

Задания матан 2

831. Найти $f'(1)$, если

$$f(x) = x + (x-1) \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}}.$$

834. $y = z + x - x^2$.

Чему равно $y'(0)$; $y'(\frac{1}{2})$; $y'(1)$; $y'(-10)$?

835. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x$.

833. Доказать, что если функция $f(x)$ дифференцируема и n — натуральное число, то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[f\left(x + \frac{1}{n}\right) - f(x) \right] = f'(x). \quad (1)$$

Обозначим $\Delta_n f(x) = f(x + \frac{1}{n}) - f(x)$.

Найти производную

861. $y = \sqrt[3]{1 + \sqrt[3]{1 + \sqrt[3]{x}}}$.

893. $y = \frac{1}{1-k} \ln \frac{1+x}{1-x} + \frac{\sqrt{k}}{1-k} \ln \frac{1+x\sqrt{k}}{1-x\sqrt{k}}$
($0 < k < 1$).

956. $y = \frac{x\sqrt{1-x^2}}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{1-x^2}}.$

987. Доказать следующее правило дифференцирования определителя n -го порядка:

$$\begin{vmatrix} f_{11}(x) & f_{12}(x) & \dots & f_{1n}(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{k1}(x) & f_{k2}(x) & \dots & f_{kn}(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1}(x) & f_{n2}(x) & \dots & f_{nn}(x) \end{vmatrix}' = \sum_{k=1}^n \begin{vmatrix} f_{11}(x) & f_{12}(x) & \dots & f_{1n}(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f'_{k1}(x) & f'_{k2}(x) & \dots & f'_{kn}(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1}(x) & f_{n2}(x) & \dots & f_{nn}(x) \end{vmatrix}.$$

999. Исследовать на дифференцируемость следующие функции:

а) $y = |(x-1)(x-2)^2(x-3)^3|$; б) $y = |\cos x|$;

в) $y = |\pi^2 - x^2| \sin^2 x$; г) $y = \arcsin(\cos x)$;

д) $y = \begin{cases} \frac{x-1}{4} (x+1)^2 & \text{при } |x| \leq 1; \\ |x|-1 & \text{при } |x| > 1. \end{cases}$

Определить точки разрыва функций и исследовать характер этих точек, если:

687. $y = \frac{x}{(1+x)^2}$. 688. $y = \frac{1+x}{1+x^3}$.

689. $y = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$. 690. $y = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}}$.

$$580. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\operatorname{ch} \frac{\pi}{n}}{\cos \frac{\pi}{n}} \right)^{n^2}.$$

565. Доказать, что

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_a x}{x^\varepsilon} = 0 \quad (a > 1, \varepsilon > 0).$$