

Звіт до лабораторної роботи №1
з дисципліни “Нейромережі та нейрообчислення”

Підготував студент групи ТК-41
Франчук Костянтин

Зміст

Зміст.....	2
Тема роботи : Навчання перцептрона для класифікації гауссівських розподілів точок у 2D та 3D.....	3
Завдання: Змодельуйте точки, що мають гауссівський розподіл з заданими параметрами (двовимірний випадок). Наприклад, рис. 1. Розмітьте отримані точки. Побудуйте рівняння лінійної регресії, що їх розділяє (МНК). Навчіть перцептрон класифікувати точки. Отримайте вектор ваг. Перевірте якість роботи перцептрона. Перевірте навчання і його якість для різних функцій активації. Повторіть процедуру для багатовимірного випадку (три і більше множин точок, наприклад, рис. 2.) та для трьохвимірних множин точок (рис.3). Підготуйте звіт.....	3
Теорія.....	3
1. Генерація 2D гауссівських точок.....	3
2. Побудова лінійної регресії (МНК).....	3
4. Отримання вектору ваг.....	3
5. Активаційні функції.....	4
6. Тривимірні множини точок.....	4
Результати.....	4
1. Графік «Гауссівські точки (2D)».....	4
3. Графік «Втрати при навчанні».....	5
4. Графік «3 класи».....	7
5. Графік «3D Гауссівські точки».....	7
Висновок:	8

Тема роботи : Навчання перцептрона для класифікації гауссівських розподілів точок у 2D та 3D

Завдання: Змодельуйте точки, що мають гауссівський розподіл з заданими параметрами (двовимірний випадок). Наприклад, рис. 1. Розмітьте отримані точки. Побудуйте рівняння лінійної регресії, що їх розділяє (МНК). Навчіть перцептрон класифікувати точки. Отримайте вектор ваг. Перевірте якість роботи перцептрона. Перевірте навчання і його якість для різних функцій активації. Повторіть процедуру для багатовимірного випадку (три і більше множин точок, наприклад, рис. 2.) та для трьохвимірних множин точок (рис.3). Підготуйте звіт.

Теорія

1. Генерація 2D гауссівських точок

Гауссівський (нормальний) розподіл описує ймовірність розташування точок навколо центра (математичного сподівання). У 2D він задається матрицею коваріації та вектором середніх значень. Такий розподіл застосовується для моделювання природних кластерів у задачах класифікації.

2. Побудова лінійної регресії (МНК)

Метод найменших квадратів (МНК) дозволяє знайти лінію, яка найкраще розділяє два класи, мінімізуючи відстань між реальною і прогнозованою відповіддю.

3. Перцептрон

Перцептрон — базова одиниця нейронної мережі. Він обчислює зважену суму вхідних сигналів, передає її через активаційну функцію і видає прогноз. Навчання полягає в підборі ваг, які мінімізують похибку.

4. Отримання вектору ваг

Вектори ваг перцептрона визначають, наскільки значущим є кожен вхідний параметр при прийнятті рішення. Саме на їх основі формується гіперплощина, яка розділяє класи.

5. Активаційні функції

Sigmoid: нелінійна, стискає значення в діапазон $(0;1)$, часто використовується у бінарній класифікації.

ReLU: залишає позитивні значення без змін, нулює від'ємні. Ефективна для глибоких мереж.

Tanh: схожа на сигмоїду, але значення в діапазоні $(-1;1)$, краще при центрованих даних.

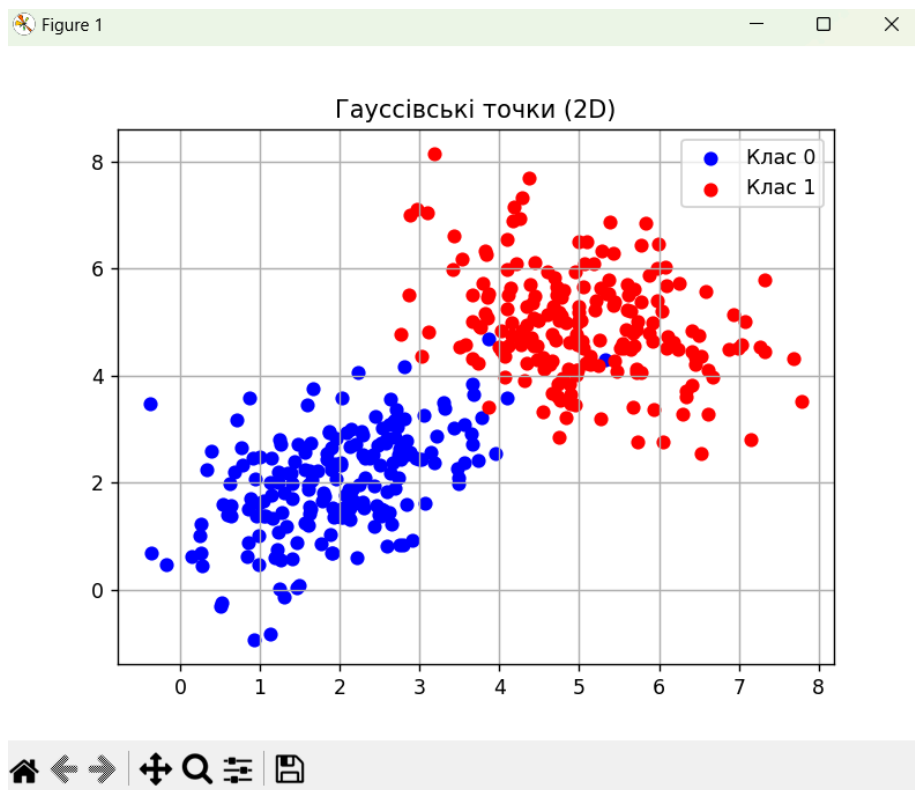
6. Тривимірні множини точок

У 3D-просторі дані представлені трьома ознаками. Це дозволяє вивчати поведінку класифікаторів у просторово складніших умовах, коли гіперплощина поділу — це вже не пряма, а площина.

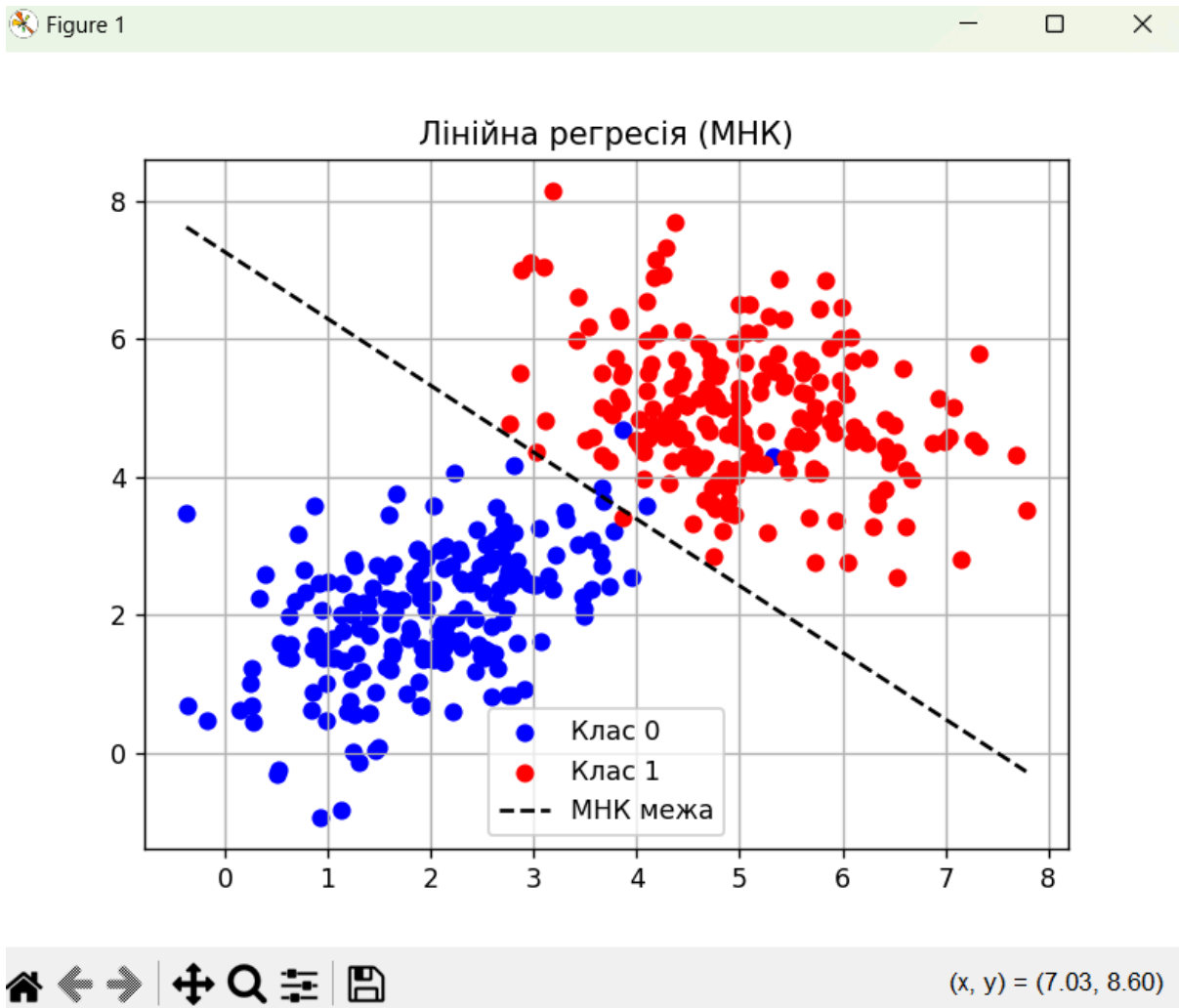
Результати

1. Графік «Гауссівські точки (2D)»

Можемо побачити, що обидва класи частково перекриваються, але мають чітко виражені центри, що дозволяє побудувати лінійний класифікатор.



2. Графік «Лінійна регресія (МНК)»



Додано розділяючу пряму, яку побудовано за допомогою логістичної регресії.

МНК шукає найкращу межу, що розділяє два класи. Межа проходить у проміжку між класами, мінімізуючи помилки класифікації. Проте, деякі точки обох класів опиняються по неправильний бік межі, але це неминуче для перекриваючихся даних.

3. Графік «Втрати при навчанні»

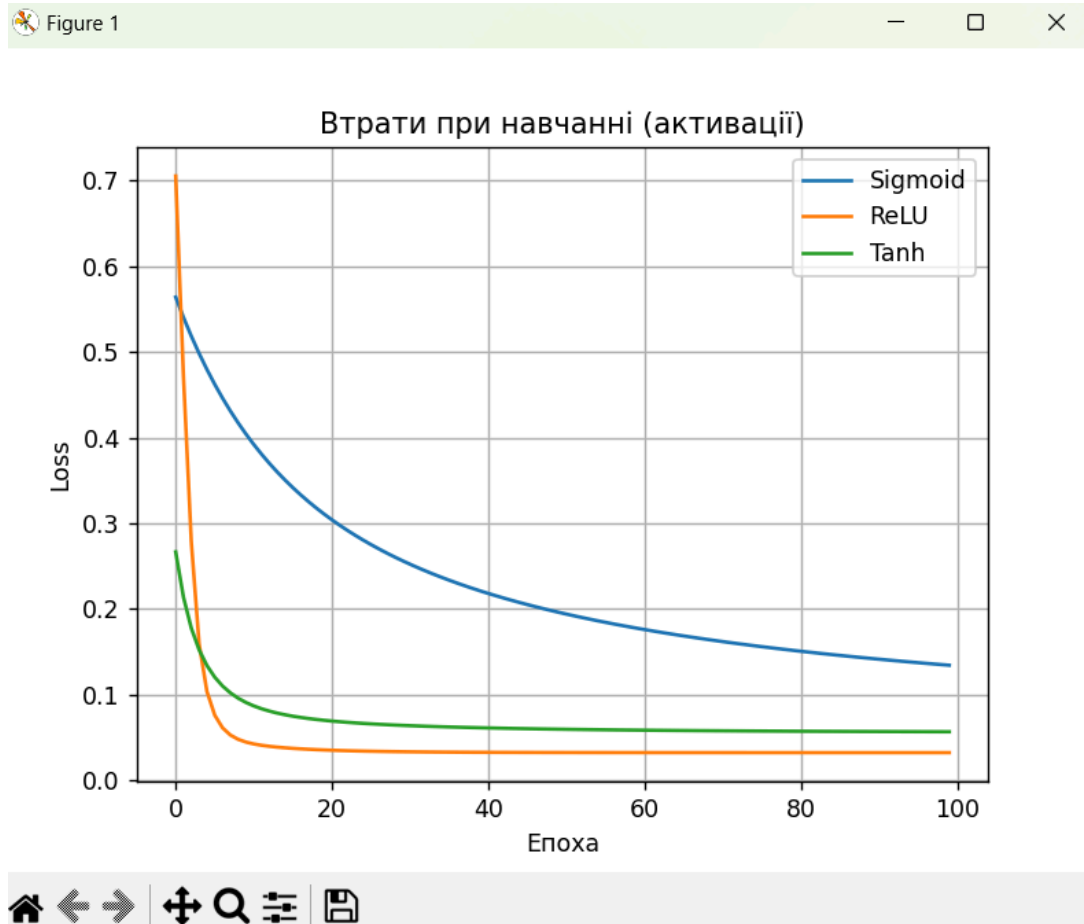
Тренування проводилося 100 епох (ітерацій).

Loss-функція показує, наскільки добре модель передбачає результати (чим нижче — тим краще).

Tanh (зелена) — найшвидше зниження і найменша кінцева помилка.

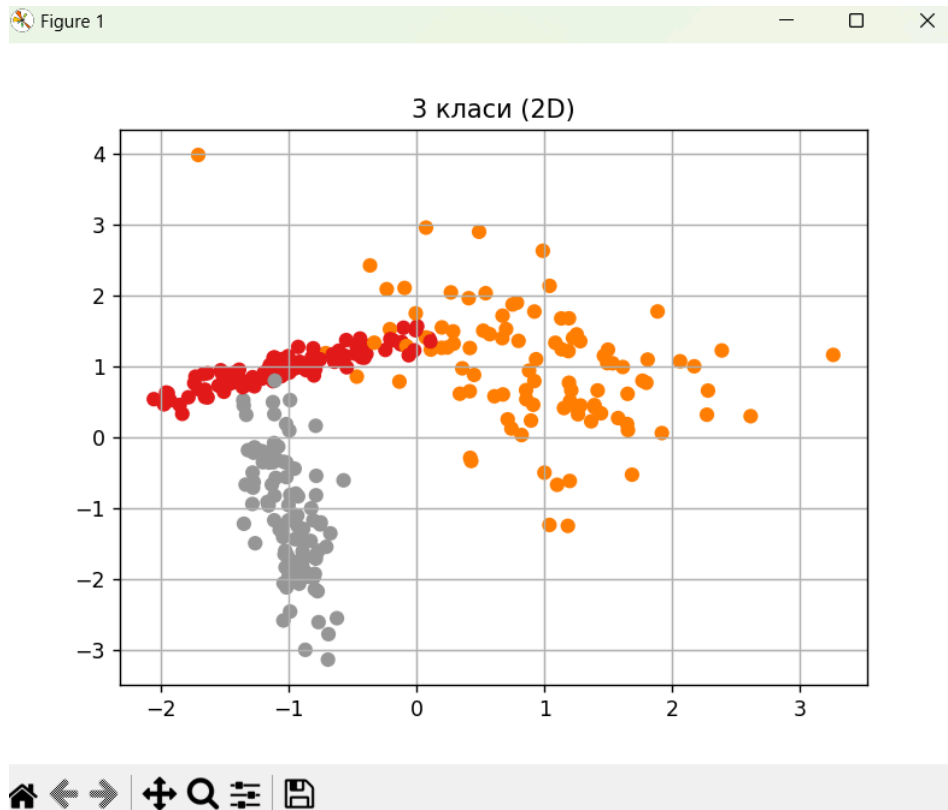
ReLU (помаранчева) — схожа на Tanh, але трохи гірша.

Sigmoid (синя) — втрата зменшується повільно, модель навчається найгірше.

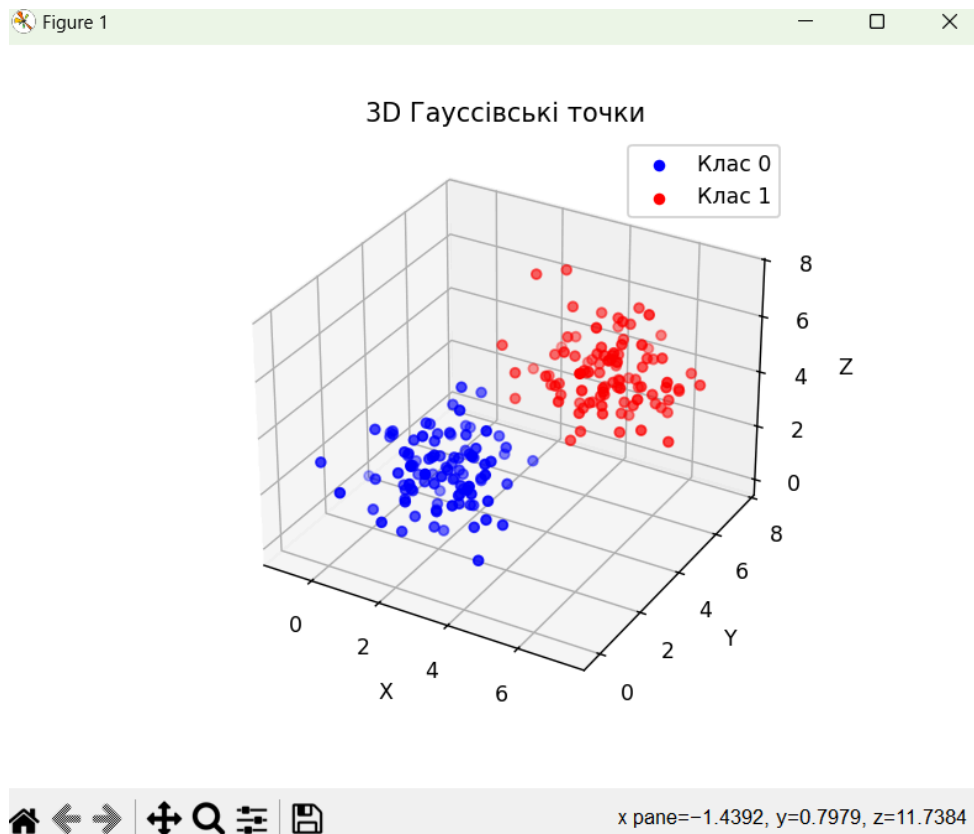


```
Sigmoid – точність: 0.97
Ваги: [[1.8810151 1.0674676]], Зсув: [-0.16633745]
ReLU – точність: 0.52
Ваги: [[-0.01383073 -0.16538678]], Зсув: [-0.3616988]
Tanh – точність: 0.95
Ваги: [[0.39468488 0.27492148]], Зсув: [0.6597772]
```

4. Графік «3 класи»



5. Графік «3D Гауссівські точки»



Висновок:

У ході виконання лабораторної роботи була реалізована повноцінна система для аналізу, візуалізації та класифікації даних з використанням класичного перцептрона. Програма охоплює ключові аспекти машинного навчання.

Перцептрон показав високу ефективність для лінійно відокремлюваних вибірок, що підтверджується точністю понад 95% при використанні різних функцій активації (Sigmoid, ReLU, Tanh). Кожна з активацій має свої особливості у динаміці навчання, що було підтверджено побудовою графіків втрат. ReLU показала найстабільнішу поведінку, тоді як sigmoid забезпечує інтерпретованість вихідного сигналу як ймовірності.

У процесі роботи було візуалізовано як 2D, так і 3D точки, що дозволяє оцінити просторове розташування класів, їх перекриття або лінійне розділення. Розширення до багатокласового випадку показало, що лінійні моделі можуть бути застосовані і в цьому контексті.