Міністерство освіти та науки України

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Звіт

до лабораторної роботи №1:

«Побудова наближеного розв’язку для

крайової задачі за допомогою

проекційно-варіаційних методів»

студентки 4 курсу

групи ОМ-4

Дубської Катерин

м. Київ

**Постановка задач**

Нехай задано диференціальне рівняння другого порядку:

з крайовими умовами

Тут

Необхідно наближено розв’язати рівняння методом найменших квадратів та методом колокацій.

Точний розв’язок задачi:

**Теоретична частина**

1. *Метод Колокацій*

Розглянемо задачу вигляду , - банахові простори.

Вихідну задачу заміняємо на , де - оператор проектування.

Краєві умови задачі зводимо до однорідних і вибираємо координатну систему функцій , щоб вона була повною, лінійно-незалежною.

Тоді -лінійна оболонка.

В просторі виберемо – лінійно-незалежні, проекційні функції, які утворюються замкнену систему функцій. Тоді - лінійна оболонка, яка базується на цих проекціях.

Розв’язок шукаємо у вигляді

Тоді будемо мати:

Оскільки - лінійні, то отримаємо СЛАР, з якої знайдемо коефіцієнти :

Якщо система – чебишевська система функцій, тоді матриця має визначник відмінний від нуля і розв’язок єдиний. Точки, у яких рівняння виконується точно, називаються точками колокацій.

1. *Метод найменших квадратів*

Маємо задачу - лінійний оператор. Нехай існує єдиний розв’язок задачі . Згідно з ідеєю варіаційних методів, нашу задачу зводимо до мінімізації функціоналу .

Отже, . Тоді ,

Враховуючи загальний вигляд , отримаємо .

Розв’язок шукаємо у вигляді

І метод приводить до розв’язання системи рівнянь

Тут

За теоремою про збіжність метод найменших квадратів буде збігатися до розв’язку початкової задачі, якщо система функцій задовольняє:

1. Система функцій – повна в просторі ;
2. .

**Практична частина**

*Постановка варіанту і попередня обробка*

*Варіант 1*

Нехай

Тоді:

𝛼1, 𝛼2 > 0

Точний розв’язок має вигляд

Для обох методів матимемо неоднорідні крайові умови. Відповідно, їх потрібно звести до однорідних. Для цього розв’язок шукаємо у вигляді

де

Функцію вибираємо так, щоб вона задовольняла неоднорідним крайовим умовам, а функція задовольняє однорідним крайовим умовам. Для знаходження коефіцієнтів підставимо функцію в крайові умови і розв’яжемо отриману систему рівнянь.

Розпишемо дану систему:

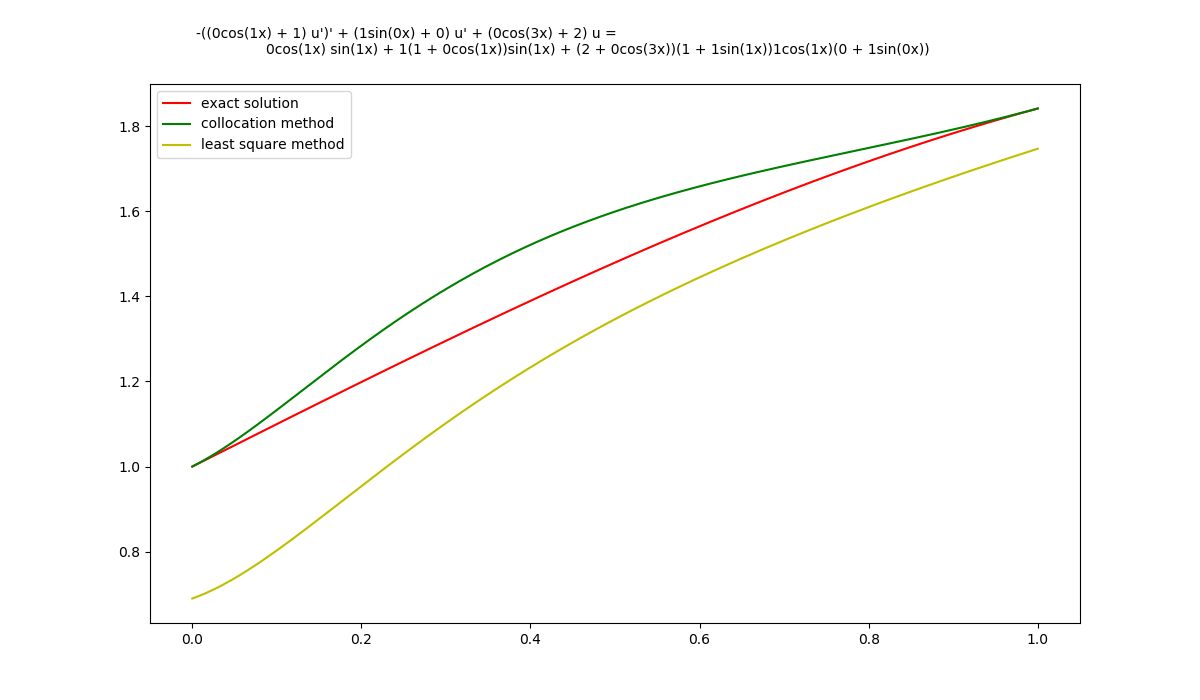
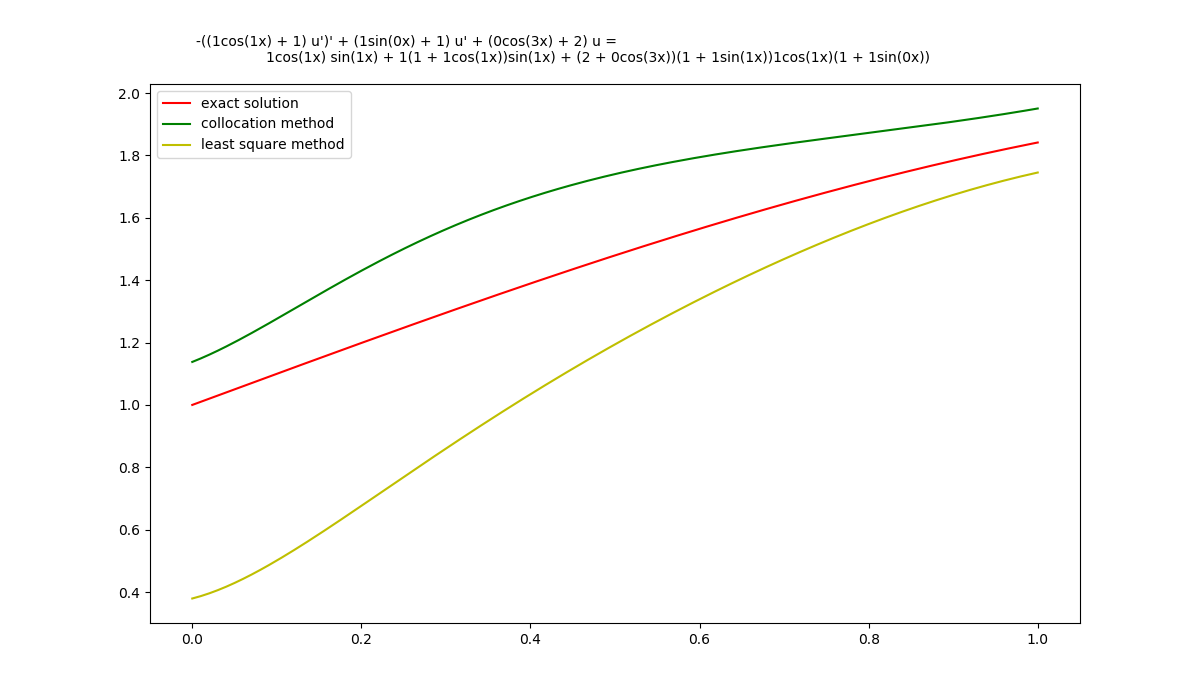
Після цього перерахуємо функцію *f* для того, щоб знайти вигляд рівняння для

Задаємо систему базових функцій у наступному вигляді:

Для знаходження невідомих коефіцієнтів розв’язуємо рівняння:

Отримаємо

*Демонстрація виконання програми*

**