

WEAlIB	Imię i nazwisko 1.Katarzyna Wilk 2.Michaela Klimek	Rok 2021	Grupa: 3a	Zespół: 4
Pracownia Fizyczna WFIS AGH	Temat:  <b>Moduł Younga</b>			Nr ćwiczenia: 11
Data wykonania: 25.11.2021	Data oddania: 02.12.2021	Zwrot do popr.:	Data oddania:	Data zaliczenia:
				Ocena:

## Cel ćwiczenia

Wyznaczenie modułu Younga dla drutów stalowego i mosiężowego oraz wyznaczenie ich niepewności.

## Wstęp teoretyczny

Prawo Hooke'a określa zależność odkształcenia od naprężenia. Odkształcenie ciała pod wpływem działającej na nie siły jest proporcjonalne do tej siły:

$$F(x) = -kx. \quad (1)$$

Odkształcenie, które występuje po usunięciu siły, która je spowodowała to odkształcenie sprężyste. Wśród odkształceń sprężystych można wyróżnić rozciąganie, ściskanie i skręcanie.

Moduł Younga  $E$  oblicza się ze wzoru:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}, \quad (2)$$

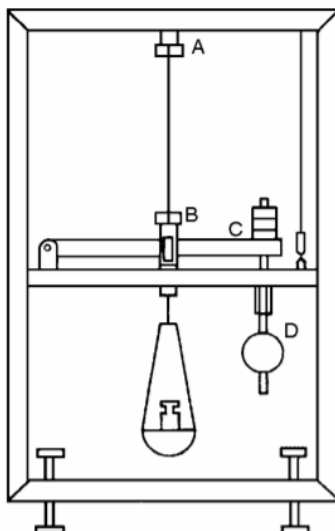
Gdzie  $\sigma$  to naprężenie, czyli siły wewnętrzne w wybranym punkcie, a  $\epsilon$  to odkształcenie względne, czyli stosunek wydłużenia do pierwotnej długości. Robocza wersja modułu Younga, z której będziemy korzystać w tym doświadczeniu, ma postać:

$$E = \frac{4l}{\pi d^2 \alpha}. \quad (3)$$

Wzór został przekształcony na potrzeby obliczania modułu Younga przy pomocy drutu.

## Aparatura

Do wykonania ćwiczenia użyto poniższego statywu:



Rys 1. Schemat statywu.

Badany drut jest przymocowany do końców A i B. Uchwyt B łączy drut z szalką znajdującą się poniżej poprzeczki statywu. Za pomocą czujnika mikrometrycznego D (niepewność 0,01 mm) zmierzono wydłużenie drutu. Dźwignia C łączy badany drut z czujnikiem D. W naszym statywie pręt i szalka są zamontowane w połowie odległości między osią obrotu a punktem styku z czujnikiem, więc zmiany długości drutu są w rzeczywistości dwa razy mniejsze od zmian długości podawanych przez czujnik.

Długość drutu mierzymy linijką z podziałką milimetrową (niepewność 0,1 cm), a średnicę mikrometrem (niepewność 0,01 mm).

## Analiza wyników

### Mosiądz

Długość drutu  $l$ : 107 cm

Niepewność  $u(l)$ : 0,1cm

Średnica drutu  $d$  (3 pomiary): 0,79 mm      0,78 mm      0,77 mm

Średnia średnica drutu: 0,78 mm

Niepewność  $u(d)$ : 0,01 mm

Masa odważników [kg]	Siła $F$ [N]	Wskazanie czujnika $\uparrow$ [mm]	Wskazanie czujnika $\downarrow$ [mm]	Wydłużenie średnie $\Delta l$ [mm]
1	9,81	0,62	0,67	0,3225
2	19,62	1,09	1,17	0,565
3	29,43	1,56	1,61	0,7925
4	39,24	1,95	2,03	0,995
5	49,05	2,22	2,48	1,175
6	58,86	2,64	2,64	1,32

Tab 1. Wyniki pomiarów dla mosiądzu.

Średnią wartość wydłużenia obliczono korzystając ze wzoru

$$\Delta l = (cz \uparrow + cz \downarrow) / 4. \quad (4)$$

Następnie wyniki pomiarów przedstawiono na wykonanym w pracowni, dołączonym wykresie (wykres 1).

$$a = 0,02045 \text{ [mm/N]}$$

$$u(a) = 0,00089 \text{ [mm/N]}$$

Korzystając ze wzoru (3) obliczono wartość modułu Younga dla mosiądzu:

$$E_m = \frac{4l}{\pi d^2 a} = \frac{4 * 1,07 \text{ [m]}}{\pi * (0,00078 \text{ [m]})^2 * 0,00002045 \text{ [m/N]}} = 109,499309 \text{ [GPa]}$$

Oraz niepewność modułu:

$$\begin{aligned} \frac{u_c(E_m)}{E_m} &= \sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(-2 \frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(-\frac{u(a)}{a}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{0,001 \text{ [m]}}{1,07 \text{ [m]}}\right)^2 + \left(-2 \frac{0,00001 \text{ [m]}}{0,00078 \text{ [m]}}\right)^2 + \left(-\frac{0,00000089 \text{ [m/N]}}{0,00002045 \text{ [m/N]}}\right)^2} \\ &= 0,05052 \end{aligned}$$

$$u_c(E_m) = 0,05052 * 109,499309 \text{ [GPa]} = 5,5 \text{ [GPa]}$$

$$U_c(E_m) = 2 * u_c(E_m) = 11 \text{ [GPa]}$$

Ostatecznie:

$$E_m = (109,5 \pm 11) \text{ [GPa]}$$

## Stal

Długość drutu  $l$ : 106,7 cm

Niepewność  $u(l)$ : 0,1cm

Średnica drutu  $d$  (3 pomiary): 0,77 mm      0,79 mm      0,79 mm

Średnia średnica drutu: 0,78 mm

Niepewność  $u(d)$ : 0,01 mm

Masa odważników [kg]	Siła $F$ [N]	Wskazanie czujnika $\uparrow$ [mm]	Wskazanie czujnika $\downarrow$ [mm]	Wydłużenie średnie $\Delta l$ [mm]
1	9,81	1,06	1,23	0,5725
2	19,62	1,71	1,91	0,905
3	29,43	2,05	2,4	1,1125
4	39,24	2,38	2,76	1,285
5	49,05	2,72	2,95	1,4175
6	58,86	3,06	3,23	1,5725

7	68,67	3,42	3,5	1,73
8	78,48	3,71	3,77	1,87
9	88,29	3,88	3,88	1,94

Tab 2. Wyniki pomiarów dla stali.

Średnią wartość wydłużenia obliczono korzystając ze wzoru (4).

Następnie wyniki pomiarów przedstawiono na wykonanym w pracowni, dołączonym wykresie (wykres 2).

$$a=0,0152 \text{ [mm/N]}$$

$$u(a) = 0,0017 \text{ [mm/N]}$$

Korzystając ze wzoru (3) obliczono wartość modułu Younga dla stali:

$$E_s = \frac{4l}{\pi d^2 a} = \frac{4 * 1,067 \text{ [m]}}{\pi * (0,00078 \text{ [m]})^2 * 0,0000152 \text{ [m/N]}} = 146,9067479 \text{ [GPa]}$$

Oraz niepewność modułu:

$$\begin{aligned} \frac{u_c(E_s)}{E_s} &= \sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(-2 \frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(-\frac{u(a)}{a}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{0,001 \text{ [m]}}{1,067 \text{ [m]}}\right)^2 + \left(-2 \frac{0,00001 \text{ [m]}}{0,00078 \text{ [m]}}\right)^2 + \left(-\frac{0,0000017 \text{ [m/N]}}{0,0000152 \text{ [m/N]}}\right)^2} \\ &= 0,1147 \end{aligned}$$

$$u_c(E_s) = 0,1147 * 146,9067479 \text{ [GPa]} = 17 \text{ [GPa]}$$

$$U_c(E_s) = 2 * u_c(E_s) = 34 \text{ [GPa]}$$

Ostatecznie:

$$E_s = (147 \pm 34) \text{ [GPa]}$$

## Wnioski

Dla miedzi wartość tablicowa modułu Younga to 100 GPa a dla stali 210 – 220 GPa. Chociaż wyniki zgadzają się dla miedzi, to wyniki otrzymane dla stali znacznie się różnią od tablicowych. Powodem tego może być fakt, że druty były pocięte, przez co niemożliwe było zmierzenie jego długości bez rozciągania go. Oprócz tego za każdym razem, gdy podłoga drgała (np. ktoś przechodził w pobliżu), przesuwała się wskazówka czujnika mikrometrycznego.