2010～2011学年第一学期 MATLAB 课程

1、用 MATLAB 语言，绘制 SPR理论中 r_p、r_s、R 对于入射角和折率比值 $n=n_1/n_2$ 的二维和三维图形，其中 n 的范围为（0.6，1.5），并结合每一个图形分析其特点及物理意义。

$$r_p=\frac{n_2\cos\theta_1-n_1\cos\theta_2}{n_2\cos\theta_1+n_1\cos\theta_2}=\frac{\cos\theta_1-n\sqrt{1-n^2\sin^2\theta_1}}{\cos\theta_1+n\sqrt{1-n^2\sin^2\theta_1}}$$

$$r_s=\frac{n_1\cos\theta_1-n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1+n_2\cos\theta_2}=\frac{n\cos\theta_1-\sqrt{1-n^2\sin^2\theta_1}}{n\cos\theta_1+\sqrt{1-n^2\sin^2\theta_1}}$$

(其中 r_p 为反射光中平行分量的反射系数； r_s 为反射光中垂直分量的反射系数； R-反射率； n_1、n_2 分别表示两种不同介质的折射率)

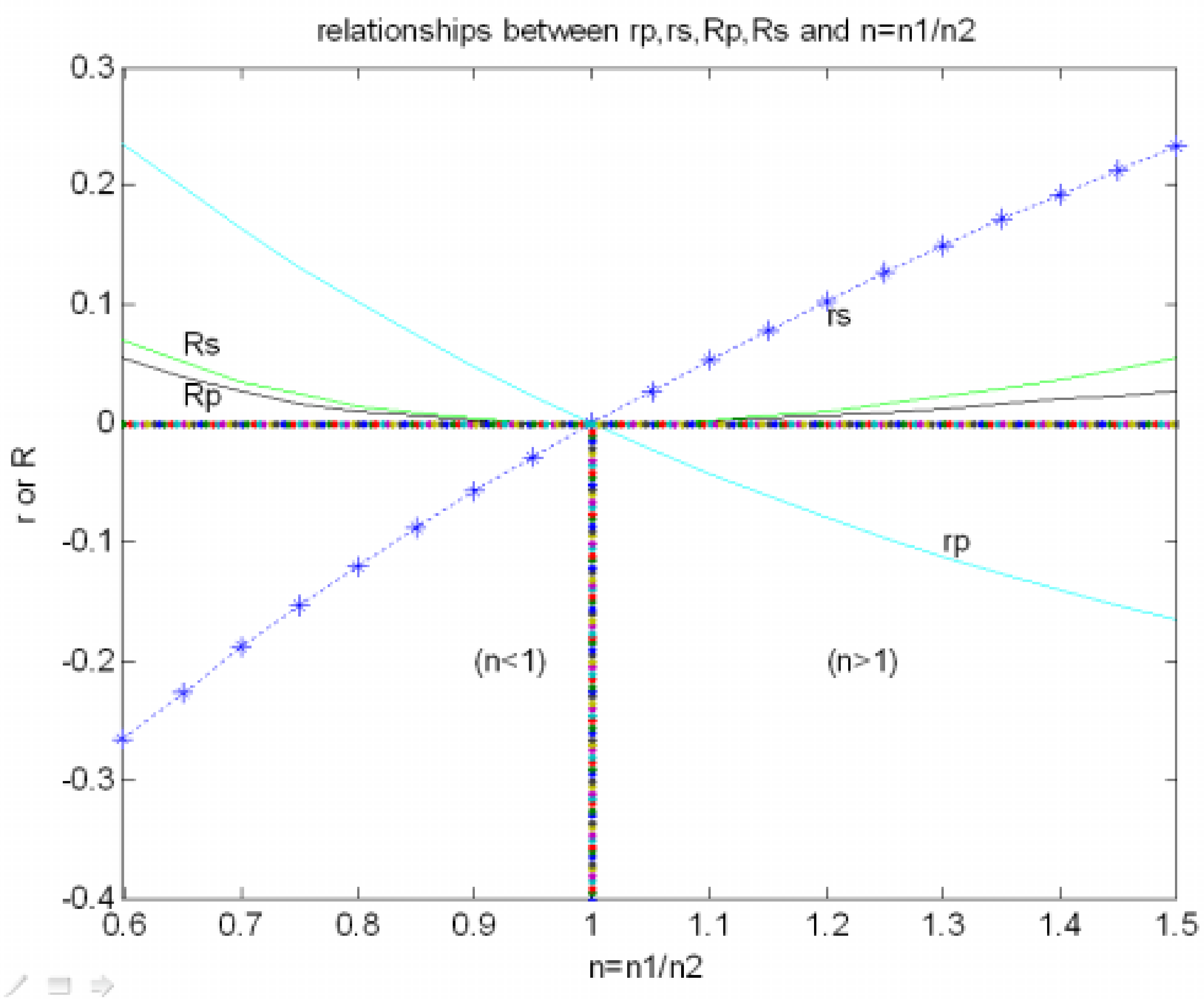
答案：

程序：

（**1**）**%** 反射系数 **r**，和反射率 **R**与折射率之比 **n**的关系；

```
clear;
clc;
clf;
n=0.6:0.05:1.5;
zeta1=pi/10;                          %入射角
zeta2=real(asin(n.*sin(zeta1)));      %折射角
rpz=-n.*cos(zeta2)+cos(zeta1);        %平行分量反射部分分子
rpm=n.*cos(zeta2)+cos(zeta1);         %平行分量反射部分分母
rp=rpz./rpm;                          %平行分量反射系数
rsz=n.*cos(zeta1)-cos(zeta2);         %垂直分量反射部分分子
rsm=n.*cos(zeta1)+cos(zeta2);         %垂直分量反射部分分母
rs=rsz./rsm;                          %垂直分量反射系数
Rp=rp.^2;                             %平行分量反射率
Rs=rs.^2;                             %垂直分量反射率
t=0.6:0.005:1.5;
y=0;
y1=-0.4:0.005:0;
t1=1;
plot(n,rp,'c',n,rs,'*:',n,Rp,'k-',n,Rs,'g',t,y,'-',t1,y1,'-')
text(1.3,-0.1,'rp');
text(1.2,0.09,'rs');
text(0.65,0.023,'Rp');
text(0.65,0.065,'Rs');
text(0.9,-0.2,'(n<1)');
text(1.2,-0.2,'(n>1)');
title('relationships between rp,rs,Rp,Rs and n=n1/n2');
```

```
xlabel(      'n=n1/n2'       );
ylabel(      'r or R'        );
```



（1）分析其物理意义：（取入射角 pi/10，小于 Brewster 角，小于临界角）

当 n<1（光疏到光密介质）时，反射光中垂直分量（ s）的反射系数 rs<0，说明反射光中 s 分量与入射光中的 s 分量相位相反；而 p 分量，即平行分量，其反射系数 rp>0，说明反射光中 p 分量与入射光中的 p 分量相位相同。

当 n=1 时，相当于光束在同一种介质中传输，因此无反射，反射系数为零；

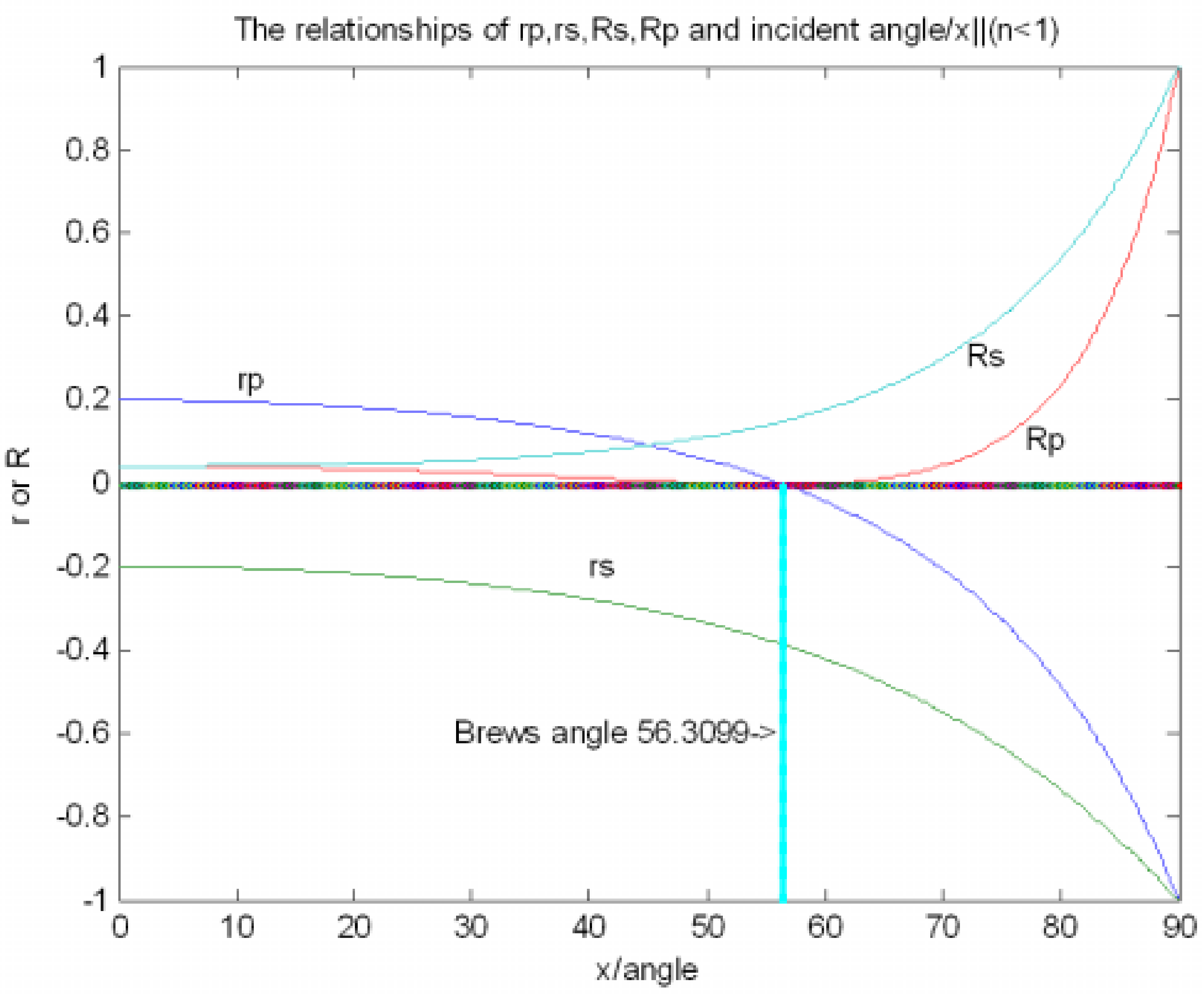
当 n>1（光密到光疏介质）时，反射光中 rs>0，说明反射光中 s 分量与入射光中的 s 分量相位相同；而 p 分量 rp<0，说明 p 分量在两种介质中相位相反。

（2）

（2-1）**%** 反射系数 **r**，和反射率 **R** 与入射角 **x** 的关系（ **n<1**）；

```
clear;
clc;
clf;
n=0.6:0.05:1.5;
zeta1=pi/10;                    %      入射角
zeta2=real(asin(n.*sin(zeta1)));    %      折射角
rpz=-n.*cos(zeta2)+cos(zeta1);      %      平行分量反射部分分子
rpm=n.*cos(zeta2)+cos(zeta1);       %      平行分量反射部分分母
rp=rpz./rpm;                        %平行分量反射系数
rsz=n.*cos(zeta1)-cos(zeta2);       %      垂直分量反射部分分子
rsm=n.*cos(zeta1)+cos(zeta2);       %      垂直分量反射部分分母
rs=rsz./rsm;                    %      垂直分量反射系数
Rp=rp.^2;                       %      平行分量反射率
Rs=rs.^2;                       %      垂直分量反射率
```

```
Brewster=acot(n)*180/pi;                    %布鲁斯特角
y=0;
y1=-1:0.005:0;

plot(x,rp,x,rs,x,Rp,x,Rs,x,y,Brewster,y1,'c:');
text(10,0.25,'rp');
text(40,-0.2,'rs');
text(77,0.1,'Rp');
text(72,0.3,'Rs');
text(28.5,-0.6,'Brews angle 56.3099->')
xlabel('x/angle');
ylabel('r or R');
title('The relationships of rp,rs,Rs,Rp and incident angle/x||(n<1)');
```



（**2-1**）分析其物理意义：

当光由光疏介质入射到光密介质时， rs<0，说明反射光中 s 分量的相位与入射光中的相位相反；而对于 p 分量，当入射角小于布鲁斯特角时， rp>0，说明此范围内，反射光与入射光中的 p 分量相位相同；在大于布鲁斯特角时， rp<0，说明反射光与入射光中的 p 分量相位相反。

在布鲁斯特角处， rp=0,Rp=0，即反射光中无平行分量，只有垂直分量。

（**2-2**）**%** 反射系数 **r**，和反射率 **R** 与入射角 **x** 的关系（ **n>1**）；

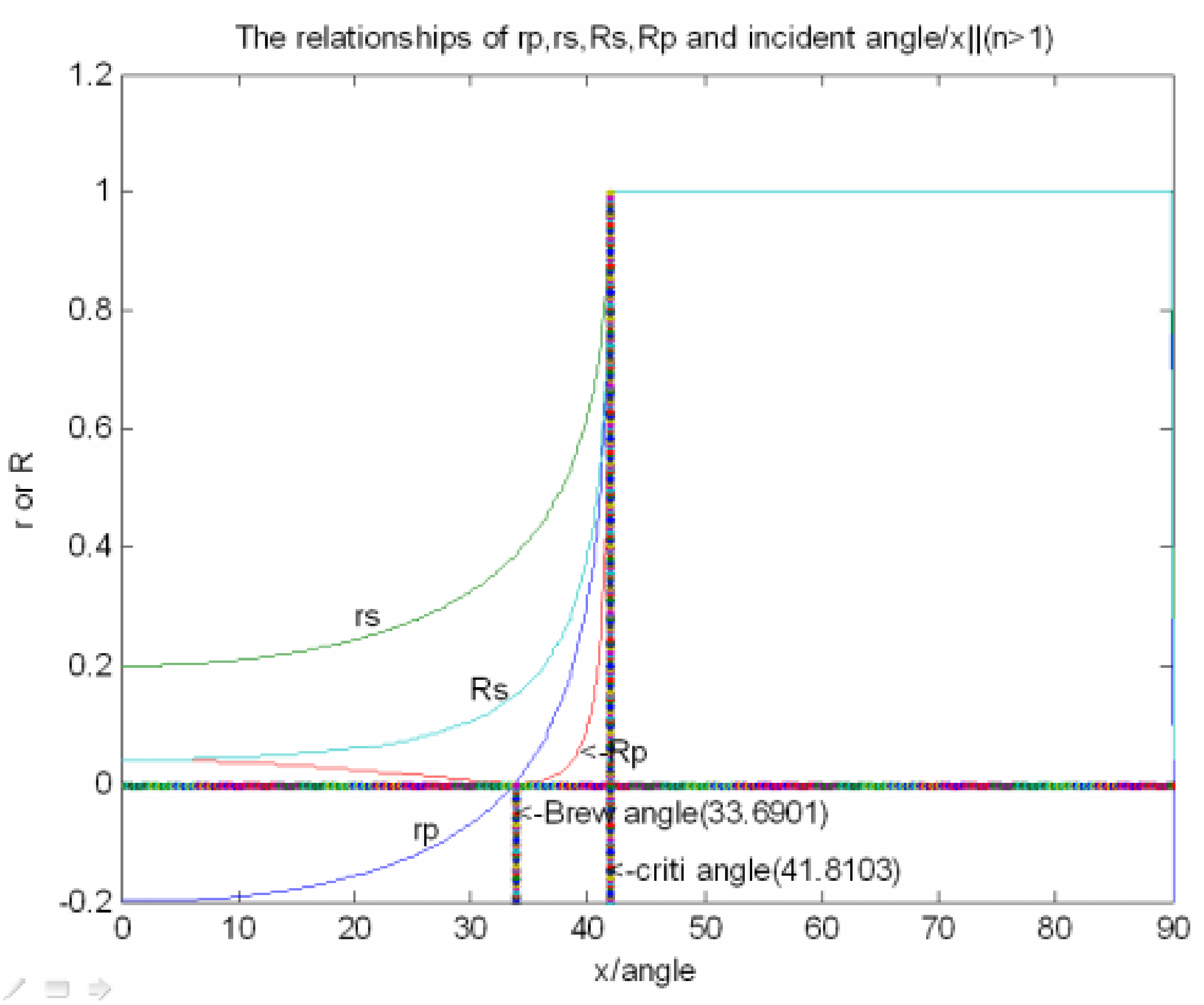
```
clear;
clc;
clf;
n1=1.5;
```

```
n2=1.0;
n=n1/n2;
zeta1=linspace(0,pi/2,1000);
x=zeta1*180/pi;
zeta2=real(asin(n.*sin(zeta1)));
rpz=-n.*cos(zeta2)+cos(zeta1);
rpm=n.*cos(zeta2)+cos(zeta1);
rp=rpz./rpm;
rsz=n.*cos(zeta1)-cos(zeta2);
rsm=n.*cos(zeta1)+cos(zeta2);
rs=rsz./rsm;
Rp=rp.^2;
Rs=rs.^2;

critical=acsc(n)*180/pi;                        %求临界角
Brewster=acot(n)*180/pi;                        %求布鲁斯特角

y=0;
y1=-0.2:0.005:1;
y2=-0.2:0.005:0;
plot(x,rp,x,rs,x,Rp,x,Rs,x,y, ':' ,critical,y1, '-' ,Brewster,y2, '-' );
text(25,-0.08, 'rp' );
text(20,0.28, 'rs' );
text(39.3,0.05, '<-Rp' );
text(30,0.16, 'Rs' );
text(41.5,-0.15, '<-criti angle(41.8103)' );
text(33.7,-0.05, '<-Brew angle(33.6901)' )
xlabel( 'x/angle' );
ylabel( 'r or R' );
title( 'The relationships of rp,rs,Rs,Rp and incident angle/x||(n>1)' );
```

（**2-2**）分析其物理意义：

当光束由光密介质入射到光疏介质中时， s 分量在入射角小于临界角的情况下，rs>0 说明反射光中垂直分量的相位与入射光内的 s 分量相位相同； 而 p 分量在小于布鲁斯特角的情况下， rp<0，说明反射光中平行分量相位与入射光中的 p 分量相位相反；在布鲁斯特角处， p 分量反射为 0，即反射光中无平行分量，只有垂直分量，大于布鲁斯特角小于临界角的情况下， rp>0 说明反射光中的 p 分量相位与入射光中的 p 分量相位相同。

但入射角大于临界角时， 发生全反射，即理论上所有的光都被百分之百反射，所以均为 1。



（3）反射系数 **r**，反射率 **R** 与入射角 **x** 和折射率之比 **n** 的关系

```
clear;
clc;
clf;
[n,zeta1]=meshgrid(0.6:0.05:1.5,0:pi/50:pi/2);
zeta2=real(asin(n.*sin(zeta1)));            %           折射角
x=zeta1*180/pi;                             %           转换成角度
rpz=-n.*cos(zeta2)+cos(zeta1);              %           平行分量反射部分分子
rpm=n.*cos(zeta2)+cos(zeta1);               %           平行分量反射部分分母
rp=rpz./rpm;                                %平行分量反射系数
rsz=n.*cos(zeta1)-cos(zeta2);               %           垂直分量反射部分分子
rsm=n.*cos(zeta1)+cos(zeta2);               %           垂直分量反射部分分母
rs=rsz./rsm;                                %           垂直分量反射系数
Rp=rp.^2;                                   %           平行分量反射率
Rs=rs.^2;                                   %           垂直分量反射率
%brewster   角所在的位置
Brewster=acot(n)*180/pi;                    %           求布鲁斯特角
zeta3=real(asin(n.*sin(zeta1)));            %           以布鲁斯特角入射的折射角
rpz0=-n.*cos(zeta3)+cos(Brewster);
rpm0=n.*cos(zeta3)+cos(Brewster);
rp0=rpz0./rpm0;
rsz0=n.*cos(Brewster)-cos(zeta3);
rsm0=n.*cos(Brewster)+cos(zeta3);
rs0=rsz0./rsm0;
Rp0=rp0.^2;
Rs0=rs0.^2;
```

```
subplot(2,2,1);
mesh(n,x,rp);
hold on
plot3(n,Brewster,rp, 'k' )
xlabel( 'n' );
ylabel( 'x' );
zlabel( 'rp' );
text(0.7,45,-0.5, '<-the positions of Brewster angles' );
view(-37.5-45,30);
title( 'rp & x and n' );
subplot(2,2,2);
mesh(n,x,rs);
hold on
plot3(n,Brewster,rp, 'k' );
xlabel( 'n' );
ylabel( 'x' );
zlabel( 'rs' );
text(0.7,50,-0.8, '<-the positions of Brewster angles' );
view(-37.5-45,30);
title( 'rs & x and n' );
subplot(2,2,3);
mesh(n,x,Rp);
hold on
plot3(n,Brewster,rp, 'k' );
xlabel( 'n' );
ylabel( 'x' );
zlabel( 'Rp' );
text(0.7,45,-0.5, '<-the positions of Brewster angles' );
view(-37.5-45,30);
title( 'Rp & x and n' );
subplot(2,2,4);
mesh(n,x,Rs);
hold on
plot3(n,Brewster,rp, 'k' );
xlabel( 'n' );
ylabel( 'x' );
zlabel( 'Rs' );
text(0.7,45,-0.5, '<-the positions of Brewster angles' );
view(-37.5-45,30);
title( 'Rs & x  and n' );
```

（3）分析其物理意义：

这四个图存在共性：即，每一个图可分为三个部分来进行分析，以 n=1为分

界线，其中竖线表示对应区域的布鲁斯特角。

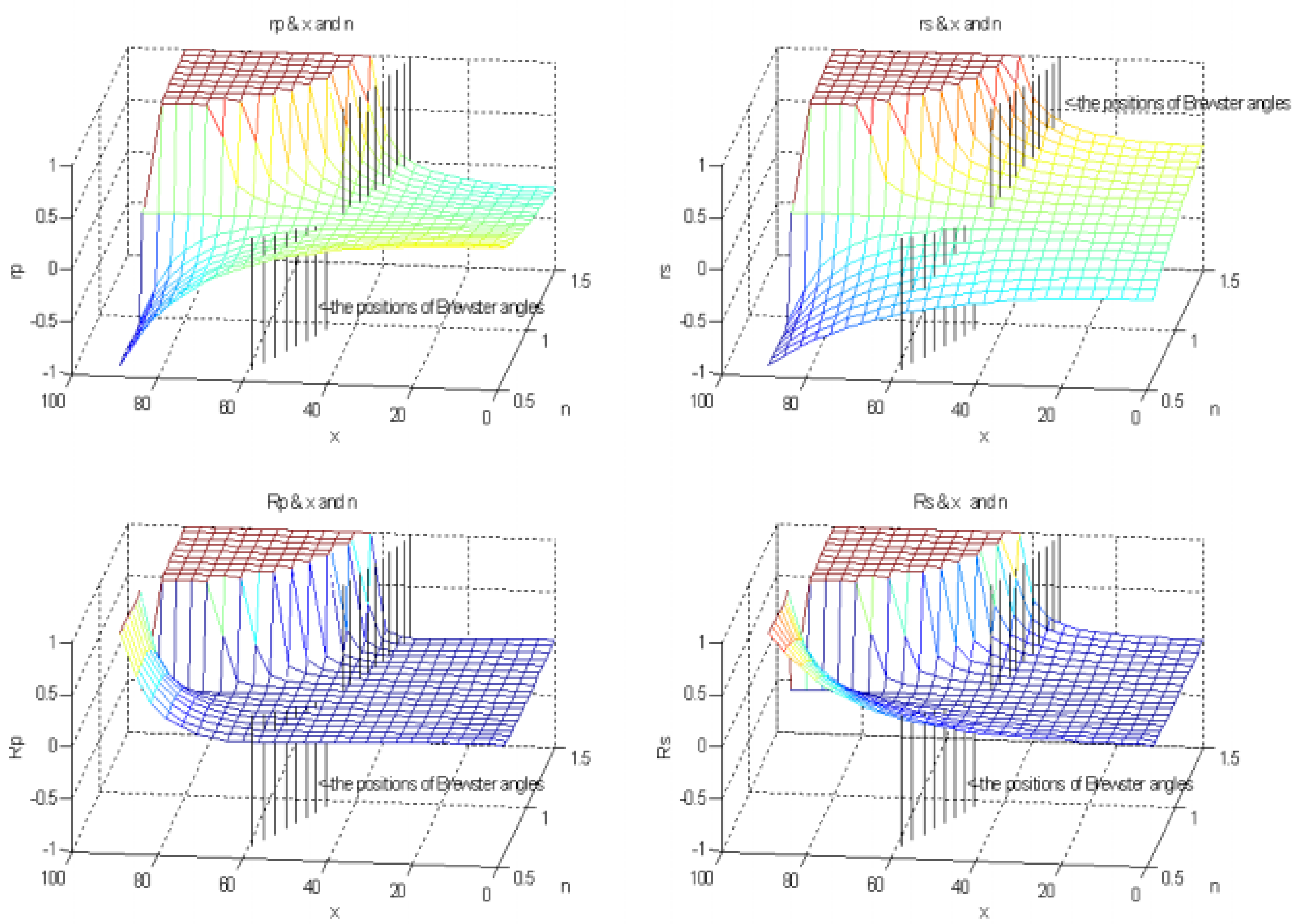
第一部分是 n<1这一部分空间： 可以看出，当光由光疏介质进入光密介质时，在入射角度小于布鲁斯特角的情况下， rp>0,且随着入射角趋近于布鲁斯特角， rp 接近于 0；在等于布鲁斯特角时， rp=0，导致 Rp=0，即在反射光中无平行分量，只有垂直分量。而 rs在整个角度范围内都是小于零的，即 s分量的相位与入射光中的相位差一个 pi。

Rs和 Rp分别是 rs和rp的平方，随着角度的增加而正向增大，但入射角为 90 °时，即光束沿着两种介质的边界传输时， Rs和 Rp在n<1范围内是 1，表明沿着边界传输，所有的光都在第一个介质中。

第二部分是 n=1的那一条线对应的部分。可以看到在 n=1时，对应任何入射角， rs，rp， Rs和Rp都是零。 n=1说明两种介质的折射率一样，相当于光束在同一介质内传输，不会发生反射，所以所有与反射相关的量都是零。

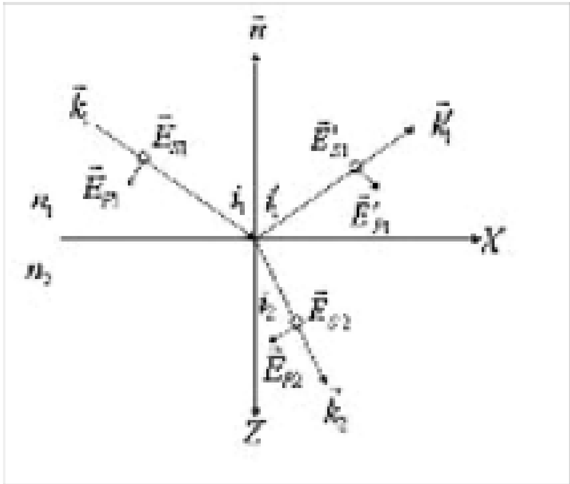
第三部分是 n>1那部分的空间：光由光密介质进入光疏介质，在竖线右侧范围内，即小于布鲁斯特角的那部分， rp<0，说明此段范围内 p分量的相位与入射光中的 p分量相位差 pi；而 rs在这个范围内一直是大于零的，说明此段内， s分量与入射光中的 s分量同相位。在这四个图中，很明显可以看到，有一个区域，不论入射角和 n，z方向的坐标都是 1，这是发生全反射的区域，其边界对应的入射角是相应折射率下的临界角， 从图中可知临界角的分布是一个弧形。 发生全反射时，理论上所有的光都被反射到第一个介质中。

在弧形临界角与布鲁斯特角所夹的范围内， s分量依然与入射光中 s分量是同相位的， p分量也变成与入射光中 p分量是同相位的，与小于布鲁斯特角时相反。



菲涅尔公式推导

光的电磁理论除了给出描述光在界面上传播方向的反射定律和折射定律外，还给出了入射光、反射光和折射光之间的振幅、相位的关系。菲涅尔公式就是确定这垂直于入射面的振动分量与平行于入射面得振动分量反射、折射特性的定量关系式。入射光在媒质界面处分为反射和折射两部分。将振动矢量分解为垂直和平行与入射面的 S 分量和 P 分量。P、S 和 k 构成右手系。S 沿 y 方向为正。图示为各个分量的正方向，反射、折射瞬间的电矢量与入射电矢量之间的关系。根据电磁场的边界条件及 s 分量 ,p 分量的正方向规定可得：



$$E_{is}+E_{rs}=E_{ts}$$

$$H_{ip}\cos\theta_1 - H_{rp}\cos\theta_1 = H_{tp}\cos\theta_2$$

再由 $\sqrt{\mu}H = \sqrt{\varepsilon}E$ 来得出,

$$(E_{is} - E_{rs})n_1\cos\theta_1 = E_{ts}n_2\cos\theta_2$$

由定义 $r_m = \frac{E_{orm}}{E_{oim}}$，（$n = n_1/n_2$）和 $n_1\sin i_1 = n_2\sin i_2$ 得出

$$\frac{E'_{s1}}{E_{s1}} = \frac{n_1\cos i_1 - n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1 + n_2\cos i_2} = -\frac{\sin(i_1-i_2)}{\sin(i_1+i_2)} \qquad \frac{E'_{P1}}{E_{P1}} = \frac{n_2\cos i_1 - n_1\cos i_2}{n_2\cos i_1 + n_1\cos i_2} = \frac{tg(i_1-i_2)}{tg(i_1+i_2)}$$

简化为：

$$r_p = \frac{n_2\cos\theta_1 - n_1\cos\theta_2}{n_2\cos\theta_1 + n_1\cos\theta_2} = \frac{\cos\theta_1 - n\sqrt{1-n^2\sin^2\theta_1}}{\cos\theta_1 + n\sqrt{1-n^2\sin^2\theta_1}}$$

$$r_s = \frac{n_1\cos\theta_1 - n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2} = \frac{n\cos\theta_1 - \sqrt{1-n^2\sin^2\theta_1}}{n\cos\theta_1 + \sqrt{1-n^2\sin^2\theta_1}}$$