

Марина Б04-005, Лабораторная работа №.3.1.3 Измерение магнитного поля Земли

Цель работы:

1. Исследовать свойства постоянных неодимовых магнитов
2. Измерить с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение

Оборудование:

1. 12 одинаковых неодимовых магнитов
2. тонкая нить для изготовления крутильного маятника
3. медная проволока
4. электронные весы
5. секундомер
6. измеритель магнитной индукции
7. штангенциркуль
8. бруски
9. линейка и штатив из немагнитных материалов
10. набор гирь и разновесов

Теоретическая справка:

Магнитный момент \vec{m} диполя, которыми являются неодимовые шарики в данной работе, можно вычислить по формуле

$$\vec{m} = \frac{1}{c} I \cdot S \cdot \vec{n} \quad (1)$$

где I - ток, протекающий в витке, площади S , направленный по нормали к площади. Поле магнитного диполя совпадает с формулой для электрического диполя:

$$B_d = \frac{3(\vec{m}, \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3} \quad (2)$$

Силу взаимодействия двух одинаковых магнитов можно рассчитать по формуле

$$F_{12} = \vec{m}_1 \frac{dB_2}{dr} = -6 \frac{\vec{m}_1 \vec{m}_2}{r^4} = -6 \frac{\vec{m}_1^2}{r^4} \quad (3)$$

Для метода В мы рассматриваем силу, равную

$$F = F_0 \left(1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4}\right) \approx 1.08 F_0 \quad (4)$$

Период крутильных колебаний маятника

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m R^2}{3 \vec{m} B_{\parallel}}} \cdot n \quad (5)$$

Момент силы тяжести

$$M = n \vec{m} B_{\perp} \quad (6)$$

Описание установки:

Пункт 1: Определение магнитного момента магнитных шариков

1. **Метод А** Величину магнитного момента \vec{m} можно узнать, определив максимальное расстояние между двумя одинаковыми шариками, на котором они еще удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков равна силе их магнитного притяжения. Тогда по формуле (3) мы можем определить магнитный момент шариков. По формуле (2) можно найти индукцию поля.

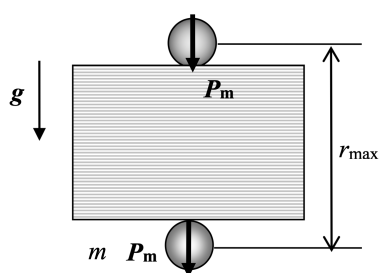


Рис. 1: измерение магнитных моментов шариков

2. **Метод Б** заключается в поиске силы сцепления шариков (т.е. силы, необходимой для разрыва двух сцепившихся магнитных шариков). Ее можно определить по весу магнитной цепочки, которую способен удерживать самый верхний магнитный шарик. При расчетах мы будем использовать приближение (4)

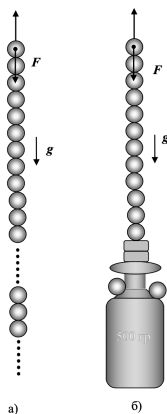


Рис. 2: альтернативный способ измерения магнитных моментов шариков

Пункт 2: Измерение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли Магнитное поле можно определить по периоду крутильных колебаний "магнитной стрелки образованной сцепленными друг с другом намагниченными шариками, закрепленными на нитке. Рассчитать это можно по формуле (5).

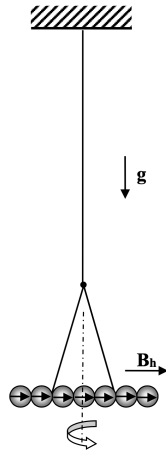


Рис. 3: крутильный маятник во внешнем магнитном поле

Пункт 3: Измерение вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли. Магнитное наклонение. Установка для измерения вертикальной составляющей похожа на установку для п2, только нить будет привязана к центру "магнитной стрелки". Для расчета мы будем использовать формулу (6).

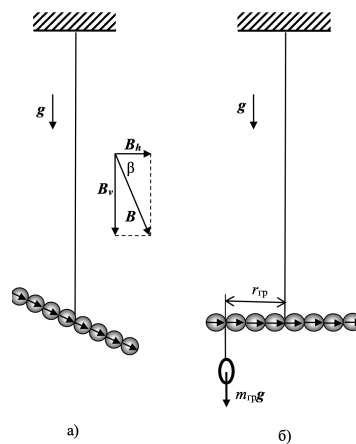


Рис. 4: измерение вертикальной составляющей поля магнитного наклонения

Ход работы:

1. Взвесим шарики на весах. Можно считать, что магнитное взаимодействие с весами несущественны для измерения веса. $m_0 \cdot N = 8.234 \Rightarrow m_0 = 0.8234 \approx 0.82$ г
2. П1 метод А: получим $d \approx 20.6$ мм - расстояние между шариками. По 2 закону Ньютона + формуле (3) рассчитаем $\vec{m} = \sqrt{\frac{mgr^4}{6}} = 49,2$ эрг/Гс
За погрешность примем толщину деревянной линейки: $\sigma_r \approx 2$ мм, тогда $\sigma_m = 6.8$ эрг/Гс
Рассчитаем индукцию магнитного поля: $B_m \approx 283$ мТл, $\sigma_B = 40$ мТл
Окончательно: $B_m = 280 \pm 40$ мТл

3. П1 метод Б: Максимальный груз, который выдерживает верхний шарик равен

$$m_{max} = 322.94 \text{ г}$$

Сила сцепления тогда равна:

$$F_0 = \frac{F}{1.08} = \frac{m \cdot g}{1.08} \approx 293 \cdot 10^3 \text{ дин}$$

$$F_0 = \frac{6 \cdot \vec{m}^2}{r^4} \Rightarrow \vec{m} = r^2 \cdot \frac{F_0}{6} \approx 94.235 \text{ эрг/Гс}$$

Погрешность равна:

$$\sigma_m = 8.33 \text{ эрг/Гс}$$

$$B_m = \frac{2 \cdot \vec{m}}{r^3} \approx 5415.22 \text{ эрг/Гс} \cdot \text{см}^3$$

Окончательно $B_m = 541.5 \pm 48.7 \text{ мТл}$

4. П2: Исследуем зависимость периода крутильных колебаний стрелки T от количества шариков n :

Сперва убедимся, что модуль кручения нитки не сильно влияет на конечный результат. Свернем магнитную стрелку в кольцо. Увидим, что период становится больше более чем в 2 раза, из этого можно сделать, что модулем кручения действительно можно пренебречь. Построим график зависимости $T(n)$

n	12	12	12	10	10	8	
T,с	3,11	3,147	3,125	2,604	2,628	2,044	
n	8	6	6	4	4	2	2
T,с	2,119	1,407	1,417	0,941	0,935	0,675	0,682

Угловой коэффициент для нашей прямой будет равен:

$$l = 0.257 \text{ с}, \sigma_l = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2}{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}} - k^2 = 0.007 \text{ с}.$$

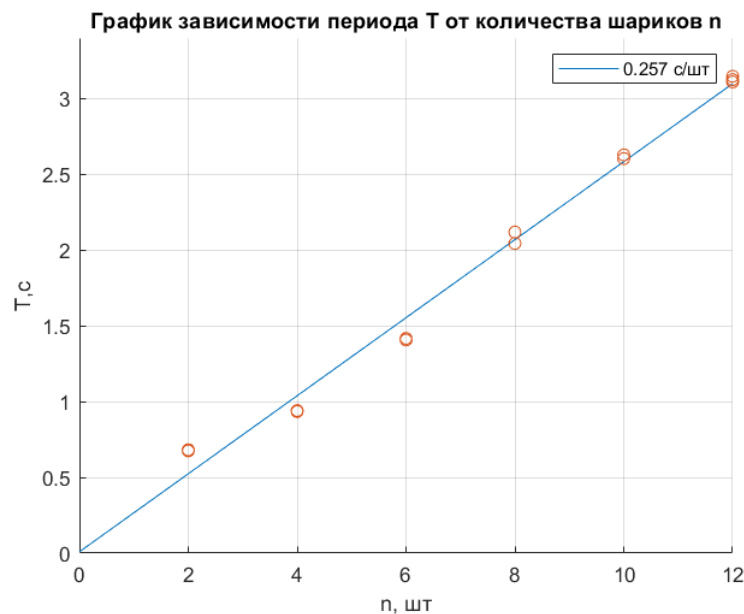


Рис. 5: Первый график

Выражаем коэффициент наклона из формулы: $k = 2\pi\sqrt{\frac{mR^2}{3P_mB_{\parallel}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{B_rRB_{\parallel}}} \Rightarrow$

$$B_{\parallel} = \frac{4\pi^2 m}{k^2 B_r R}.$$

Подставим полученные и табличные значения в формулу:

$$B_{\parallel} = 0.139 \text{ мТл}$$

$$\sigma_B = 0.01 \text{ мТл}.$$

Получаем $B_{\parallel} = 0.139 \pm 0.01 \text{ мТл}$.

5. ПЗ: Для различных значений n уравновесим стрелку, и измерим приложенный момент сил M_n при помощи весов для измерения массы груза m_n и известного диаметра шара для измерения плеча силы r_n ($M_n = m_n g r_n$). Построим график

n	4	6	8	10	12
M, дин*см	121	204	204	306	518

зависимости $M(n)$

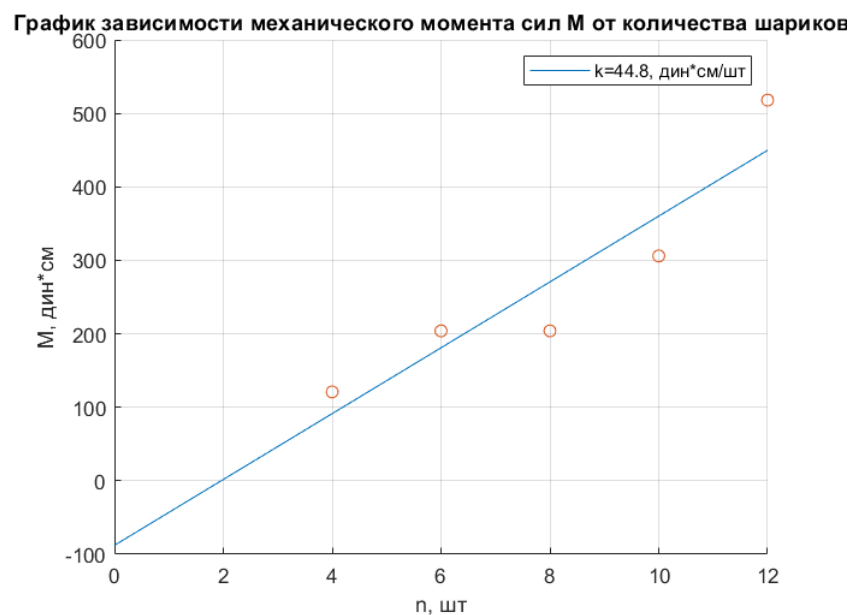


Рис. 6: Второй график

Выразим коэффициент наклона из формулы (6):

$$B_{\perp} = 0.04 \text{ мТл}$$

$$\sigma_{\alpha} = 0.008 \text{ мТл}.$$

Получаем $B_{\perp} = 0.040 \pm 0.008 \text{ мТл}$.

6. Рассчитаем магнитное наклонение и полную индукцию магнитного поля Земли

Полная индукция магнитного поля Земли равна $B = \sqrt{B_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2} = \sqrt{0.139^2 + 0.04^2} = 0.144 \text{ мТл}$. Погрешность $\sigma_B = \sqrt{\sigma_{B_{\parallel}}^2 + \sigma_{B_{\perp}}^2} = \sqrt{0.09^2 + 0.08^2} = 0.012 \text{ мТл}$. По-

лучаем значение $B = 0.139 \pm 0.012$ мТл.

Вычислим магнитное наклонение β :

$$\beta = \arctan \frac{B_{\perp}}{B_{\parallel}} = 33^{\circ}$$

Выводы:

1. Мы определили магнитный момент магнитных шариков 2 различными способами. Методом А получили результат, равный $\vec{m} = 49.2 \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}$, методом Б - $\vec{m} = 94.235 \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}$. Такая большая разница может возникнуть из-за того, что мы неточно измерили расстояние в методе А, а в методе Б не учли взаимодействие других магнитов (мы рассмотрели взаимодействие только верхнего магнита с 3 ближайшими соседями).
2. Исследовали период крутильных колебаний стрелка Т от числа шариков. Заметим, что график начинается в 0, что соответствует теории. Получили параллельную составляющую магнитного поля Земли $B_{\parallel} = 0.139 \pm 0.01$ мТл
3. Рассмотрели зависимость момента силы тяжести от числа шариков. Получили, что график начинается не с 0, а с -87 дин*см, что говорит о неточности наших измерений. Далее получили перпендикулярную составляющую $B_{\perp} = 0.04 \pm 0.008$ мТл
4. Нашли индукцию магнитного поля Земли, $B = 0.139 \pm 0.012$ мТл
5. Нашли магнитное наклонение $\beta = 33^{\circ}$ что расходится с табличным $\beta = 61^{\circ}$