

آزمایشگاه مدار و اندازه گیری

## پیش گزارش آزمایش هفتم

01-E-7-prelab

کسری کاشانی نژاد 810101490

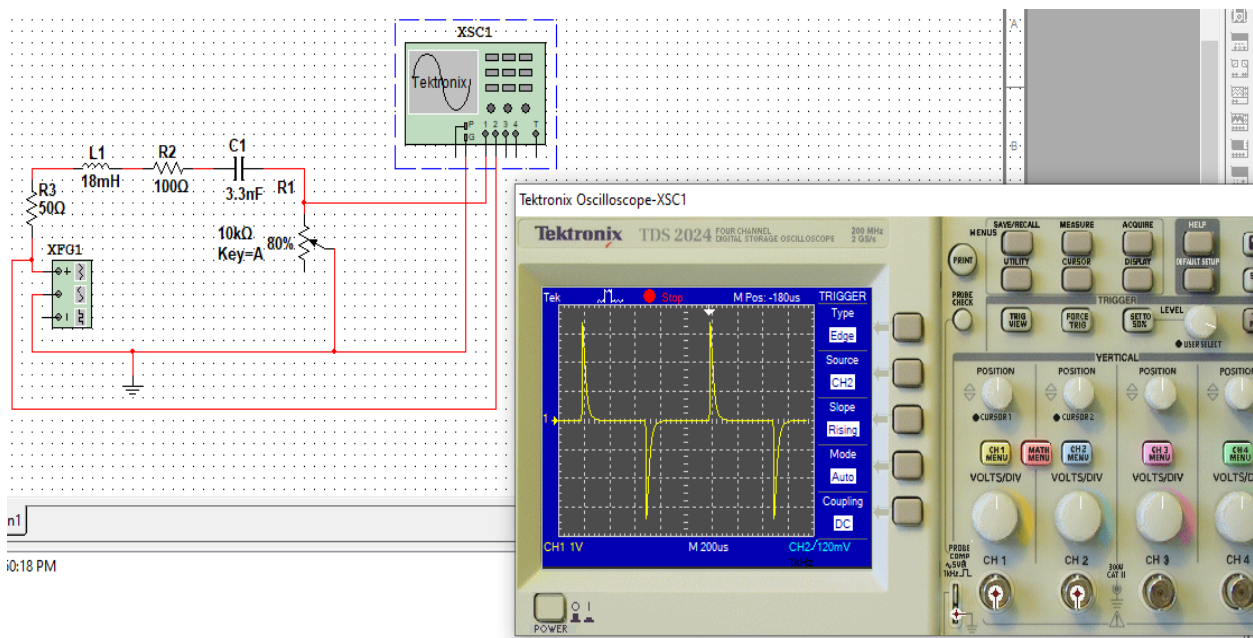
برنا فروهری 810101480

البرز محمودیان 810101514

## سوال 1)

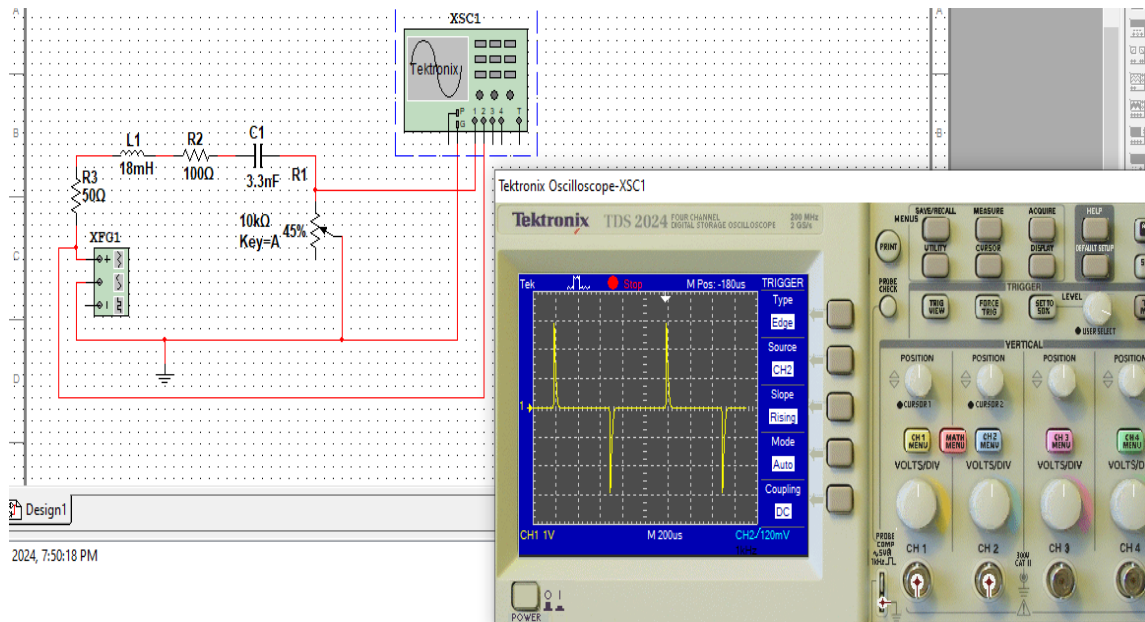
میرایی شدید: در این حالت که  $w < a$  است می بینیم که شکل ولتاژ به صورت نمایی (و نه سینوسی) می باشد. چرا که  $(R/(2L)) > (1/\sqrt{LC})$  است و پاسخ معادله (حقیقی) به صورت نمایی در می آید.

در واقع بدون داشتن جهش ها در زمانی نسبتا خوب به ولتاژ 0 میرسیم.



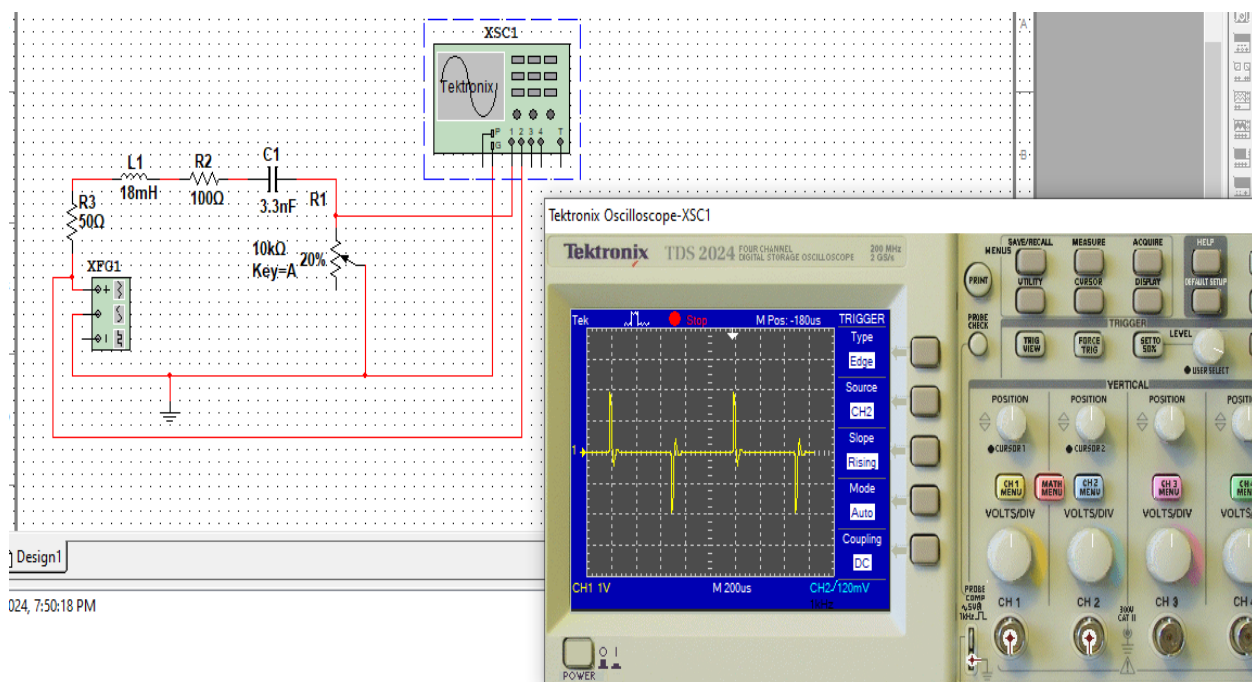
میرایی بحرانی: در این حالت که  $w=a$  است می بینیم که شکل ولتاژ همچنان به صورت نمایی (و نه سینوسی) می باشد. چرا که  $(R/(2L)) = (1/\sqrt{LC})$  است و پاسخ معادله (مضاعف) همچنان به صورت نمایی در می آید.

در واقع بدون داشتن جهش ها در زمانی بسیار کوتاه به ولتاژ 0 میرسیم.



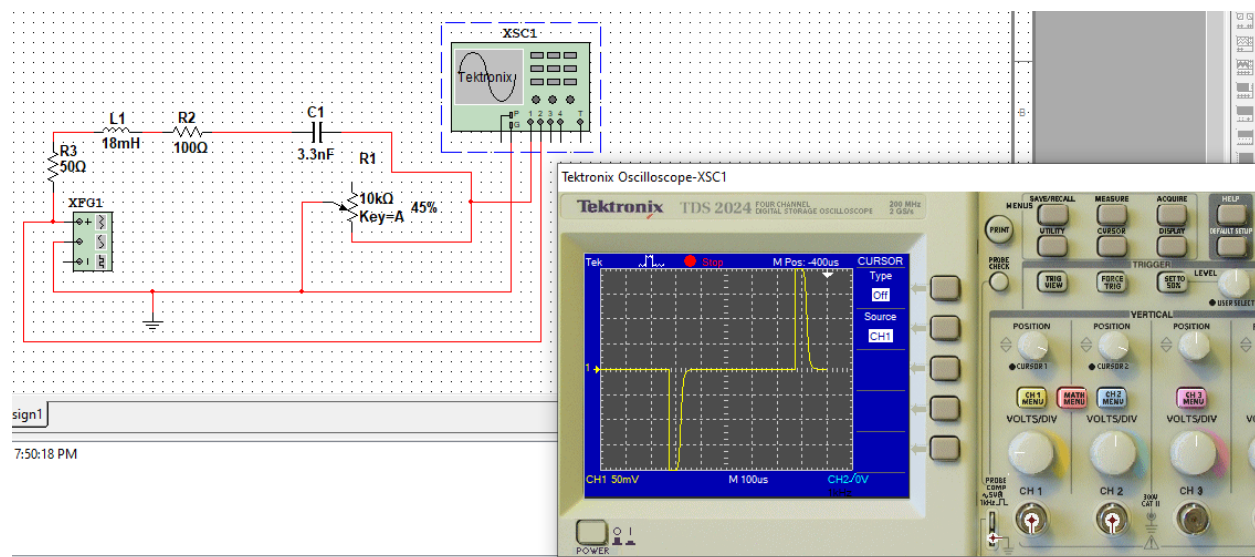
میرایی ضعیف: در این حالت که  $w < a$  است می بینیم که شکل ولتاژ به صورت سینوسی و میرا شونده می باشد. چرا که  $(R/(2L)) > (1/\sqrt{LC})$  است و پاسخ معادله (مختلط) به صورت سینوسی در می آید.

در واقع در هر کدام از نوسان ها مشاهده میشود که دامنه ولتاژ به طور مداوم آنقدر کاهش میابد تا در نهایت به 0 برسد.



## سوال 2)

برای محاسبه مقاومت بحرانی به صورت عملی باید در حالت میرایی بحرانی آنقدر مقدار مقاومت یعنی پتانسیومتر را کاهش دهیم تا اولین جایی که هر دوی جهش ها حذف شوند. به عبارتی باید بیشترین مقدار مقاومتی را بیابیم که ولتاژ در آن جهش نداشته باشد. با تغییر پتانسیومتر از 10 کیلو اهم (و معکوس کردن پتانسیومتر) تا 0 مشاهده میشود که این امر در مقاومت 4.5 کیلو اهم رخ میدهد. لذا مقاومت بحرانی در بخش عملی حدود 4.5 کیلو اهم خواهد بود.



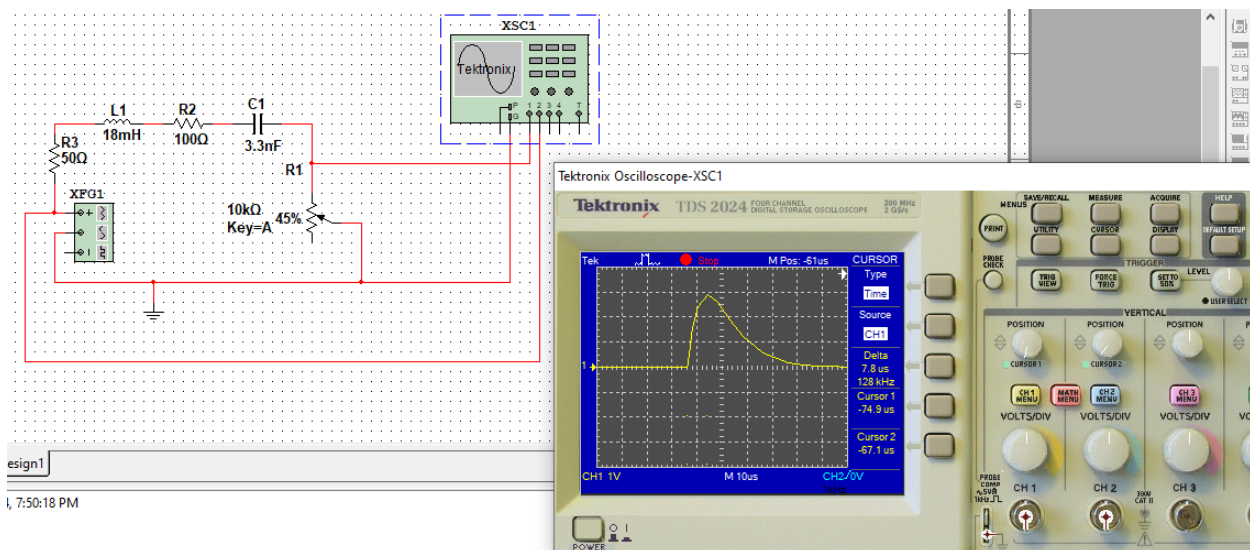
حال مقاومت بحرانی را به صورت تئوری محاسبه میکنیم:

$$\begin{aligned} \text{میرای بحرانی} \rightarrow \omega = \alpha &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{R}{2L} \rightarrow R = \frac{2L}{\sqrt{LC}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \\ \rightarrow R &= 2\sqrt{\frac{18 \times 10^{-3}}{3.3 \times 10^{-9}}} \approx 2\sqrt{5.45 \times 10^6} \approx 4671 \Omega = 4.671 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

این مقاومت کلی مدار است. میدانیم برای سلف و منبع تغذیه مقاومت درونی های 100 و 50 اهمی یا 0.1 و 0.05 کیلو اهمی قاعل شده بودیم. لذا مقدار دقیق مقاومت پتانسیومتر یا مقاومت بحرانی برابر با 0.1 – 0.05 – 4.671 یا 4.521 کیلو اهم در می آید که با تقریب خوبی برابر با مقدار عملی می باشد.

### سوال 3)

می دانیم در حالت میرایی بحرانی (مقاومت پتانسیومتر برابر با همان 4.5 کیلو اهم) ضریب میرایی برابر با معکوس ثابت زمانی است. لذا کافیسیت از روی اسیلوسکوپ ثابت زمانی را (مثلا با روش 63%) پیدا کرده و آن را معکوس کنیم. (در شکل نشانگر ها نیفتاده اند.)



پس ثابت زمانی تقریباً برابر با 7.8 میکرو ثانیه اندازه گیری شد و در نتیجه ضریب میرایی برابر با معکوس آن یعنی حدود 128.205 کیلو هرتز میشود.

حال ثابت زمانی و سپس ضریب میرایی را به صورت تعوری محاسبه میکنیم. همچنین می دانیم که برای ثابت زمانی باید جریان را بیشینه کنیم:

$$I(t) = \frac{V}{L} + e^{-\frac{t}{\tau}} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \frac{d}{dt} I(t) = \frac{V}{L} \left( e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = \frac{V}{L} e^{-\frac{t}{\tau}} \left( 1 - \frac{1}{\tau} \right) = 0$$

$$\rightarrow 1 - \frac{1}{\tau} = 0 \rightarrow \frac{1}{\tau} = 1 \rightarrow \tau = 1 \rightarrow \tau = \frac{2L}{R}$$

از طرفی:  $t = \frac{2L}{R}$  لحظه زمان بیشینه شدن جریان

$$\alpha = \frac{1}{\tau} \rightarrow \alpha = \frac{R}{2L} = \frac{4671}{2 \times 18 \times 10^{-3}} = 129,75 \text{ KHz}$$



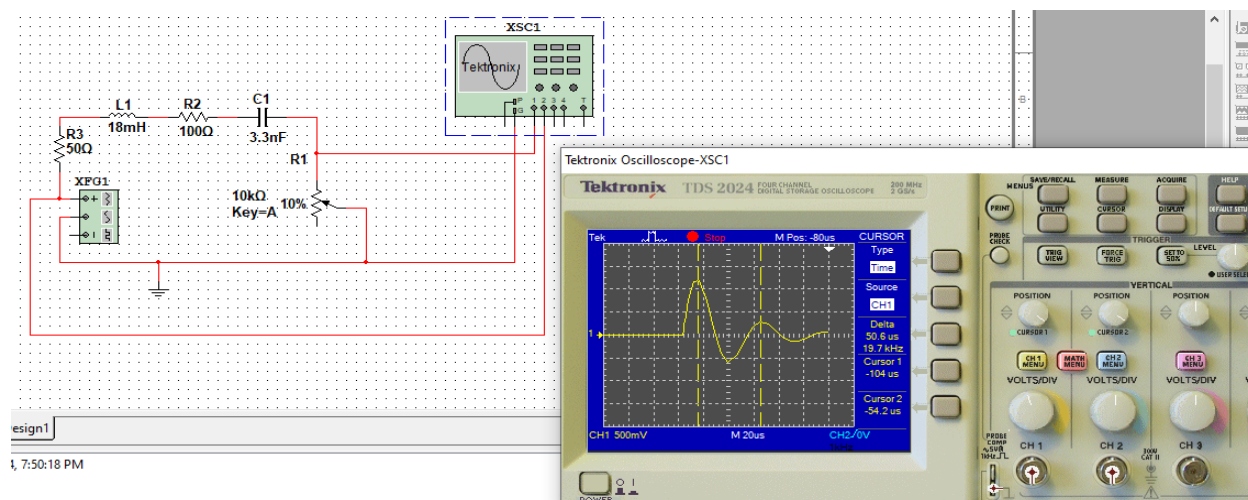
که این مقدار بدست آمده با تقریب خوبی برابر با مقدار عملی گزارش شده می باشد.

## سوال 4)

می دانیم ثابت زمانی از فرمول زیر محاسبه می شود:

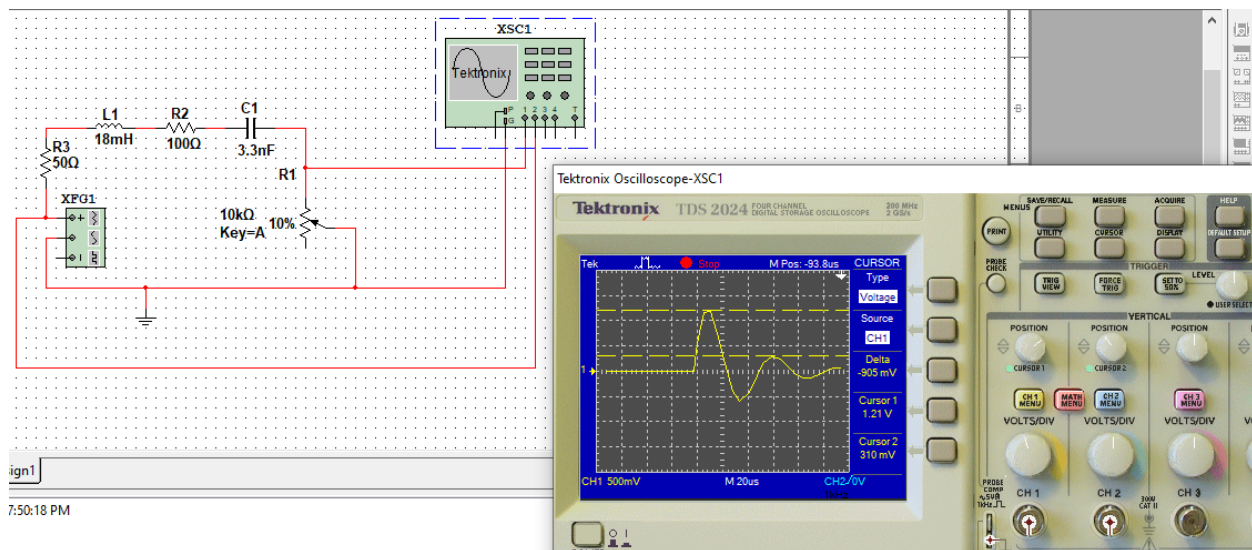
$$\tau = T / (\ln ( V1/ V2 ))$$

به طوری که  $T$  برابر با فاصله زمانی دو قله متوالی (دوره تناوب) در شکل و  $V1$  و  $V2$  به ترتیب برابر با مقدار قله اول و مقدار قله دوم می باشد.



با توجه به شکل مقدار  $T$  برابر با 50.6 میکرو ثانیه می باشد.





با توجه به شکل مقدار  $V_1$  و  $V_2$  به ترتیب برابر با 1.21 ولت و 0.31 ولت می باشد.

در نتیجه مقدار ثابت زمانی حدودا برابر است با:

$$\tau = (50.6\mu s) / (\ln ( 1.21/ 0.31 )) = 36.156\mu s$$

و لذا مقدار ضریب میرایی که همان معکوس ثابت زمانی است حدودا برابر با 27.657 کیلو هرتز می شود.

همچنین می دانیم که فرکانس نوسانات نیز همان معکوس دوره تناوب یعنی  $T$  است که حدودا برابر با 19.762 کیلو هرتز می شود.

حال ثابت زمانی و سپس ضریب میرایی و نیز فرکانس نوسانات را به صورت تعوری محاسبه میکنیم:

اثبات کردیم که در این حالت:  $\tau = \frac{2L}{R} \rightarrow \tau = \frac{2 \times 18 \times 10^{-3}}{1 \times 10^3} = 36 \times 10^{-6} \text{ s} = 36 \text{ } \mu\text{s}$

$\alpha = \frac{1}{\tau} \rightarrow \alpha = \frac{1}{36 \times 10^{-6}} \approx 27777 \text{ Hz} = 27,777 \text{ KHz}$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{18 \times 10^{-3} \times 3,3 \times 10^{-9}} - \frac{(1 \times 10^3)^2}{4 \times (18 \times 10^{-3})^2}}$$
  

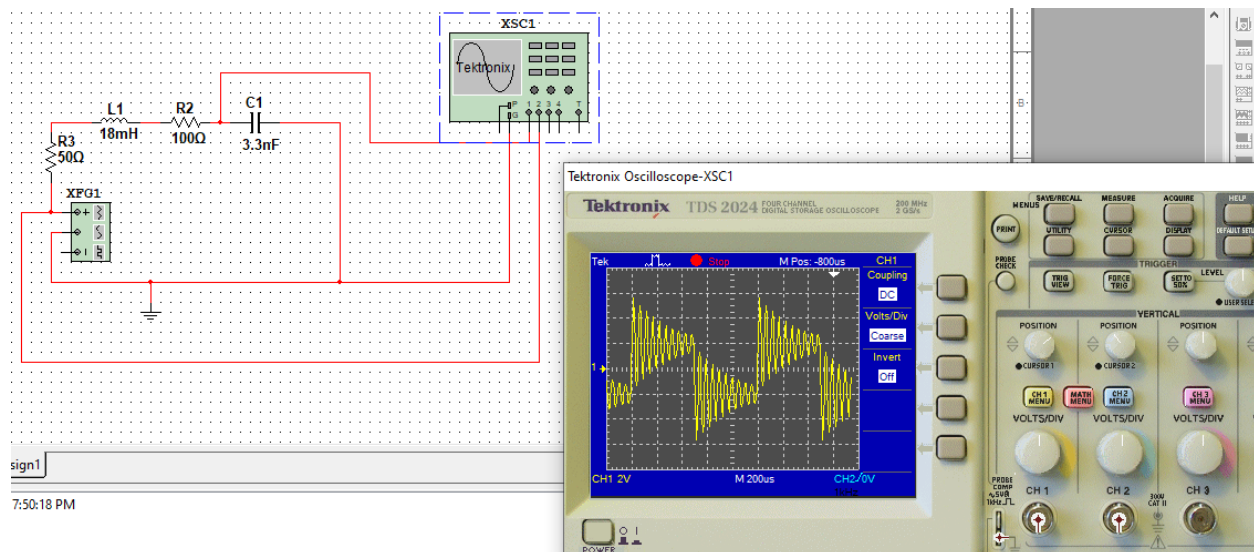
$$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{10^{12} \left( \frac{1}{3,3 \times 18} - \frac{1}{72 \times 18} \right)} = \frac{10^6}{2\pi} \sqrt{\frac{68,7}{4276,8}} \approx \frac{10^6}{2 \times 3,14} \times 0,1267$$
  

$$\approx 20,181 \text{ KHz}$$

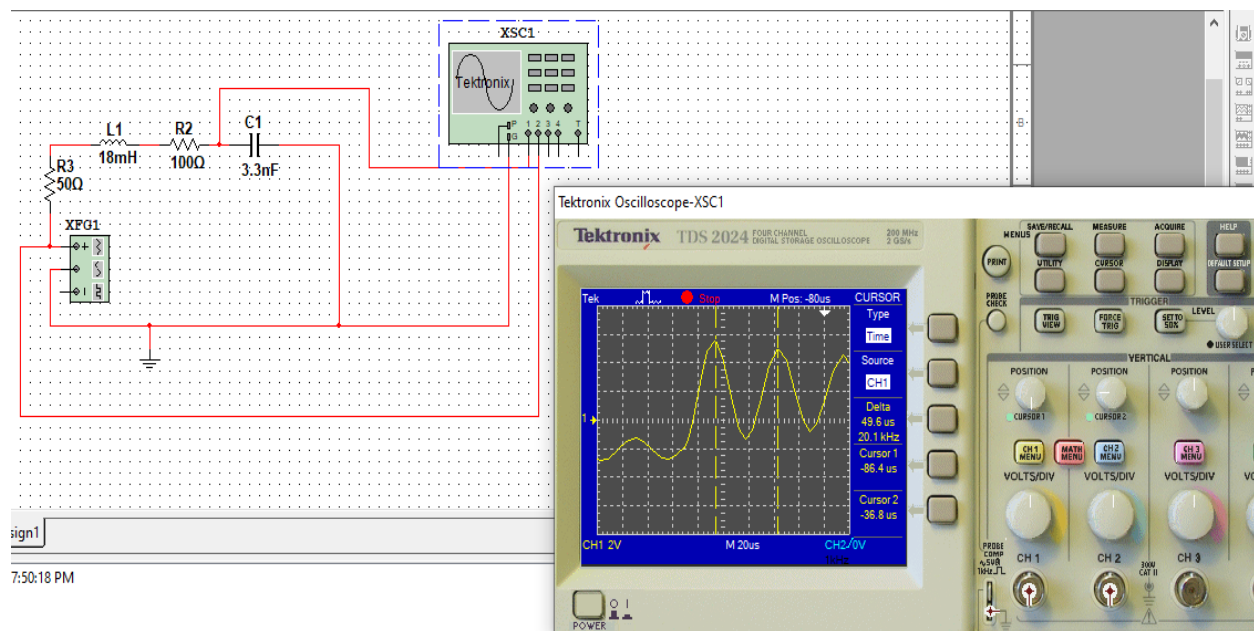
همانطور که مشهود است تمامی این اعداد با تقریب بسیار خوبی برابر با مقدار عملی بدست آمده می باشند و خطاهای اندازه گیری قاعدتا به خاطر وجود خطاهای اسیلوسکوپ در عملی و تقریب زدن در تعوری می باشد.

### سوال 5)

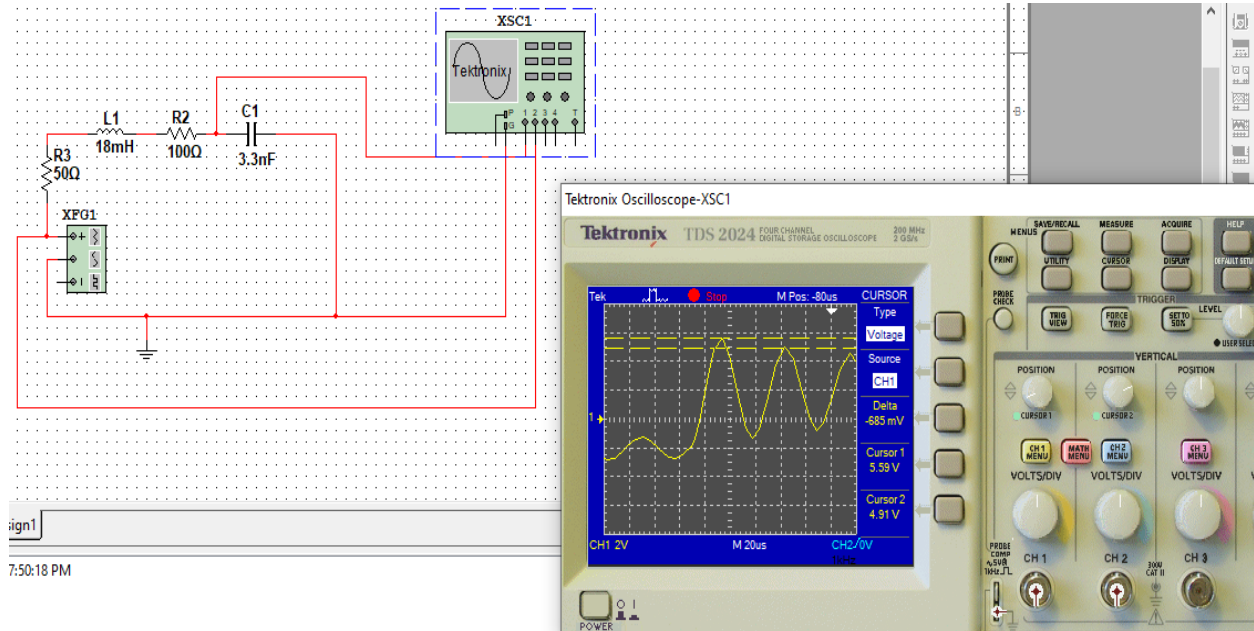
با خارج کردن پتانسیومتر از مدار و مشاهده شکل موج ولتاژ دو سر خازن دریافت میکنیم که مدار در حالت نوسانی کامل قرار نمیگیرد و بلکه حالت نوسانی میرا را به خود میگیرد. زیرا با این کار انگار از مداری RLC شبیه سازی میکنیم که میدانیم این مدار میرا می باشد.



حال برای پیدا کردن ثابت زمانی مشابه سوال قبل عمل میکنیم و از همان فرمول استفاده میکنیم.



با توجه به شکل مقدار  $T$  برابر با 49.6 میکرو ثانیه می باشد.



با توجه به شکل مقدار  $V1$  و  $V2$  به ترتیب برابر با 5.59 ولت و 4.91 ولت می باشد.

در نتیجه با استفاده از همان فرمول سوال قبل داریم:

$$\tau = (49.6\mu s) / (\ln ( 5.59 - (-2) / 4.91 - (-2) )) = 528.446\mu s$$

همچنین می دانیم که فرکانس نوسانات نیز همان معکوس دوره تناوب یعنی  $T$  است که حدودا برابر با 20.161 کیلو هرتز می شود.

لذا دریافت می شود که مقدار ثابت زمانی افزایش بسیار زیاد و مقدار فرکانس افزایش کمی داشته است و در کل هر دو مقدار افزایش داشته اند. زیرا با حذف پتانسیومتر گویی مقاومت آن برابر 0 است و طبق فرمول  $\tau = (2L)/R$  مقدار ثابت زمانی به بی نهایت میل میکند که دلیل این افزایش بسیار زیاد و چشمگیر را توجیح میکند.

حال ثابت زمانی و نیز فرکانس نوسانات را به صورت تعوری محاسبه میکنیم:

$$\tau = \frac{2L}{R} \xrightarrow{R=0} \tau = \infty$$

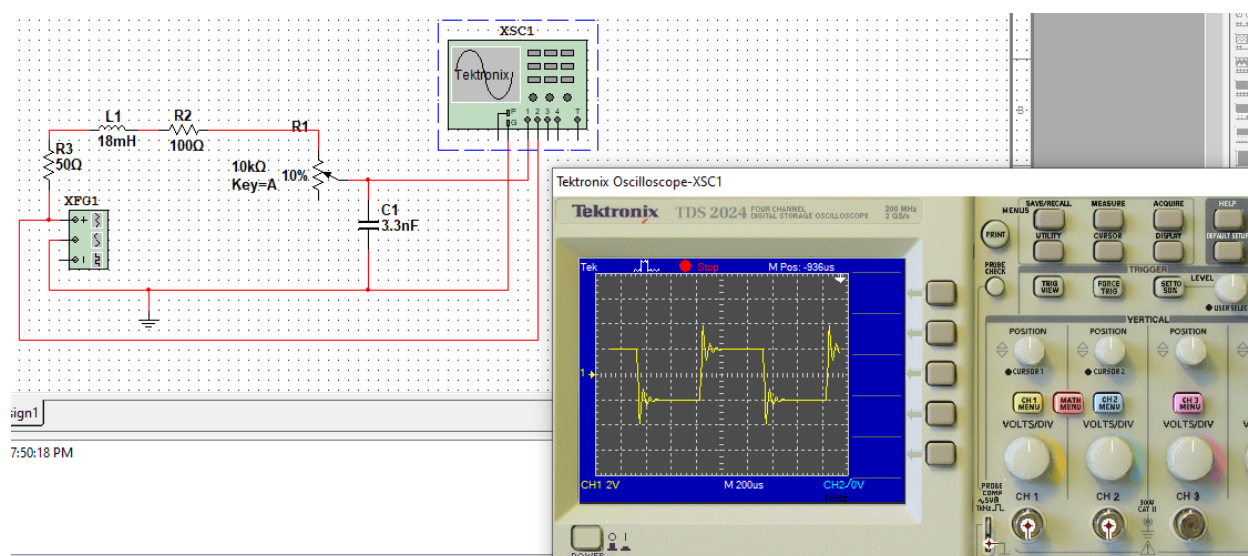
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \xrightarrow{R=0} f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{18 \times 10^{-3} \times 3,3 \times 10^{-9}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10^{12}}{59,4}}$$

$$= \frac{10^6}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{59,4}} \approx \frac{10^6}{2 \times 3,14} \times 0,1297 \approx 20,66 \text{ KHz}$$

همانطور که مشهود است مقدار ثابت زمانی در هر دو محاسبه عددی بزرگ و فرکانس نیز با تقریب بسیار خوبی برابر با مقدار بدست آمده در بخش عملی شد.

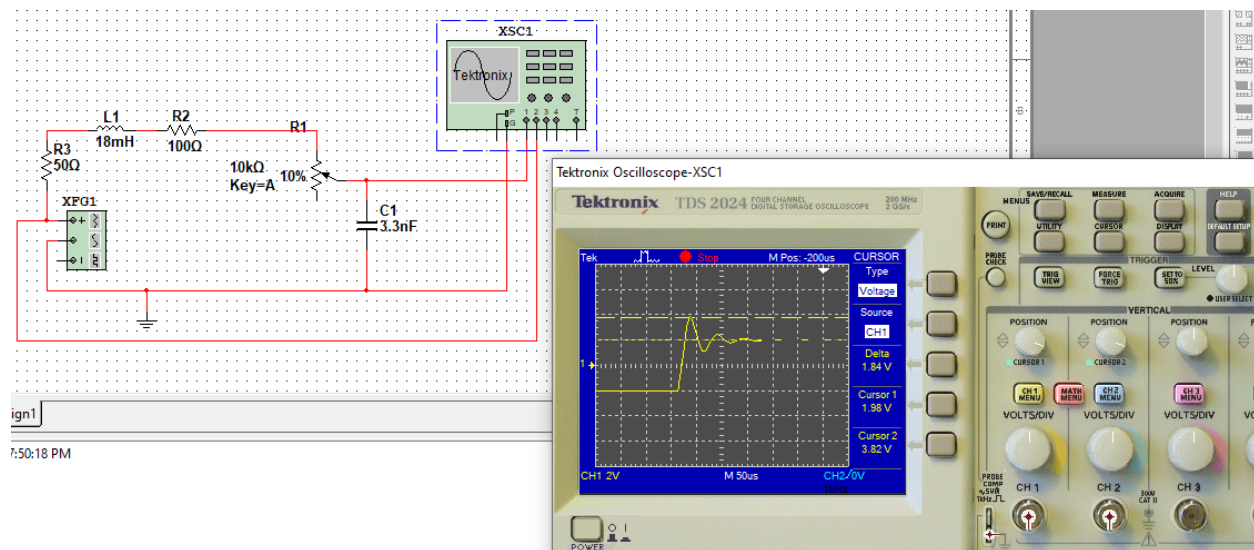
## سوال 6)

مدار خواسته شده را رسم میکنیم و ولتاژ دو سر خازن به شکل زیر میشود.



حال به کمک این شکل موج ولتاژ دو سر خازن مقدار فراجاهش را محاسبه میکنیم. به این صورت که در یک نوسان اختلاف ولتاژ اولین قله را با ولتاژ حالت ماندگار (جایی که ولتاژ تقریباً به مقدار ثابت خود میرسد) بدست می آوریم.





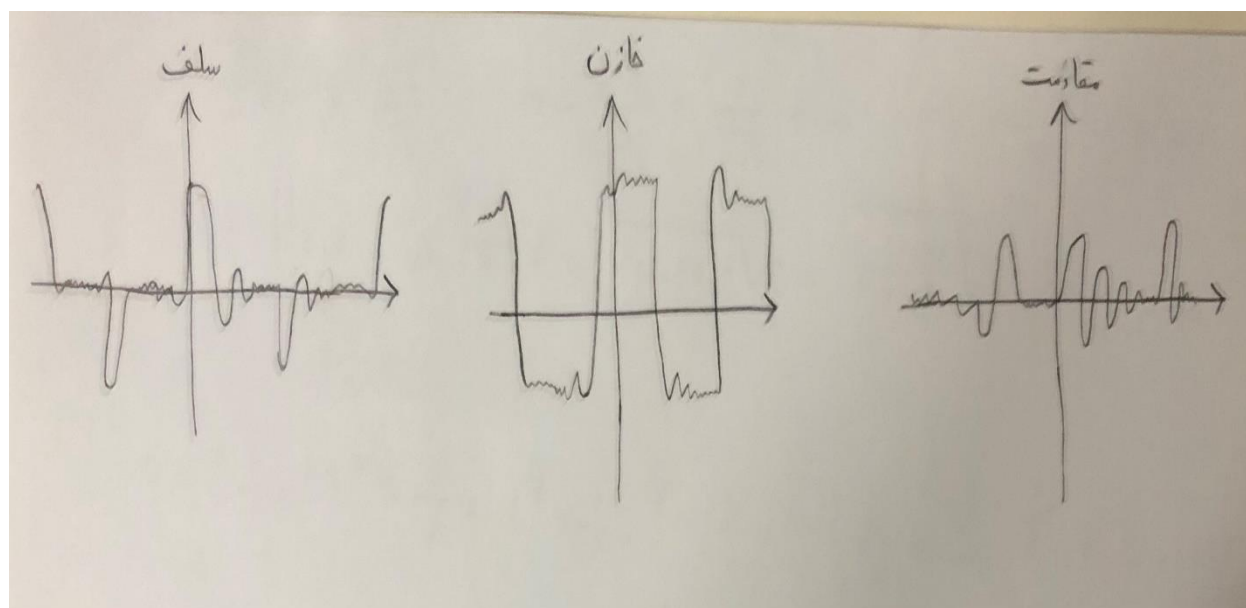
همانطور که در شکل مشخص است این اختلاف ولتاژ حدوداً برابر با 1.84 ولت است و لذا مقدار فرافشار نیز برابر همین مقدار 1.84 ولت خواهد بود.

### سوال 7

طبق آزمایش ها و حدسیات در لحظه جهش ولتاژ موج مربعی ورودی نسبت به ولتاژ منبع ممکن است دو سر سلف دارای جهش ولتاژ باشد. زیرا سلف در با عبور جریان مخالفت میکند و در نیمه تناوب آن جهش ولتاژ اتفاق می افتد و سپس با گذر زمان سلف به سیم تبدیل شده و ولتاژ آن به 0 میرسد. همچنین می دانیم که ولتاژ خازن پیوسته است و نمیتواند جهش داشته باشد. طبق همین الگو به علت پیوسته



بودن جریان خازن و لذا جريان مقاومت ميتوان گفت كه ولتاژ مقاومت نيز پيوسته و بدون جهش است.



### سوال 8)

فرکانس های طبیعی مدار را برابر  $S1$  و  $S2$  میگیریم و آن ها را با استفاده از داده های اندازه گیری شده ی عملی در سوال 4 یعنی ضریب میرایی 27.657 کیلو هرتز و فرکانس نوسان 19.762 کیلو هرتز بدست می آوریم.

$$L \frac{d^2}{dt^2} I(t) + R \frac{d}{dt} I(t) + \frac{1}{C} I(t) = 0 \rightarrow \text{معادله مشخصه: } L S^2 + R S + \frac{1}{C} = 0$$

$$\div L \rightarrow S^2 + \frac{R}{L} S + \frac{1}{LC} = 0 \quad \Delta = \frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC} \rightarrow S = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}}}{2}$$

$$\rightarrow S_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \quad , \quad S_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$$

$$\sqrt{\text{دائمی}}: \begin{cases} \tau = \frac{2L}{R} \rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{R}{2L} = \alpha \\ f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \rightarrow \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = 2\pi f i \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_1 = -\alpha + 2\pi f i = -27,657 + 2 \times 3,14 \times 19,762 i \approx -27,657 + 124,1 i$$

$$S_2 = -\alpha - 2\pi f i = -27,657 - 2 \times 3,14 \times 19,762 i \approx -27,657 - 124,1 i$$

$$\Rightarrow |S_1| = |S_2| \approx 127,144 \text{ KHz}$$

حال این فرکانس های طبیعی را از داده های بدست آمده ی  
تئوری در سوال 4 یعنی ضریب میرایی 27.777 کیلو  
هرتز و فرکانس نوسان 20.181 کیلو هرتز بدست می  
آوریم.

$$\Rightarrow S_1 = -\alpha + 2\pi f_i = -27,777 + 2 \times 3,14 \times 20,181i \approx -27,777 + 126,7i$$

$$S_2 = -\alpha - 2\pi f_i = -27,777 - 2 \times 3,14 \times 20,181i \approx -27,777 - 126,7i$$

$$\Rightarrow |S_1| = |S_2| \approx 129,7 \text{ kHz}$$

همانطور که مشهود است اندازه این فرکانس های طبیعی با تقریب خوبی در هر دو حالت با هم برابرند.