

Отчет по лабораторной работе №2.2.1
Исследование взаимной диффузии газов

Бичина Марина группа Б04-005 1 курса ФЭФМ

22.03.2021

1 Аннотация

Цель работы:

1. регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов
2. определение коэффициента диффузии по результатам измерений

Оборудование:

1. измерительная установка
2. форвакуумный насос
3. баллон с газом (He)
4. манометр
5. источник питания
6. магазин сопротивлений
7. гальванометр
8. секундомер

2 Теоретическая часть

Диффузией называют самопроизвольное взаимное проникновение веществ друг в друга, происходящее вследствие хаотичного теплового движения молекул. При перемешивании молекул разного сорта говорят о *взаимной (концентрационной)* диффузии.

Диффузия в системе, состоящей из двух компонентов a и b , подчиняется закону Фика: плотности потока компонентов $j_{a,b}$ (количество частиц, пересекающих единичную площадку в единицу времени) пропорциональны градиентам их концентраций $\nabla n_{a,b}$, что в одномерном случае можно записать как:

$$j_a = -D_{ab} \frac{\partial n_a}{\partial x}, \quad j_b = -D_{ba} \frac{\partial n_b}{\partial x} \quad (1)$$

где $D_{ab} = D_{ba} = D$ - коэффициент взаимной диффузии компонентов

В данной работе исследуется взаимная диффузия гелия и воздуха. Давление P и температура T в условиях опыта предполагаются неизменными: $P = (n_{He} + n_B)k_B$, $T = const$, где n_{He}, n_B - концентрации диффундирующих газов. Поэтому для любых изменений концентраций справедливо $\Delta n_B = \Delta n_{He}$. Следовательно, достаточно ограничиться описанием диффузии одного из компонентов (остановимся на гелии)

Приведём теоретическую оценку для коэффициента диффузии. В работе концентрация гелия, как правило, мала ($n_{He} \ll n$). Кроме того, атомы гелия существенно легче молекул, составляющих воздух ($\mu_{He} \ll \mu_{N_2}, \mu_{O_2}$), значит и их средняя тепловая скорость велика по сравнению с остальными частицами. Поэтому перемешивание газов в работе можно приближенно описывать как диффузию примеси лёгких частиц

гелия на практически стационарном фоне воздуха. Коэффициент диффузии в таком приближении равен:

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle, \quad (2)$$

где $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ – средняя тепловая скорость частиц примеси, $\lambda = \frac{1}{n_0\sigma}$ – их длина свободного пробега, n_0 – концентрация рассеивающего фона, σ – сечение столкновения частиц примеси с частицами фона.

В общем случае необходимо учитывать диффузию каждого из компонентов. Более подробное рассмотрение показывает, что для бинарной смеси формула (2) сохраняется, если:

1. Под λ понимать величину $\lambda = \frac{1}{n_\Sigma\sigma}$, где $n_\Sigma = n_{He} + n_B = \frac{P}{k_B T}$ – полная концентрация частиц
2. Под $\langle v \rangle$ понимать среднюю относительную скорость частиц разных сортов.

Таким образом, теория предсказывает, что коэффициент диффузии бинарной смеси обратно пропорционален давлению в системе, и не зависит от пропорций компонентов, что и предлагается проверить в работе экспериментально ($D \propto \frac{1}{P}$)

Для исследования взаимной диффузии используется установка, изображенная на рисунке 1. Два сосуда с примерно одинаковыми объемами $V_1 \approx V_2 \equiv V$ соединены трубкой длины l и сечения S . Сосуды заполнены смесью двух газов при одинаковом давлении, но с различной концентрацией компонентов. Вследствие взаимной диффузии концентрации каждого из компонентов в обоих сосудах с течением времени выравниваются.

Рассмотрим этот процесс. Решение задачи упрощается, если сделать несколько допущений:

1. Пренебрежем объемом соединительной трубки, поскольку он мал по сравнению с объемами сосудов
2. Концентрацию газов в каждом из сосудов будем считать постоянной по всему объему сосуда
3. Предположим, что процесс выравнивания концентраций происходит в основном благодаря диффузии в трубке

Тогда диффузионный поток в любом сечении трубки одинаков, поэтому $J = -DS(\partial n/\partial x)$ не меняется вдоль трубки, следовательно:

$$J = -DS \frac{n_1 - n_2}{l} \quad (3)$$

Обозначим через Δn_1 и Δn_2 изменения в объемах V за время Δt . Тогда $V_1 \Delta n_1$ равно изменению количества компонента в объеме V_1 , а $V_2 \Delta n_2$ – изменению этого компонента в V_2 . Из закона сохранения вещества $V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2$. Тогда получим:

$$V \frac{dn_1}{dt} = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}, \quad V \frac{dn_2}{dt} = DS \frac{n_1 - n_2}{l} \quad (4)$$

Вычтя уравнения друг из друга, найдем:

$$\frac{n_1}{dt} - \frac{dn_2}{dt} = -\frac{n_1 - n_2}{l} DS \left(\frac{2}{V} \right) \quad (5)$$

Интегрируя, получим:

$$n_1 - n_2 = (n_1 - n_2)_0 e^{(-t/\tau)} \quad (6)$$

где $(n_1 - n_2)_0$ – разность концентраций в начальный момент времени,

$$\tau = \frac{V}{2} \frac{l}{SD} \quad (7)$$

– постоянная времени процесса, определяемая геометрией установки и величиной коэффициента диффузии D .

Для проверки применимости квазистационарного течения убедимся, что время τ много больше характерного времени диффузии одной частицы вдоль трубки длиной l : $t_{\text{диф}} \sim \frac{l^2}{D} \ll \tau$.

Для измерения концентраций применяются датчики теплопроводности D_1 и D_2 (см. рис. 1) и используется зависимость теплопроводности газовой смеси от её состава. Тонкая проволока радиуса $r_{\text{пр}}$, протянутая вдоль оси цилиндра радиуса $R_{\text{ц}}$, нагревается током. Тепло от проволоки к стенке цилиндра передаётся главным образом вследствие теплопроводности газа, находящегося внутри цилиндра. Количество тепла переданного стенке цилиндра в единицу времени, определяется по формуле

$$Q = \kappa \frac{2\pi L}{\ln(R_{\text{ц}}/r_{\text{пр}})} (T_1 - T_2) \quad (8)$$

где κ - теплопроводность, L - длина нити, T_1, T_2 - температуры проволоочки и стенки. При $Q = \text{const}$ температура проволоки и её сопротивление определяются теплопроводностью газа и, следовательно, его составом. Для измерения разности концентраций газов используется мостовая схема, представленная на рисунке 2 (см. описание установки).

При разности концентраций, равной 15%, поправка к линейному закону не превышает 0,5%, что для наших целей достаточно.

В процессе диффузии разность концентраций убывает по экспоненциальному закону.

$$N = N_0 e^{-t/\tau} \quad (9)$$

По тому же закону изменяются во времени показания гальванометра:

$$U = U_0 e^{-t/\tau} \quad (10)$$

Измеряя экспериментально зависимость $U(t)$, можно получить характерное время процесса τ , откуда определить коэффициент диффузии D .

2.1 Описание установки:

Установка состоит из двух сосудов $V_1 \approx V_2 \equiv V$, соединенных краном K_3 , форвакуумного насоса, манометра M и системы напуска гелия, включающей в себя краны K_6, K'_6, K_7 . Дополнительный кран K'_6 служит для вакуумной изоляции установки от системы подачи гелия. Для подачи воздуха в установку служит кран K_5 . Сосуды V_1 и V_2 и порознь и вместе можно соединять как с системой напуска гелия, так и с форвакуумным насосом. Для этого служат краны K_1, K_2, K_4, K_5 . Манометр M регистрирует давление газа, до которого заполняют тот или другой сосуды. Краны K_4, K_5 и K'_6 обладают повышенной вакуумплотностью и хорошо изолируют установку от протечек.

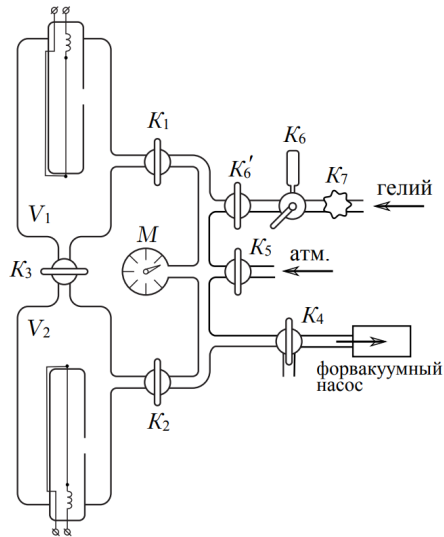


Рис. 1: Установка для исследования взаимной диффузии газов

В силу того, что в сосуд требуется подавать малое давление гелия, кран K_6 снабжен дозатором. Подробный разрез крана K_6 приведен на рисунке 3.

На рисунке 2 приведена схема электрического соединения D_1 и D_2 – сопротивления проволок датчиков парциального давления, которые составляют одно плечо моста. Второе плечо моста составляют сопротивления r_1 , R_1 , r_2 , R_2 , $r_1 \ll R_1$, $r_2 \ll R_2$, R_1 и R_2 спаренные, их подвижные контакты находятся на общей оси. Оба они используются для грубой регулировки моста. Точная балансировка моста выполняется потенциометром R . Последовательно с гальванометром Γ , стоящим в диагонали моста, поставлен магазин сопротивлений M_R . Когда мост балансируют, магазин сопротивлений выводят на ноль.

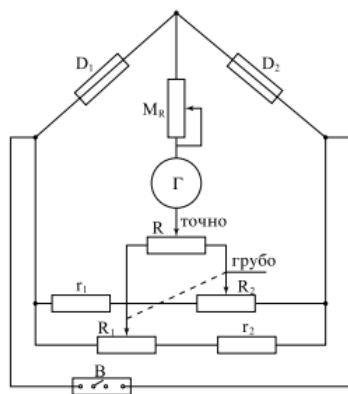


Рис. 2: Мостовая схема с датчиками теплопроводности для измерения разности концентраций газов

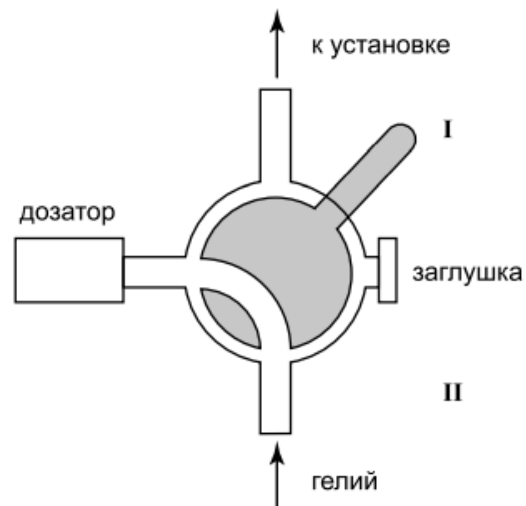


Рис. 3: Кран K_6

2.2 Контрольные вопросы:

1. Показать, что в условиях опыта концентрацию газов можно считать постоянной по всему объему сосуда V_1 (и V_2)

Концентрацию газа в сосудах V_1 можно считать равной концентрации в сосудах V_2 , поскольку по условию мы напускаем в них одинаковое давление. В условиях эксперимента газы идеальные \Rightarrow мы можем воспользоваться уравнением Менделеева-Клапейрона $PV = \frac{N}{N_a}RT$; $P = \frac{\frac{N}{V}RT}{N_a}$; $P = \frac{nRT}{N_a}$

2. Через какое время после открытия крана K_3 диффузионный поток в трубке можно считать одинаковым во всем сечении трубки?

Через время, равное $t = 3\tau$, когда разница в концентрациях будет достаточно мала

3. Каким будут результаты опыта, если воздух и гелий поменять местами (например, исходное давление гелия $P = 40$ торр, а воздуха $P = 4$ торр?)

Коэффициент взаимной диффузии уменьшится, поскольку скорость движения частиц воздуха в несколько раз меньше, чем гелия

4. Почему следует ожидать, что график зависимости D от $1/P$ должен иметь вид прямой линии?

D зависит от длины свободного пробега λ , λ обратно зависит от концентрации частиц ($\lambda = \frac{1}{\sigma n}$), а из уравнения Менделеева-Клапейрона давление прямо пропорционально концентрации $P = \frac{nRT}{N_a}$

3 Ход работы:

1. Ознакомимся со схемой установки. Перепишем параметры установки:

$$V_1 = V_2 = V = 775 \pm 10 \text{ см}^3, \quad \frac{L}{S} = 5,3 \pm 0.1 \text{ см}^{-1}$$

проверим, что краны K_4 , K_5 , K'_6 закрыты перед началом откачки.

2. Включим питание электрической схемы установки. Откроем краны K_1 , K_2 , K_3 . Поскольку манометр измеряет разность давления внутри резервуаров с атмосферным в $\frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$ необходимо записать показание манометра при полностью откачанном сосудах $P_0 = 99,5 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$ (оно равно атмосферному) и в дальнейшем постоянно вычитать из него показания прибора, тем самым будет найдено давление внутри установки.
3. Очистим установку от всех газов, которые в ней есть. Для этого откроем кран K_4 . Включим форвакуумный насос и соединим его с установкой, повернув ручку крана K_5 длинным концом рукоятки влево (на установку). Откачаем установку до давления ≈ 0.1 торр, что достигается непрерывной работой насоса в течение 3–5 минут. Для прекращения откачки ручку крана K_5 поставим длинным концом вверх, выключим насос
4. Напустим в установку воздух до рабочего давления (вначале $P \approx 40$ торр), открыв кран K_5 , чтобы сбалансировать мост на рабочем давлении. Сбалансируем мост.

5. Заполним установку рабочей смесью согласно порядку предложенному в указании к работе: в сосуде V_2 должен быть воздух, а в сосуде V_1 — смесь воздуха с гелием.
6. Проведём измерения. Для этого откроем кран K_3 , заснимем на видео процесс падения напряжения на гальванометре на 40 – 50%. Будем продолжать аналогичные измерения при различных значениях $P_{\text{раб}}$ в интервале 40 – 200 торр. Результаты измерений сведены в таблицы ниже:

Данные при $P_{\Sigma} = 40$ торр:

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $t, \text{ с}$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 |
| $v, \text{ мВ}$ | 1356 | 1355 | 1344 | 1329 | 1300 | 1268 | 1237 | 1207 | 1180 | 1158 | 1124 | 1098 |
| $t, \text{ с}$ | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 |
| $v, \text{ мВ}$ | 1072 | 1045 | 1028 | 997 | 969 | 946 | 924 | 902 | 880 | 858 | 839 | 819 |
| $t, \text{ с}$ | 125 | 130 | 135 | 140 | 145 | 150 | 155 | 160 | 165 | 170 | 175 | 180 |
| $v, \text{ мВ}$ | 799 | 778 | 759 | 741 | 722 | 705 | 688 | 669 | 653 | 638 | 620 | 607 |

Данные при $P_{\Sigma} = 80$ торр:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $t, \text{ с}$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 |
| $v, \text{ мВ}$ | 901 | 899 | 887 | 874 | 868 | 848 | 834 | 819 | 808 | 797 | 783 | 772 | 760 | 747 |
| $t, \text{ с}$ | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 | 125 | 130 | 135 | 140 |
| $v, \text{ мВ}$ | 737 | 727 | 716 | 706 | 694 | 684 | 679 | 666 | 656 | 646 | 636 | 625 | 616 | 609 |
| $t, \text{ с}$ | 145 | 150 | 155 | 160 | 165 | 170 | 175 | 180 | 185 | 190 | 195 | 200 | 205 | 210 |
| $v, \text{ мВ}$ | 599 | 592 | 584 | 575 | 566 | 557 | 549 | 542 | 539 | 528 | 518 | 511 | 503 | 498 |

Данные при $P_{\Sigma} = 120$ торр:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $t, \text{ с}$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 |
| $v, \text{ мВ}$ | 777 | 773 | 766 | 757 | 749 | 740 | 731 | 723 | 714 | 706 | 699 | 692 | 685 | 677 |
| $t, \text{ с}$ | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 | 125 | 130 | 135 | 140 |
| $v, \text{ мВ}$ | 669 | 662 | 656 | 647 | 642 | 633 | 627 | 622 | 614 | 607 | 603 | 596 | 589 | 586 |
| $t, \text{ с}$ | 145 | 150 | 155 | 160 | 165 | 170 | 175 | 180 | 185 | 190 | 195 | 200 | 205 | 210 |
| $v, \text{ мВ}$ | 580 | 573 | 568 | 563 | 554 | 550 | 544 | 539 | 534 | 528 | 525 | 520 | 516 | 508 |

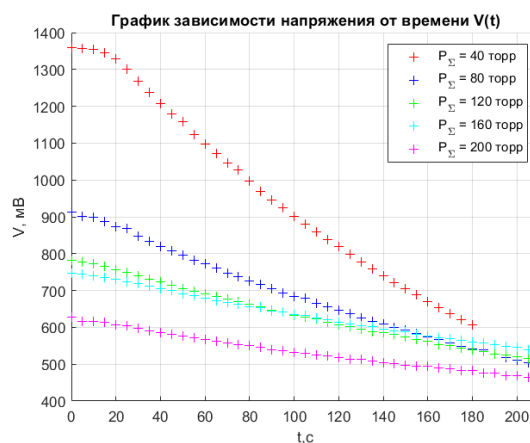
Данные при $P_{\Sigma} = 160$ торр:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $t, \text{ с}$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 |
| $v, \text{ мВ}$ | 744 | 741 | 735 | 730 | 724 | 718 | 712 | 706 | 700 | 692 | 686 | 679 | 673 | 668 |
| $t, \text{ с}$ | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 | 125 | 130 | 135 | 140 |
| $v, \text{ мВ}$ | 663 | 657 | 653 | 645 | 641 | 634 | 632 | 626 | 621 | 614 | 610 | 604 | 602 | 596 |
| $t, \text{ с}$ | 145 | 150 | 155 | 160 | 165 | 170 | 175 | 180 | 185 | 190 | 195 | 200 | 205 | 210 |
| $v, \text{ мВ}$ | 591 | 587 | 581 | 576 | 571 | 569 | 565 | 561 | 557 | 552 | 549 | 545 | 540 | 537 |

Данные при $P_{\Sigma} = 200$ торр:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $t, \text{ с}$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 |
| $v, \text{ мВ}$ | 616 | 616 | 613 | 607 | 604 | 598 | 591 | 585 | 580 | 577 | 571 | 567 | 562 | 557 |
| $t, \text{ с}$ | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 | 125 | 130 | 135 | 140 |
| $v, \text{ мВ}$ | 554 | 550 | 547 | 540 | 537 | 533 | 530 | 525 | 523 | 518 | 514 | 513 | 508 | 504 |
| $t, \text{ с}$ | 145 | 150 | 155 | 160 | 165 | 170 | 175 | 180 | 185 | 190 | 195 | 200 | 205 | 210 |
| $v, \text{ мВ}$ | 502 | 498 | 494 | 494 | 490 | 487 | 483 | 482 | 477 | 476 | 470 | 468 | 464 | 464 |

По полученным данным построим графики зависимости $V(t)$, чтобы определить, какими значениями нам стоит пренебречь (рисунок 4)



Видим, что при $P_{\Sigma} = 40$ торр и при $P_{\Sigma} = 80$ торр первые 3 значения не соответствуют общей тенденции графика \Rightarrow при построении зависимости от $\ln V(t)$ мы не будем включать эти точки в график

- Для каждого из давлений построим графики, откладывая по оси абсцисс время, а по оси ординат — логарифм от показаний гальванометра.

График будем строить, воспользовавшись методом наименьших квадратов

$$y = a + bx$$

:

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad a = \langle y \rangle - b * \langle x \rangle \quad (11)$$

Погрешность в этом случае можно найти по формуле:

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2}; \quad \sigma_a \approx \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (12)$$

График зависимости $\ln V(t)$ $P_{\Sigma} = 40$ торр: Построим график зависимости $\ln V(t)$ Здесь $x \Rightarrow t, y \Rightarrow \log V$. Для этого сперва определим константы, необходимые для подсчета коэффициента b_1 при данном значении давления:

$$\langle t \rangle = 82,5$$

$$\langle \log V \rangle = 6,8154$$

$$\langle t^2 \rangle = 921,25$$

$$\langle \log V^2 \rangle = 46,5079$$

$$\langle t * \log V \rangle = 550,4822$$

Всего бралось $N = 34$ точек для аппроксимации.

Найдем константу:

$$b_1 = \frac{550,4822 - 82,5 * 6,8154}{921,25 - 82,5^2} = -0,0049$$

$$\sigma_{b_1} = \frac{1}{\sqrt{34}} \sqrt{\frac{46,5079 - 6,8154^2}{921,25 - 82,5^2} - 0,0049^2} = 0,1 * 10^{-3}$$

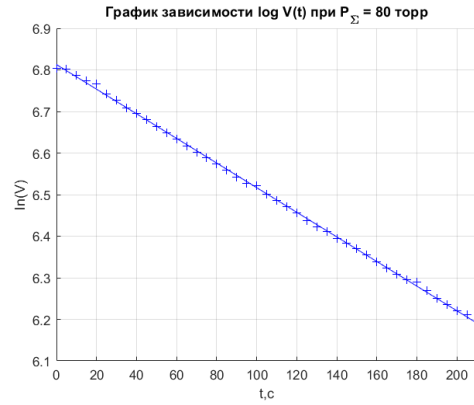
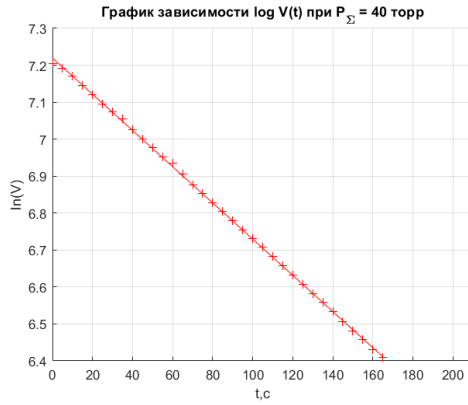


График зависимости $\ln V(t)$ $P_{\Sigma} = 80$ торр: Определим константы, необходимые для подсчета коэффициента b_2 при данном значении давления:

$$\langle t \rangle = 102,5$$

$$\langle \log V \rangle = 6,5093$$

$$\langle t^2 \rangle = 14179$$

$$\langle \log V^2 \rangle = 42,4037$$

$$\langle t * \log V \rangle = 656,3320$$

Всего бралось $N = 42$ точек для аппроксимации.

Найдем константу:

$$b_2 = \frac{656,3320 - 102,5 * 6,5093}{14179 - 102,5^2} = -0,00296$$

$$\sigma_{b_2} = \frac{1}{\sqrt{42}} \sqrt{\frac{42,4037 - 6,5093^2}{14179 - 102,5^2} - 0,00296^2} = 0,1 * 10^{-3}$$

График зависимости $\ln V(t)$ $P_\Sigma = 120$ торр: Определим константы, необходимые для подсчета коэффициента b_3 при данном значении давления:

$$\langle t \rangle = 105$$

$$\langle \log V \rangle = 6,4460$$

$$\langle t^2 \rangle = 14875$$

$$\langle \log V^2 \rangle = 41,5676$$

$$\langle t * \log V \rangle = 668,7896$$

Всего бралось $N = 43$ точек для аппроксимации.

Найдем константу:

$$b_3 = \frac{668,7896 - 105 * 6,4460}{14875 - 105^2} = -0,00209$$

$$\sigma_{b_3} = \frac{1}{\sqrt{43}} \sqrt{\frac{41,5676 - 6,4460^2}{14875 - 105^2} - 0,00209^2} = 0,1 * 10^{-3}$$

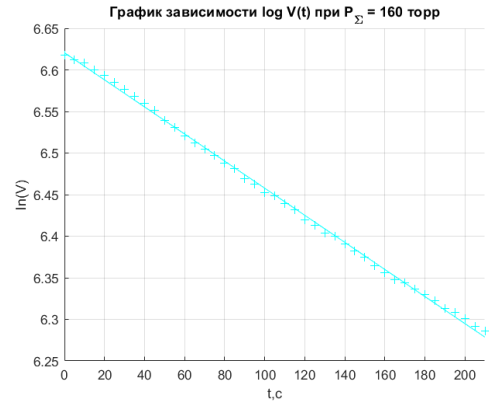
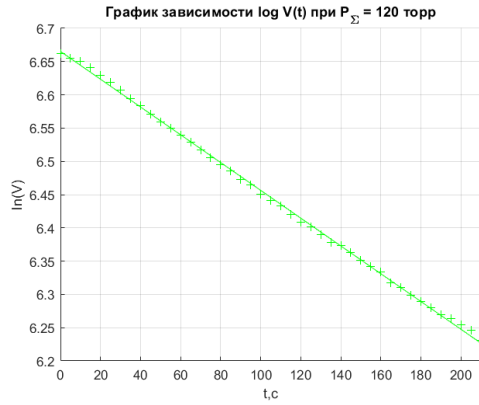


График зависимости $\ln V(t)$ $P_\Sigma = 160$ торр: Определим константы, необходимые для подсчета коэффициента b_4 при данном значении давления:

$$\langle t \rangle = 105$$

$$\langle \log V \rangle = 6,4496$$

$$\langle t^2 \rangle = 14875$$

$$\langle \log V^2 \rangle = 41,6076$$

$$\langle t * \log V \rangle = 670,9393$$

Всего бралось $N = 43$ точек для аппроксимации.

Найдем константу:

$$b_4 = \frac{670,9393 - 105 * 6,4496}{14875 - 105^2} = -0,00163$$

$$\sigma_{b_4} = \frac{1}{\sqrt{43}} \sqrt{\frac{41,6076 - 6,4496^2}{14875 - 105^2} - 0,00163^2} = 0,2 * 10^{-3}$$

График зависимости $\ln V(t)$ $P_\Sigma = 200$ торр: Определим константы, необходимые для подсчета коэффициента b_5 при данном значении давления:

$$\langle t \rangle = 105$$

$$\langle \log V \rangle = 6,2788$$

$$\langle t^2 \rangle = 14875$$

$$\langle \log V^2 \rangle = 39,4309$$

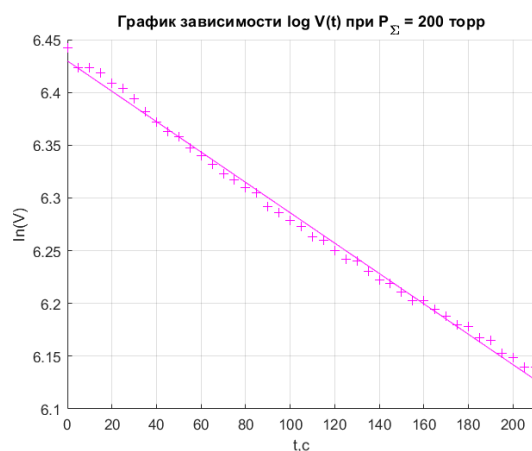
$$\langle t * \log V \rangle = 653,7311$$

Всего бралось $N = 43$ точек для аппроксимации.

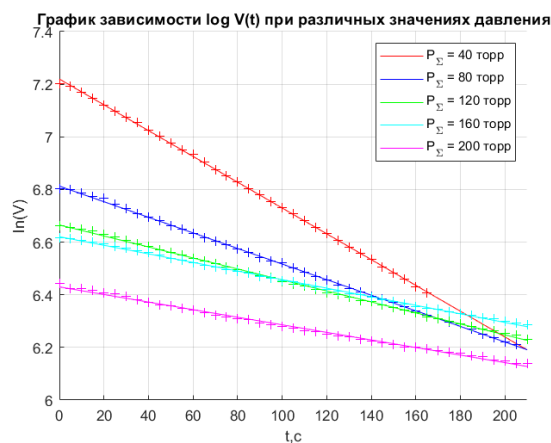
Найдем константу:

$$b_5 = \frac{653,7311 - 105 * 6,2788}{14875 - 105^2} = -0,0014$$

$$\sigma_{b_5} = \frac{1}{\sqrt{43}} \sqrt{\frac{39,4309 - 6,2788^2}{14875 - 105^2} - 0,0014^2} = 0,2 * 10^{-3}$$



Построим сводный график:



По угловым коэффициентам экспериментальных прямых и известным параметрам установки рассчитаем коэффициенты взаимной диффузии и их погрешности при выбранных давлениях по формулам:

$$D = -\frac{1}{2} V b \frac{L}{S} \quad (13)$$

$$\sigma_D = D \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L/S}}{L/S}\right)^2} \quad (14)$$

где b - коэффициенты наклонов прямых

$$D_1 = \frac{1}{2} 775 * 0,0049 * 5,3 = 10,0634, \quad \sigma_{D_1} = 10,0634 * \sqrt{1 * 10^{-8} + 1,665 * 10^{-4} * 3,56 * 10^{-4}} = 0,3$$

$$D_2 = \frac{1}{2} 775 * 0,00296 * 5,3 = 6,0791, \quad \sigma_{D_2} = 6,0791 * \sqrt{1 * 10^{-8} + 1,665 * 10^{-4} * 3,56 * 10^{-4}} = 0,2$$

$$D_3 = \frac{1}{2} 775 * 0,00209 * 5,3 = 4,2923, \quad \sigma_{D_3} = 4,2923 * \sqrt{1 * 10^{-8} + 1,665 * 10^{-4} * 3,56 * 10^{-4}} = 0,1$$

$$D_4 = \frac{1}{2} 775 * 0,00163 * 5,3 = 3,3476, \quad \sigma_{D_4} = 3,3476 * \sqrt{4 * 10^{-8} + 1,665 * 10^{-4} * 3,56 * 10^{-4}} = 0,08$$

$$D_5 = \frac{1}{2} 775 * 0,0014 * 5,3 = 2,8752, \quad \sigma_{D_5} = 2,8752 * \sqrt{4 * 10^{-8} + 1,665 * 10^{-4} * 3,56 * 10^{-4}} = 0,07$$

Результаты сведены в таблицу:

| | | | | | |
|---|---------|--------|--------|--------|--------|
| P, торр | 40 | 80 | 120 | 160 | 200 |
| D, $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ | 10,0634 | 6,0791 | 4,2923 | 3,3476 | 2,8752 |
| σ_D , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0,08 | 0,07 |

По полученным данным для коэффициента D, построим график зависимости D(1/P), пользуясь МНК:

$$b = \frac{\langle D * 1/P \rangle - \langle 1/P \rangle \langle D \rangle}{\langle (1/P)^2 \rangle - \langle (1/P) \rangle^2}, \quad a = \langle D \rangle - b \langle (1/P) \rangle$$

$$\langle 1/P \rangle = 1,142 * 10^{-2}$$

$$\langle D \rangle = 5,333$$

$$\langle (1/P)^2 \rangle = 1,829 * 10^{-4}$$

$$\langle D^2 \rangle = 35,29$$

$$\langle D * (1/P) \rangle = 7,983 * 10^{-2}$$

$$N = 5$$

$$b = \frac{7,983 * 10^{-2} - 1,142 * 10^{-2} * 5,333}{1,829 * 10^{-4} - (1,142 * 10^{-2})^2} = 358,48 \quad a = 5,333 - 358,48 * 1,142 * 10^{-2} = 1,24$$

Найдем точку пересечения прямой $x = 1/748$ и $y = 1,24 + 358,48x$ Получим значение коэффициента взаимной диффузии:

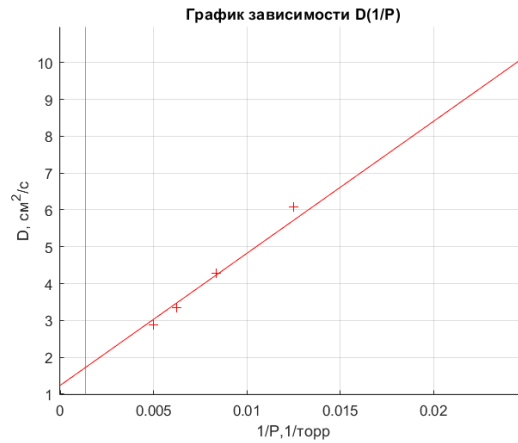
$$D = 1,24 + 358,48 * (1/748) \approx 1,72 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$$

Оценим погрешность:

$$\sigma_b = \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{\frac{35,29 - 5,333^2}{1,829 * 10^{-4} - (1,142 * 10^{-2})^2} - 358,48^2} = 11$$

$$\sigma_a = \sigma_b \sqrt{1,829 * 10^{-4} - (1,142 * 10^{-2})^2} = 0,08$$

$$\sigma_D = D \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2} = 1,72 \sqrt{\left(\frac{11}{358,48}\right)^2 + \left(\frac{0,08}{1,24}\right)^2} \approx 0,1$$



4 Вывод:

1. Подтвердили линейную зависимость $\ln V(t)$
2. Установили линейную зависимость $D(1/P)$
3. Рассчитали коэффициенты взаимной диффузии при
 $P_{\Sigma} = 40$ торр, равное $D_1 = 10,1 \pm 0,3 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$
 $P_{\Sigma} = 80$ торр, равное $D_2 = 6,1 \pm 0,2 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$
 $P_{\Sigma} = 120$ торр, равное $D_3 = 4,3 \pm 0,1 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$
 $P_{\Sigma} = 160$ торр, равное $D_4 = 3,35 \pm 0,08 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$
 $P_{\Sigma} = 200$ торр, равное $D_1 = 2,88 \pm 0,07 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$
4. Получили численное значение коэффициента взаимной диффузии при давлении $P = 748$ торр, равное $D = 1,7 \pm 0,1 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$