

1. Um comerciante pretende obter uma quantidade não superior a 5 toneladas de certo produto que pode ser encomendada a duas fábricas A e B. A fábrica A garante um lucro de 4 contos por tonelada, mas não pode fornecer mais de 3 toneladas. A fábrica B garante um lucro de 3.5 contos por tonelada, e pode fornecer qualquer quantidade.

Admitindo que o comerciante pretende obter o lucro máximo, formule o seu problema em programação matemática.

2. Uma companhia especializada no fabrico de vídeos produz dois tipos de aparelhos: com duas cabeças e com quatro cabeças de leitura. A montagem dos aparelhos de duas cabeças é efetuada na linha de produção 1, e requer 5 componentes. Os de quatro cabeças são montados na linha 2, requerendo 6 componentes.

Os componentes são fornecidos por outro fabricante, em quantidade limitada a 600 componentes por dia.

A companhia tem 160 empregados, sendo necessário 1 homem durante um dia para montar um vídeo com duas cabeças e 2 homens durante um dia para montar um vídeo com quatro cabeças. Equacionados os custos de mão de obra e material, a receita obtida é uma função do número de vídeos de cada tipo produzidos:

$$f(x, y) = 32x + 8y + xy - \frac{x^2}{2} - y^2$$

em que x e y são os números de vídeos com duas e quatro cabeças produzidos diariamente, respetivamente.

Tendo em atenção que esta companhia quer encontrar um plano de produção diária de vídeos que maximize a receita, traduza matematicamente este problema.

3. Uma firma de exportação de sementes pretende satisfazer a sua carteira de encomendas. Em alguns casos, é conveniente enviar as encomendas por correio. Os CTT exigem que as caixas utilizadas tenham formato de um paralelepípedo retângulo, obedecendo às seguintes regras:

- O comprimento não pode exceder 42 cm, e a soma do comprimento com a largura não pode exceder 72 cm.
- A altura tem de ser inferior ou igual à largura, e esta não pode exceder o comprimento.

Qual será o maior volume de sementes que pode ser enviado numa única encomenda postal que obedeça a estes regulamentos?

4. Uma fábrica produz dois tipos de tecido usando 3 cores diferentes de lã. Para cada metro de tecido, são necessárias as seguintes quantidades de lã (em gramas):

| Lã | Tecido A | Tecido B |
|---------|----------|----------|
| amarela | 400 | 500 |
| verde | 500 | 200 |
| preta | 300 | 800 |

A fábrica dispõe apenas de 100 kg de lã amarela, 100 kg de lã verde e 120 kg de lã preta. O gestor desta fábrica pretende determinar como estabelecer a produção, supondo que lucra 500\$/m no tecido A e 200\$/m no tecido B. Formule o seu problema.

5. Uma fábrica de aços tem que decidir como utilizar o tempo da semana seguinte num moinho. O moinho utiliza restos de aço, podendo produzir fitas ou bobinas. As fitas podem ser produzidas à razão de 200 toneladas por hora, e as bobinas à razão de 140 toneladas por hora. Os lucros obtidos são de 25 contos por tonelada com as fitas e de 30 contos por tonelada com as bobinas. Atendendo à carteira de encomendas, a produção máxima na semana seguinte é de 6000 toneladas para fitas e de 4000 toneladas para bobinas.

Se nessa semana se dispuser de 40 horas de produção, quantas toneladas de cada um dos produtos deverão ser produzidas de forma a maximizar o lucro? Formule o problema.

6. Considere o problema da escolha de comida, de forma a satisfazer certas exigências nutricionais. Os pratos disponíveis são os seguintes, com preços indicados em escudos:

| | Prato | Preço |
|---|------------|-------|
| 1 | Bife | 319 |
| 2 | Frango | 259 |
| 3 | Peixe | 229 |
| 4 | Hamburger | 289 |
| 5 | Macarrão | 189 |
| 6 | Empada | 199 |
| 7 | Esparguete | 199 |
| 8 | Peru | 249 |

Estes pratos fornecem as seguintes percentagens (por prato) dos mínimos diários necessários em vitaminas A, C, B1, e B2:

| | A | C | B1 | B2 |
|------------|----|----|----|----|
| Bife | 60 | 20 | 10 | 15 |
| Frango | 8 | 0 | 20 | 20 |
| Peixe | 8 | 10 | 15 | 10 |
| Hamburger | 40 | 40 | 35 | 10 |
| Macarrão | 15 | 35 | 15 | 15 |
| Empada | 70 | 30 | 15 | 15 |
| Esparguete | 25 | 50 | 25 | 15 |
| Peru | 60 | 20 | 15 | 10 |

O problema é encontrar a combinação de pratos que satisfaça as exigências alimentares de uma semana (700% do mínimo diário) com o custo mínimo. Formule-o em programação matemática.

7. Há três fábricas localizadas junto ao rio Leça (1, 2 e 3), cada uma das quais emitindo dois tipos de poluentes (1 e 2) para o rio. Se houver um processamento dos resíduos emitidos, a poluição no rio poderá ser reduzida.

O processamento dos resíduos da fábrica 1 custa 15 euro por tonelada, e cada tonelada processada reduz a quantidade de poluente 1 em 0.1 toneladas, e a quantidade de poluente 2 em 0.45 toneladas.

Quanto ao processamento dos resíduos da fábrica 2, o seu custo é de 10 euro por tonelada, e cada tonelada processada reduz a quantidade de poluente 1 em 0.2 toneladas, e a quantidade de poluente 2 em 0.25 toneladas.

Para a fábrica 3, o processamento dos resíduos custa 20 euro por tonelada, e a cada tonelada processada corresponde uma redução da quantidade de poluente 1 de 0.4 toneladas, e da quantidade de poluente 2 de 0.3 toneladas.

O estado pretende reduzir a quantidade de poluente 1 no rio em pelo menos 30 toneladas, e a quantidade de poluente 2 em pelo menos 40 toneladas.

Formule o programa linear que permite minimizar o custo de reduzir a poluição nos montantes desejados. Indique se as hipóteses da programação linear se verificam neste caso.