
Отчёт по работе 2.4.1

Определение теплоты испарения жидкости

Карташов Константин Б04-005

I. Аннотация

Цель работы:

1. Измерение давления насыщенного пара жидкости при разной температуре.
2. Вычисление по полученным данным теплоты испарения с помощью уравнения Клапейрона-Клаузиуса.

В работе используются:

- ▷ Термостат
 - ▷ Герметический сосуд, заполненный исследуемой жидкостью
 - ▷ Отсчётный микроскоп
-

II. Теоретическая часть

i. Необходимые знания для проведения эксперимента

Явление испарения. Испарением называется переход вещества из жидкого состояния в газообразное. Оно происходит на свободной поверхности жидкости, при этом молекулы имеющие достаточную кинетическую энергию для совершения работы против внешнего давления P переходят в пар. Это приводит к обеднению жидкости молекулами с высокой энергией, то есть к её охлаждению. Чтобы жидкость не остывала к ней нужно подводить тепло. Количество теплоты, необходимое для изотермического испарения одного моля жидкости при внешнем давлении, равном упругости её насыщенных паров, называется молярной теплотой испарения (парообразования).

Измерение теплоты парообразования. Измерение теплоты испарения при помощи калориметра является неточным из-за неконтролируемых потерь тепла. Поэтому для нахождения теплоты парообразования в этой работе будет использоваться метод основанный на формуле Клапейрона-Клаузиуса:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)}. \quad (1)$$

Здесь P - давление насыщенного газа, T - температура жидкости и газа, L - теплота испарения жидкости, V_2 - объём пара, V_1 - объём жидкости.

В условиях проведения эксперимента величиной V_1 в (1) можно пренебречь, тогда $V_2 = V$. Также использование в качестве уравнения состояния уравнения Клапейрона будет давать ошибку менее 3%, поэтому будет считать:

$$V = \frac{RT}{P} \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), пренебрегая V_1 и разрешая уравнение относительно L получим:

$$L = \frac{RT^2}{P} \frac{dP}{dT} = -R \frac{d(\ln P)}{d(1/T)} \quad (3)$$

Эта формула является окончательной и будет использоваться в расчётах для нахождения L .

ii. Контрольные вопросы

Вопрос 1: В справочниках приводится теплота испарения, измеренная при давлении 760 мм рт. ст. Совпадает ли эта величина с измеренной вами на опыте? Какая из них больше? Оцените разницу между ними.

Полученные в ходе эксперимента данные получились отличными от табличных. Полученное значение $L_2 = 45.2 \pm 0.7 \frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$ больше табличного $L_2 = 40.68 \frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$ на 10–13%.

Вопрос 2: Укажите, исходя из теоретических соображений, в какую сторону должна меняться теплота испарения с увеличением температуры.

Удельная теплота парообразования уменьшается с ростом давления, так как состояние жидкости приближается к критическому, в котором фазовый переход происходит без затрат энергии. Критическое состояние происходит при высоком давлении и температуре.

III. Экспериментальная часть

i. Устройство экспериментальной установки

Обозначения на рисунке 1:

- 1 – Резервуар, играющий роль термостата.
- 2 – Спираль подогревающая термостат электрическим током.
- 3 – Змеевик по которому пропускается холодная вода для охлаждения термостата.
- 4 – Трубка через которую в термостат подаётся воздух.
- 5 – Термометр для измерения температуры термостата.
- 6 – Запаянный прибор с исследуемой жидкостью.

Погрешности установки:

- ▷ Погрешность измерения температуры $\sigma_T = 0.1 \text{ K}$
- ▷ Погрешность измерения высоты $\sigma_h = 0.1 \text{ мм}$

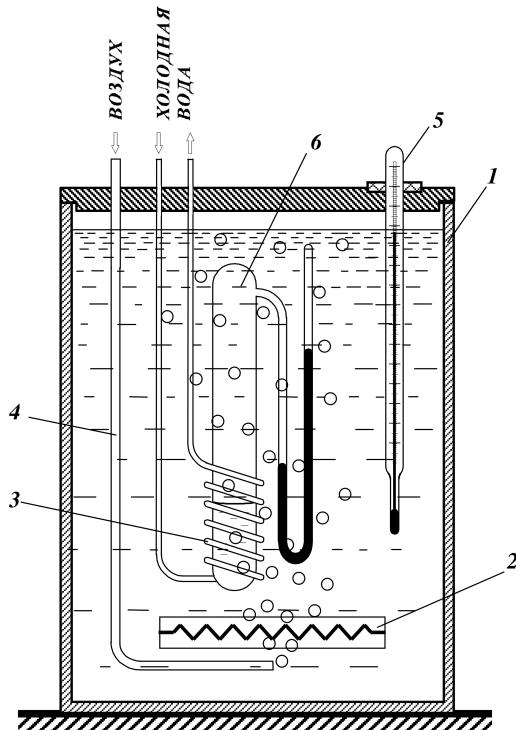


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

ii. Проведение эксперимента

1. Измерим разность уровней в ртутном U-образном манометре с помощью микроскопа и температуру по термометру.
2. Включим терmostат. Через каждый градус нагрева будем фиксировать температуру и давление, до 40-50 °C, либо до прохождения половины доступного времени.
3. Проведём те же измерения при охлаждении жидкости. Следует установить воды, чтобы остывание проходило с тем же темпом, что и нагревание.
4. Построим графики полученных данных в координатах T , P и $1/T$, $\ln P$.

iii. Обработка результатов

Полученные результаты. Копия листа с полученными результатами предоставлена в приложении. Найдём давление в каждый момент времени. Знаем что начальная высота правого столба $h_0 = 64.5$ мм, разница в высоте между ртутными столбами $\Delta h_0 = 18$ мм. Найдём давление в мм рт. ст. по формуле $p = \Delta h_0 + 2(h - h_0)$, где h – измеренная высота правого столба. Переведём давление в мм рт. ст. в Па умножив значения на 133.32. Полученные значения представлены в таблицах 1 и 2.

Далее для каждого значения P найдём $\ln(P/P_0)$, где P_0 - значение давления при первом измерении при 20 °C. И также найдём $1/T$ и переведём в значение в $K^{-1} \cdot 10^3$.

T , К	293	294	295	296	297	298	299	300	301
P , мм рт. ст.	18.0	17.6	19.4	19.4	20.8	21.8	23.2	25.0	26.4
P , Па	2400	2346	2586	2586	2773	2906	3093	3333	3520
T , К	302	303	304	305	306	307	308	309	—
P , мм рт. ст.	29.0	31.4	33.0	34.6	36.8	39.6	41.8	43.6	—
P , Па	3866	4186	4400	4613	4906	5279	5573	5813	—

Таблица 1: Измеренные значения давления при повышении температуры

T , К	309	308	307	306	305	304	303	302	301
P , мм рт. ст.	43.6	42.6	40.2	37.0	36.2	32.8	31.0	29.4	28.0
P , Па	5813	5679	5359	4933	4826	4373	4133	3920	3733
T , К	300	299	298	297	296	295	294	293	—
P , мм рт. ст.	26.4	24.6	23.4	22.2	21.4	19.2	18.2	16.6	—
P , Па	3520	3280	3120	2960	2853	2560	2426	2213	—

Таблица 2: Измеренные значения давления при понижении температуры

Эти значения приведены в таблицах 3 и 4, они будут использоваться для построения графика.

$1/T$, $K^{-1} \cdot 10^3$	3.413	3.401	3.39	3.378	3.367	3.356	3.344	3.333	3.322
$\ln(P/P_0)$	0.0	-0.022	0.075	0.075	0.145	0.192	0.254	0.329	0.383
$1/T$, $K^{-1} \cdot 10^3$	3.311	3.3	3.289	3.279	3.268	3.257	3.247	3.236	—
$\ln(P/P_0)$	0.477	0.556	0.606	0.653	0.715	0.788	0.843	0.885	—

Таблица 3: Точки для построения логарифмического графика для повышения температуры

Нахождение наилучшей прямой. Для графиков зависимости $P(T)$ и $\ln(P/P_0)(1/T)$ найдём наилучшую прямую по методу наименьших квадратов. Метод наименьших квадратов для построения прямой $y = A + Bx$:

$$B = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \quad A = \langle y \rangle - B\langle x \rangle. \quad (4)$$

Погрешности коэффициентов a и b находятся по формулам:

$$\sigma_B \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - B^2}, \quad \sigma_A = \sigma_B \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}. \quad (5)$$

iv. Построение графиков

График $P(T)$ Найдём наилучшую прямую подставив в (4) и (5) вместо x и y значения T и P из таблиц 1 и 2. Получаем:

$1/T, K^{-1} \cdot 10^3$	3.236	3.247	3.257	3.268	3.279	3.289	3.3	3.311	3.322
$\ln(P/P_0)$	0.885	0.861	0.803	0.721	0.699	0.6	0.544	0.491	0.442
$1/T, K^{-1} \cdot 10^3$	3.333	3.344	3.356	3.367	3.378	3.39	3.401	3.413	–
$\ln(P/P_0)$	0.383	0.312	0.262	0.21	0.173	0.065	0.011	-0.081	–

Таблица 4: Точки для построения логарифмического графика для понижения температуры

1. При повышении температуры:

$\langle x \rangle$	301.0
$\langle y \rangle$	3775.3
$\langle x^2 \rangle$	90625
$\langle y^2 \rangle$	15514052
$\langle xy \rangle$	1141791
N	17

Получаем:

$$B = \frac{1141791 - 301 \cdot 3775}{90625 - 301^2} \approx 226 \text{ Па}/\text{К}, \quad A = 3775 - 226 \cdot 301 \approx -64248 \text{ Па}.$$

Считаем погрешность:

$$\sigma_B = \frac{1}{\sqrt{17}} \sqrt{\frac{15514052 - 3775^2}{90625 - 301^2} - 226^2} \approx 9 \text{ Па}/\text{К}, \quad \sigma_A = 9\sqrt{90625 - 301^2} \approx 46 \text{ Па}.$$

2. При понижении температуры:

$\langle x \rangle$	301
$\langle y \rangle$	3864
$\langle x^2 \rangle$	90625
$\langle y^2 \rangle$	16176968
$\langle xy \rangle$	1168695
N	17

Получаем:

$$B = \frac{1168695 - 301 \cdot 3864}{90625 - 301^2} \approx 226 \text{ Па}/\text{К}, \quad A = 3864 - 226 \cdot 301 \approx -64079 \text{ Па}.$$

Считаем погрешность:

$$\sigma_B = \frac{1}{\sqrt{17}} \sqrt{\frac{16176968 - 3864^2}{90625 - 301^2} - 226^2} \approx 7 \text{ Па}/\text{К}, \quad \sigma_A = 7\sqrt{90625 - 301^2} \approx 33 \text{ Па}.$$

3. По всем точкам

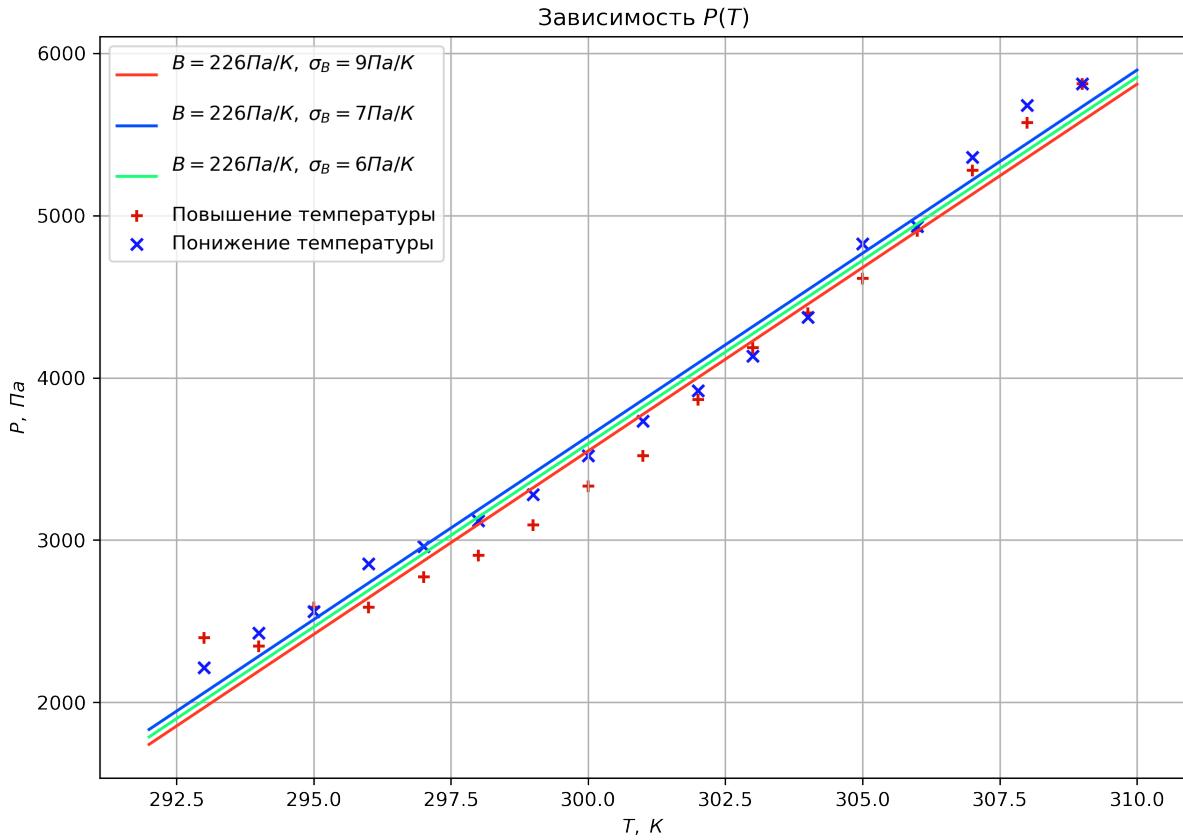


Рис. 2: Первый график

$\langle x \rangle$	301
$\langle y \rangle$	3820
$\langle x^2 \rangle$	90625
$\langle y^2 \rangle$	15845510
$\langle xy \rangle$	1155243
N	34

Получаем:

$$B = \frac{1155243 - 301 \cdot 3820}{90625 - 301^2} \approx 226 \text{ Па/К}, \quad A = 3820 - 226 \cdot 301 \approx -64164 \text{ Па}.$$

Считаем погрешность:

$$\sigma_B = \frac{1}{\sqrt{34}} \sqrt{\frac{15845510 - 3820^2}{90625 - 301^2} - 226^2} \approx 6 \text{ Па/К}, \quad \sigma_A = 6 \sqrt{90625 - 301^2} \approx 29 \text{ Па}.$$

По полученным значениям строим график (рис. 2).

График $\ln P/P_0(1/T)$ Найдём наилучшую прямую подставив в (4) и (5) вместо x и y значения $1/T$ и $\ln(P/P_0)$ из таблиц 3 и 4. Получаем:

1. При повышении температуры:

$\langle x \rangle$	3.323
$\langle y \rangle$	0.409
$\langle x^2 \rangle$	11.046
$\langle y^2 \rangle$	0.256
$\langle xy \rangle$	1.343
N	17

Получаем:

$$B = \frac{1.343 - 3.323 \cdot 0.409}{11.046 - 3.323^2} \approx -5.46K \cdot 10^3, \quad A = 0.409 + 5.46 \cdot 3.323 \approx 18.57.$$

Считаем погрешность:

$$\sigma_B = \frac{1}{\sqrt{17}} \sqrt{\frac{0.256 - 0.409^2}{11.046 - 3.323^2} - 5.46^2} \approx 0.13K \cdot 10^3, \quad \sigma_A = 0.13\sqrt{11.046 - 3.323^2} \approx 0.01.$$

2. При понижении температуры:

$\langle x \rangle$	3.323
$\langle y \rangle$	0.434
$\langle x^2 \rangle$	11.046
$\langle y^2 \rangle$	0.275
$\langle xy \rangle$	1.426
N	17

Получаем:

$$B = \frac{1.426 - 3.323 \cdot 0.434}{11.046 - 3.323^2} \approx -5.41K \cdot 10^3, \quad A = 0.434 + 5.41 \cdot 3.323 \approx 18.426.$$

Считаем погрешность:

$$\sigma_B = \frac{1}{\sqrt{17}} \sqrt{\frac{0.275 - 0.434^2}{11.046 - 3.323^2} - 5.46^2} \approx 0.07K \cdot 10^3, \quad \sigma_A = 0.07\sqrt{11.046 - 3.323^2} \approx 0.004.$$

3. По всем точкам

$\langle x \rangle$	3.323
$\langle y \rangle$	0.422
$\langle x^2 \rangle$	11.046
$\langle y^2 \rangle$	0.265
$\langle xy \rangle$	1.385
N	34

Получаем:

$$B = \frac{1.385 - 3.323 \cdot 0.422}{11.046 - 3.323^2} \approx -5.41K \cdot 10^3, \quad A = 0.422 + 5.41 \cdot 3.323 \approx 18.426.$$

Считаем погрешность:

$$\sigma_B = \frac{1}{\sqrt{17}} \sqrt{\frac{0.265 - 0.422^2}{11.046 - 3.323^2} - 5.46^2} \approx 0.09K \cdot 10^3, \quad \sigma_A = 0.09\sqrt{11.046 - 3.323^2} \approx 0.005.$$

По полученным значениям строим график (рис. 3).

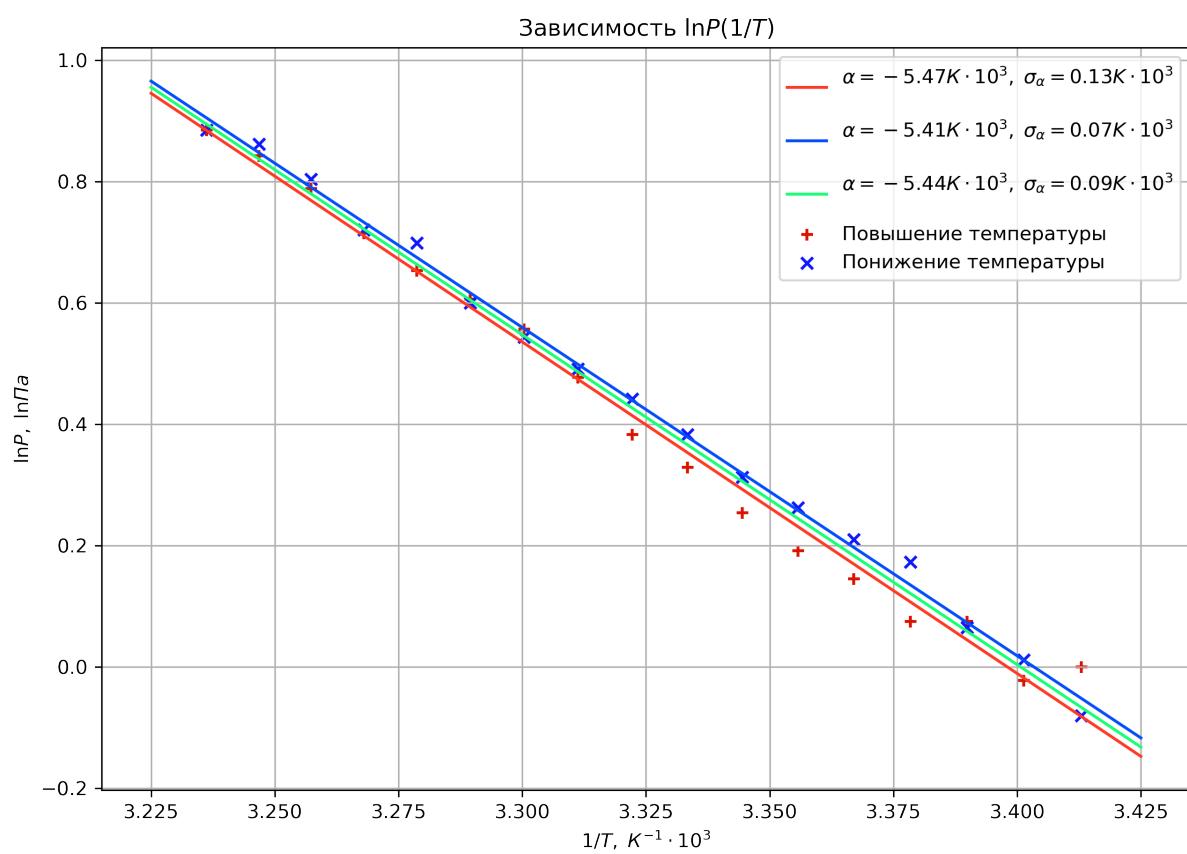


Рис. 3: Второй график

v. Расчёт конечных значений

По полученным данным рассчитаем L для углекислого газа.

В первом случае рассчитаем L по данным полученным из первого графика. Возьмём значения с наименьшей погрешностью, то есть: $B = 226 \text{ Па/К}$ $\sigma_B = 6 \text{ Па/К}$. Подставим в формулу 3 B вместо $\frac{dP}{dT}$, возьмём $T = \langle T \rangle = 301 \text{ К}$, на первом графике найдём значение P соответствующее точке по $T = 301 \text{ К}$ по зелёной прямой, получим $P = 3820 \text{ Па}$. Подставим значения:

$$L = \frac{RT^2}{P}B = \frac{R \cdot 301^2}{3820} \cdot 226 \approx 44500 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}.$$

Рассчитаем погрешность по формуле:

$$\sigma_L = L \sqrt{4 \left(\frac{\sigma_T}{T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_P}{P} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B} \right)^2} = 44500 \cdot \sqrt{4 \left(\frac{0.1}{301} \right)^2 + \left(\frac{13}{3820} \right)^2 + \left(\frac{6}{226} \right)^2} \approx 1200 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}.$$

Во втором случае рассчитаем L по данным полученным из второго графика. Возьмём значения с наименьшей погрешностью, то есть: $B = -5.41 \cdot 10^3 \text{ К}$ $\sigma_B = 0.07 \cdot 10^3 \text{ К}$. Подставим в правую часть формулы 3 значение B вместо $\frac{d(\ln(P))}{d(1/T)}$:

$$L = -R \cdot B = 8.314 \cdot 5.41 \cdot 10^3 \approx 45200 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}.$$

Рассчитаем погрешность по формуле:

$$\sigma_L = L \frac{\sigma_B}{B} = 45200 \cdot \frac{0.07}{5.41} \approx 700 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}.$$

Далее перейдём к выводам.

IV. Выводы

- Полученные в работе значения для молярной теплоёмкости L : $L_1 = 44.5 \pm 1.2 \frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$ ($\varepsilon_L = 3\%$), $L_2 = 45.2 \pm 0.7 \frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$ ($\varepsilon_L = 2\%$).
- Видим, что построение графика в логарифмических координатах помогло добиться более точных значений.
- Сравнивая полученные значения для L с табличным $L = 40.68 \frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$, видим, что полученные данные не совпадают с табличными. Это можно связать с низким давлением в системе.

V. Приложение

Лабораторная работа 2.4.1 данные эксперимента		
I Изменение температуры		
N	T, °C	mm
1	20	48,5 64,5
2	21	100 48,3 64,3
3	22	91,2 63,2
4	23	49,2 65,2
5	24	66,0 65,3
6	25	66,9
7	26	67,1
8	27	68,0
9	28	68,7
10	29	70,0
11	30	71,2
12	31	72,0
13	32	72,8
14	33	73,9
15	34	75,3
16	35	76,4
17	36	77,3

II Измерение температуры

n	T _{OC}	mm
35	36,8	
34	35,6	
33	34,0	
32	33,6	
31	31,9	
30	31,0	
29	30,2	
28	29,5	
27	28,7	
26	27,8	
25	27,2	
24	26,6	
23	26,2	
22	25,1	
21	24,6	
20	23,8	