

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA  
KATEDRA INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ K-7  
PL. GRUNWALDZKI 13, BUDYNEK D-1, POK. 015  
**LABORATORIUM METOD NUMERYCZNYCH**

Autor sprawozdania		Informacje	
Imię i nazwisko:	Numer indeksu:	Numer listy:	Data zajęć:
<i>Katarzyna Korsak</i>	229707	3	<i>piątek, 7<sup>30</sup></i>

### Zad.1

Metoda analityczna:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x \\ \frac{dx}{dt} &= -x \\ \int \frac{dx}{x} &= - \int dt \\ \ln(x) + c_1 &= t + c_2 \\ x &= e^{-t+c} \\ x(0) &= 1 = C \\ x(1) &= e^{-1} \approx 0,368\end{aligned}$$

Metody numeryczne:

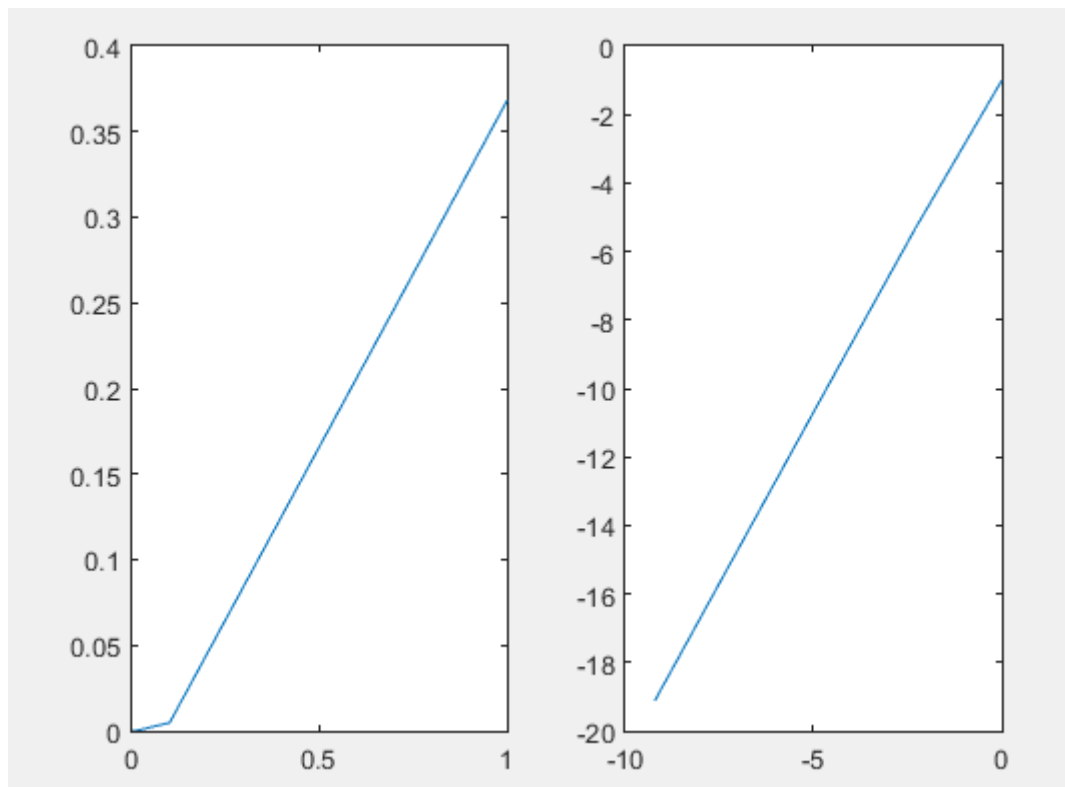
#### Metoda Eulera

```
%Euler.m
h = 0.01; %wartosc zmieniana recznie
t = 0:h:10;
x = zeros(size(t));
x(1) = 1;
for i=1:(length(t)-1)
x(i+1) = x(i) + h * x(i)*(-1);
end

exact =1./exp(t);
figure(1);
plot(t,x,'--r',t,exact,'b') ;
xlabel('t');
ylabel('x');
legend('przebieg z met. Eulera','przebieg rzeczywisty');
e=abs(exact(2)-x(2))

%euler_bledy
e=[0.3679 0.0048 4.9834e-05 4.9983e-07 4.9998e-09];
t=[1 0.1 0.01 0.001 0.0001];
subplot(1,2,1);
plot(t,e);
subplot(1,2,2);
```

```
plot(log(t),log(e));
```



Błąd bezwzględny

Logarytm

### Ulepszona metoda Eulera

```
%ulepszony_euler.m
function [ tout, xout ] = ulepszony_euler( t0,tend,x0,h )
t=t0;
xout=x0;
tout=t0;
x=x0;

n=floor(abs(tend-t0)/h);

for i=1:n
    y = x + (h/2) * (-x);
    x = x + h * (-y);

    xout=[xout;x];
    tout=[tout,t];
end
end

%zad2a
clc,clear
h=1;
t0=0;
tend=10;
x0=1;
```

```

[tout,xout]=ulepszony_euler(t0,tend,x0,h);

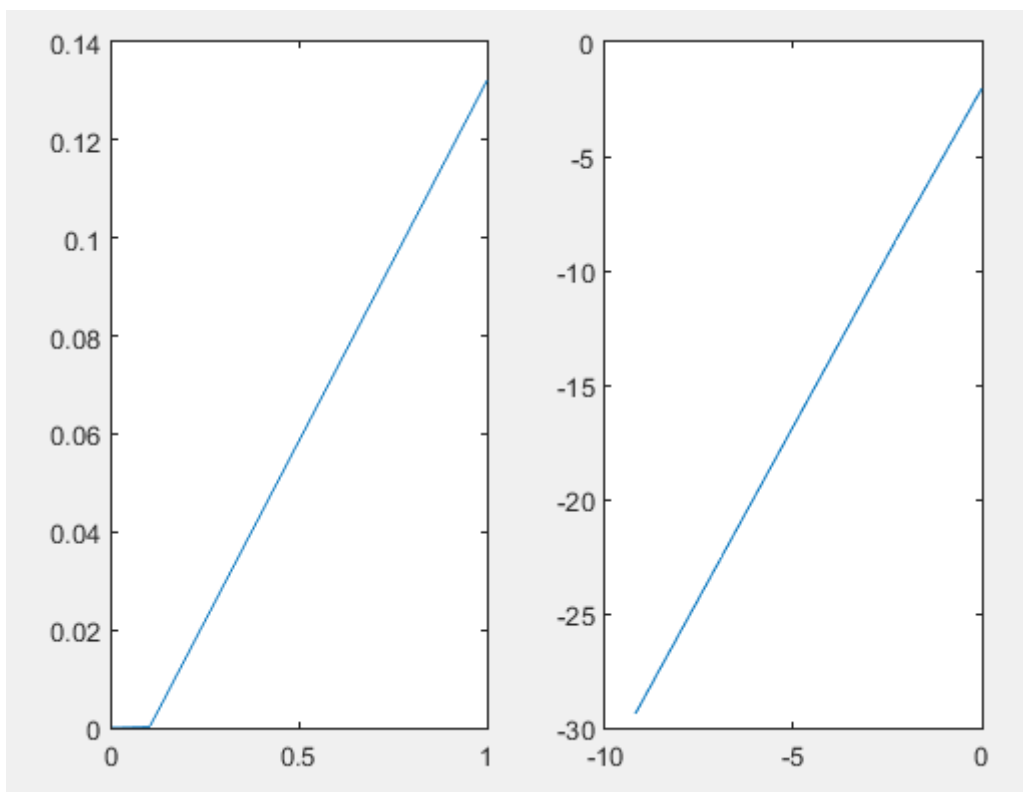
t = 0:h:10;
exact =1./exp(t);

figure;
plot(tout,xout,tout,exact);
legend('przebieg z met. ul. Eulera','przebieg rzeczywisty');

e=abs(exact(2)-xout(2))

%bledy_lepszyeuler.m
e=[0.1321 1.6258e-04 1.6625e-07 1.6663e-10 1.6664e-13];
t=[1 0.1 0.01 0.001 0.0001];
subplot(1,2,1)
plot(t,e);
subplot(1,2,2);
plot(log(t),log(e));

```



Błąd bezwzględny

Logarytm

## Metoda Rungego-Kutty

```
%metodaRungego_Kutty.m
function [ tout, xout ] = metodaRungego_Kutty( func,t0,tend,x0,h )

t=t0;
xout=x0;
tout=t0;
x=x0;

n=floor(abs(tend-t0)/h);

for i=1:n
    k1=h*feval(func,x);
    k2=h*feval(func,x+k1/2);
    k3=h*feval(func,x+k2/2);
    k4=h*feval(func,x+k3);
    x=x+1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);

    t=t+h;

    xout=[xout,x];
    tout=[tout,t];

end

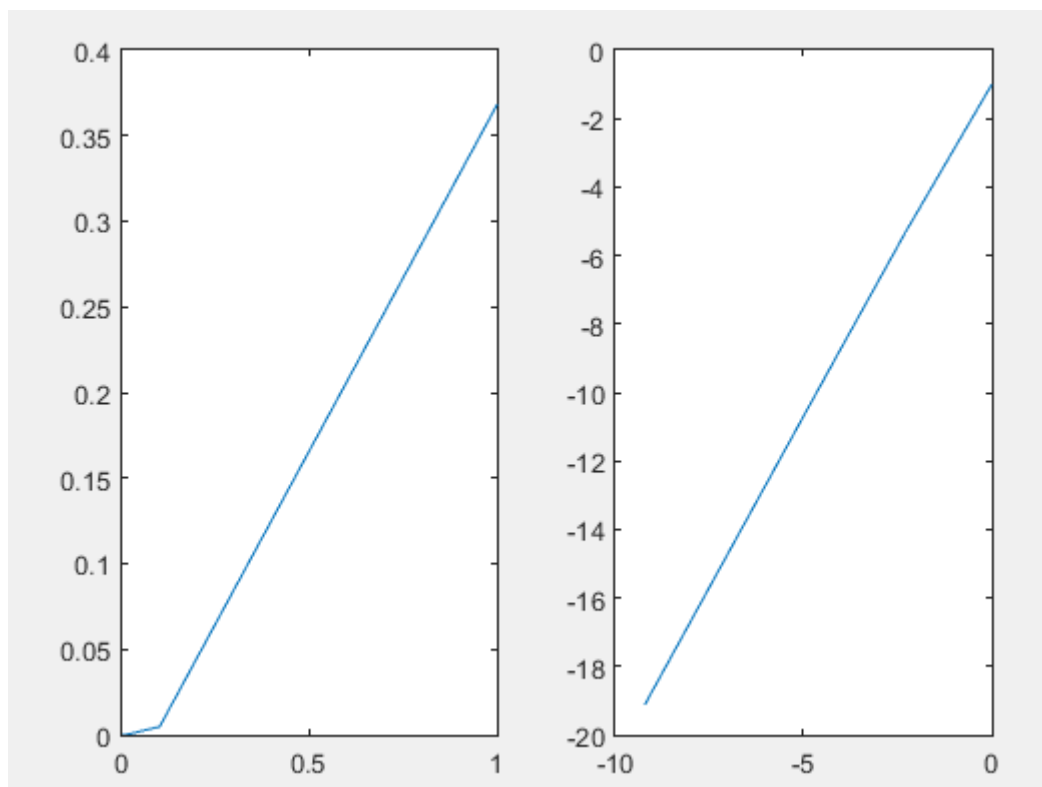
end

%zad2b
clc,clear
h=0.0001;
t0=0;
tend=5;
x0=1;
[tout,xout]=euler(@odefun,t0,tend,x0,h);
t = 0:h:tend;
exact =1./exp(t);

figure;
plot(tout,xout,tout,exact);
legend('przebieg z met. Eulera','przebieg rzeczywisty');

e=abs(exact(2)-xout(2))

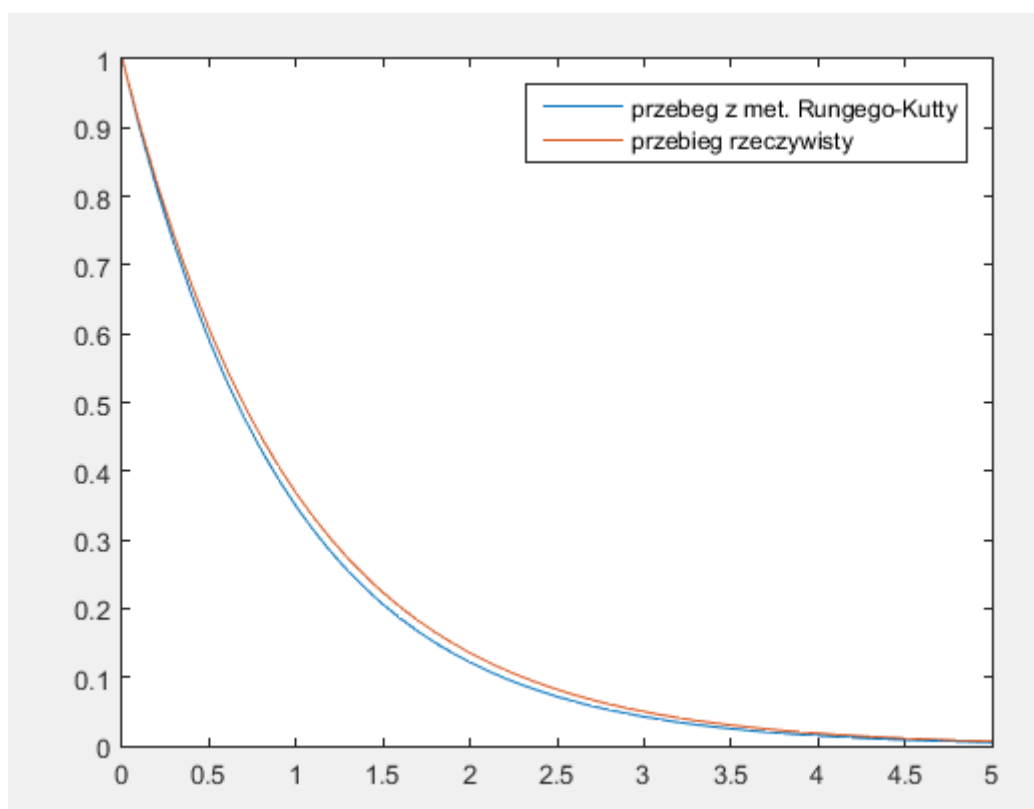
%bledy_kutty;
e=[0.3679 0.0048 4.9834e-05 4.9983e-07 4.9998e-09];
t=[1 0.1 0.01 0.001 0.0001];
subplot(1,2,1);
plot(t,e);
subplot(1,2,2);
plot(log(t),log(e));
```



Błąd bezwzględny

Logarytm

Przykładowy wykres przebiegu dla metody Rungego-Kutty i wykresu rzeczywistego dla  $h=0.1$ :



Z powyższych przykładów wynika, że najdokładniejszą z metod jest ulepszona metoda Eulera. Błąd bezwzględny maleje wraz z pomniejszaniem kroku całkowania.

### Zad.3

Parametr  $a$  określa różnicę tempa namnażania i wymierania komórek guza, a odwrotność parametru  $b$  określa maksymalną wielkość guza, wg pozycji nr 1 i 2.

- 1) [http://www-users.mat.umk.pl/~marta767/praca\\_zaliczeniowa.pdf](http://www-users.mat.umk.pl/~marta767/praca_zaliczeniowa.pdf)
- 2) <http://docplayer.pl/9393931-Krzywa-gompertza-w-opisie-procesow-nowotworowych-spojrzenie-matematyka-urszula-forys.html>

Rozwiązanie metodą Rungego-Kutty:

```
%metodaRungego_Kutty_z3.m
function [ tout, Nout ] = metodaRungego_Kutty_z3( func,t0,tend,N0,h,a,b )

t=t0;
Nout=N0;
tout=t0;
N=N0;

n=floor(abs(tend-t0)/h);

for i=1:n
    k1=h*feval(func,N,a,b);
    k2=h*feval(func,N+k1/2,a,b);
    k3=h*feval(func,N+k2/2,a,b);
    k4=h*feval(func,N+k3,a,b);
    N=N+1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);

    t=t+h;

    Nout=[Nout,N];
    tout=[tout,t];

end

end

%odefun2.m
function [ dxdt ] = odefun2( N,a,b )
dxdt=-a*N*log(b*N);
end

%zad3.m
clc;clear;
h=0.001;
t0=0;
```

```

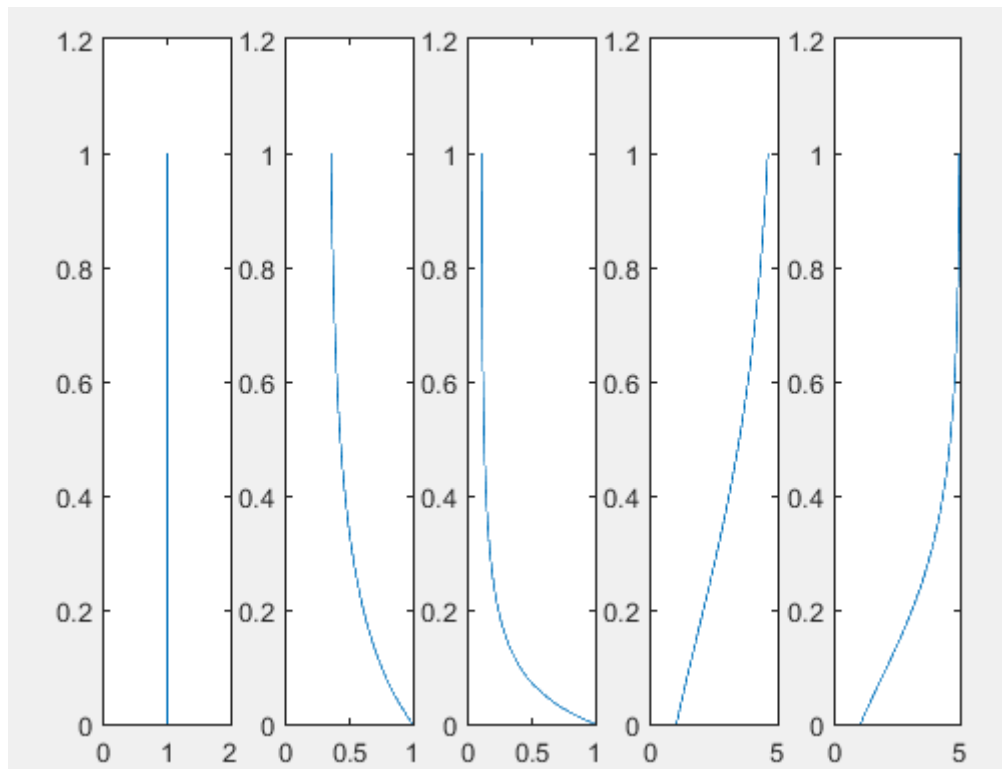
tend=1;
N0=1;

[N1, t1] = metodaRungego_Kutty_z3(@odefun2,t0,tend,N0,h, 1, 1);
[N2, t2] = metodaRungego_Kutty_z3(@odefun2,t0,tend,N0,h, 3, 3);
[N3, t3] = metodaRungego_Kutty_z3(@odefun2,t0,tend,N0,h, 5, 10);
[N4, t4] = metodaRungego_Kutty_z3(@odefun2,t0,tend,N0,h, 3, 0.2);
[N5, t5] = metodaRungego_Kutty_z3(@odefun2,t0,tend,N0,h, 6, 0.2);

subplot(1,5,1);
plot(t1, N1);
subplot(1,5,2);
plot(t2, N2);
subplot(1,5,3);
plot(t3, N3);
subplot(1,5,4);
plot(t4, N4);
subplot(1,5,5);
plot(t5, N5);

```

Wynik:



Wnioski:

Wartość kroku całkowania wynosiła 0.001 a czas 1. Wartości współczynników wyznaczone zostały doświadczalnie. Jak wynika z powyższego rysunku, najbliższe rzeczywistości efekty osiąga się dla  $b < 1$ . Mając na uwadze, że rozpatrujemy sytuację w której guz rośnie, wykres powinien być rosnący, lecz mieć wyraźną granicę, gdyż tkanka taka nie będzie rosła w nieskończoność. Zakładając dla współczynnika  $b$  wartość 0.2 zmieniając wartość  $a$  otrzymałam satysfakcjonujące wyniki dla parametrów 0.2 i 6.