БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет прикладной математики и информатики

Отчет

Методы численного анализа

Лабораторная работа 1

Выполнила

Юрковская Екатерина Артуровна

Студентка 2 курса 3 группы

Минск 2020

1) Постановка задачи.

Имеется система нелинейных уравнений вида

$$A_0 x_0^i + \ldots A_m x_m^i = g_i, \qquad i = 0, \ldots, 2m+1. \tag{1}$$

Здесь $\{A_k\}_{k=0}^m$, $\{x_k\}_{k=0}^m$ – неизвестные величины, $\{g_i\}_{i=0}^{2m+1}$ – числовые коэффициенты. Формулы, по которым вычисляются эти коэффициенты, а также значения m для каждого варианта приведены в таблице 1.

Задание:

- Реализовать метод Ньютона для решения системы .
- Провести вычислительных эксперимент: взяв несколько различных начальных приближений, при которых итерационный процесс сходится, найти решение системы с точностью 10^{-10}
- Построить логарифмические диаграмы сходимости.

В отчет включить: необходимые теоретические сведения, использованные начальные приближения, полученное решение, диаграммы сходимости и исходный код программы.

Примечание: $g_i = \int_{-1}^{1}(1-x)(1+x)x^i dx$, m=1 (вариант 12)

2) Теоретические сведения

Метод Ньютона не требует предварительного преобразования к виду, пригодному для итераций. Введем вектор ошибки $\varepsilon^k = x^\infty - x^k$. Тогда для его определения имеем задачу

$$f(x^k + \varepsilon^k) = 0.$$

Разложим левую часть по формуле Тейлора, ограничившись только линейными членами:

$$f(x^k) + \frac{\partial f(x^k)}{\partial x}\varepsilon^k \approx 0.$$

Некоторое приближение Δx^k значения ε^k ($\Delta x^k \approx \varepsilon^k$) можно получить из системы линейных алгебраических уравнений

$$\frac{\partial f(x^k)}{\partial x}\Delta x^k = -f(x^k).$$

Если матрица Якоби невырожденная, то Δx^k можно найти единственным образом и получить новое приближение:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k. \qquad [1, с 3].$$

1) Начальные приближения и Матрица Якоби для нелинейной системы.

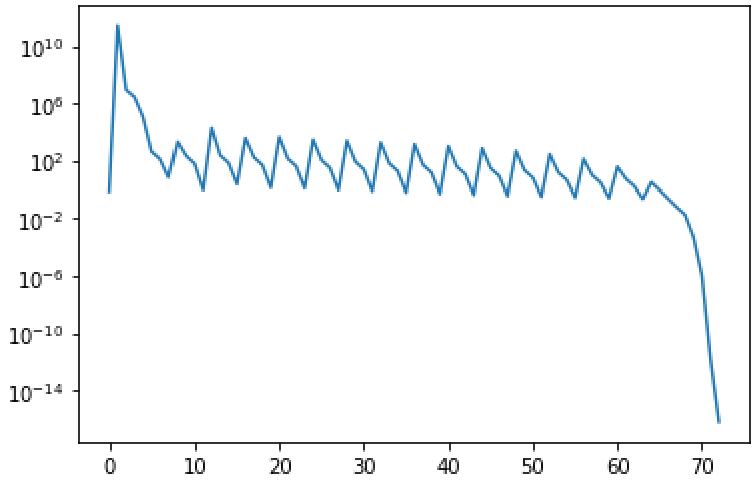
Входные данные: вектор $X = [x_0, x_1, x_2, x_3]$, где $x_0 = A_0,\ x_1 = \mathrm{x}_0,\ x_2 = A_1,\ x_3 = \mathrm{x}_1$, где $x_i \epsilon [0,1]$.

Матрица Якоби:

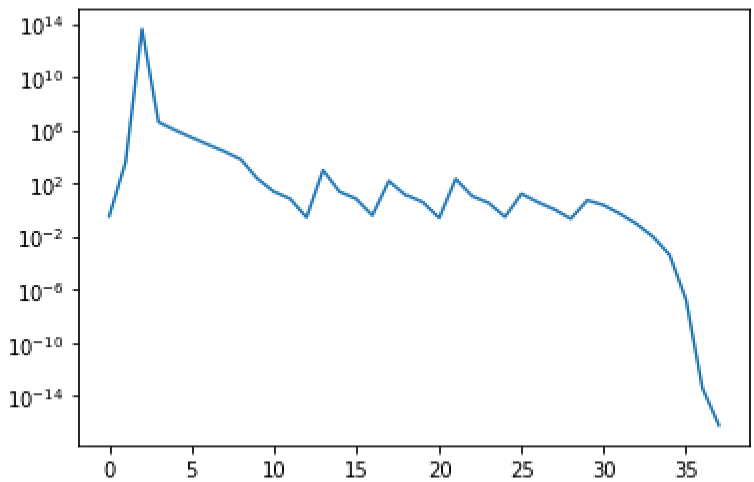
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ x1 & x0 & x3 & x2 \\ x1*x1 & 2*x1*x0 & x3*x3 & 2*x2*x3 \\ x1*x1*x1 & 3*x1*x1*x0 & x3*x3*x3 & 3*x3*x3*x2 \end{pmatrix}$$

2) Результаты:

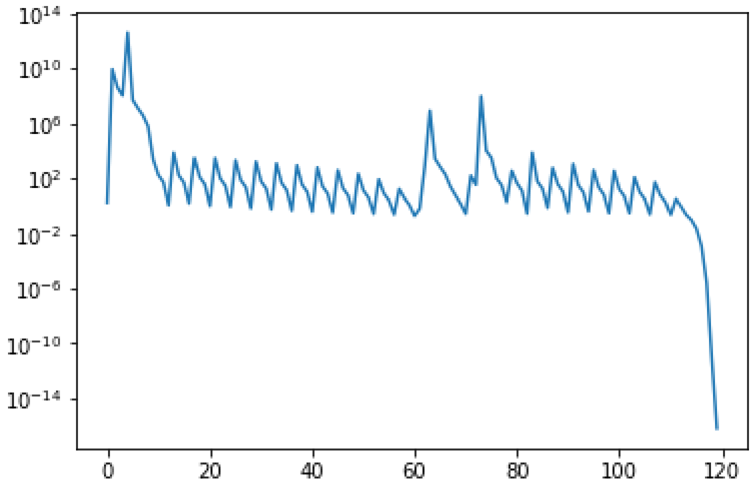
```
[[0.05425285 0.72931167 0.95894504 0.5868831 ]]
[[ 0.66666667  0.4472136   0.66666667 -0.4472136 ]]
```




```
[[0.59603274 0.23240118 0.85374365 0.08764064]]
[[ 0.66666667 -0.4472136   0.66666667  0.4472136 ]]
```



```
[[0.996936   0.72446957 0.70407856 0.82061175]]
[[ 0.66666667 -0.4472136   0.66666667  0.4472136 ]]
```



3) Исходный код программы.

```
import scipy as sf
import numpy as np
import random
import matplotlib.pyplot as plt

def F(x) :
    return np.array([
        [x[0][0] + x[2][0] - 4 / 3],
            [x[0][0] * x[1][0] + x[2][0] * x[3][0]],
            [x[0][0] * x[1][0] * *2 + x[2][0] * x[3][0] * *2 - 4 / 15],
            [x[0][0] * x[1][0] * *3 + x[2][0] * x[3][0] * *3]
    ] )

    def W(x) :
        return np.array([
            [1, 0, 1, 0],
                [x[1][0], x[0][0], x[3][0], x[2][0]],
                [x[1][0] * *2, 2 * x[0][0] * x[1][0], x[3][0] * *2, 2 * x[2][0] * x[3][0]],
                [x[1][0] * *3, 3 * x[0][0] * x[1][0] * *2, x[3][0] * *3, 3 * x[2][0] * x[3][0]*
*2]
        ] )


        x = np.array([[random.random() for i in range(4)]] ).T
            #x = np.array([[1], [0.5], [1], [1]] )
            x_k = np.zeros((4, 1))
            eps = 10 * *(-10)
            k = 0
            gr = ([np.linalg.norm(F(x))])

            print(x.T)

            while (np.linalg.norm(x - x_k) >= eps) :
                x_k = x
                x = x - (np.linalg.inv(W(x))).dot(F(x))
                k = k + 1
                gr.append(np.linalg.norm(F(x)))


                print(x.T)
```

```
#print(gr)

dots = [i for i in range(0, k + 1)]

plt.semilogy(dots, gr)
plt.show()
```

Список использованной литературы:

1. Лиходед Н.А Лекции «Вычислительные методы алгебры. Нелинейные системы» - с.3 https://drive.google.com/open?id=1Yp26jW5bvpFT2pOAvVUEF9_SpG0ezglD