

# Отчет по лабораторной работе №2.1.6 Эффект Джоуля-Томсона

Бичина Марина группа Б04-005 1 курса ФЭФМ

16 марта 2021 г.

# 1 Аннотация

**Цель работы:** 1) определить изменения температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях давления и температуры

2) вычислить по результатам опытов коэффициентов Ван-дер-Ваальса «а» и «b»

**Оборудование:**

- 1) трубка с пористой перегородкой
- 2) труба Дьюара
- 3) термостат
- 4) термометры
- 5) дифференциальная термопара
- 6) микровольтметр
- 7) балластный баллон
- 8) манометр

## 2 Теоретическая часть

### 2.1 Теория:

Эффектом Джоуля–Томсона называется изменение температуры газа, медленно протекающего из области высокого в область низкого давления в условиях хорошей тепловой изоляции. В разреженных газах, которые приближаются по своим свойствам к идеальному газу, при таком течении температура газа не меняется. Эффект Джоуля–Томсона демонстрирует отличие исследуемого газа от идеального.

В работе исследуется изменение температуры углекислого газа при медленном его течении по трубке с пористой перегородкой (рисунок 1). Трубка 1 хорошо теплоизолирована. Газ из области повышенного давления  $P_1$  проходит через множество узких и длинных каналов пористой перегородки 2 в область с атмосферным давлением  $P_2$ . Перепад давления  $\Delta P = P_1 - P_2$  из-за большого сопротивления каналов может быть заметным даже при малой скорости течения газа в трубке. Величина эффекта Джоуля–Томсона определяется по разности температуры газа до и после перегородки.

Эффект Джоуля–Томсона характеризуется коэффициентом Джоуля–Томсона, показывающего отношение изменения температуры газа при расширении к изменению давления. Для расчета в работе используется приближенная формула для нахождения коэффициента Джоуля–Томсона для Ван-дер-Ваальсового газа (1)

$$\mu = \frac{\Delta T}{\Delta P} \approx \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_p} \quad (1)$$

где  $V$  - молярный объем

$a$  и  $b$  - коэффициенты из уравнения Ван-дер-Ваальса

$C_p$  - теплоемкость при постоянном давлении

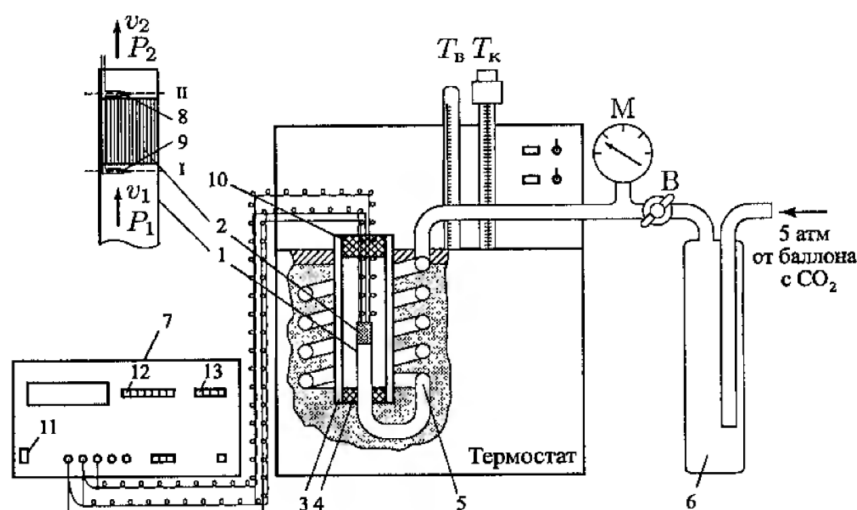


Рис. 1: Схема установки для изучения эффекта Джоуля-Томсона

## 2.2 Описание установки

На схеме изображены:

- |  |                          |
|--|--------------------------|
| 1) трубка                              | 7) цифровой вольтметр    |
| 2) пористая перегородка                | 8-9) спаи                |
| 3) трубка Дьюара                       | 10) пробка из пенопласта |
| 4) уплотнение трубки Дьюара<br>кольцом | 11) выключатель «Сеть»   |
| 5) змеевик                             | 12) кнопка «АВП»         |
| 6) балластный баллон                   | 13) кнопка « $U_{=}$ »   |

## 2.3 Контрольные вопросы:

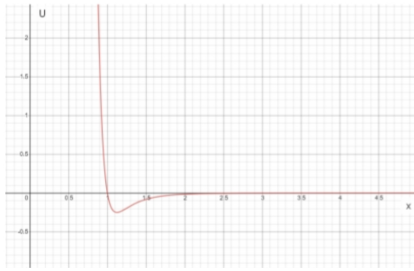
1. Чем реальные газы отличаются от идеальных?

В модели идеального газа не учитываются притяжение и отталкивание молекул газа между собой (потенциальная энергия).

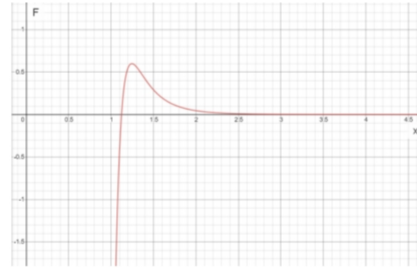
В реальных газах молекулы притягиваются на относительно больших расстояниях и отталкиваются вблизи, поэтому уравнение Менделеева-Клапейрона не точно описывает реальный газ и существуют более удачные модели (например, уравнение Ван-дер-Ваальса)

2. Начертите кривые, выражающие характер зависимости сил взаимодействия и взаимной потенциальной энергии двух молекул от расстояния между ними, и, используя их, объясните причины эффекта Джоуля-Томсона

В эффекте Джоуля-Томсона при идеальном газе не изменяется температура, но при изменении объема реального газа влияет потенциальная энергия взаи-



а)



б)

Рис. 2: а) – Потенциал Леннарда-Джонса, б) – Зависимость силы от расстояния между молекулами

модействия молекул между собой. Изменяется расстояние между молекулами и часть потенциальной энергии взаимодействия молекул переходит в энергию теплового движения и наоборот, то есть в температуру, которая изменяется (но, вроде, не должна была). PS Идеальный газ перешел в реальный

3. Какая температура называется критической? Что такое температура инверсии?

Критической называется температура, изотерма которой является граничной между монотонными и волнообразными изотермами. Точка, в которой экстремумы изотерм сливаются Температура инверсии – это граничная температура, ниже которой газ охлаждается, а выше нагревается (для дифференциального эффекта Джоуля-Томсона)

4. Объясните качественно знак эффекта Джоуля томсона в случае

1)  $a = 0, b \neq 0$  2)  $a \neq 0, b = 0$

1) Газ всегда нагревается, поскольку соотношение всегда  $(\Delta T / \Delta P)_H < 0$  – (соотношение  $(\frac{\Delta T}{\Delta P})_H = \frac{1}{c_p * (dP/dV)_T} (\frac{bRT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^2})$  для дифференциального эффекта Джоуля-Томсона)

2) Газ всегда охлаждается, поскольку  $(\Delta T / \Delta P)_H > 0$

1. Физический смысл «а», «b»

Коэффициент b показывает запрещенный молекулам объем  $b \simeq 4 * (\text{объем молекул в одном моле}) = N_A V_0$ , поскольку молекулы – не материальные точки, а «шары» радиуса r. Для эффекта Джоуля-Томсона b – влияет на нагрев газа. Включает в себя силы отталкивания.

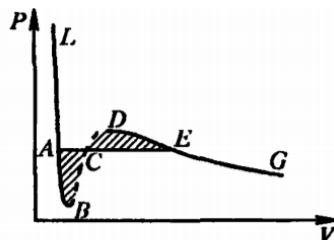
Коэффициент a учитывает притяжение молекул, например, через перераспределение зарядов внутри молекул и образование диполей. Для эффекта Джоуля-Томсона a – влияет на охлаждение газа.

2. Чем отличается изотерма газа Ван-дер-Ваальса от изотермы реального газа и что описывают их разные участки.

В отличие от случая идеального газа, некоторые изотермы газа Ван-дер-Ваальса

ведут себя немонотонно. При одном и том же давлении вещество может обладать разным объемом. Для левой части  $V < 3b$  – соизмеримо с размером молекул  $\Rightarrow$  жидкость, для правой части  $V > 3b$  – газ

ВД может быть реализовано только в неравновесном процессе и не может существовать неограниченно долго, т.к. состояние неустойчиво, поскольку не выполняется  $(dP/dV)_T < 0$



Р и с. 6.7.4. Теоретическая изотерма газа Ван-дер-Ваальса при  $T < T_{кр}$ . Участок  $LB$  отвечает жидкой фазе, а участок  $DG$  – газообразной фазе. Участок  $BD$  отвечает термодинамически неустойчивым состояниям. Реальная изотерма есть  $LAEG$  и включает горизонтальный участок  $AE$

### 3. Что такое критическая точка?

Точка на диаграмме состояния веществ, соответствующая критическому состоянию, то есть конечная точка кривой сосуществования 2 и более фаз

### 4. Что такое энтальпия.

Энтальпия – функция состояния термодинамической системы, равная  $H = U + PV$ . Для идеального газа  $H = C_p T$

## 3 Экспериментальная часть

### 3.1 Ход работы

1. Перед началом работы убедимся в том, что термостат залит водой, а все электрические приборы заземлены.
2. Установим на контактном термометре  $T_k$  температуру регулирования, близкую к комнатной, и включим термостат.
3. Включим вольтметр. Запишем знак и величину показаний для вольтметра при  $\Delta P = 0$ . Используем эту величину для корректировки показаний вольтметра в дальнейших измерениях:  $E = U(P) - U(0)$ .

Откроем регулирующий вентиль настолько, чтобы избыточное давление составило  $\Delta P \approx 4$  атм.

4. Через 10–15 минут после подачи давления запишем показания вольтметра
5. При помощи вентилей В установим давление на 0,3–0,5 атм меньше первоначального. Через 5 минут, когда установятся давление и разность температур, вновь запишем показания манометра и вольтметра. Повторим операцию 5–7 раз для разных значений давления при комнатной температуре.
6. Построим график зависимости  $\Delta T(\Delta P)$  и по наклону определим коэффициент Джоуля-Томсона для выбранной температуры
7. Окончив измерения при комнатной температуре, установим температуру, равную  $50^\circ\text{C}$ . Проведем действия, аналогичные 3–6.
8. Проведем измерения 3–6 для температуры  $80^\circ\text{C}$
9. Произведем вычисления: найдем «а», «b» и  $T_{inv}$  для  $\text{CO}_2$ . Сравним их с табличными значениями
10. Обработаем результаты
11. Оценим ошибки измерений

## 3.2 Полученные результаты

Значения для разницы давления даны в больших делениях манометра. На 100 делений манометра приходится 6 кгс/см<sup>2</sup>. Переведем эти значения в атмосферы (1 дел  $\approx 0.058$  атм). Также разницу потенциалов на термопаре в разницу температур для каждого измерения и запишем  $\Delta U_i = U_i - U_0$ , где  $i$  - номер измерения. Далее осуществим перевод  $\Delta U$  в  $\Delta T$  по соотношению:  $\Delta T = \alpha \Delta U$ , где  $\alpha$  зависит от значения температуры термостата:

T, °C	18	30	50
$\alpha$ , мкВ / К	39,8	41,6	43,3

Результаты записаны в таблицах 1, 2 и 3.

### Характеристики установки:

#### Систематические погрешности:

1. Погрешность  $\sigma_{\Delta P} = 0.5$  дел = 0.03 атм.
2. Погрешность  $\sigma_{\Delta U} = 0.001$  мкВ откуда находим погрешность  $\sigma_{\Delta T}$ , зависящую от температуры.

Мы используем различные значения коэффициентов для перевода  $\Delta U$  в  $\Delta T$  при различных температурах термостата, но поскольку значения  $\alpha$  отличаются друг от друга не более чем на 5% возьмем усредненное значение:

3.  $\alpha = 39.8$  мкВ/К
4.  $\sigma_{\Delta T} = 0.05$  К.

### Начальные условия:

1. Температура термостата:  $T_0 = 18^{\circ}C$
2. Напряжение до подачи давления:  $U_0 = 0,007$  мВ
3. Давление измеряется в кгс/см<sup>2</sup>, цена деления – 0,06 кгс/см<sup>2</sup>

### Таблицы с обработанными данными:

N	$\Delta P, \text{атм}$	$T, ^{\circ}C$	$\Delta T, ^{\circ}C$
0	0.0	18.0	0.0
1	4.065	18.15	4.322
2	3.717	18.23	3.894
3	3.339	18.29	3.467
4	2.962	18.37	3.015
5	2.671	18.45	2.663
6	1.974	18.51	1.859
7	1.713	18.62	1.583

Таблица 1 – данные для комнатной температуры

N	$\Delta P, \text{атм}$	$T, ^{\circ}C$	$\Delta T, ^{\circ}C$
0	0.0	30.06	0.0
1	4.181	30.1	3.846
2	3.862	30.08	3.462
3	3.078	30.01	2.62
4	2.671	30.02	2.188
5	2.584	30.0	2.115
6	2.236	30.0	1.755
7	1.568	30.0	1.082

Таблица 2 – данные для температуры  $\simeq 30$

N	$\Delta P, \text{атм}$	$T, ^{\circ}C$	$\Delta T, ^{\circ}C$
0	0.0	50.0	0.0
1	4.007	50.04	2.956
2	3.775	50.04	2.656
3	3.339	50.01	2.286
4	2.933	50.0	1.894
5	1.945	50.0	1.016

Таблица 3 – данные для температуры  $\simeq 50$

По получившимся значениям для  $\Delta P$  и  $\Delta T$  построим график зависимости  $\Delta T(\Delta P)$ . Воспользуемся для аппроксимации методом наименьших квадратов  $y = a_1 + b_1 x$ :

$$b_1 = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \quad a_1 = \langle y \rangle - b_1 \langle x \rangle.$$

Найдём погрешности коэффициентов  $a$  и  $b$  по формулам:

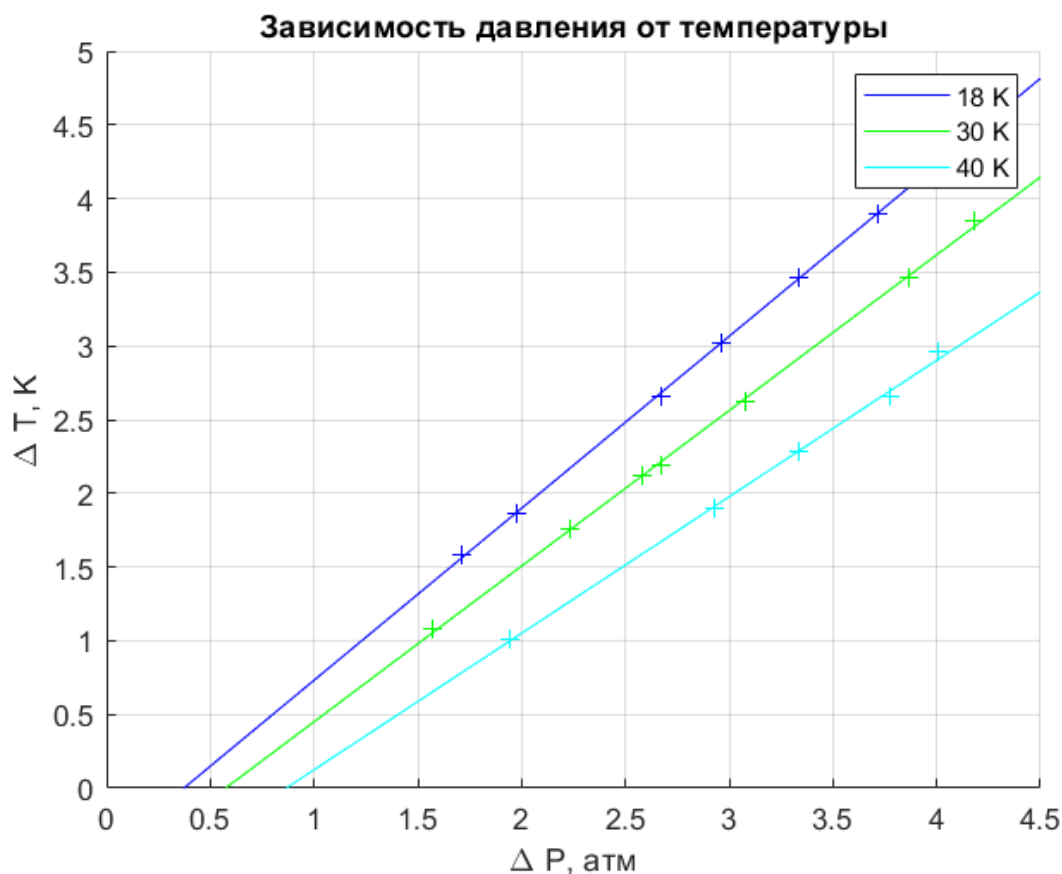
$$\sigma_{b_1} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b_1^2}, \quad \sigma_{a_1} = \sigma_{b_1} \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}.$$

Подставим значения из таблиц 1, 2 и 3. Учтем:  $\Delta P \Rightarrow x$  и  $\Delta T \Rightarrow y$

Полученные значения занесем в таблицу 4:

Получим значения для коэффициента Джоуля-Томсона:

$$\mu_{\text{Д-Т}} = \frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{A + B \Delta P}{\Delta P} = B + \frac{A}{\Delta P}$$



	$T = 18^{\circ}C$	$T = 30^{\circ}C$	$T = 50^{\circ}C$
$b_1, \text{ K/атм}$	1,167	1,06	0,93
$\sigma_{b_1}, \text{ K/атм}$	0,006	0,01	0,02
$a_1, \text{ K}$	-0,437	-0,61	-0,80
$\sigma_{a_1}, \text{ K}$	0,008	0,01	0,01

Таблица 4 – Значения полученные для  $a_1$  и  $b_1$

Погрешность для  $\frac{A}{\Delta P}$ :

$$\sigma_{A'} = \frac{A}{\Delta P} \sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta P}}{\Delta P}\right)^2}.$$

Диапазон измерений:  $1,5 \text{ атм} < \Delta P < 4,5 \text{ атм}$ , значит:

$$\max \sigma_{A'} = \frac{A}{4,5 \text{ атм}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta P}}{\Delta P}\right)^2}.$$

Теперь посчитаем константы Джоуля-Томсона для снятых значений температуры в определённом ранее диапазоне:

Для  $T = 18^{\circ}C$ ;

$$\mu_{\text{Д-Т}} = 1,167 \pm 0,006 \text{ K/атм} - \frac{0,437 \text{ K}}{\Delta P} \pm 0,002 \text{ K/атм}$$



Для  $T = 30^\circ C$ ;

$$\mu_{Д-Т} = 1,06 \pm 0,01 \text{ К/атм} - \frac{0,61 \text{ К}}{\Delta P} \pm 0,002 \text{ К/атм}$$

Для  $T = 50^\circ C$ ;

$$\mu_{Д-Т} = 0,93 \pm 0,02 \text{ К/атм} - \frac{0,80 \text{ К}}{\Delta P} \pm 0,005 \text{ К/атм}$$

Константы Джоуля-Томсона получились зависимыми от разницы давления, поэтому для подсчёта коэффициентов  $a$  и  $b$  из уравнения Ван-дер-Ваальса используем усреднённое значение коэффициентов Джоуля полученные нами для диапазона давления, рассчитанные по формуле:

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_{Д-Т}(1,5 \text{ атм}) + \mu_{Д-Т}(4,5 \text{ атм})}{2}, \quad \sigma_{\bar{\mu}} = \mu_{Д-Т}(1,5 \text{ атм}) - \bar{\mu}.$$

$T, ^\circ C$	$\bar{\mu} \pm \sigma_{\bar{\mu}}, \text{ К/атм}$
18	$1,0 \pm 0,2$
30	$0,8 \pm 0,3$
50	$0,6 \pm 0,4$

Таблица 5 – Рассчитанные коэффициенты Джоуля-Томсона

На основе полученных значений для коэффициента Джоуля-Томсона рассчитаем коэффициенты Ван-дер-Ваальса по формулам:

$$b = \frac{C_p(T_1\mu_1 - T_2\mu_2)}{T_2 - T_1}a = \frac{2C_pR(\mu_1 - \mu_2)}{2(1/T_1 + 1/T_2)}$$

Где значения  $\mu_1$  и  $\mu_2$  можно найти из формул

$$\mu_1 = \frac{\frac{2a}{RT_1} - b}{C_p} \mu_2 = \frac{\frac{2a}{RT_2} - b}{C_p}$$

Найдем погрешности для  $a$  и  $b$ . Заметим, что погрешности  $\mu_1$  и  $\mu_2$  намного больше погрешностей для значений температуры, поэтому:

$$\sigma_b = b \frac{\sqrt{T_1^2 \sigma_{\mu_1}^2 + T_2^2 \sigma_{\mu_2}^2}}{T_1\mu_1 - T_2\mu_2}$$

$$\sigma_a = a \frac{\sqrt{\sigma_{\mu_1}^2 + \sigma_{\mu_2}^2}}{\mu_1 - \mu_2}$$

Подставим в эти формулы значения коэффициента Джоуля-Томсона для разных значений температуры, результат запишем в таблицу 6. Заметим, что погрешности получились весьма большими, что говорит о сложности ведения дальнейший расчетов

$T_1 \text{ } ^\circ C$	18	30	50
$T_2 \text{ } ^\circ C$	30	50	18
$a$	3592	7410	-3784
$\sigma_a$	2335	3705	4730
$b$	117	88	70
$\sigma_b$	261	128	229

Таблица 6 – Значения коэффициентов а и b

## 4 Выводы

1. Установили линейную зависимость (график 1)
2. В ходе эксперимента был измерен эффект Джоуля-Томсона. (таблица 4) Константы сильно отличаются от табличных данных. Вероятно, мы не учли некоторые внешние условия, смещающие значения коэффициента Ван-дер-Ваальса, поскольку их отношение сохраняется (по доказанной линейной зависимости)
3. Получили большую погрешность в измерении коэффициента Джоуля-Томсона. Эти расхождения могут быть объяснены ошибками в проведении эксперимента или проблемами, связанными с самой установкой.