

Лабораторная работа №1.3.3  
Измерение вязкости воздуха по течению в тонких  
трубках

Бичина Марина группа Б04-005 1 курса ФЭФМ

5 мая 2021 г.

# 1 Аннотация

## Цель работы:

1. экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса
2. выявить область применимости закона Пуазейля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха

## Оборудование:

1. система подачи воздуха (компрессор, проводящие трубки)
2. газовый счетчик барабанного типа
3. спиртовой микроманометр с регулируемым наклоном
4. набор трубок различного диаметра с выходами для подсоединения микроманометра
5. секундомер

# 2 Теоретическая часть:

Характер течения в трубе может быть ламинарным либо турбулентным. Для определения характера течения пользуются безразмерной величиной – числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho u a}{\eta}$$

где

1.  $\rho$  – плотность среды
2.  $u$  – характерная скорость потока
3.  $\eta$  – коэффициент вязкости среды
4.  $a$  – характерный размер системы

При достаточно малых значениях числа Рейнольдса, движение является ламинарным. После достижения некоторого критического значения, характер движения изменяется на турбулентный. В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при  $Re \approx 10^3$

Для ламинарного движения объем газа  $V$ , протекающий за время  $t$  по трубе длиной  $l$ , можно рассчитать по формуле Пуазейля:

$$Q_v = \frac{\pi r^4}{8l\eta}(P_1 - P_2) \quad (1)$$

Величина  $Q_v$  – называется расходом. Формула (1) позволяет определить вязкость жидкости по расходу.

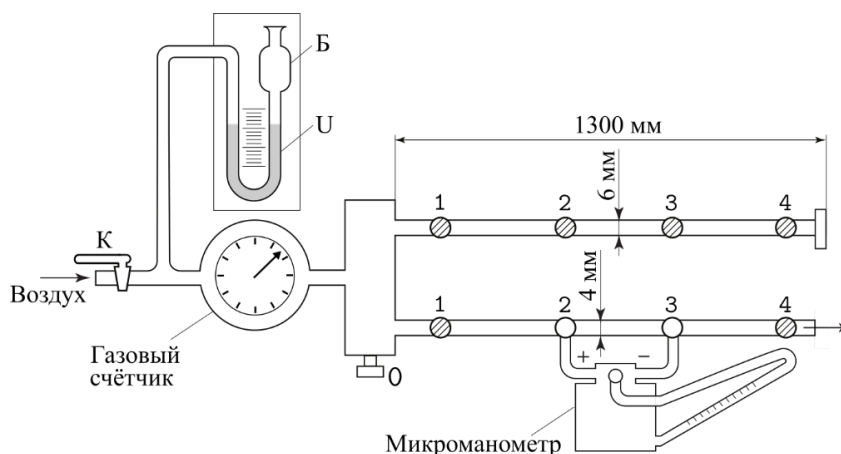


Рис. 1: Экспериментальная установка

## 2.1 Описание установки:

Данные установки:

### 1. Диаметры труб:

$$d_1 = 3.90 \pm 0.05 \text{ мм}$$

$$d_2 = 5.25 \pm 0.05 \text{ мм}$$

$$d_3 = 3.00 \pm 0.10 \text{ мм}$$

### 2. Коэффициент для перевода давления в Па:

$$k = C \cdot \frac{\gamma_{\text{спирт заливный}}}{\gamma_{\text{спирт приборный}}} \cdot K \cdot 9.81 = 1.96$$

### 3. Расстояния между разъёмами на трубах:

$$l_1 = 50 \pm 0.1 \text{ см}, \quad l_2 = 40 \pm 0.1 \text{ см},$$

$$l_3 = 30 \pm 0.1 \text{ см}, \quad l_4 = 11 \pm 0.1 \text{ см}.$$

Через кран К в экспериментальную установку попадает газ под давлением чуть более высоким, чем атмосферное. За краном К установлен U-образный манометр показывающий разницу в давлении между входящим воздухом и атмосферой. Если давление в установке поднимается выше допустимого вода в манометре поднимается в баллон Б, который издаёт звук оповещающий экспериментатора. Далее воздух проходит через газовый счётчик, измеряющий объём прошедшего через него газа. После этого газ проходит через одну из двух трубок с заглушками, к которым можно подключать концы микроманометра.

## 2.2 Контрольные вопросы:

1. Что такое коэффициент вязкости? Сформулируйте закон Ньютона для вязкого трения и укажите границы его применимости в газах.

Силы вязкого («внутреннего») трения возникают между соседними слоями жидкости при ее движении, а также со стороны стенок трубы. Описываются они с помощью закона Ньютона:

$$\tau_{xy} = -\eta \frac{dv_x}{dy} \quad (2)$$

где:

- 1)  $\tau_{xy}$  – касательное напряжение
  - 2)  $v_x$  – скорость течения вдоль оси  $x$
  - 3)  $y$  – координата  $y$
  - 4)  $\eta$  – вязкость;  
 $\eta \sim \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda$  – для идеального газа ( $\lambda$  – длина свободного пробега молекул газа относительно столкновений друг с другом)
2. Что такое число Рейнольдса? Покажите, что число Рейнольдса есть отношение кинетической энергии жидкости к работе сил трения в единице объёма.

Безразмерная величина, показывающая характер течения жидкости – число Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho u a}{\eta}$$

3. Опишите основные характеристики течения Пуазейля. Как меняется давление вдоль трубы? Как меняется скорость течения в сечении трубы? Каково отношение средней и максимальной скоростей течения?

Течение Пуазеля работает только для ламинарных потоков. Давление в трубе является линейно убывающей функцией координаты:

$$P(x) = P_0 - \frac{\Delta P}{l} x$$

Средняя скорость вдвое меньше максимальной, имеет место параболическое распределение скоростей.

4. Перечислите условия применимости формулы Пуазейля. С какой точностью эти условия выполняются в вашем опыте?

Для применения формулы Пуазейля, необходимо иметь:

- 1) трубу с гладкими стенками
- 2) малость чисел Рейнольдса
- 3) условие несжимаемости газа

Гладкость обеспечивается малостью диаметра трубки по сравнению с ее длиной. Малость чисел Рейнольдса мы можем обеспечить, выполняя задание не выходя за рамки критического значения  $Re \approx 10^3$ . Условие несжимаемости рассмотрено ниже

5. С какой точностью течение газа в условиях опыта можно считать несжимаемым? Вычислите максимальное число Маха (отношение скорости течения к скорости звука) в условиях опыта

Максимальное  $\Delta P$  полученное на опыте  $\Delta P_{\max} \approx 310$  Па. При этом атмосферное давление  $P_0 = 10^5$  Па, то есть  $\Delta P/P \sim 10^{-3}$ , из-за чего можно считать, что газ практически не сжимается.

Максимальную скорость можно оценить как  $u_{\max} = 2\langle u \rangle = Q/(\pi R^2)$ .  $Q_{\max} \approx 0.12$  л/с, найдём  $u_{\max} = 0.12 \cdot 10^{-3}/(\pi \cdot 0.0039^2) = 2.5$  м/с. Максимальное число Маха  $M_{\max} = u_{\max}/c = 2.5/340 \sim 0.01$ .

6. Что такое ламинарное и турбулентное течение? При каких условиях течение может стать турбулентным? Как переход к турбулентности можно обнаружить на опыте?

При ламинарном движении поле скоростей образует набор непрерывных линий тока, а слои жидкости не перемешиваются между собой. Давление на манометре в таком случае постоянно.

При турбулентном движении образуются вихри, активно перемешиваются слои. В таком случае на манометре можно увидеть заметные колебания, поскольку существуют существенные флуктуации скорости течения и давления.

Переход к турбулентности происходит после некоторого увеличения расхода газа, поскольку вместе с этим возрастает число Рейнольдса (происходит увеличение сверх критического значения)

7. По экспериментальному значению коэффициента вязкости оцените размеры молекул воздуха

Возьмём  $\eta = 1.7 \cdot 10^{-5}$  Па · с:

$$\eta \sim \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda = \frac{1}{3} \rho \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \frac{1}{n\sigma} = \frac{1}{3} \rho \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \frac{\mu}{N_a \rho \sigma} = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3RT\mu}}{N_a \sigma},$$

$$\sigma = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3RT\mu}}{N_a \eta} = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3 \cdot 8.314 \cdot 300 \cdot 0.029}}{6 \cdot 10^{23} \cdot 1.7 \cdot 10^{-5}} = 4.8 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2 = 48 \text{ Å}^2,$$

$$r = \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} = \sqrt{\frac{48}{\pi}} \approx 4 \text{ Å}.$$

8. Как вязкость газа зависит от его температуры и давления? Оцените погрешность измерения коэффициента вязкости в вашем опыте, обусловленную неопределенностью в параметрах окружающей среды (температура, давление, влажность)

Из п7 имеем зависимость вязкости от температуры как  $\eta \sim \sqrt{T}$

9. Какие независимые безразмерные комбинации можно составить из параметров задачи о течении несжимаемой жидкости по прямой трубе? Каков, согласно

теории размерностей, общий вид зависимости расхода от перепада давления  $Q(\Delta P)$ ?

Из параметров задачи о течении несжимаемой жидкости по прямой трубе можно составить 2 независимые безразмерные комбинации: число Рейнольдса и некоторую функцию  $\psi = \frac{R\Delta P}{l\rho u^2}$  где  $\psi$  – это отношение перепада давления в трубе к скоростному напору.

Общий вид зависимости расхода от перепада давления  $Q(\Delta P)$  при ламинарном режиме:

$$Q = const \cdot \frac{R^4}{\eta} \cdot \frac{\Delta P}{l}$$

10. Пользуясь методом размерностей, рассмотрите задачу о силе сопротивления, действующей на шарик радиусом  $r$ , обтекаемый потоком несжимаемой жидкости со скоростью  $u$ , имеющей плотность  $\rho$  и вязкость  $\eta$ . Покажите, что 1) если сила прямо пропорциональна скорости, то имеет место закон Стокса  $F \sim \eta ur$ , 2) если сила со-противления не зависит от вязкости, то зависимость имеет вид  $F \sim \rho u^2 r^2$ .

$$1) F = \left[ \frac{\text{КГ} \cdot \text{М}}{\text{с}^2} \right], \eta = \left[ \frac{\text{КГ}}{\text{М} \cdot \text{с}} \right], u = \left[ \frac{\text{М}}{\text{с}} \right], r = [\text{М}] \rightarrow F = \left[ \frac{\text{КГ}}{\text{М} \cdot \text{с}} \cdot \frac{\text{М}}{\text{с}} \cdot \text{М} \right] = \eta ur$$

$$2) F = \left[ \frac{\text{КГ} \cdot \text{М}}{\text{с}^2} \right], \rho = \left[ \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3} \right], u = \left[ \frac{\text{М}}{\text{с}} \right], r = [\text{М}] \rightarrow F = \left[ \frac{\text{М}^2}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3} \cdot \text{М}^2 \right] = u^2 r^2 \rho$$

### 3. Ход работы:

1. Подготовим установку к работе:
2. Проведём предварительный запуск установки и убедимся в её работоспособности:
  - 1) Подсоединим манометр к двум соседним выводам на конце одной из трубок (рекомендуется начать с трубки диаметром  $d \approx 4$  мм). Убедимся, что все отверстия, кроме одного – выходного – плотно завинчены пробками.
  - 2) Убедимся, что кран К, соединяющий компрессор с установкой, закрыт. Включим компрессор. Переведите рычажок микроманометра в рабочее положение (+).
  - 3) Медленно приоткрывая кран К и непрерывно контролируя показания микроманометра, создадим небольшой поток воздуха через трубку.
  - 4) Пронаблюдаем за показаниями приборов в зависимости от интенсивности потока через трубку. Убедимся в том, что при неизменном положении крана К показания манометра стабильны, а стрелка расходомера вращается равномерно.
3. Проведем предварительные расчёты:
  - 1) Рассчитаем значение расхода  $Q_{\text{кр}}$ , при котором число Рейнольдса в трубке станет равным критическому  $Re_{\text{кр}} \approx 10^3$ . Для предварительной оценки примем вязкость воздуха равной  $\eta_{\text{возд}} \approx 2 \cdot 10^{-5}$  Па · с, плотность воздуха

определим по уравнению идеального газа. В качестве характерной скорости потока используем её среднее значение  $\bar{u} = Q/\pi R^2$ .

$$Re = \frac{\rho \bar{u} a}{\eta} = \frac{\rho Q a}{\pi R^2 \eta}$$

$$Q = \frac{Re \pi R \eta}{\rho} = \frac{10^3 \cdot 3.14 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-5}} \approx 10^{-4} \frac{\text{мл}^3}{\text{с}} = 0.1 \frac{\text{л}^3}{\text{с}}$$

4. Найдем вязкость воздуха для трубки диаметром  $d = 3.90 \pm 0.05$  мм:

На основании экспериментально полученных данных построим таблицу 1. Выделенное значение соответствует давлению, при котором характер движения воздуха был изменен на турбулентное:

|                       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |        |        |        |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| $\Delta P$ , Па       | 18    | 37    | 59    | 78    | 98    | 118   | 139   | 157   | 196   | 235    | 274    | 314    |
| $Q \cdot 10^{-3}$ л/с | 11.46 | 22.84 | 35.96 | 47.50 | 59.27 | 69.34 | 80.50 | 87.16 | 94.36 | 102.03 | 109.16 | 115.66 |

Таблица 1: Значения показаний, снятых с установки

5. По полученным данным **построим график зависимости  $\Delta P(Q)$ , воспользовавшись методом наименьших квадратов  $y = a + bx$ :**

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad b = \frac{\langle Q \Delta P \rangle - \langle Q \rangle \langle \Delta P \rangle}{\langle Q^2 \rangle - \langle Q \rangle^2} \quad (3)$$

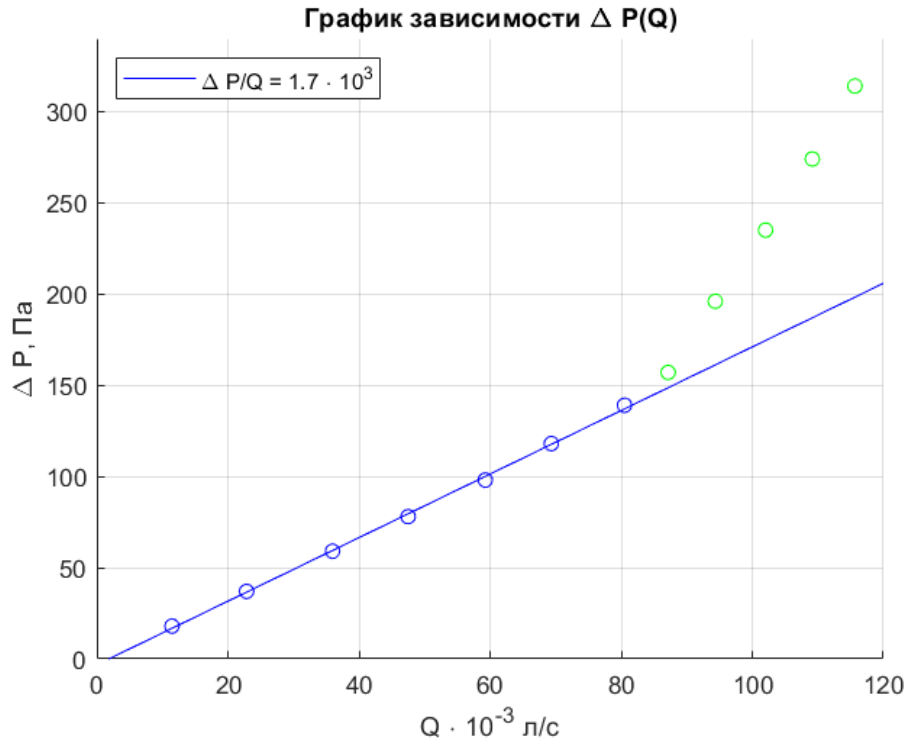
Погрешность в этом случае можно найти по формуле:

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle \Delta P^2 \rangle - \langle \Delta P \rangle^2}{\langle Q^2 \rangle - \langle Q \rangle^2} - b^2} \quad (4)$$

|                      |                            |                                    |                        |                              |
|----------------------|----------------------------|------------------------------------|------------------------|------------------------------|
| $\langle Q \rangle$  | $\langle \Delta P \rangle$ | $\langle Q \cdot \Delta P \rangle$ | $\langle Q^2 \rangle$  | $\langle \Delta P^2 \rangle$ |
| $46.7 \cdot 10^{-3}$ | 78.14                      | $4579.8 \cdot 10^{-3}$             | $2714.8 \cdot 10^{-6}$ | 7729.6                       |

$$b = \frac{4579.8 \cdot 10^{-3} - 46.7 \cdot 10^{-3} \cdot 78.14}{2714 \cdot 10^{-6} - (46.7 \cdot 10^{-3})^2} = 1.7 \cdot 10^3$$

$$\sigma_b = \frac{1}{\sqrt{7}} \sqrt{\frac{7729.6 - 78.14^2}{2714 \cdot 10^{-6} - (46.7 \cdot 10^{-3})^2}} = 0.66 \cdot 10^3$$



Выразим  $\eta$  из формулы Пуазейля и подставим значения:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8l Q} = \frac{\pi \cdot 0.0039^4}{8 \cdot 24 \cdot 0.5 \cdot 0.55 \cdot 10^{-6}} = 2.06 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с},$$

$$\sigma_\eta = \eta \cdot \sqrt{4 \cdot \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2},$$

$$\sigma_\eta = 2.06 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{4 \cdot \left(\frac{0.05}{3.9}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{50}\right)^2 + \left(\frac{0.01}{0.55}\right)^2} = 0.07 \cdot 10^{-5}.$$

Получили  $\eta = (2.06 \pm 0.07) \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

Далее рассчитаем критическое число Рейнольдса для воздуха, учитывая, что турбулентности начались при  $Q = 0.09 \text{ л/с}$ :

$$Re_{\text{кр}} = \frac{\rho \langle u \rangle d}{\eta} = \frac{4Q\rho d}{\eta \pi d^2} = \frac{4Q\rho}{\eta \pi d} = \frac{4 \cdot 0.09 \cdot 10^{-3} \cdot 1.2}{2.06 \cdot 10^{-5} \cdot \pi \cdot 0.0039} \approx 1700$$

6. Найдём вязкость воздуха для трубки диаметром  $d = 5.25 \pm 0.05 \text{ мм}$ :

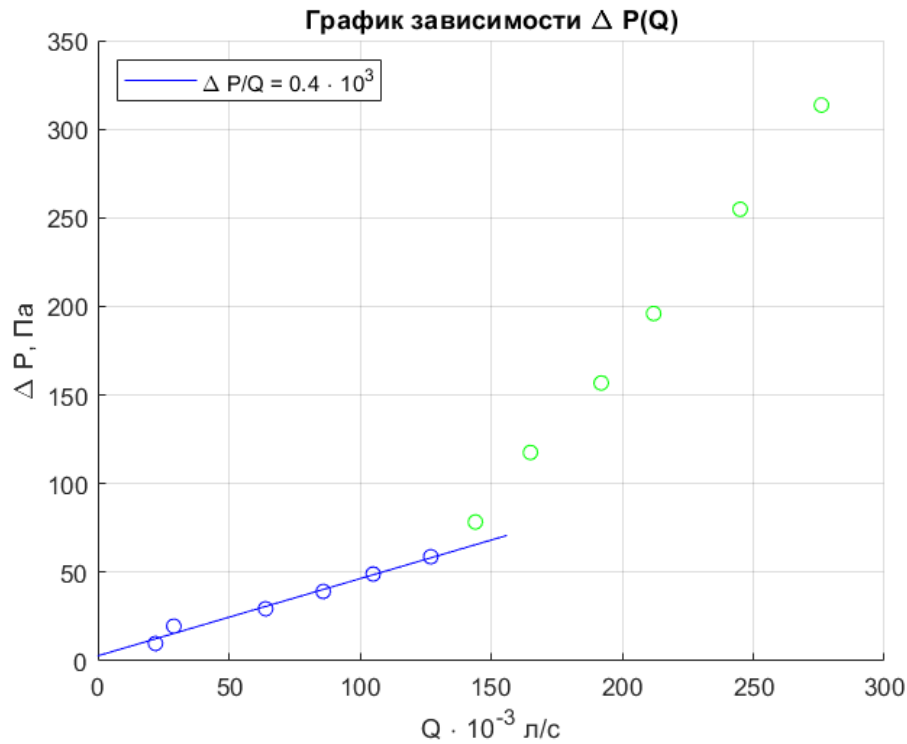
Занесём в таблицу 2 данные, полученные в эксперименте для трубы  $d = 5.25 \pm 0.05 \text{ мм}$ . По аналогии воспользуемся МНК:

|                                |     |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|-----|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\Delta P, \text{ Па}$         | 9.8 | 19.6 | 29.4 | 39.2 | 49.0 | 58.8 | 78.4 | 117.6 | 156.8 | 196.0 | 254.8 | 313.6 |
| $Q \cdot 10^{-3}, \text{ л/с}$ | 22  | 29   | 64   | 86   | 105  | 127  | 144  | 165   | 192   | 212   | 245   | 276   |

$$\frac{\Delta P}{Q} = \frac{3.616 - 37.24 \cdot 0.0808}{6661 \cdot 10^{-3} - (72 \cdot 10^{-3})^2} \approx 0.4 \cdot 10^3 \text{ л}/(\text{с} \cdot \text{Па}),$$



$$\sigma_{\frac{\Delta P}{Q}} = 2.14 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{\frac{1671 - 37.24^2}{0.00783 - 0.0808^2} - (0.4 \cdot 10^3)^2} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ л/(с} \cdot \text{Па)}.$$



Найдём  $\eta$ :

$$\eta = \frac{\pi \cdot 0.00525^4}{8 \cdot 2^4 \cdot 0.5 \cdot 2.14 \cdot 10^{-6}} = 1.74 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с},$$

$$\sigma_{\eta} = \eta \cdot \sqrt{4 \cdot \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2},$$

$$\sigma_{\eta} = 1.74 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{4 \cdot \left(\frac{0.05}{5.25}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{50}\right)^2 + \left(\frac{0.02}{2.14}\right)^2} = 0.02 \cdot 10^{-5}.$$

Получили  $\eta = (1.74 \pm 0.02) \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ . Найдём критическое число Рейнольдса при  $Q = 0.13 \text{ л/с}$ :

$$Re_{\text{кр}} = \frac{4Q\rho}{\eta\pi d} = \frac{4 \cdot 0.13 \cdot 10^{-3} \cdot 1.2}{1.74 \cdot 10^{-5} \cdot \pi \cdot 0.00525} \approx 2200$$

7. Найдём зависимость  $\Delta P$  от положения концов манометра на трубе.

Будем измерять перепад давления на разных участках трубы при одинаковом расходе воздуха. Для этого будем подключать концы манометра к разъёмам на трубе. Данные покажем на графике.

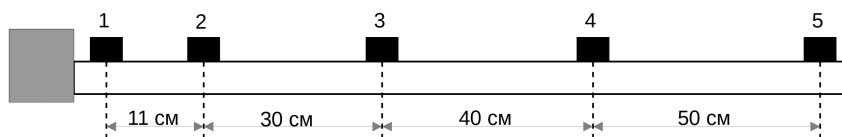
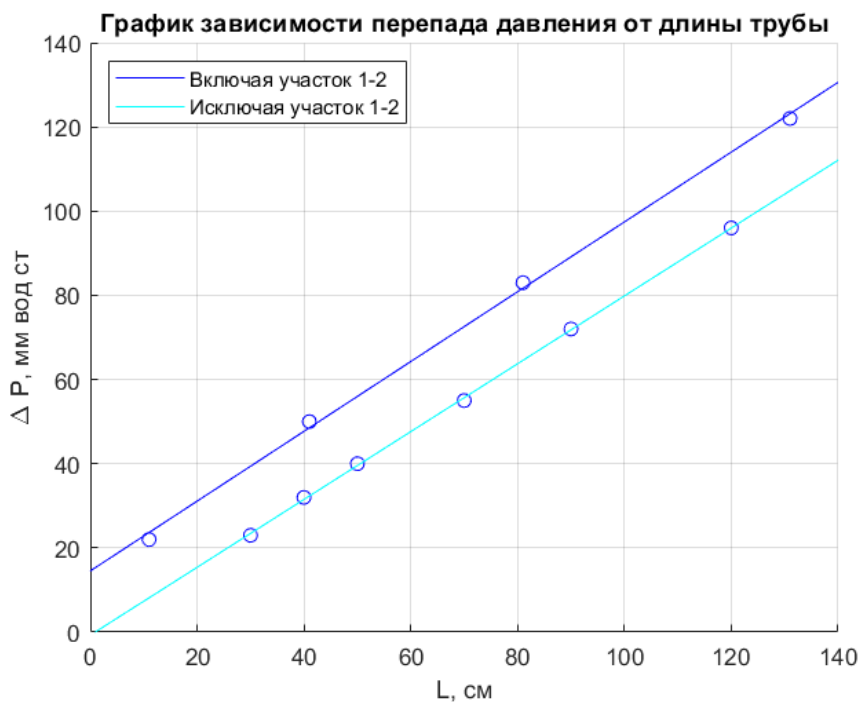


Рис. 2: Положение разъемов на трубе



## 4 Выводы:

1. Получили два разных значения для вязкости воздуха и  $Re_{кр}$  при разных диаметрах труб.

$$\eta_1 = (2.06 \pm 0.07) \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad Re_{кр1} = 1700,$$

$$\eta_2 = (1.74 \pm 0.02) \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad Re_{кр2} = 2200.$$

2. Показали линейную зависимость  $\Delta P$  от длины. При этом нашли резкий перепад давления на промежутке между 1 и 2 разъемом.
3. Убедились, что в данном случае можно использовать закон Пуазейля
4. На последнем графике обнаружили особенность, что при включении участка, равного 11 см, давление повышается на  $\approx 18$  мм вод.ст. Это может быть связано с тем, что на участке 1-2 воздух не прошел длину установления потока, что увеличивает давление