

Отчет по лабораторной работе №2.1.3
Определение C_p/C_v по скорости звука в газе

Бичина Марина группа Б04-005 1 курса ФЭФМ

12.03.2021

1 Аннотация

Цель работы:

1.) Измерить частоту колебаний и длину волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу
2. Определить показатель адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

Оборудование:

1. звуковой генератор ГЗ
2. электронный осциллограф ЭО
3. микрофон
4. телефон
5. раздвижная труба
6. теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата;
7. баллон со сжатым углекислым газом
8. газгольдер

2 Теоретическая часть

Скорость распространения звуковой волны в газах можно выразить формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} \quad (1)$$

где R - универсальная газовая постоянная, T - температура газа, μ - молярная масса газа.

Отсюда можно выразить постоянную адиабаты, из формулы (1) равную:

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2 \quad (2)$$

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и, вообще говоря, очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы L равна целому числу полуволн, то есть когда

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

где λ — длина волны звука в трубе, а n — любое целое число.

Скорость звука c связана с его частотой f и длиной волны λ соотношением:

$$c = \lambda f \quad (4)$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двумя способами:

1. При неизменной частоте f звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны λ) можно изменять длину трубы L . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Для k -ого резонанса имеем:

$$L_{n+k} = n\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2}, \quad (5)$$

т. е. $\lambda/2$ равна угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы L от номера резонанса k .

2. При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту f звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны λ . Для k -ого резонанса получим:

$$L = (n+k)\frac{\lambda_{k+1}}{2}$$

$$f_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L}(n+k) = f_1 + \frac{c}{2L}k.$$

Скорость звука таким образом по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

2.1 Описание установки:

Для двух методов измерения скорости звука в работе имеются две установки (рис. 1 и 2). В обоих случаях они возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты. В качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

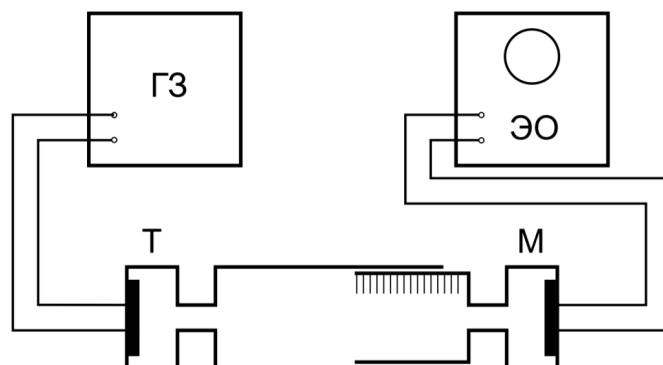


Рис. 1: Установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

Первая установка (рис. 1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубок (на рисунке не показан) труба может наполняться воздухом или

углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения γ для воздуха и для CO_2

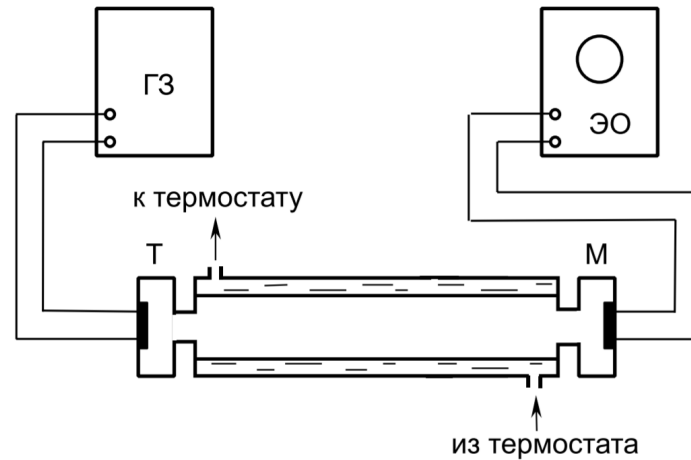


Рис. 2: Установка для изучения зависимости скорости звука от температуры

Вторая установка (рис. 2) содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата. Температура газа принимается равной температуре омывающей трубу воды. На этой установке измеряется зависимость скорости звука от температуры.

2.2 Контрольные вопросы:

1. Выведите формулы (1.16).

Из соотношения:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

Выразим модуль Юнга E . Возьмем уравнения

$$\Delta P = -E \frac{\Delta V}{V}, \quad \frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}$$

Отсюда получим:

$$E = \rho \frac{dP}{d\rho}.$$

Подставляя в 1 получаем формулу (1.16):

$$c = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}.$$

2. Зависит ли γ от температуры в выбранном интервале температур?

Нет, не зависит. γ изменяется за счёт появления колебательных степеней свободы при высоких температурах, но в данном диапазоне это явление не происходит.

3. Будет ли наблюдаться такая зависимость при изменении температуры от очень малых значений до 1000°C ?

При температурах около 1000°C будут вносить вклад колебательные степени свободы и γ будет изменяться.

3 Ход работы:

1. Включим в сеть электронный осциллограф ЭО и звуковой генератор ГЗ, дадим им прогреться 5-7 минут. После этого включим тумблер «Луч» и добьемся, чтобы на экране была видна линия, прочерченная электронным лучом.

Установим нулевое значение шкалы частот звукового генератора.

2. Подберем напряжение на выходе генератора так, чтобы при резонансе на осциллографе наблюдались колебания достаточной амплитуды.

Остановим картину на осциллографе. Убедимся в том, что колебания имеют неискаженную синусоидальную форму.

3. Измерения на первой установке (рис. 1).

- 1) Исходя из примерного значения скорости звука (300 м/с), рассчитаем, в каком диапазоне частот следует вести измерения, чтобы при удлинении трубы можно было наблюдать 2–5 резонансов
- 2) Используя многоходовый или кнопочный кран, продует трубу воздухом (в ней мог остаться углекислый газ). Повторим измерения при других частотах (всего 4–6 различных значений частоты). Для каждого резонанса измерим соответствующее удлинение трубы. Проведем измерения, сначала увеличивая длину трубы, а затем уменьшая ее. Результаты сведем в таблицу 1

f , Гц	1	2	3	4	5
719	↑ 46, ↓ 47	—	—	—	—
1398	↑ 25, ↓ 22	↑ 146, ↓ 150	—	—	—
2095	↑ 40, ↓ 41	↑ 123, ↓ 122	↑ 205, ↓ 206	—	—
2793	↑ 48, ↓ 47	↑ 109, ↓ 110	↑ 171, ↓ 171	—	—
3500	↑ 42, ↓ 43	↑ 92, ↓ 93	↑ 142, ↓ 143	↑ 191, ↓ 191	—
4206	↑ 41, ↓ 41	↑ 82, ↓ 83	↑ 125, ↓ 124	↑ 165, ↓ 165	↑ 206, ↓ 206

Таблица 1: Данные полученные для воздуха

- 3) Изобразим полученные результаты на графике, откладывая по оси абсцисс номер k последовательного резонанса, а по оси ординат — соответствующее удлинение трубы $L_{(n+k)} - L_n$. Через точки, полученные при одном и

том же значении частоты, проведем наилучшую прямую по мнк. Угловой коэффициент прямой определяет длину полуволны. По графику оценим ошибку измерения $\lambda/2$. Вычислим значение скорости звука и оценим точность полученного результата. Найдем наилучшее значение скорости звука, используя все результаты измерений

По измеренным данным построим графики зависимости длины трубы L от номера резонанса N . И проведем наилучшую прямую по методу наименьших квадратов:

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \quad a = \langle y \rangle - b \langle x \rangle. \quad (6)$$

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2}, \quad \sigma_a = \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}. \quad (7)$$

Для наших целей значение a не требуется, получим формулы:

$$\lambda/2 = \frac{\langle NL \rangle - \langle N \rangle \langle L \rangle}{\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2}, \quad \sigma_{\lambda} \approx \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle L^2 \rangle - \langle L \rangle^2}{\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2} - (\lambda/2)^2}. \quad (8)$$

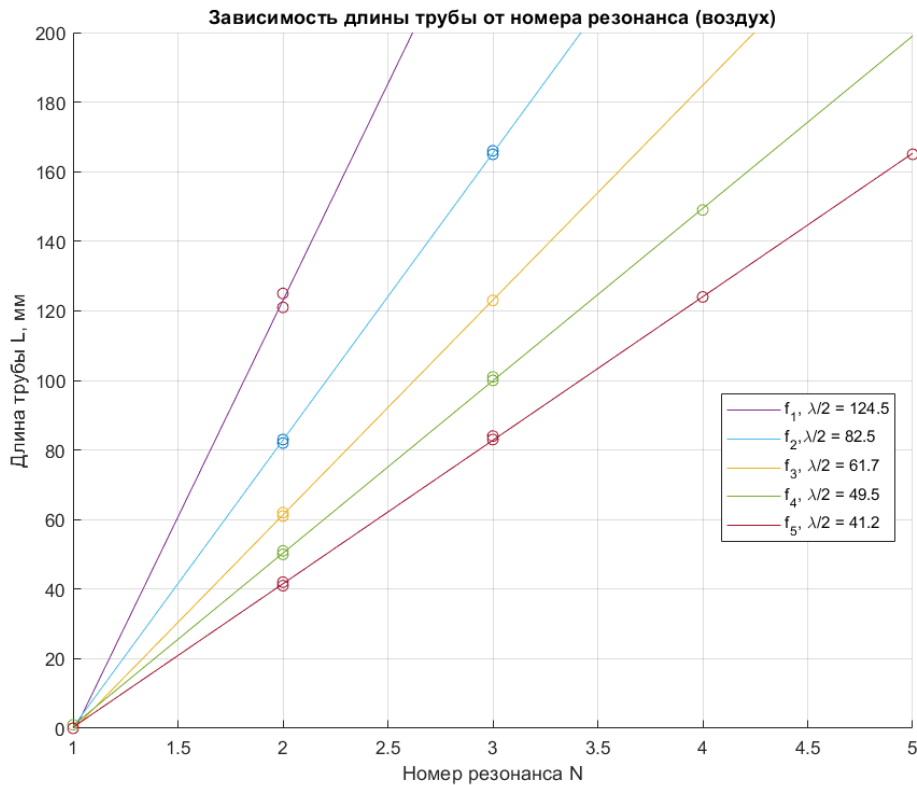


Рис. 3: График для воздуха

Подставив значения из таблицы 1 в формулы получим значения для воздуха:

f	1398	2095	2793	3500	4206
$\langle N \rangle$	1.5	2.0	2.0	2.5	3.0
$\langle L \rangle$	85.75	122.83	109.33	117.13	123.8
$\langle NL \rangle$	159.75	300.67	259.83	354.75	453.9
$\langle N^2 \rangle$	2.5	4.67	4.67	7.5	11.0
$\langle L^2 \rangle$	11231.25	19625.83	14496.0	16787.63	18729.8
$\lambda/2$	124.5	82.5	61.8	49.6	41.3
$\sigma_{\lambda/2}$	1.8	0.3	0.2	0.2	0.2

- 4) Измерим скорость звука в углекислом газе. Перед началом измерений продуем трубу углекислым газом. По окончании этих измерений подвижную часть трубы оставим во вставленном состоянии и проведем измерения резонансных максимумов при увеличении и затем при уменьшении частоты. Сведем данные в таблицу 2. Обработаем полученные данные и сравним результаты с полученными при изменении длины трубы

$f, \text{Гц}$	1	2	3	4	5	6
702	↑ 27, ↓ 28	↑ 218, ↓ 217	—	—	—	—
1405	↑ 80, ↓ 81	↑ 178, ↓ 176	—	—	—	—
2099	↑ 6, ↓ 6	↑ 70, ↓ 70	↑ 135, ↓ 134	↑ 198, ↓ 199	—	—
2799	↑ 21, ↓ 21	↑ 69, ↓ 69	↑ 117, ↓ 117	↑ 165, ↓ 165	↑ 213, ↓ 214	—
3495	↑ 32, ↓ 32	↑ 72, ↓ 70	↑ 108, ↓ 108	↑ 147, ↓ 147	↑ 190, ↓ 185	↑ 226, ↓ 225

Таблица 2: Данные полученные для CO_2

Аналогично воздуху, построим график для углекислого газа по методу мнк, применяя формулу 6, опираясь на значения таблицы 2

f	702	1405	2099	2799	3495
$\langle N \rangle$	1.5	1.5	2.5	3.0	3.5
$\langle L \rangle$	122.5	128.75	102.25	117.1	128.5
$\langle NL \rangle$	231.25	217.25	335.88	447.5	562.75
$\langle N^2 \rangle$	2.5	4.67	7.5	11.0	15.17
$\langle L^2 \rangle$	24031.5	18905.25	15607.25	18339.7	20892.0
$\lambda/2$	190.0	96.5	64.2	48.1	38.7
$\sigma_{\lambda/2}$	0.5	0.8	0.2	0.1	0.3

4. Вычислим значение $\gamma = C_p/C_v$ по формуле (1). Оценим ошибку измерений.

Найдём по полученным из графиков значениям скорость звука по формулам:

$$c = f\lambda, \quad \sigma_c = c\sqrt{(\sigma_f/f)^2 + (\sigma_\lambda/\lambda)^2}, \quad (9)$$

где f – частота, λ – длина волны, $\sigma_f = 1 \text{ Гц}$, $\sigma_\lambda = 2\sigma_{\lambda/2}$.

Подставив в (9) значения для воздуха получим:

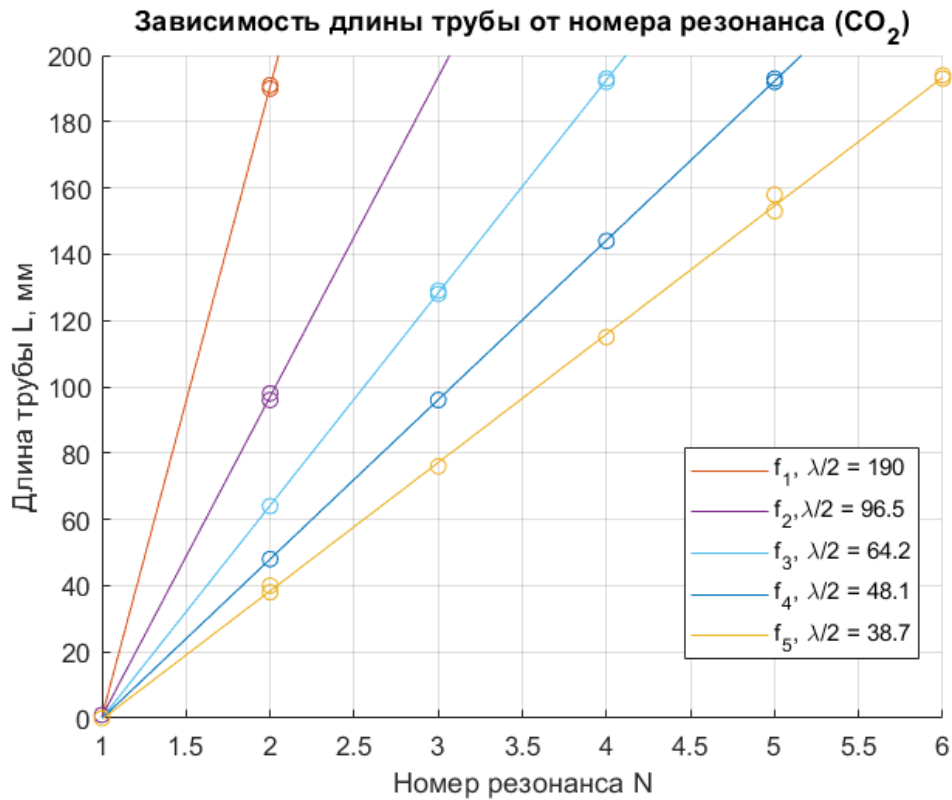


Рис. 4: График для CO₂

f	1398	2095	2794	3501	4206
λ	249.0	165.0	123.4	99.2	82.4
σ_λ	3.6	0.6	0.4	0.4	0.2
c	348.0	346.0	345.0	347.0	347.0
σ_c	6.0	2.0	2.0	2.0	1.0

Подставив в (9) значения для углекислого газа получаем:

f	702	1405	2099	2799	3495
λ	380.0	193.0	128.4	96.2	77.4
σ_λ	1.0	1.6	0.2	0.2	0.4
c	267.0	271.0	270.0	269.0	271.0
σ_c	1.0	3.0	1.0	1.0	2.0

Далее вычислим $\gamma = C_p/C_v$ по формуле (2) подставив полученные значения для c и μ . $\mu = 0.02897$ кг/моль, $\mu_{\text{CO}_2} = 0.044$ кг/моль:

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c_{\text{возд.}}^2, \quad \gamma_{\text{CO}_2} = \frac{\mu_{\text{CO}_2}}{RT} c_{\text{CO}_2}^2, \quad \sigma_\gamma = \gamma \sqrt{4 \left(\frac{\sigma_c}{c} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T} \right)^2}.$$

Исходя из данных в таблицах возьмём $c_{\text{возд.}} = 346 \pm 2$ м/с, $c_{\text{CO}_2} = 270 \pm 2$ м/с, температура воздуха $T = 297 \pm 2$ К:

$$\gamma_{\text{возд.}} = \frac{0.02897}{8.314 \cdot 297} \cdot 346^2 \approx 1.40, \quad \sigma_{\gamma_{\text{возд.}}} = 1.40 \cdot \sqrt{4 \left(\frac{2}{346} \right)^2 + \left(\frac{2}{297} \right)^2} \approx 0.02;$$

$$\gamma_{\text{CO}_2} = \frac{0.044}{8.314 \cdot 297} \cdot 270^2 \approx 1.30, \quad \sigma_{\gamma_{\text{CO}_2}} = 1.30 \cdot \sqrt{4 \left(\frac{2}{270} \right)^2 + \left(\frac{2}{297} \right)^2} \approx 0.03.$$

Полученные нами значения для показателей адиабаты: $\gamma_{\text{возд.}} = 1.40 \pm 0.02$, $\gamma_{\text{CO}_2} = 1.30 \pm 0.03$.

4 Выводы:

1. Установили линейную зависимость длины трубы от номера резонанса
2. Измерили скорость звука в воздухе и углекислом газе при комнатной температуре.

$$c_{\text{возд}} = 346 \pm 2 \text{ м/с } (\varepsilon_c = 0.6\%), \quad c_{\text{CO}_2} = 270 \pm 2 \text{ м/с } (\varepsilon_c = 0.7\%).$$

3. Вычислили показатель $\gamma = C_p/C_v$ для воздуха и углекислого газа при комнатной температуре:

$$\gamma_{\text{возд}} = 1.40 \pm 0.02 \quad (\varepsilon_\gamma = 1.5\%), \quad \gamma_{\text{CO}_2} = 1.30 \pm 0.03 \quad (\varepsilon_\gamma = 2.4\%).$$