

Марина Б04-005, Лабораторная работа №.3.2.4

Цель работы: Исследовать свободные колебаний в электрическом колебательном контуре:

1. Зависимость периода свободных колебаний контура от ёмкости
2. Зависимость логарифмического декремента затухания от сопротивления
3. Определить критическое сопротивление
4. Определить добротность контура

Оборудование:

1. Генератор импульсов
2. Электронное реле
3. Магазин сопротивлений
4. Магазин ёмкостей
5. Катушка индуктивности

Теоретическая справка:

Основное уравнение колебательного контура

$$\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega_0^2 I = 0 \quad (1)$$

Где $\gamma = \frac{R}{2L}$ — коэффициент затухания, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ — собственная частота контура. Решением этого уравнения являются затухающие колебания:

$$I = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta) \quad (2)$$

Здесь $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$. Можно записать решение (1) и для напряжения:

$$U_C = U_0 \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta) \quad (3)$$

В контуре с затухающими колебаниями можно использовать следующую формулу

$$T = \frac{T_o x}{n \cdot x_0} \quad (4)$$

Режим работы контура, при котором $\gamma = \omega_0$, называется **критическим**. Его сопротивление равно

$$R = 2\pi\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta Y}{\Delta X}} \quad (5)$$

Добротность, потери энергии

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\pi}{\Theta} \quad (6)$$

$C, \text{ мкФ}$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$T_{\text{эксп}}, \text{ мс}$	0.32	0.4	0.44	0.5	0.55	0.58	0.62	0.67
$T_{\text{теор}}, \text{ мс}$	0.39	0.49	0.56	0.62	0.68	0.74	0.79	0.84

Таблица 1: Таблица 1: зависимость периода от емкости

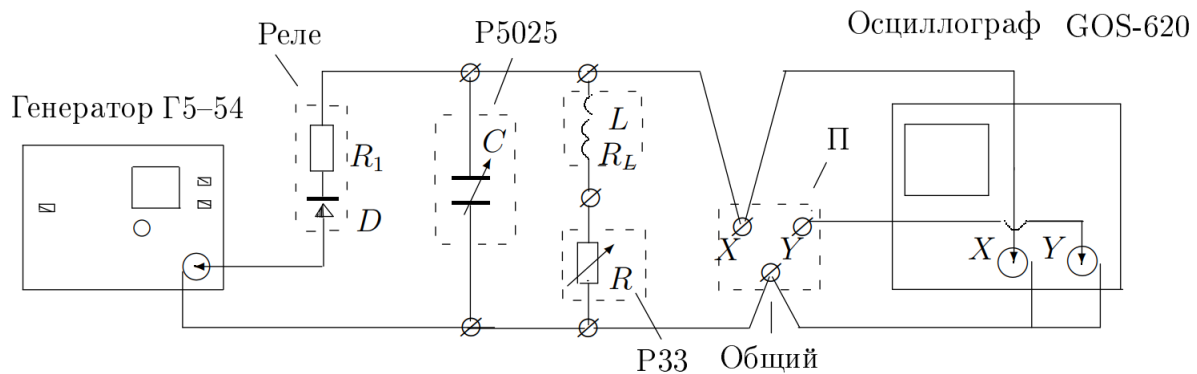
Лог. декремент, потери амплитуды

$$\Theta = \frac{1}{n} \gamma T = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}} \quad (7)$$

Метод наименьших квадратов

$$y = a + bx \quad (8)$$

Описание установки:



На рисунке приведена схема для исследования свободных колебаний в контуре, содержащем постоянную индуктивность L , переменную ёмкость C и сопротивление R . Колебания наблюдаются на экране осциллографа.

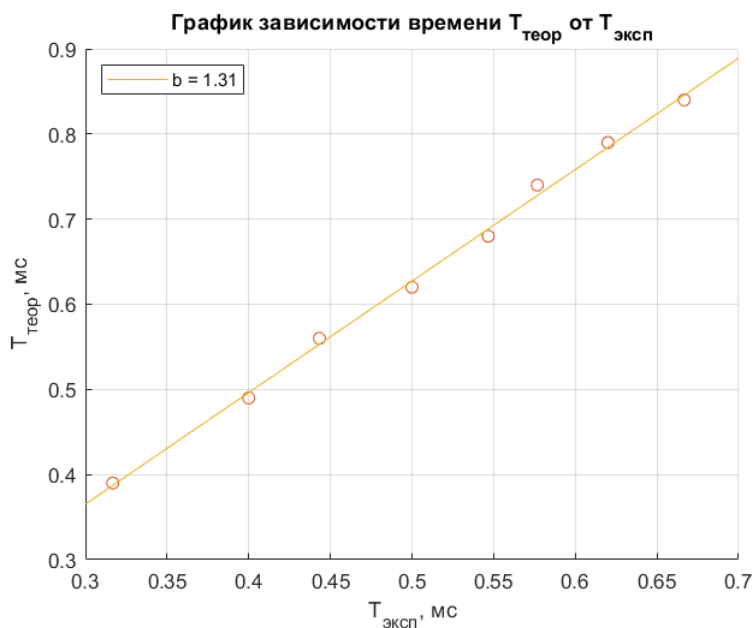
Для периодического возбуждения колебаний в контуре используется генератор импульсов Г5-54.

Импульсы заряжают конденсатор C . После каждого импульса генератор отключается от колебательного контура, и в контуре возникают свободные затухающие колебания. Входное сопротивление осциллографа велико ($\approx 1 \text{ МОм}$), так что его влиянием на контур можно пренебречь.

1. Измерение периодов свободных колебаний:

- Соберем схему, установим на магазине сопротивлений величину $R = 0$, на магазине емкостей - $C = 0.2 \text{ мкФ}$.
- Подберем частоту развертки осциллографа, измерим по шкале экрана осциллографа длительность нескольких периодов колебаний контура. Рассчитаем период свободных затухающих колебаний по формуле (4).
- Изменяя ёмкость C , проведем измерения периодов $T_{\text{эксп}}$ свободных колебаний при $R=0$. Результат занесем в таблицу 1, построим график, пользуясь МНК (ф-ла 8):

Отсюда получим, что результат **отличается всего $b = 1,31$ раза**



2. Измерение критического сопротивления и декремента затухания

- (а) Найдем логарифмический декремент затухания посредством изменения сопротивления контура

Θ	$R, \text{Ом}$	$R_{\sigma}, \text{Ом}$	$1/R_{\sigma}^2 \cdot 10^{-7}$	$1/\Theta^2$
0.6	1100	1109.44	8.12	2.78
0.77	1400	1409.44	5.04	1.69
1.16	1700	1709.44	3.42	0.74
1.32	2100	2109.44	2.25	0.57
1.61	2400	2409.44	1.72	0.39
1.79	2700	2709.44	1.36	0.31

- (b) Далее построим график зависимости $\frac{1}{\Theta^2} \left(\frac{1}{R_{\text{кр}}^2} \right)$

По формуле (5) рассчитаем критическое сопротивление, приняв в учет то, что $\frac{\Delta Y}{\Delta X} = k$ при построение графика по МНК.

$$R_{\text{кр}} = 2 \cdot 3.14 \cdot \sqrt{3.75} \cdot 10^3 \approx 12.161 \cdot 10^3 \text{ Ом}$$

- (с) Рассчитаем погрешность

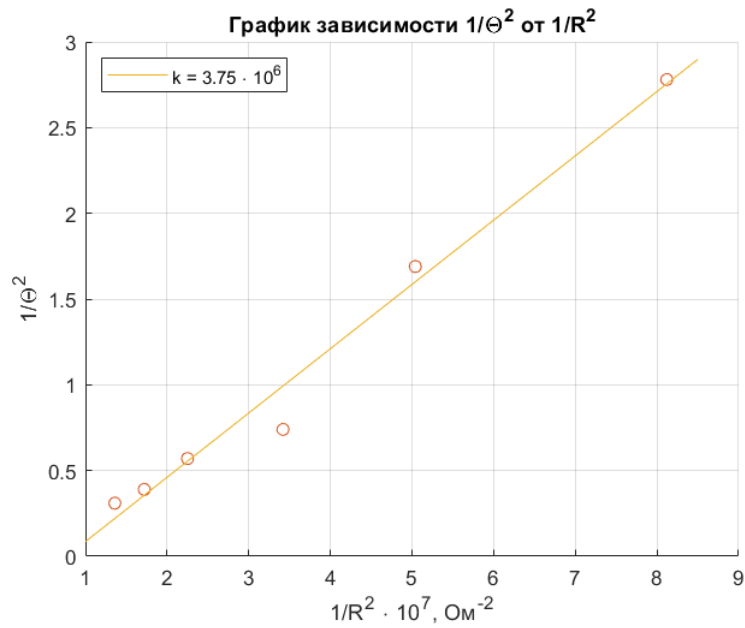
$$\varepsilon_R = \sqrt{\frac{1}{2}\varepsilon_a + \frac{1}{2}\varepsilon_b} \cdot 100\% \approx 8\%$$

- (d) Окончательно получим:

$$R_{\text{кр}} = (12.0 \pm 1.0) \cdot 10^3 \text{ Ом}$$

- (е) Далее по формуле (5) рассчитаем теоретическое критическое значение для сопротивления:

$$R_{\text{кр}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{C}} = 12.649 \cdot 10^3 \text{ Ом}$$



(f) Также подберем вручную $R_{кр}$ при помощи магазина сопротивлений:

$$R_{кр} = (11.010 \pm 1.0) \cdot 10^3 \text{ Ом}$$

3. Добротность контура

(а) Рассчитаем добротность контура для максимального и минимального значений Θ по картине затухающих колебаний

$$Q_{max} = \frac{\pi}{0.6} \approx 5.24$$

$$Q_{min} = \frac{\pi}{1.75} \approx 1.80$$

(b) Сравним полученные значения со значениями добротности контура, которые получаются в зависимости от характеристики контура (формула 6)

$$Q_{max} \approx 5.75$$

$$Q_{min} \approx 2.34$$

(с) Посчитаем добротность по спирали на фазовой плоскости

Θ	R, Ом	R_{Σ} , Ом	Q
0.81	1100	1109.44	3.87
0.92	1400	1409.44	3.43
1.16	1700	1709.44	2.70
1.39	2100	2109.44	2.27
1.60	2400	2409.44	1.95
1.57	2700	2709.44	2.00

4. Характеристики катушки

Сопротивление катушки: $R_L = 9.44 \text{ Ом}$

ν , Гц	L, мГн	R, Ом
50	136	9.55
10^3	130.9	12.60
$5 \cdot 10^3$	131.4	21

5. Сводные таблицы полученных данных

L	$R_{кр}$		
	Теор.	Подбор	Граф.
0.2 Гн	12.6 ± 1.0 кОм	1.1 ± 0.1 кОм	12.0 ± 1.0 кОм

Значения критического сопротивления

R	Q		
	Теор.	$f(\Theta)$	Спираль
min = 1242 Ом	$7,76 \pm 0,09$	$7,82 \pm 0,51$	$6,33 \pm 0,87$
max = 3642 Ом	$2,43 \pm 0,03$	$2,47 \pm 0,27$	$2,27 \pm 0,43$

Значения добротности

Выводы:

1. Мы установили разницу между теоретическим и экспериментальным периодами колебаний. У нас эти два значения различаются в 1.3 раза, что может быть вызвано неточностью в снятии показаний или неидеальностью элементов установки.
2. Установили зависимость логарифмического декремента затухания от сопротивления
3. Вычислили различными способами значение критического сопротивления
4. Нашли различными способами добротность контура