱. وارد کردن نقاط



شکل ۲. یافتن مسیر به کمک الگوریتم A*

۵) نتیجه گیری

در این پروژه، الگوریتم A* برای مسیریابی در داده های مکانی پیاده سازی شد. این الگوریتم با استفاده از داده های شبکه جاده ها و ورودی های کاربر، کوتاه ترین مسیر بین دو نقطه مشخص را محاسبه می کند. نتایج به دست آمده می تواند در برنامه های مسیریابی، تحلیل شبکه های حمل و نقل و برنامه ریزی مسیرهای بهینه کاربرد داشته باشد.

۶) منابع

- Wikipedia contributors. (2025). A* search algorithm. Wikipedia. https://en.wikipedia.org/wiki/A%2A_search_algorithm
- Amit Patel. (2023). Introduction to A* Pathfinding. Red Blob Games. https://www.redblobgames.com/pathfinding/a-star/introduction.html
- MDPI. (2015). Using the Hierarchical Pathfinding A* Algorithm in GIS to Find Paths. ISPRS International Journal of Geo-Information, 2(4), 996-1015. https://www.mdpi.com/2220-9964/2/4/996