

## 层次分析

解决评价类问题，可用打分解决，因素 $\leftrightarrow$ 权重

指标权重	方案1	方案2	...
指标1			
指标2			
...			

$$\sum w_i = 1, \text{ 同一指标各方案权重和为1}$$

### 用分治法考虑指标权重

指标两两比较，最后形成完整的权重；

```
1 function Compare(A, B): /*A, B为两指标*/
2 if Compare(B, A)已知:
3     return 1/Compare(B, A)
4 elseif A和B同等重要:
5     return 1
6 elseif A比B稍微重要:
7     return 3
8 elseif A比B明显重要:
9     return 5
10 elseif A比B强烈重要:
11    return 7
12 elseif A比B极端重要:
13    return 9
```

	指标1	指标2	指标3
指标1	1	2	5
指标2	1/2	1	1/4
指标3	1/5	4	1

判断矩阵中  $A_{ij}$  就是  $i$  相对于  $j$  的重要程度，同样可以有：

指标X	方案1	方案2
方案1	1	3
方案2	$\frac{1}{3}$	1

此时存在矛盾现象（不一致）

应总有：

$$a_{ij}a_{jk} = a_{ik} \leftrightarrow \text{各行各列成比例} \leftrightarrow A \text{是一致矩阵} \leftrightarrow \text{rank}(A) = 1, \lambda_1 = \text{tr}(A) = n, \lambda_i = 0 (i > 1)$$

一致性指标： $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$ ，平均随机一致性指标 $RI$ （查表），判断矩阵的一致性比例 $CR = \frac{CI}{RI} < 0.1$ 才可以接受，否则要修正。

对于不一致的判断矩阵，不能只对第一列归一化，而是分别计算各列的权重，并将对应算术(或集合)平均作为真实权重：

$$\omega_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{a_{ij}}{\sum_{k=1}^n a_{kj}}, i = 1, 2, \dots, n$$

**特征值法：**求最大特征值对应的特征向量进行归一化就是各项权重（使用最多）