

Корнеев Николай Б04-005, Лабораторная работа №. 4.3.3
«Исследование разрешающей способности микроскопа
методом Аббе»

Цель работы:

Определение дифракционного предела разрешения объектива микроскопа методом Аббе

Задание:

1. Определить периоды сеток
 - (а) по их спектру на удаленном экране
 - (б) по увеличенному с помощью модели микроскопа изображению сеток на экране
 - (с) по результатам измерения разрешающей способности микроскопа
2. наблюдать явление саморепродукции
3. наблюдать явление пространственной фильтрации
4. наблюдать явление мультиплицирования

Оборудование:

1. лазер
2. кассета с набором сеток разного периода
3. линзы
4. щель с микрометрическим винтом
5. оптический стол с набором рейтеров и крепежных винтов
6. экран
7. линейка

Теоретическая справка:

Разрешающая способность: Любая оптическая система имеет конечный предел разрешения. Принципиальной причиной, ограничивающей предел разрешения, является дифракция световых волн.

Визуально, в качестве критерия разрешения применяют критерий Рэлея.

Для иммерсионного микроскопа разрешающая способность при некогерентном освещении

$$l_{min} \approx \frac{0.61\lambda}{n \cdot \sin A} \quad (1)$$

где:

n – коэффициент преломления

A – апертурный угол объектива микроскопа

При когерентном освещении формула принимает вид

$$l_{min} \approx \frac{0.61\lambda}{n \cdot \sin A} \approx \frac{\lambda}{D/2f} \quad (2)$$

где D – диафрагма

Дифракция Фраунгофера на двумерной решетке При дифракции Фраунгофера на решетке периода d направления θ максимумы интенсивности определяются из условия

$$d \sin \theta = m\lambda$$

Двумерную решетку можно рассматривать как две перпендикулярные друг другу, для максимумов которых выполняется соотношение:

$$d \sin \theta_x = m_x \lambda, \quad d \sin \theta_y = m_y \lambda \quad (3)$$

где

θ_x, θ_y – направления на главные дифракционные максимумы в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно

m_x, m_y – целые числа, характеризующие порядок дифракционных максимумов

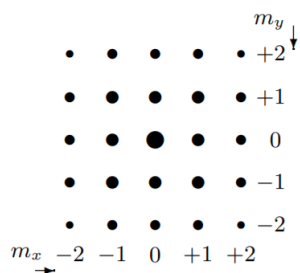


Рис. 1: Дифракция Фраунгофера. Максимумы изображены кружками, размеры которых характеризуют интенсивности.

Описание установки:

1. Установка для 1 пункта

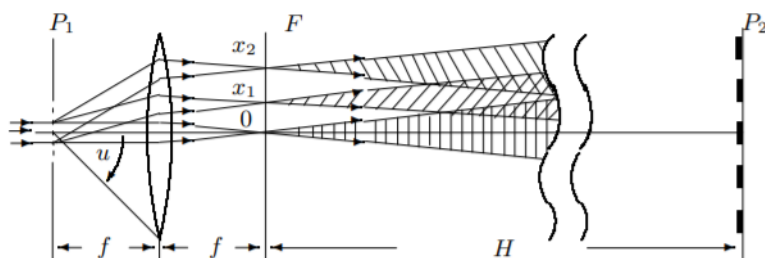


Рис. 2: Изображение в объективе микроскопа

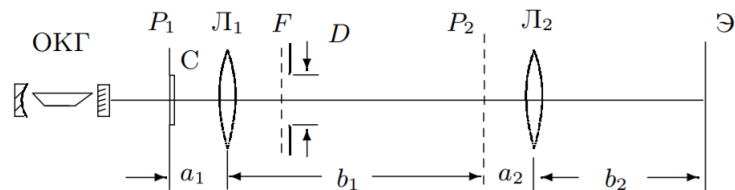


Рис. 3: Схема экспериментальной установки – модель проекционного микроскопа

2. Установка для 2 пункта

ОКГ – лазер

C – сетка

\mathcal{L}_1 – объектив микроскопа $F_1 = 100$ мм

\mathcal{L}_2 – линза 2 $F_2 = 25$ мм

P_1 – плоскость предмета

P_2 – плоскость вторичного изображения

Э – экран

D – диафрагма (находится в фокальной плоскости F)

Ход работы:

Определение периода решеток по их пространственному спектру

1. Соберем установку, как показано на рисунке 2
2. Пронаблюдаем на удаленном экране дифракционные картины для разных сеток
3. Измерим расстояние между удаленными друг от друга максимумами и число промежутков между ними.
Запишем расстояние от сетки до экрана $H = 1380$ мм. Рассчитаем период решетки по формуле:

$$d = \frac{\lambda H(n-1)}{x_n}$$

где

x_n – расстояние между n максимумами.

x – расстояние между соседними максимумами

4. Рассчитаем погрешность для d по формуле:

$$\sigma_d = d \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x_n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_H}{H}\right)^2}$$

При измерении расстояния между максимумами учтем погрешность линейки (0.5 мм) и толщину пятна $\Delta \approx 4$ мм. Так толщина пятна в 8 раз больше погрешности линейки, будем считать погрешность измерений $\sigma_x = \Delta\sqrt{2} \approx 3$ мм (2 пятна с разных концов).

Так как невозможно точно измерить положение сетки в кассете, будем считать погрешность примерно равной толщине кассеты, т.е. 10 мм.

$$\sigma_d = d \sqrt{\left(\frac{3 \text{ мм}}{x_n}\right)^2 + 5 \cdot 10^{-5}}$$

5. Сведем данные в таблицу для каждой сетки

N сетки	n, ед	x_n , мм	x, мм	σ_x , мм	H, мм	ε_H	d, мкм	σ_d , мкм
1	2	76	38	3	1380	$5 \cdot 10^{-5}$	19	0.76
2	2	51	25.5				29	1.71
3	3	39	13				56	4.33
4	8	50	6.25				117	7
5	13	61	4.69				156	7.75

Таблица 1: Периоды решеток с помощью метода пространственного спектра

Определение периода решеток по изображению, увеличенному с помощью модели микроскопа

1. Соберем установку, как показано на рисунке 3. Отцентрируем систему. Измерим необходимые расстояния.

$$a_1 = 140 \pm 10 \text{ мм}$$

$$a_2 + b_1 = 870 \pm 10 \text{ мм}$$

$$b_2 = 40 \pm 10 \text{ мм}$$

Учтем, что $a_2 \approx F_2 \approx 25 \text{ мм}$, так что $b_1 = 845 \pm 10 \text{ мм}$

2. Рассчитаем увеличение микроскопа по формуле:

$$\Gamma = \frac{b_1 b_2}{a_1 a_2} \approx 96.6$$

3. Так как определить точное расстояние между центрами линз невозможно из-за широкой оправы, будем считать погрешность измерения расстояний по ширине оправы $\sigma_x \approx 10 \text{ мм}$, a_2 берем без погрешности, так как считаем его разным фокусному расстоянию F_2 .
4. Рассчитаем погрешность увеличения:

$$\sigma_\Gamma = \Gamma \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{b_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x}{b_2}\right)^2} \approx 7$$

5. На экране измерим расстояние между максимумами разных порядков

Для каждой дифракционной решётки получим её увеличенное изображение. Заметим, что полученное изображение искажено по краям, это связано с геометрией линзы. В пределах мало искажённого участка изображения ($\approx \pm 5 \text{ см}$ от оптической оси) измерим расстояние x_n между краями n клеток, и ширину решётки δx . Рассчитаем период решётки и погрешность по формуле:

$$d = \frac{x_n}{n\Gamma}, \quad \sigma_d = d \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x_n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\Gamma}{\Gamma}\right)^2} = d \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x_n}\right)^2 + 5 \cdot 10^{-3}}.$$

В качестве погрешности σ_x возьмём значения δx так как они больше погрешности линейки, кроме случая для первой решётки.

6. Полученные результаты сведём в таблицу:

N сетки	n ед	x_n , мм	δx , мм	x , мм	d , мкм	σ_d , мкм
1	30	44	—	1.5	15.2	1.1
2	30	65	1	2.2	22.4	1.6
3	15	101	1	6.7	69.7	5.0
4	6	79	3	13.2	136	11
5	6	102	4	17.0	156	14

Таблица 2: Периоды решеток по изображению, увеличенному с помощью модели микроскопа

Определение периодов микроскопа по оценке разрешающей способности микроскопа

1. Расположим в фокальной плоскости длиннофокусной линзы диафрагму в соответствии с рисунком 3.
2. Для каждой решетки определим минимальный размер диафрагмы D , при котором еще различима картинка сетки.
3. По формуле 2 вычислим период решетки. Оценить точность такого метода сложно, так как превращение изображения сетки в изображение полос происходит плавно и для разных решеток – с разной скоростью.
4. Сведем полученные данные в таблицу

N сетки	D , мкм	d , мкм
1	—	—
2	4140	28.27
3	1960	59.7
4	1020	114.7
5	810	144.5

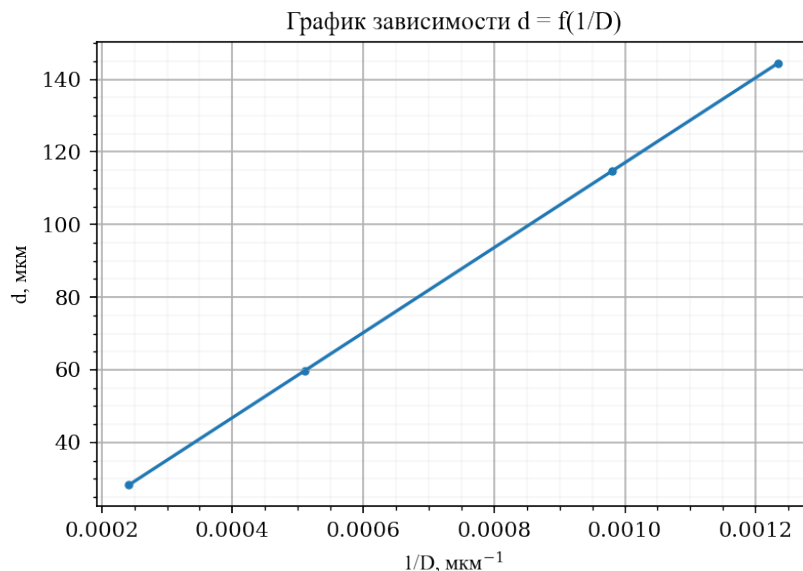
Таблица 3: Периоды решеток, полученные по оценке разрешающей способности микроскопа

5. Для проверки теории Аббе построим график зависимости $d = f(1/D)$, взяв периоды сеток определённые по спектру. Проведём прямую по МНК для наглядности.

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad a = \langle y \rangle - b \cdot \langle x \rangle$$

6. Видим, что четыре точки действительно образуют прямую, проходящую через начало координат (с некоторой погрешностью). Учитывая то, что значения для периода сетки полученные по оценке разрешающей способности близки к значениям полученными другими способами, можно сделать вывод, что теория Аббе работает в условиях этого эксперимента.

Также, коэффициент наклона графика, равный $k = (124 \pm 8) \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$ в пределах погрешности совпадает с $2\lambda F_1 = 117 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$



Пространственная фильтрация и мультиплицирование

- Пространственная фильтрация.** Пропуская только вертикальные дифракционные максимумы, получим на экране картинку горизонтальных полос, находящихся на расстоянии равном увеличенному периоду решётки друг от друга. При пропускании только горизонтальных максимумов, получим такие же полосы, но расположенные вертикально. Пропуская только диагональные максимумы, получим изображение решётки с периодом, увеличенным в $\sqrt{2}$ раз.
- Мультиплицирование.** Расположив щель за дифракционной решёткой, получим множество изображений щелей, повторяющихся периодически по горизонтали и вертикали.

Выводы:

- Нашли периоды дифракционных решёток тремя способами и получили следующие значения:

N сетки	1 способ		2 способ		3 способ
	d, мкм	σ_d мкм	d, мкм	σ_d , мкм	d, мкм
1	19	0.76	15.2	1.1	–
2	29	1.71	22.4	1.6	28.27
3	56	4.33	69.7	5	56.7
4	117	7	136	11	114.7
5	156	7.75	156	14	144.5

- Основываясь на полученных данных проверили теорию Аббе
- Пронаблюдали качественно эффекты пространственной фильтрации и мультиплицирования.