

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Институт прикладной математики и механики
Кафедра «Прикладная математика»

Отчет по лабораторной работе № 2
по дисциплине: Математическая статика.

Выполнила студентка:
Заболотских Екатерина Дмитриевна
группа: 3630102/70301

Проверил:
к.ф.-м.н., доцент
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2020 г.

Оглавление

Постановка задачи	2
Теория.....	3
1. Вариационный ряд	3
2. Выборочные числовые характеристики.....	3
Реализация.....	5
Результаты	6
Заключение.....	9
Список литературы.....	10

Список таблиц

Таблица 1: Нормальное распределение.....	6
Таблица 2: Распределение Коши	6
Таблица 3: Распределение Лапласа	7
Таблица 4: Распределение Пуассона.....	7
Таблица 5: Равномерное распределение.....	8

Постановка задачи

Для каждого из 5 распределений:

1. Нормального $\mathcal{N}(x, 0, 1)$
2. Коши $\mathcal{C}(x, 0, 1)$
3. Лапласа $\mathcal{L}(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$
4. Пуассона $\mathcal{P}(k, 10)$
5. Равномерного $\mathcal{U}(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$

Сгенерировать выборки размеров: 10, 100, 1000. Вычислить следующие статистические характеристики для каждой выборки:

$$\bar{x}, med, x, z_R, z_Q, z_{tr}.$$

Для каждой выборки провести подобные вычисления по 1000 раз и найти среднее значение их характеристик положения и их квадратов:

$$E(z) = \bar{z}; \tag{1}$$

Вычислить оценку дисперсии:

$$D(z) = \overline{z^2} - \bar{z}^2; \tag{2}$$

Представить полученные данные в виде таблицы.

Теория

1. Вариационный ряд

Вариационный ряд (или упорядоченная выборка) – последовательность

$$X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n-1)} \leq X_{(n)},$$

состоящая из одинаково распределенных случайных величин: $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, расположенных в неубывающем порядке. (Может быть получена из исходной выборки, в результате расположения элементов в неубывающем порядке)

Значение k -го элемента вариационного ряда $X_{(k)}$ называется k -ой порядковой статистикой.

2. Выборочные числовые характеристики

Математическая статистика рассматривает приближенные методы отыскания законов распределения и числовых характеристик по результатам экспериментов.

Выборочные характеристики – случайные величины как борелевские функции от случайных величин.

Рассматриваются следующие характеристики:

- Выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3)$$

- Выборочная медиана:

$$med x = \begin{cases} x_{(l+1)} & \text{при } n = 2l + 1 \\ \frac{x_{(l)} + x_{(l+1)}}{2} & \text{при } n = 2l \end{cases} \quad (4)$$

- Полусумма экстремальных выборочных элементов:

$$z_R = \frac{x_{(1)} + x_{(n)}}{2} \quad (5)$$

- Выборочный квантиль порядка p :

$$z_p = \begin{cases} x_{([np]+1)} & \text{при } np \text{ дробном} \\ x_{(np)} & \text{при } np \text{ целом} \end{cases} \quad (6)$$

- Полусумма квантилей:

$$z_Q = \frac{z_{0.25} + z_{0.75}}{2} \quad (7)$$

- Усечённое среднее:

$$z_{tr} = \frac{1}{n-2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_{(i)}, \text{ где } r = \left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor \quad (8)$$

Реализация

Код программы, реализующий данную задачу, был написан на языке Python в интегрированной среде разработки PyCharm.

Были использованы библиотеки:

- **Numpy** – для работы с данными и построения выборок.

Результаты

	$\bar{x}(3)$	$med\ x(4)$	$z_R(5)$	$z_Q(7)$	$z_{tr}(8)$
$n = 10$					
$E(z)$	-0.0	0.0	0.0	0.29	0.0
$D(z)$	0.090461	0.145400	0.190432	0.122063	0.1860126
$n = 100$					
$E(z)$	0.00	0.00	-0.00	0.02	-0.000
$D(z)$	0.0092806	0.0162908	0.09482238	0.01335049	0.0214439
$n = 1000$					
$E(z)$	-1.1476	0.0007	-0.001	0.001	0.003
$D(z)$	0.00101	0.00156	0.061354	0.0012	0.0019

Таблица 1: Нормальное распределение

	$\bar{x}(3)$	$med\ x(4)$	$z_R(5)$	$z_Q(7)$	$z_{tr}(8)$
$n = 10$					
$E(z)$	-4.8145	-0.0128	-14.3557	1.2228	0.1904
$D(z)$	22978.4851	0.35161	134103.5860	5.9101	304.4308
$n = 100$					
$E(z)$	-3.0076	-0.0030	51.4189	0.0400	0.32456
$D(z)$	22963.8426	0.0224	3810135.8719	0.05342	1000.4721
$n = 1000$					
$E(z)$	1.8539	0.0014	819.0591	0.0053	5.5397
$D(z)$	10823.6848	0.0025	1589854120.7	0.0055	25780.6205

Таблица 2: Распределение Коши

	$\bar{x}(3)$	$med\ x(4)$	$z_R(5)$	$z_Q(7)$	$z_{tr}(8)$
$n = 10$					
$E(z)$	0.0037	0.0009	0.005	0.29	-0.003
$D(z)$	0.10458	0.07528	0.39273	0.123057	0.192249
$n = 100$					
$E(z)$	0.002	-0.001	0.0217	0.016	0.00104
$D(z)$	0.009718	0.005793	0.398961	0.0110906	0.02108
$n = 1000$					
$E(z)$	0.00	-0.00	0.02	0.001	0.00
$D(z)$	0.000918	0.000493	0.439785	0.000954	0.002094

Таблица 3: Распределение Лапласа

	$\bar{x}(3)$	$med\ x(4)$	$z_R(5)$	$z_Q(7)$	$z_{tr}(8)$
$n = 10$					
$E(z)$	9.995	9.829	10.32	10.96	9.999
$D(z)$	0.96096	1.5011	1.9474	1.4409	2.0389
$n = 100$					
$E(z)$	10.01	9.87	10.95	0.967299	9.985
$D(z)$	0.10364	0.19059	0.96729	0.1444	0.20728
$n = 1000$					
$E(z)$	9.996	9.99	11.66	9.9935	10.001
$D(z)$	0.0099	0.0091	0.63952	0.00320	0.0190

Таблица 4: Распределение Пуассона

	$\bar{x}(9)$	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$n = 10$					
$E(z)$	0.009	-0.004	-0.00	0.3249	-0.0111
$D(z)$	0.098	0.2237	0.05196	0.13023	0.20549
$n = 100$					
$E(z)$	-0.003	-0.003	-0.00	0.01	-0.00
$D(z)$	0.0093	0.0295	0.00056	0.015398	0.0205049
$n = 1000$					
$E(z)$	0.001	0.001	-8e-06	0.001	0.000
$D(z)$	0.000963	0.00318	6e-06	0.001490	0.00193

Таблица 5: Равномерное распределение

Заключение

Исследование показало:

- действительно, математическое ожидание для распределения Коши не определено, а дисперсия – бесконечна;
- выборочное среднее при увеличении n стремится к математическому ожиданию;
- медиана у всех распределений определена;
- Z_Q и Z_R оценивают центр симметрии распределения

Список литературы

1. Конспекты лекции
2. Википедия: <https://ru.wikipedia.org/wiki>

Ссылка на **github**: <https://github.com/KateZabolotskih/MathStatLabs>