

Серия 1.

В задачах 1.1 и 1.4 процесс $S(t)$ — это геометрическое броуновское движение на отрезке $[0, T]$ с параметрами $r > 0, \sigma > 0, S(0) = 1$. В графиках задач 1.2 и 1.3 число $e^{-r(T-t)}K$ должно находиться около середины отрезка, из которого берется x . Функция $c(t, x)$ (или $c(t, S(t))$) обозначает цену европейского колл опциона, посчитанного по формуле Блэка-Шоулза-Мертона.

Задача 1.1 Смоделировать процесс $S(t)$. Проверить экспериментально формулу для математического ожидания $MS(T)$. Увидеть зависимость скорости сходимости к математическому ожиданию от σ (т.е. зафиксировать число случайных траекторий N , увеличивать σ и следить за отклонением среднего от $MS(T)$).

Задача 1.2 Нарисовать графики $c(t, x)$ как функции от x при $t = 0, 0.5T, 0.8T, 0.99T$.

Задача 1.3 Нарисовать графики греческих параметров $\delta, \gamma, \theta, \kappa, vega, \rho$ как функций от x .

Задача 1.4 Рассмотрите портфель

$$X(t) = c(t, S(t)) - c_x(t, S(t))S(t),$$

где $c_x(t, S(t))$ — частная производная по x . Разделите отрезок $[0, T]$ точками $t_i = \frac{iT}{n}$, смоделируйте процесс $S(t)$ и постройте график портфеля $X(t)$ как функции от t в точках t_i . Постройте в том же окне график $e^{rt}X(0)$ как функции от t .