

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и
информатики»

(СибГУТИ)

Кафедра вычислительных систем

ОТЧЕТ

по курсовой работе

по дисциплине «**Вычислительная математика**»

Выполнил:
студент гр. ИС-241
«21» апреля 2024 г.

/Кулик П. Е./

Проверил:
преподаватель
«__» апреля 2024 г.

/Чупрыно Л. А./

Оценка «_____»

Новосибирск 2024

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В рамках данной курсовой требуется решить систему уравнений SEIR-D, моделирующую распространение инфекции COVID-19 в Новосибирской области. Система уравнений вместе с коэффициентами и начальными данными представлены в статье сибирского журнала вычислительной математики «Математическое моделирование и прогнозирование COVID-19 в Москве и Новосибирской области». Решение должно быть найдено с помощью метода Эйлера на интервале от 0 до 90 дней с точностью до 2 знаков после запятой.

Система уравнений для решения (из статьи):

В рамках модели SEIR-D распространение коронавируса COVID-19 описывается системой из 5 нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений на отрезке $t \in [t_0, T]$ [31] (схема модели приведена на рис. 1 справа):

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -c(t-\tau) \left(\frac{\alpha_I S(t)I(t)}{N} + \frac{\alpha_E S(t)E(t)}{N} \right) + \gamma R(t), \\ \frac{dE}{dt} = c(t-\tau) \left(\frac{\alpha_I S(t)I(t)}{N} + \frac{\alpha_E S(t)E(t)}{N} \right) - (\kappa + \rho)E(t), \\ \frac{dI}{dt} = \kappa E(t) - \beta I(t) - \mu I(t), \\ \frac{dR}{dt} = \beta I(t) + \rho E(t) - \gamma R(t), \\ \frac{dD}{dt} = \mu I(t). \end{cases} \quad (5)$$

Здесь $N = S + E + I + R + D$ — вся популяция.

Функция, использующая ограничения на передвижения граждан:

$$c(t) = 1 + c^{\text{isol}} \left(1 - \frac{2}{5} a(t) \right), \quad c(t) \in (0, 2).$$

Начальные данные:

$$S(t_0) = S_0, \quad E(t_0) = E_0, \quad I(t_0) = I_0, \quad R(t_0) = R_0, \quad D(t_0) = D_0. \quad (6)$$

Параметры, используемые в ходе решения (из статьи):

Таблица 11. Восстановленные параметры для периода измерений 23.03.2020–31.05.2020, Новосибирская область

Модель	α_E	α_I	κ	ρ	β	ν	ε_{CH}	μ	c^{isol}	E_0	R_0
SEIR-HCD	0.001	0.224	0.108	—	0.013	0.006	0.055	0.072	—	1001	—
SEIR-D	0.999	0.999	0.042	0.952	0.999	—	—	0.0188	0	99	24

ОПИСАНИЕ ТЕОРИИ МЕТОДА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Постановка задачи предполагает решение системы с точностью до 2 знаков после запятой методом Эйлера, но так как классический метод Эйлера обладает недостаточной точностью для выполнения задачи (метод первого порядка точности), в решении использовался уточнённый метод Эйлера или же метод Эйлера-Коши, который является методом второго порядка точности и позволяет получить решение с требуемой точностью.

Метод Эйлера-Коши позволяет решать уравнения вида:

$$\begin{cases} y' = f(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$$

Решение задачи Коши выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \tilde{y}_{i+1} = y_i + h f(x_i, y_i), \\ y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, \tilde{y}_{i+1})] \end{cases}$$

При данном методе решение ищется на отрезке $[x_0, b]$ с разбиением отрезка на n равных частей. При таком подходе $h = \frac{b-x_0}{n}$, $x = x_0 + hi$, $i = 0, 1, \dots, n$.

СХЕМА АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ

Алгоритм реализует модель SEIRD, которая используется для моделирования распространения инфекционных заболеваний, таких как эпидемия COVID-19. Описание самого алгоритма:

1. Инициализация параметров модели: В начале кода определены параметры модели SEIRD (α_E , α_I , k , r_0 , β , μ , c).
2. Функции дифференциальных уравнений: Заданы функции, описывающие изменение каждой из пяти категорий популяции (S – восприимчивые к заражению, E – бессимптомные больные, I – инфицированные с симптомами, R – вылечившиеся, D – умершие) со временем.
3. Вычисление общего количества людей: Функция `count_N()` вычисляет общее количество людей в популяции на основе текущего состояния каждой из пяти категорий.
4. Метод Эйлера-Коши для решения дифференциальных уравнений: В основной функции `SEIRD()` реализован метод Эйлера-Коши для численного решения системы дифференциальных уравнений SEIRD. Он начинается с исходных значений каждой категории (S_0 , E_0 , I_0 , R_0 , D_0) и шагом времени h .
5. Цикл вычислений: В цикле производится вычисление изменений состояний каждой категории с использованием метода Эйлера-Коши.
6. Запись результатов в файл: Результаты вычислений записываются в файл "data.txt" в формате "время от нулевого дня - количество выявленных случаев инфицирования".
7. Основная функция `main()`: Инициализирует начальные данные и вызывает функцию `SEIRD()` для каждого временного шага, сохраняя результаты в файл.

Этот алгоритм позволяет моделировать динамику распространения инфекционного заболевания в популяции.

ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ С КОММЕНТАРИЯМИ

```
1  #include <stdio.h>
2
3  // Параметры модели
4
5  double alphaE = 0.999;
6  double alphaI = 0.999;
7  double k = 0.042;
8  double ro = 0.952;
9  double beta = 0.999;
10 double mu = 0.0188;
11 double c = 1;
12
13 // Функции дифференциальных уравнений
14
15 double dS(double N, double S, double E, double I)
16 {
17     return (-c * ((alphaI * S * I) / N) + ((alphaE * S * E) / N));
18 }
19
20 double dE(double N, double S, double E, double I)
21 {
22     return (c * ((alphaI * S * I) / N) + ((alphaE * S * E) / N)
23           - ((k + ro) * E));
24 }
25
26 double dI(double E, double I)
27 {
28     return (k * E - beta * I - mu * I);
29 }
30
31 double dR(double E, double I)
32 {
33     return (beta * I + ro * E);
34 }
35
36 double dD(double I)
37 {
38     return (mu * I);
39 }
40
41 // Вычисление количества всех людей
42
43 double count_N(double S, double E, double I, double R, double D)
44 {
45     return S + E + I + R + D;
46 }
47
48 // Функция для вычисления по методу Эйлера-Коши
49
50 double
51 SEIRD(double S0,
52        double E0,
53        double I0,
54        double R0,
55        double D0,
56        int t0,
```

```

57     double t,
58     double h)
59 {
60     double S = S0, E = E0, I = I0, R = R0, D = D0;
61     double Sn, En, In;
62     int i = t0;
63     int N;
64     for (; i < t; i++) {
65         // Начальное приближение по методу Эйлера
66         N = count_N(S, E, I, R, D);
67         Sn = S0 + h * dS(N, S0, E0, I0);
68         En = E0 + h * dE(N, S0, E0, I0);
69         In = I0 + h * dI(E0, I0);
70         // Уточнение по методу Эйлера-Коши
71         S = S0 + h * 0.5 * (dS(N, S0, E0, I0) + dS(N, Sn, En, In));
72         E = E0 + h * 0.5 * (dE(N, S0, E0, I0) + dE(N, Sn, En, In));
73         I = I0 + h * 0.5 * (dI(E0, I0) + dI(En, In));
74         R = R0 + h * 0.5 * (dR(E0, I0) + dR(En, In));
75         D = D0 + h * 0.5 * (dD(I0) + dD(In));
76         S0 = S;
77         E0 = E;
78         I0 = I;
79         R0 = R;
80         D0 = D;
81     }
82     // Количество выявленных случаев инфицирования
83     return k * E / 0.58;
84 }
85
86 int main()
87 {
88     // Начальные данные
89     double S0 = 2798047, E0 = 99, I0 = 0, R0 = 24, D0 = 0;
90     FILE* file = fopen("data.txt", "w");
91     // Вычисление функции на интервале и сохранение значений в файл
92     for (int i = 1; i <= 100; i++) {
93         fprintf(file, "%d %f\n", i, SEIRD(S0, E0, I0, R0, D0, 0, i, 1));
94     }
95     fclose(file);
96 }

```

РЕЗУЛЬТАТ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

Результатом работы программы является график, построенный на основе данных, посчитанных с помощью программы и записанных в файл “data.txt”. График представлен на рис.1.

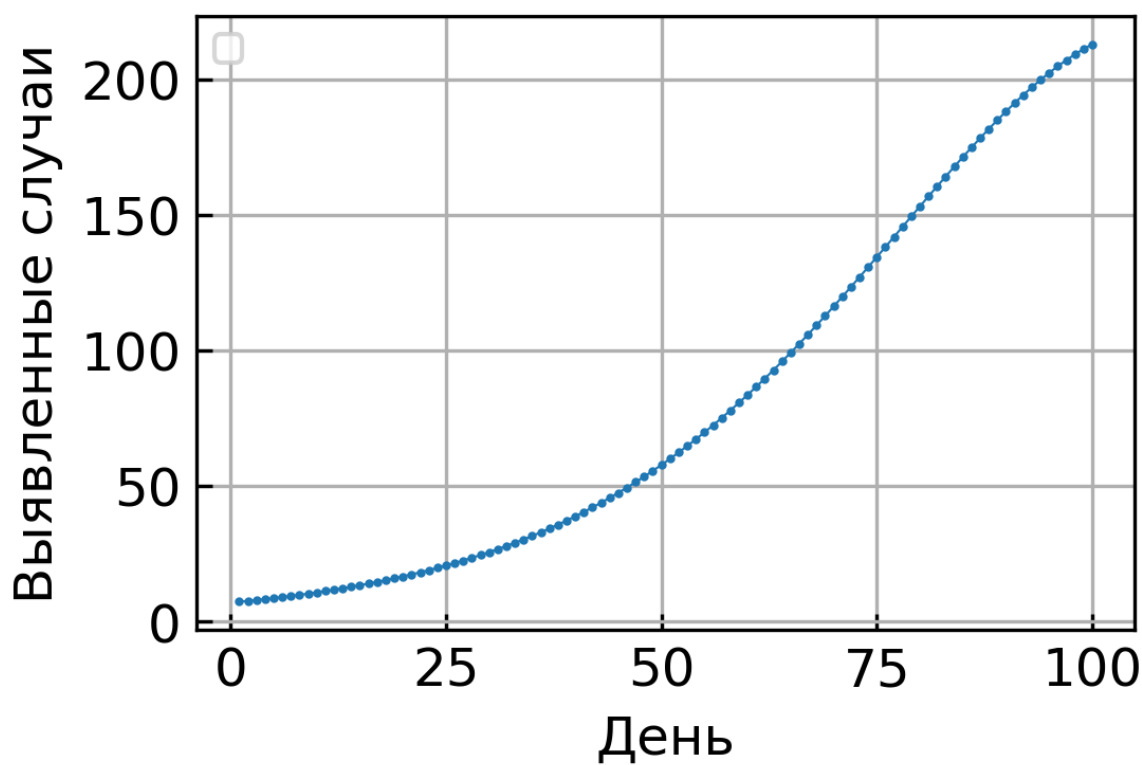


Рисунок 1. Количество выявленных случаев заражения на интервале от 0 до 100 дней.

Полученные данные сходятся с теми, что представлены в статье.