

Управление Финансовыми Портфелями - Лекции

Kasymkhan Khubiev

September 2023

Лектор Шнурников Игорь Николаевич

1 Введение

Курс состоит из трех частей:

1. Алгоритмические торговые стратегии (альфы или АТС)
2. Потроение портфелей на основе альф
3. Математические модели

Цель курса: какая математическая модель нужна?

Куда идти если хорошо освоил курс -> квант в хедж-фонде.

1.1 Алгоритмические торговые стратегии (АТС)

Программа на вход получает какие-то данные и на выходе возвращает вектор позиций по инструментам.

Мы будем работать на акциях Нью-Йоркской биржи. АТС хорошо работают на акциях крупных бирж и крипто валютах. Не работа/т на долговых бумагах.

Будем решать задачи: получаем датасет - строим АТС.

Определение: Инструмент - это акция/монета.

Пусть у нас есть N инструментов и позиция x :

Если $x > 0$, имеем длинную позицию = покупаем на x денег.

Если $x < 0$, имеем короткую позицию = продаем на x денег.

Обычно позицию считают в деньгах.

Ну и стараются брать значение позиции много больше единицы, т.е. достаточно большим, чтобы пренебречь остатком. Например, если цена акции 100, то x должно быть хотябы 10-20 тысяч.

Если разделить позицию на цену инструмента $price$, то получим кол-во актива в штуках, которым нужно проторговать. Например если d - это день, то $x(d) - x(d-1) \leq 2\%$

АТС работают хорошо, если имеется много ликвидных инструментов (высокочастотная торговля это другое, в ней применяются други подходы).

Пример:

Пусть у нас имеются следующие инструменты: Sber, Vtb, Alpha. Тогда:

$$\alpha = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$$

,

$$\Sigma \alpha = 0; \Sigma |\alpha| = 1$$

Обычно происходит так: утром до начала торгов альфа должна выдать вектор позиций, который передается исполнительному отделу. Там специалисты должны правильно распределить торги в течение дня, чтобы обеспечить к концу торгов позицию $\alpha(d)$, d - день.

Что такое влияние на рынок и влияем ли мы на него? Обычно вводят ограничения ну и какой-то разумный порог по продаже активов, чтобы не спровоцировать обвал. Если у нас есть какой-то инструмент и мы хотим выкупить некоторое количество акций этого инструмента для того, чтобы обеспечить позицию, то мы можем сами инициировать небольшой рост цены, но это краткосрочное колебание непосредственно не повлияет на рынок, ведь через "пару минут" после окончания наших сделок цена снова придет в исходное состояние.

По терминологии и заданию:

1. open - цена открытия (на начало торгов)
2. close - цена закрытия (на конец торгов)
3. high - наивысшая цена за весь день торгов
4. low - низшая цена за весь день торгов
5. volume - объем торгов в денежном эквиваленте

На вход альфа получает матрицу из пяти элементов по каждому инструменту по открытию торгов на каждый день. Выход - это позиция по каждому инструменту.

2 Альфы

2.1 Reverse alpha

Пример альфы:

$$\alpha_i = -\frac{close_i(d-1)}{close_i(d-6)} + 1,$$

это недельная доходность за 5 дней, т.к. учитываются только рабочие дни.

Определение: Доходность i -го инструмента равна:

$$Return_i(d) = \frac{close_i(d)}{close_i(d-1)} - 1$$

Пример: Имеем вектор позиций $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ - всего N инструментов, и сделаем из него альфу. Нужно чтобы выполнялось условие нейтральности $\sum x_i = 0$ и нормальности $\sum |x_i| = 1$. Сделаем это в два шага:

1. Нейтрализация: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$, $x'_i = x_i - \bar{x}$

Проверка:

$$\sum x'_i = \sum x_i - \bar{x} = \sum x_i - N\bar{x} = \sum x_i - N \frac{\sum x_i}{N}$$

2. Нормализация: $x^* = \sum |x_i|$, $x'_i = \frac{x_i}{x^*}$

Проверка:

$$\sum |x'_i| = \sum \left| \frac{x_i}{x^*} \right| = \frac{\sum |x_i|}{x^*} = 1$$

Здесь важна последовательность операций, которыми мы действуем на альфу: сначала нейтрализуем, потом делаем нормализацию. Нормализация не портит нейтрализацию, т.к. мы просто разделили вектор на положительно число.

Пример альфы: $\vec{\alpha} : \vec{\alpha}_i(d) = -\frac{close_i(d)}{close_i(d-1)} + 1$, но это пока сырой сигнал. Его нужно преобразовать в подходящий, тогда итоговый альфа:

$$\alpha = \text{normalize}(\text{neutrolize}(\alpha))$$

Конечно могут быть еще какие-нибудь промежуточные манипуляции.

Мы считаем доходность за неделю и делаем прогноз, но с предположением, если цена выросла, то она упадет и наоборот. Альфы этого типа называются Reversion (возврат). Они очень просто пишутся, но их главный минус в том, что такие альфы требуют большого количества торгов для получения профита.

2.2 Доходность

Пусть в день d имеем $\vec{\alpha}(d)$, который зависит от данных до $(d-1)$ включительно. Как рассчитать доходность всей альфы?

Для начала договоримся, что все доходы и убытки переводим на отдельный счет, что обеспечит постоянное значение плеча. Откуда получается доход? Прибыль = количество инструмента, который мы купили или продали, помножить на цену сделки.

Пример:

Пусть количество i -го инструмента такое, что $N(d-1) = \frac{\alpha_i(d-1)}{close(d-1)}$ и $N(d) = \frac{\alpha_i(d)}{close_i(d)}$,

тогда разница в количестве ценных бумаг равна $\delta N = N(d) - N(d-1)$ откуда рассчитаем доход:

$$Income_i = -\delta N * price_i(d),$$

где $price_i(d)$ - цена сделки, ее можно положить равно средне взвешенной цене.

Рассмотрим основные случаи:

1. если покупаем long => тратимся.
2. если продаем long => зарабатываем
3. если увеличиваем short => зарабатываем
4. если уменьшаем (закрываем) short => тратимся

Определение: Средне взвешенная цена сделки равна:

$$vwap_i = \sum_k \frac{price_{ik} - volume_{ik}}{\sum_k volume_{ik}}$$

Утверждение 1: Итоговая прибыль альфы $\vec{\alpha}(d)$ равна:

$$Income(\alpha(d)) = \sum_i^N Income(\alpha_i(d)) = \sum_i^N -(\frac{\alpha_i(d)}{close_i(d)} - \frac{\alpha_i(d-1)}{close_i(d-1)}) * vwap_i(\alpha)$$

При этом было сделано несколько предположений:

1. Нет комиссий.
2. Средняя цена сделки равна $vwap_i(\alpha)$

Утверждение 2:

$$\sum_i^N -(\frac{\alpha_i(d)}{close_i(d)} - \frac{\alpha_i(d-1)}{close_i(d-1)}) * vwap_i(\alpha) = holding_{pnl} + trading_{pnl},$$

где

$$holding_{pnl} = \sum_i^N \alpha_i(d-1) * return_i(d) = (\vec{\alpha}(d-1), \vec{r}(d))$$

$$trading_{pnl} = \sum_{i=0}^N (\frac{\alpha_i(d)}{close_i(d)} - \frac{\alpha_i(d-1)}{close_i(d-1)}) (close_i(d) - vwap_i(\alpha))$$

$$\vec{r}(d) = (return_1(d), return_2(d), \dots, return_N(d) - Income - vector$$

Доказательство:

$$\begin{aligned}
& \Sigma_i^N - \left(\frac{\alpha_i(d)}{close_i(d)} - \frac{\alpha_i(d-1)}{close_i(d-1)} \right) * vwap_i(\alpha) \\
&= \Sigma_i^N \left(\frac{\alpha_i(d)}{close_i(d)} - \frac{\alpha_i(d-1)}{close_i(d-1)} \right) * (close_i(d) - close_i(d) - vwap_i(\alpha)) = \\
& \Sigma_i^N - (\alpha_i(d) + \alpha_i(d-1) \frac{close_i(d)}{close_i(d-1)}) + holding_{pnl} = \\
& \Sigma_i^N - (\alpha_i(d) + \alpha_i(d-1) \left(\frac{close_i(d)}{close_i(d-1)} + 1 - 1 \right)) + holding_{pnl} = \\
& \Sigma_i^N - \alpha_i(d) + \Sigma_i^N \alpha_i(d-1) + holding_{pnl} + trading_{pnl} = holding_{pnl} + trading_{pnl}
\end{aligned}$$

Замечание: Обычно при проектировании альфа учитывается только $holding_{pnl}$, т.к. $trading_{pnl}$ составляет только 15% от совокупной доходности при обороте в 15-20%, т.е. им последним можно пренебречь.

Будем считать, что Доходность (от владения) $\alpha(\vec{d})$ - это $pnl(\alpha)$ - 'profit and loss'.

Определение: Накопленная доходность равна:

$$cumpnl(k) = \sum_{\alpha=1}^k pnl(\alpha)$$

Далее для каждой альфы нужно будет рисовать график накопленной доходности. Но не стоит забывать про $bias$ - систематическую ошибку. Поэтому важно считать прибыль за день d только в день $d+1$.

2.3 Оборот

Определение: Оборот $\vec{\alpha}(d)$ равен:

$$turnover(\alpha) = \sum_{i=1}^N |\alpha_i(d) - \alpha_i(d-1)|$$

Иными словами оборот - это та часть портфеля, которая была задействована в торгах.

Определения: Коэффициент Шарпа для известного вектора доходности альфы $pnl = (pnl_1, pnl_2, \dots, pnl_T)$ за T дней:

$$Sharpe = \frac{mean(pnl)}{std(pnl)} \sqrt{T},$$

где $mean(pnl) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T pnl_i$ - выборочное среднее,
 $std(pnl) = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^T (pnl_i - mean(pnl))^2}$ - выборочная дисперсия

Коэффициент Шарпа показывает гладкость графика кумулятивной доходности - чем больше шарп - тем плавнее график - медленный, но стабильный доход.

Рассмотрим несколько вариантов:

1. $\text{sharpe} > 1.5 \Rightarrow$ очень хорошо
2. $\text{sharpe} > 1. \Rightarrow$ хорошо
3. $0.7 < \text{sharpe} < 1. \Rightarrow$ нормально
4. $\text{sharpe} < 0.7 \Rightarrow$ плохо

Теперь обсудим чему равны максимальное и минимальное значения оборота:

$$\text{max} = 2, \text{min} = 0$$

При этом $\text{turnover} = 0$ означает, что позиции не были изменены, ну и $\text{turnover} = 2$ достигается тогда и только тогда, когда $\alpha_i(d-1) * \alpha_i(d) \leq 0$ - т.е. разных знаков.

Как оптимизировать оборот? Слишком большой оборот это плохо, т.к. чем больше оборот, тем больше комиссии заплатим. Потому хотим платить как можно меньше.

Определение: Десау (Замедление) - операция уменьшения оборота. Выполняется в несколько шагов:

Шаг 1. получаем альфы за весь период: $\alpha(d), \alpha(d-1), \dots, \alpha(d-t)$

Шаг 2. составляем их линейную комбинацию: $\bar{\alpha}(d) = \sum \lambda_i \alpha(d-i) = \alpha(d) + \frac{t}{t+1} \alpha(d-1) + \frac{t-1}{t+1} \alpha(d-2) + \dots + \frac{1}{t+1} \alpha(d-t)$ - коэффициенты арифметической прогрессии. Полученная альфа нейтральная, так как каждая альфа в сумме нейтральна по отдельности.

Шаг 3. Нормализуем и получаем финальную альфу $\alpha_* = \text{normalize}(\bar{\alpha})$

2.4 Виды Альф

1. Reversion (возврат) - много и легко пишутся.
2. Momentum (тренд) - трудно сделать хорошее решение.
3. fundamental (используются финансовые отчеты) - income statement, balance sheet, cash flow, etc.
4. news, social (новостные) - долго и сложно делать.
5. merges (сделки) -
6. analysis (аналитики) - хороший

В чем разница между Reversion и Momentum и почему эти две разные (почти противоположные) модели живут одновременно? Reversion предполагает, что за ростом цены обязательно следует падение, но рассматривает короткий интервал времени 1-20 дней, когда Momentum предполагает, что в среднем цена будет только расти, но рассматривает более длительный период времени 6-12 месяцев.

2.5 Максимальная просадка

Определение: Выборочная просадка равна:

$$drawdown(T) = \max_{0 < t_1 < t_2 < T} (cum pnl(t_1) - cum pnl(t_2))$$

Хотим оптимизировать, чтобы подсчет максимальной просадки выполнялся за линейной (один цикл) время. Для этого надо понимать, что просадка происходит в моменты падения функции, т.е. если идет рост функции, то и просадку искать нет смысла. Тогда алгоритм будет таким:

1. Создаем две переменные для хранения значения максимальной просадки и максимальной накопленной доходности.
2. Начинаем бегать по элементам вектора накопленной доходности.
 - 2.1.Если в текущий момент времени доходность больше максимальной - перезаписываем и идем в следующий шаг цикла так как идет рост и ловить нечего,
 - 2.2.иначе проверяем просадку, если она больше максимальной - перезаписываем и идем в следующий шаг цикла,
 - 2.3.если ни одно из условий не выполнено, просто делаем следующий шаг по циклу.

Итак для каждой альфы необходимо привести следующие данные:

1. график *cum pnl*,
2. *pnl* по каждому году за 5 лет,
3. *turnover* по каждому году за 5 лет,
4. *drawdown* по каждому году за 5 лет.

2.6 Усечка/Truncate

Иногда альфы могут давать не самые корректные значения, например, попытаются вложить 90% всех денег в один инструмент. Но такой дисбаланс в портфеле может вызвать сильные колебания. Для этого применяется метод учетки, когда слишком большие значения урезаются и перераспределяют капитал между остальными.

Есть какое-то пороговое значение *threshol*d, и необходимо чтобы на каждый инструмент приходилось не более пороговой доли от всего портфеля. Т.е. $|\alpha_i| \leq threshols$

Действуем в несколько шагов:

1. все инструменты для которых $|\alpha_i| > threshol$ d заменяем на $threshol \times sign(\alpha_i)$
2. все длинные позиции растягиваем в 0.5 и все короткие позиции растягиваем в -0.5:

$$sum_{long} = \sum_{\alpha_i > 0, \bar{\alpha}_i} = \frac{\alpha_i}{2sum_{long}}$$

$$sum_{short} = -\Sigma_{\alpha_i < 0, \overline{\alpha_i}} = \frac{\alpha_i}{2sum_{short}}$$

Иногда получается так, что некоторые позиции даже после учечки получаются немного больше, чем пороговое значение. Чтобы с этим справиться нужно взять заранее немного меньше чем заявленное пороговое значение и проделать несколько итераций, пока не получим удовлетворительный результат.