

# Zeitlich stabile blue noise Fehlerverteilung im Bildraum für Echtzeitanwendungen

Bachelorarbeit von

**Jonas Heinle**

An der Fakultät für Informatik  
Institut für Visualisierung und Datenanalyse,  
Lehrstuhl für Computergrafik

27. November 2019

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Prelude</b>	<b>1</b>
1.1 Abstract . . . . .	1
1.2 Einleitung . . . . .	2
<b>2 Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1 Path Tracer . . . . .	3
2.1.0.1 Funktionsweise . . . . .	3
2.1.0.2 Monte-Carlo-Integration . . . . .	4
2.2 Blue Noise . . . . .	5
2.2.1 Eigenschaften . . . . .	5
2.2.1.1 Uniformität . . . . .	5
2.2.1.2 Isotropie . . . . .	6
2.2.1.3 Niedrige Frequenzen . . . . .	6
2.2.1.4 Kachelung . . . . .	7
2.3 Quasi-Zufallsfolgen . . . . .	8
2.3.1 Einleitung . . . . .	8
2.3.2 1-Dimension . . . . .	8
2.3.3 2-Dimensionen . . . . .	8
2.3.4 Dither Texturen und quasi-zufällige Folgen . . . . .	8
<b>3 Temporaler Algorithmus</b>	<b>9</b>
3.1 Sorting . . . . .	9
3.2 Retargeting . . . . .	10
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>11</b>

# 1. Prelude

## 1.1 Abstract

Die Strahlverfolgung und dazugehörige Techniken gewinnen gegenwärtig in der Echtzeitcomputergrafik an Bedeutung. Dabei haben bereits frühere Arbeiten die blue noise Fehlerverteilungen miteinbezogen und deren Bedeutung in der Steigerung der wahrnehmbaren Bildqualität hervorgehoben und verdeutlicht. Diese Arbeit wird diesen Stand aufnehmen und einen zeitlich stabilen Algorithmus erläutern. Ein Algorithmus, der mit Anzahl der Samples und Dimension des Tracers einhergeht. Im Gegensatz zu vorhergehenden Ansätzen wollen wir direkt im Bildraum eine Fehlerumverteilung anwenden, um so eine entsprechend korrelierte Pixelfolge zu erhalten. All dies erreicht der Algorithmus ohne signifikanten Mehraufwand.

## 1.2 Einleitung

## 2. Grundlagen

### 2.1 Path Tracer

#### 2.1.0.1 Funktionsweise

Bei der Bilderzeugung, ausgehend von Szenen, welche viel Geometrie beinhalten bzw. bei Szenen die generelle BRDF's verwenden eignet sich der Path Tracer. Der Path Tracer ist in Hinsicht der Beleuchtung komplett. Deshalb lässt sich damit *Global Illumination* erreichen. Der hier verwendete Path Tracer in [BYF<sup>+</sup>18] verwendet eine klassische Umsetzung.

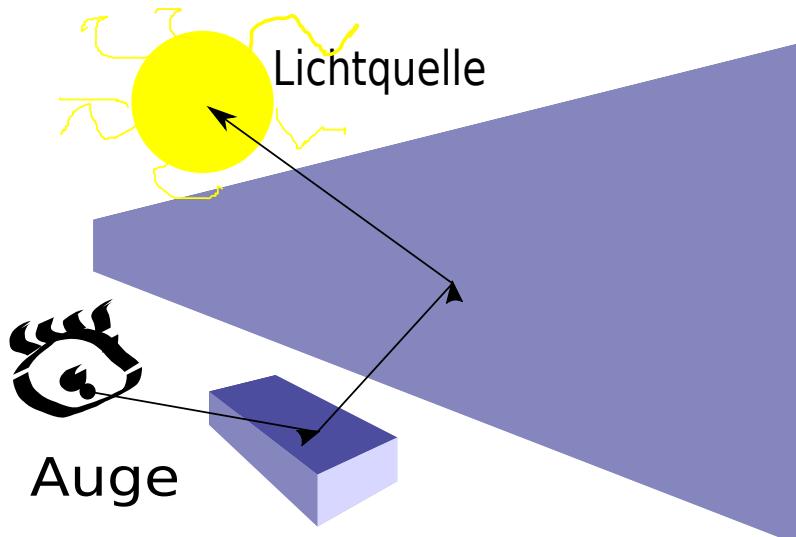


Abbildung 2.1: Grundkonzept path tracer

Ausgehend von der Rendergleichung 2.1 vorgestellt in [Kaj86] lässt sich die vollständige Transportgleichung 2.2 des Path Tracer beschreiben.

$$I(x, x') = g(x, x') * \left[ \epsilon(x, x') + \int_S \rho(x, x', x'') I(x', x'' dx'') \right] \quad (2.1)$$

Sie beschreibt den Energietransport  $I$  von einem Punkt  $x'$  zu einem Punkt  $x$ . Dabei ist ein maßgebender Faktor der Geometrieterm  $g$ , der die relative Lage der beiden Punkte

zueinander im Raum beschreibt. Ein weiterer Faktor ist die Abstrahlung  $\epsilon$  von  $x'$  nach x. Beeinflusst wird der Energiefluss auch durch die bidirektionale Verteilungsfunktion  $\rho$ , welche Aufschluss über das einfallende Licht von einem Punkt  $x''$  über  $x'$  zu x gibt.

Die Schlussfolgerung aus dieser Gleichung 2.1 ist: Die transportierte Intensität von einem Licht zu einem Anderen ist die Summe des ausgestrahlten Lichts und das ausgestrahlte Licht zu x von allen anderen Oberflächen.

Wie in [MS09] beschrieben wird ausgehend von der vollständigen Transportgleichung 2.2

$$L_s(k_0) = L_e(k_0) + \int_{all(k_i)} \rho(k_i, k_0) * L_f(k_i) * \cos(\theta_i) d\theta_i \quad (2.2)$$

der vollständige Lichttransport beschrieben. Man kann deutlich die Ähnlichkeit zu 2.1 erkennen. Wir haben den Emissionsterm, die relative Lage der Punkte zueinander und die bidirektionale Verteilungsfunktion welche den Energietransport beeinflussen.

### 2.1.0.2 Monte-Carlo-Integration

Mit der Monte Carlo Integration approximieren wir die Rendergleichung.

Bei gegebener Funktion  $f : S \rightarrow \mathbb{R}$  und der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $x \sim p$  [DS02]

$$\int_{x \in S} g(x) d\mu \simeq \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N \frac{g(x_i)}{p(x_i)} \quad (2.3)$$



Abbildung 2.2: Szene mit Weißem Rauschen

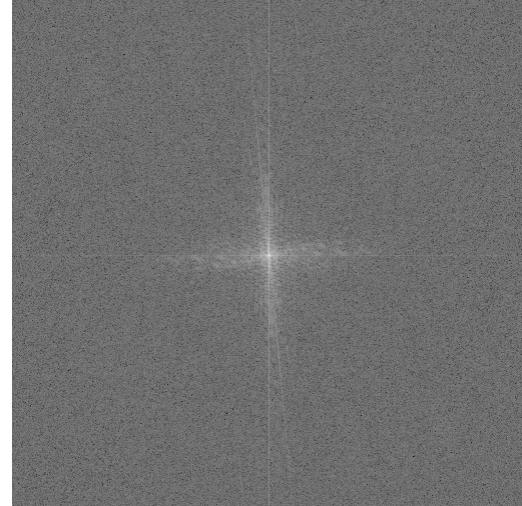


Abbildung 2.3: FFT des Ausschnitts

...

## 2.2 Blue Noise

[Wro16]

[Uli88] Ulichney gibt eine Einführung zu *Dithering mit blue noise*. Darunter ist ein abbilden beliebiger Grauwerte zu einer Menge von blue noise verteilten Schwarz- und Weißwerten zu verstehen. Somit kann ein für das menschliche Auge gutes Resultat von Grauwerten entstehen, indem nur Schwarz-/ Weißpixel verwendet werden. Denn das menschliche Auge tendiert dazu, benachbarte Pixel verschwimmen zu lassen und einen Farbwert aus diesen zu generieren. Hat man also einen Grauwert  $p \in [0, 1]$  und will Diesen mit Schwarz-/Weißpixeln approximieren vergleicht man diesen Wert  $p$  mit den Werten aus der Textur und gibt Schwarz (falls  $\text{Wert aus der Textur} \leq p$ ) oder Weiß (falls  $\text{Wert aus der Textur} > p$ ) aus.

### 2.2.1 Eigenschaften

Die in [Gam17] vorgestellten blue noise Texturen und ihre Eigenschaften geben Aufschluss über ihre Wirksamkeit. Deshalb werden im Folgenden, die dort bereit gestellten Texturen verwendet, welche anhand des in [Uli93] vorgestellten Algorithmus erstellt wurden. Die korrespondierenden Spektren wurden mit Hilfe von [FFT] erstellt.

#### 2.2.1.1 Uniformität

Wie bereits erwähnt, entsteht der neue Grauwert anhand einer Mittlung über mehrere benachbarte Pixel. Aufgrund dessen muss für die Wahrscheinlichkeitsfunktion, dass ein schwarzer Pixel bei der Generierung ausgeben wird ( $p \in [0, 1]$ ) gelten:

$$P(n \leq p) = p \quad (2.4)$$

Die Uniformität(lat. *uniformitas*-Einförmigkeit) garantiert uns dieses Verhalten  $\forall p \in [0, 1]$ . Die zugehörige konstante Wahrscheinlichkeitsdichte lässt sich einfach zur Echtzeit umsetzen mit Hilfe von (pseudo-)zufälligen Zahlen.

Mit der in [Whi] erstellten white noise Textur,

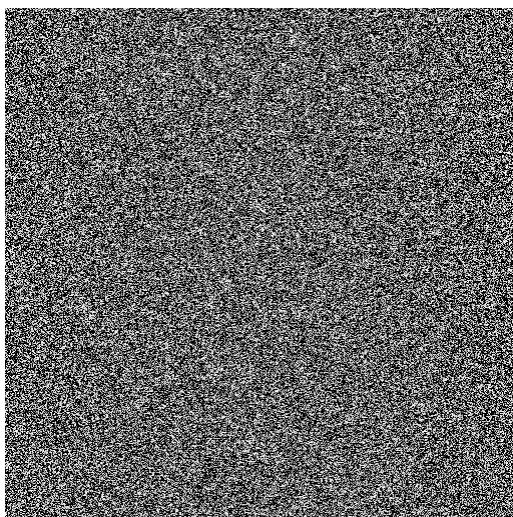


Abbildung 2.4:  $512^2$  white noise Textur

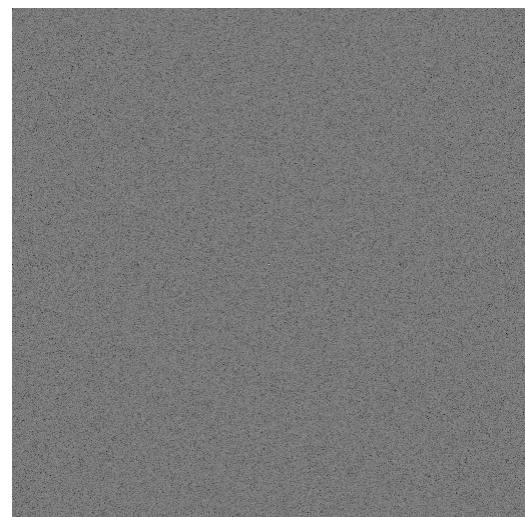


Abbildung 2.5: Amplitudenspektrum  
 $512^2$  white noise Textur

ergibt sich eine typische Amplitudendichte. Zufällig verteilt, über alle Frequenzen hinweg. Die folgende Rotationssymmetrie lässt sich [KJ09] erklären, da wir die Dimension der Phase des Signals nicht betrachten. Allerdings lassen sich noch deutlich ähnliche farbende Pixelverbünde erkennen, i.e niedere Frequenzen in der Frequenzdomäne erkennen.

### 2.2.1.2 Isotropie

Die Isotropie (altgr. *isos*-gleich und *tropos*-Richtung) einer blue noise Textur wird ausgenutzt. Dabei haben wir in allen Dimensionen (in dieser Arbeit werden Texturen mit zwei benutzt) die Unabhängigkeit einer Eigenschaft. Um uns dies an einem Gegenbeispiel klar zu machen, schauen wir uns das Bayer-Pattern, sowie seine korrespondierende Amplitudendichte an.

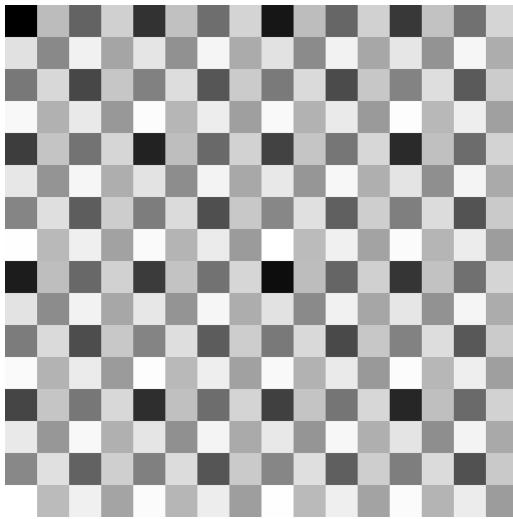


Abbildung 2.6:  $512^2$  bayer pattern Textur

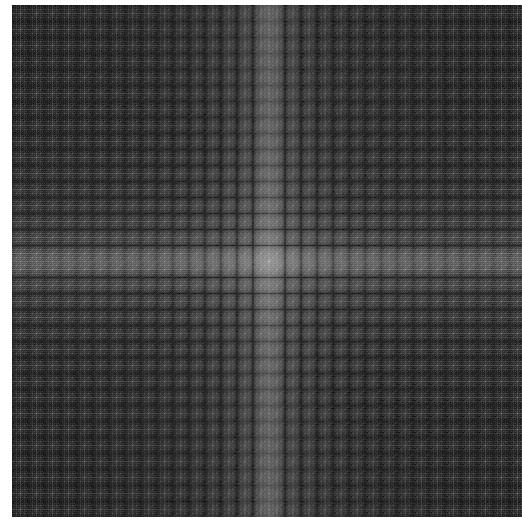
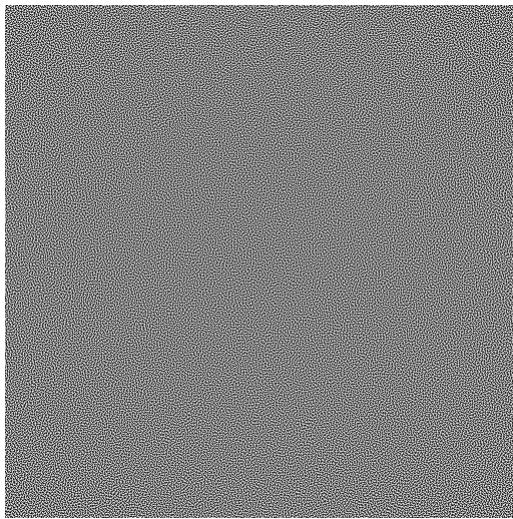
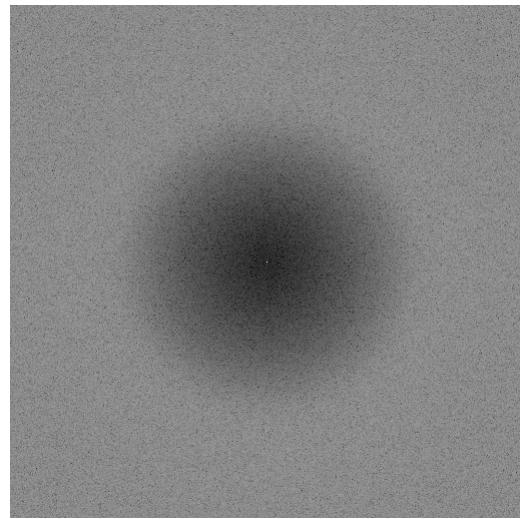


Abbildung 2.7: Amplitudendichte  $512^2$  bayer pattern Textur

In der Frequenzdomäne ist zu erkennen, dass die Amplitudendichte in einzelnen Punkten organisiert ist. Diese lassen sich durch die vorhandenen Richtungen der Textur erklären. Speziell in zwei Richtungen ist eine sich wiederholende Pixelsequenz zu erkennen. Allerdings wollen wir in alle Richtungen eine gleiche (Isotropie!) Verteilung. Durch dieses Bayer Pattern entstehen unbefriedigende Artefakte in Echtzeitanwendungen, so in (aktuellen) Spielen [Wro16] zu sehen. Bieten allerdings eine sehr effiziente Verwendung, da sehr leistungssparende GPU Befehle.

### 2.2.1.3 Niedrige Frequenzen

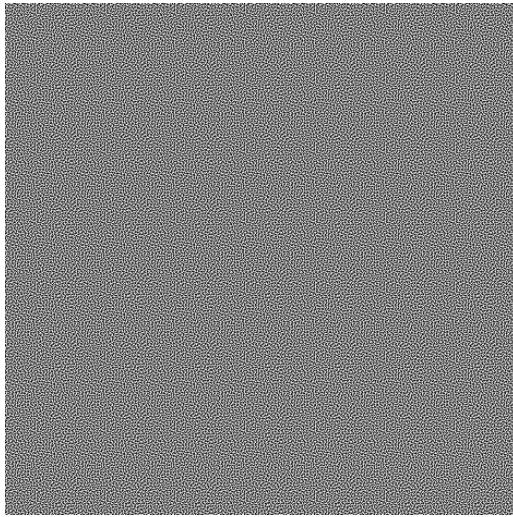
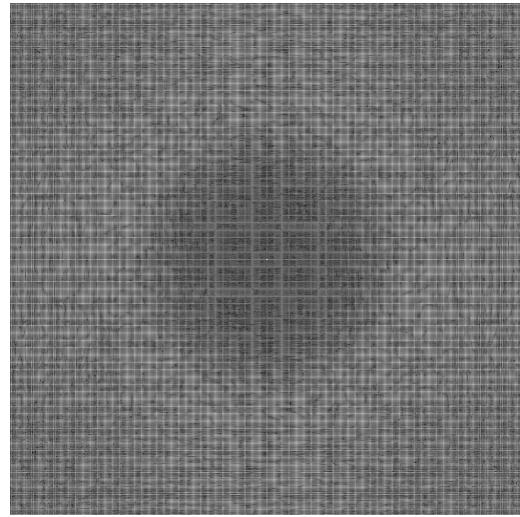
Niedrige Frequenzen sind in einer blue noise sehr wenig bis gar nicht vertreten. Dies ist an dem schwarzen Ring innerhalb der Amplitudendichte zu erkennen. Oder in der Zeitdomäne, an dem Abhandensein von gleichfarbigen Pixelbündeln. Genau dies wollten wir erreichen. Außerdem haben wir aus den vorherigen Beispielen gesehen: Wir wollen eine Uniformität 2.4 und eine gleichmäßige Verteilung in allen Richtungen.

Abbildung 2.8:  $512^2$  blue noise TexturAbbildung 2.9: Fourier Spektrum  $512^2$  blue noise Textur

Wie in der Abbildung zu sehen ist, haben wir hier die erwünschte Rotationssymmetrie(Isotropie). Außerdem ist die Uniformität wie bei der white noise (bloß ausschließlich bei höheren Frequenzen) zu erkennen.

#### 2.2.1.4 Kachelung

Möglichkeit der Kachelung. Eine weitere nützliche Eigenschaft der blue noise Verteilung ist die

Abbildung 2.10:  $512^2$  bayer pattern TexturAbbildung 2.11: Fourier Spektrum  $512^2$  bayer pattern Textur

...

## 2.3 Quasi-Zufallsfolgen

**ToDo**

Sobol [Owe98] [HBO<sup>+</sup>19] [Rob18] (**find appropriate information and add it**)

### 2.3.1 Einleitung

Quasi-zufällige Sequenzen mit niedriger Abweichung sind deterministisch erzeugte Sequenzen, welche die Likelihood-Funktion der Clusterbildung

$$L_x(\delta) = f_\delta(x) \quad (2.5)$$

minimieren. Dabei behalten wir die Eigenschaft einer zufälligen Folge, den gesamten Platz gleichmäßig auszufüllen. Diese Eigenschaften erinnern uns an die besprochenen Eigenschaften bei Blue Noise. Im Folgenden wird für uns der zweidimensionale Fall wichtig sein, weswegen wir vom ein- über zum zweidimensionalen schauen werden.

### 2.3.2 1-Dimension

Diese Arbeit betrachtet Rekurrenz Sequenzen, basierend auf irrationalem Bruchrechnen der Form

$$R_1(\alpha) : t_n = s_0 + n\alpha(\text{mod}1); n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.6)$$

wobei  $\alpha \in \mathbb{I}$  und das (mod 1) einen "*toroidally shift*" bezeichnet. Will man mit dieser Formel eine Sequenz mit möglichst geringer Abweichung schaffen, und genau das wollen wir, so wählen wir  $\alpha = \Phi$  wobei  $\Phi \approx 1.618033$  den goldenen Schnitt bezeichnet. Wie [Rob18] gezeigt wird, ist diese Form von Sequenz die beste für das Monte-Carlo-Integration.

### 2.3.3 2-Dimensionen

Für mehrere Dimensionen, hier zwei, kombiniert man in gängigen Methoden einfach zwei 2.3.1 eindimensionale Sequenzen. Für unsere Zwecke untersuchen wir hier die Generalisierung des bereits zuvor beschriebenen goldenen Schnitts 2.3.1, wie hier [Krc06] beschrieben. Die sogenannte Plastische Zahl in 2.3.3 ist die Lösung der Gleichung 2.8

$$x^3 - x - 1 = 0 \quad (2.7)$$

Die Lösung dieser Gleichung lässt sich über die Padovan und Perrin Sequenz definieren. Damit erhalten wir Plastische Zahl  $\Phi$ :

$$\Phi = \frac{(9 - \sqrt{69})^{1/3} + (9 + \sqrt{69})^{1/3}}{2^{1/3}3^{2/3}} \approx 1.32471795 \quad (2.8)$$

[Pad02] [PW] Folgende Gleichung ist auch einfach erweiterbar für höhere Dimensionen.

$$t_n = n\alpha(\text{mod}1), n = 1, 2, 3, .. \alpha = (\frac{1}{\Phi_d}, \frac{1}{\Phi_d^2}), \quad (2.9)$$

Dabei ist  $\Phi_d$  der goldene Schnitt.  $\Phi_d^2$  ist Lösung der 2.7 obigen Gleichung.

**ToDo**

[Rob18] (**find the right place for this chapter**)

```

1  float g = 1.32471795724474602596; //Plastische Zahl
2  float a1 = 1.0/g;
3  float a2 = 1.0/(g*g);
4  x[n] = (0.5+a1*n) %1; //toroidally shifted
5  y[n] = (0.5+a2*n) %1; //toroidally shifted

```

### 2.3.4 Dither Texturen und quasi-zufällige Folgen

...

## 3. Temporaler Algorithmus

In diesem Abschnitt wird auf den in [EH19] vorgestellten, temporalen Algorithmus eingegangen. Dieser besteht grundsätzlich aus dem Sorting sowie den Retargeting. Es sollte unbedingt beachtet werden, dass folgende Annahmen getroffen wurden: Der Algorithmus arbeitet Blockweise auf den Pixeln und erwartet, dass benachbarte Pixel innerhalb dieses Blockes den selben Wert haben. Da wir einen temporalen Algorithmus haben, soll diese Annahme auch über mehrere gerenderte Bilder hinweg gelten. Es sollte also beachtet werden, dass der Algorithmus z.B. nicht für Objektkanten oder ruckartige Bewegungen (der Kamera oder Objekte) ausgelegt ist. [HBO<sup>+</sup>19]

...

### 3.1 Sorting

(replace dummy code with correct code) [EH19]

ToDo

---

**Algorithm 1** Sortier Schritt t nach dem Rendern von Frame t und vor dem Rendern von Frame t+1

---

```
1: pixel consists of value,index;
2: List framePixelsIntensities, noiseIntensities;
3: List L  $\leftarrow$  pixels in block
4: //init lists
5: for all (i,j)  $\leftarrow$  L do
6:   framePixelsIntensities(i,j) = pixelIntensity(frame(i,j));
7:   noiseIntensities(i,j) = pixelIntensity(blueNoise(i,j));
8: end for

9: //sort the two lists by means of intensities
10: sort(framePixelsIntensities);
11: Sort(noiseIntensities);

12: //now we reorder our seeds hence the sorted lists
13: for all i = 1..numberOfPixelsPerBlock do
14:   sortedSeeds(noiseIntensities.getIndex(i)) = incomingSeeds(framePixelIntensities.getIndex(i));
15: end for
```

---

...

### 3.2 Retargeting

**ToDo**

(replace dummy code with correct code) [EH19]

---

**Algorithm 2** Retargeting Schritt t Vor Rendern Frame t+1 nach Sortier Schritt

---

```
1: //permutation indices from precomputed texture
2: List<PixelPermutation> L = getRetargetedSeedsIndices(incomingSeeds);
3: for all i = 1 .. number_of_pixels_per_block do
4:   retargetedSeeds(L.getPermIndices()) = incomingSeeds(L.getOldIndices());
5: end for
```

---

...

# Literaturverzeichnis

- [BYF<sup>+</sup>18] Nir Benty, Kai Hwa Yao, Tim Foley, Matthew Oakes, Conor Lavelle und Chris Wyman: *The Falcor Rendering Framework*, Mai 2018. <https://github.com/NVIDIAGameWorks/Falcor>, <https://github.com/NVIDIAGameWorks/Falcor>.
- [DS02] G. Drettakis und H. P. Seidel: *Efficient Multidimensional Sampling*. 21:1–8, 2002.
- [EH19] Laurent Belcour Eric Heitz: *Distributing Monte Carlo Errors as a Blue Noise in Screen Space by Permuting Pixel Seeds Between Frames*. 38:1–10, 2019. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02158423/document>.
- [FFT] *FFTProg*. <http://bigwww.epfl.ch/demo/ip/demos/FFT/>. Accessed: 21.11.2019.
- [Gam17] Epic Games: *The problem with 3d blue noise*, 2017. <http://momentsingraphics.de/3DBlueNoise.html>, Blogpost.
- [HBO<sup>+</sup>19] Eric Heitz, Laurent Belcour, Victor Ostromoukhov, David Coeurjolly und Jean Claude Iehl: *A Low-Discrepancy Sampler that Distributes Monte Carlo Errors as a Blue Noise in Screen Space*. In: *SIGGRAPH’19 Talks*, Los Angeles, United States, Juli 2019. ACM. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02150657>.
- [Kaj86] James T Kajiya: *The rendering equation*. In: *ACM SIGGRAPH computer graphics*, Band 20, Seiten 143–150. ACM, 1986.
- [KJ09] Uwe Kiencke und Holger Jäkel: *Signale und Systeme*. Oldenbourg Verlag, 2009.
- [Krc06] Vedran Krcadinac: *A new generalization of the golden ratio*. Fibonacci Quarterly, 44(4):335, 2006.
- [MS09] Steve Marschner und Peter Shirley: *Fundamentals of computer graphics*. CRC Press, 2009.
- [Owe98] Art B Owen: *Scrambling Sobol’and Niederreiter–Xing points*. Journal of complexity, 14(4):466–489, 1998.
- [Pad02] Richard Padovan: *Dom Hans Van Der Laan and the Plastic Number*. Nexus IV: Architecture and Mathematics, Seiten 181–193, 2002. <http://www.nexusjournal.com/conferences/N2002-Padovan.html>.
- [PW] Floor; Piezas, Tito III; van Lamoen und Eric W. Weisstein: *Plastic Constant*. <http://mathworld.wolfram.com/PlasticConstant.html>.
- [Rob18] Martin Roberts: *The unreasonable effectiveness of quasirandom sequences*. <http://extremelearning.com.au/unreasonable-effectiveness-of-quasirandom-sequences/>, 2018.
- [Uli88] R. A. Ulichney: *Dithering with blue noise*. Proceedings of the IEEE, 76(1):56–79, Jan 1988, ISSN 1558-2256.
- [Uli93] Robert A Ulichney: *Void-and-cluster method for dither array generation*. In: *Human Vision, Visual Processing, and Digital Display IV*, Band 1913, Seiten 332–343. International Society for Optics and Photonics, 1993.

- [Whi] *WhiteNoiseGenerator.* <https://www.cssmatic.com/noise-texture>. Accessed: 24.11.2019.
- [Wro16] Bart Wronski: *Dithering part 1-5.* blogpost, 2016. <https://bartwronski.com/2016/10/30/dithering-part-one-simple-quantization/>.

# **Erklärung**

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, die wörtlich oder inhaltlich übernommenen Stellen als solche kenntlich gemacht und die Satzung des KIT zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis in der jeweils gültigen Fassung beachtet habe. Die Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und von dieser als Teil einer Prüfungsleistung angenommen.

Karlsruhe, den 27. November 2019

(Jonas Heinle)