Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Институт прикладной математики и механики
Кафедра «Прикладная математика»

Отчет по лабораторной работе № 1
по дисциплине: Математическая статика.

Выполнила студентка:
Заболотских Екатерина Дмитриевна
группа: 3630102/70301

Проверил:
к.ф.-м.н., доцент
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2020 г.

Оглавление

Список иллюстраций

Постановка задачи

Для каждого из 5 распределений:

1. Нормального $\mathcal{N}(x, 0, 1)$
2. Коши $\mathcal{C}(x, 0, 1)$
3. Лапласа $\mathcal{L}(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$
4. Пуассона $\mathcal{P}\ (k,\ 10)$
5. Равномерного $\mathcal{U}\ \left(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}\right)$

Сгенерировать выборки размеров: 10, 50, 1000; и построить графики плотности распределения вероятности и гистограмму на одном рисунке.

Теория

1. Распределения

Пусть задано вероятностное пространство $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, на котором определена случайная величина $\xi : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$.

Функция $F_{\xi}(x) = P_{\xi}\,(-\infty,\ x]\ \ x \in \mathbb{R}$ называется функцией распределения случайной величины ξ.

В данной лабораторной работе рассматриваются следующие распределения:

1. Нормальное (абсолютно непрерывное)

   Распределение вероятностей, которое в одномерном случае задается функцией плотности вероятности, совпадающей с функцией Гаусса:

   $f(x,\ \ \mu,\ \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, где

   $\mu -$ математическое ожидание

   $\sigma -$ среднеквадратическое отклонение ($\sigma^2 -$дисперсия)

2. Коши (абсолютно непрерывное)

   Задается плотностью вероятности:

   $f(x, x_0, \gamma) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(x-x_0)^2+\gamma^2}$, где

   $x_0 -$ параметр сдвига

   $\gamma -$ параметр масштаба

3. Лапласа (абсолютно непрерывное)

   Задается плотностью вероятности:

   $f(x, \beta, \alpha) = \frac{\alpha}{2} e^{-\alpha\,|x-\beta|}$, где

   $\alpha -$ параметр масштаба

   $\beta -$ параметр сдвига

4. Пуассона (дискретное)

   Задается функцией вероятности:

   $P(k) \equiv \mathbb{P}(\,Y = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, где

   $\lambda -$ математическое ожидание случайной величины (среднее количество событий за фиксированный промежуток времени)

5. Равномерное (абсолютно непрерывное)

   Задается плотностью вероятности:

$$f\ (x, a, b) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 0\ \ , & x \notin [a, b] \end{cases}$$

2. Гистограмма

Гистограмма – функция, приближающая плотность вероятности некоторого распределения, построенная на основе выборки из него.

Построение гистограммы основывается на выделении интервалов и выстраивании пропорциональных прямоугольников. Множество значений, которые может принимать элемент выборки, разбивается на интервалы. Для каждого интервала на горизонтальной оси строится прямоугольник, его высота пропорциональна числу элементов выборки, попавших в этот интервал. (при разных интервалах: площадь прямоугольника пропорциональна числу элементов выборки в интервале). Также существует правило нормировки – общая площадь всех прямоугольников равна единице.

Реализация

Код программы, реализующий данную задачу, был написан на языке Python в интегрированной среде разработке PyCharm.

Были использованы библиотеки:

- **Numpy** – библиотека для работы с данными.
- **Matplotlib** — комплексная библиотека для создания статических, анимированных и интерактивных визуализаций в Python.
- **Seaborn** — библиотека визуализации данных Python, основанная на matplotlib. Она обеспечивает высокоуровневый интерфейс для рисования привлекательной и информативной статистической графики.

Результаты

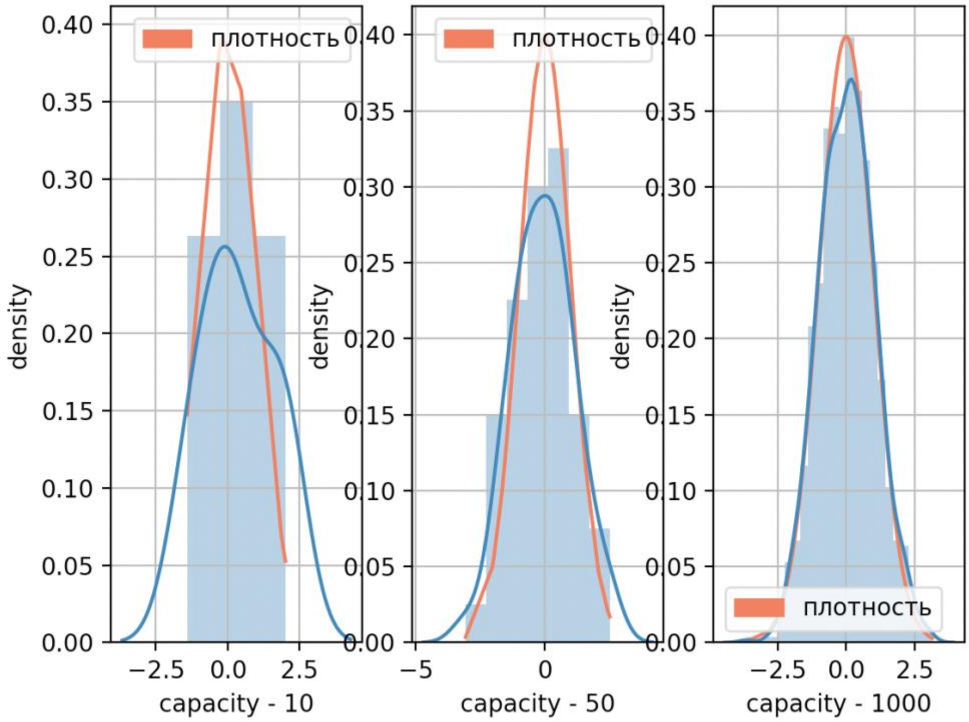

Рис. 1: Нормальное распределение

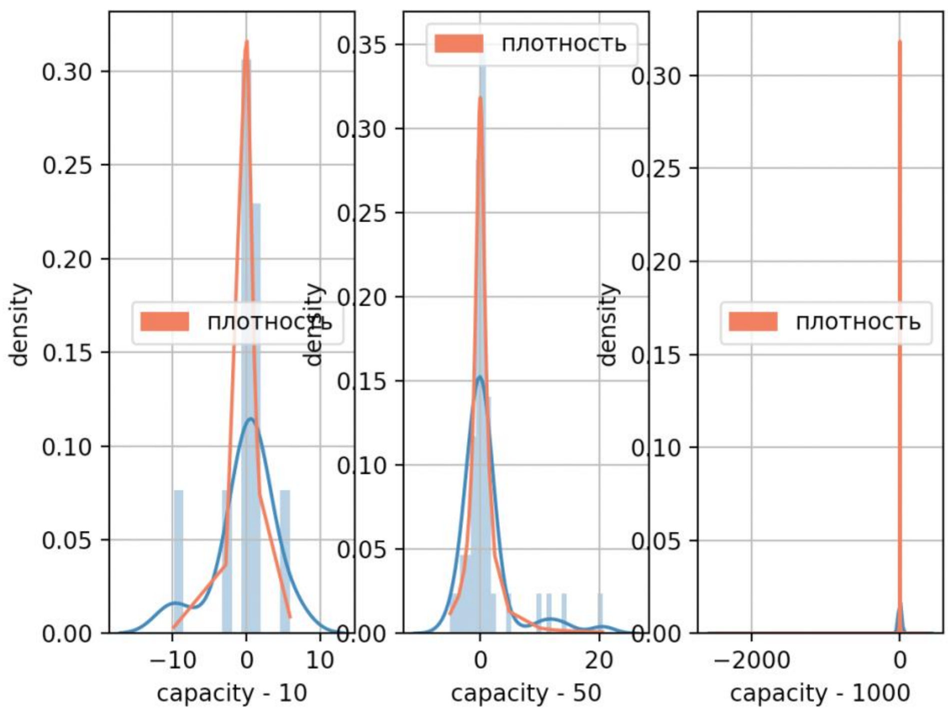

Рис. 2: Распределение Коши

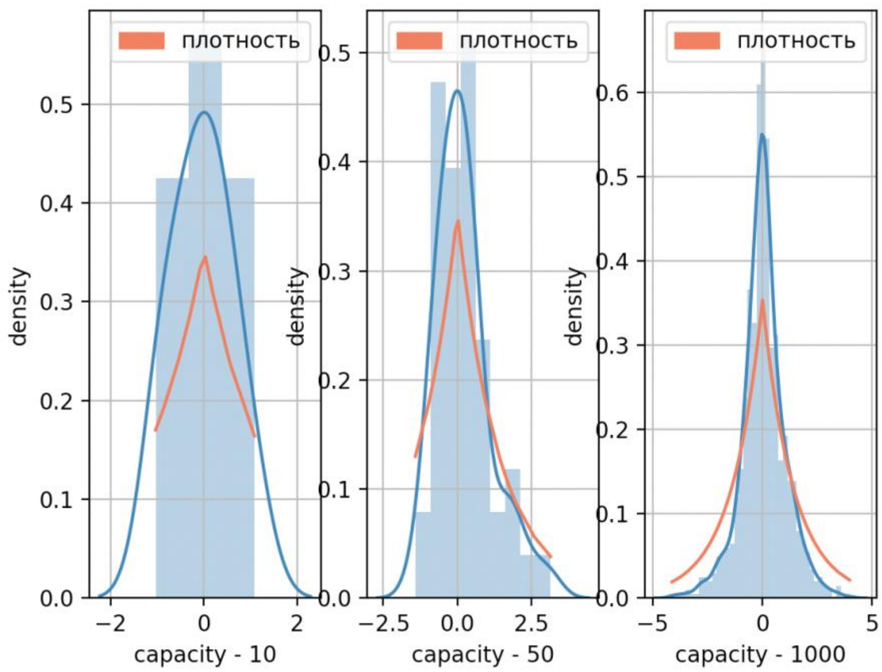

Рис. 3: Распределение Лапласа

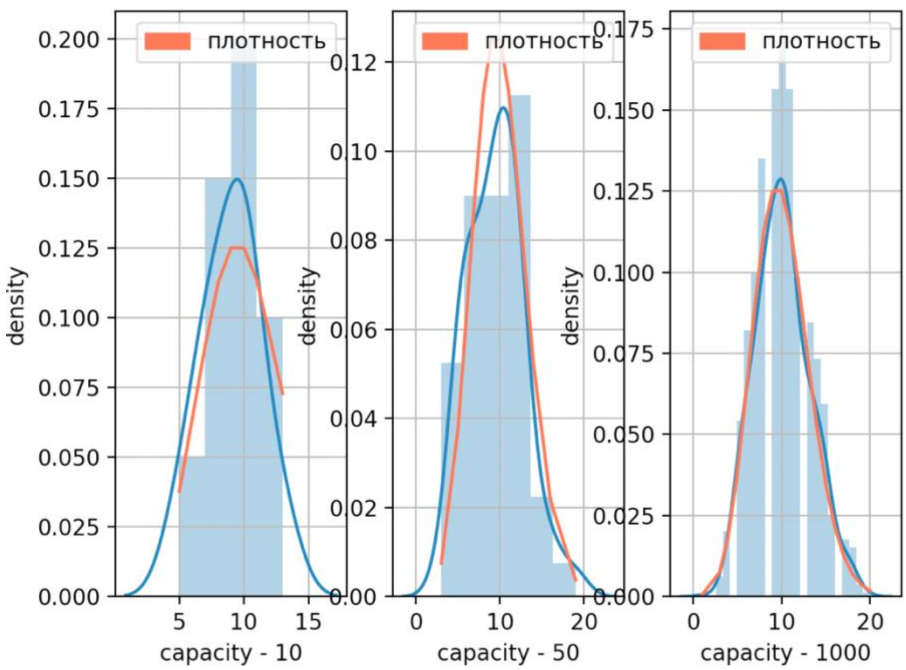

Рис. 4: Распределение Пуассона

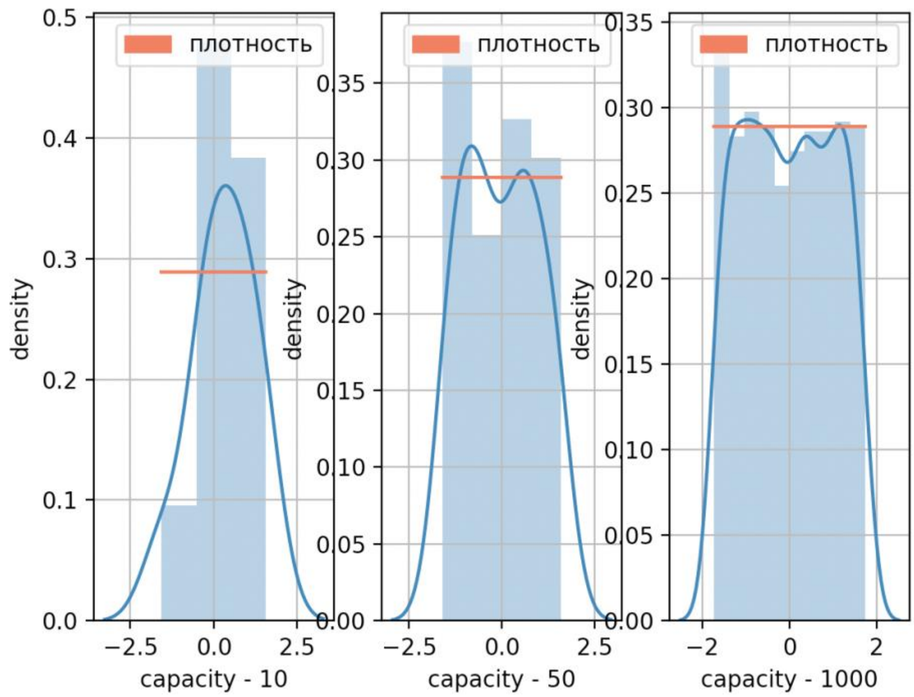

Рис. 5: Равномерное распределение

Заключение

Из полученных графиков можем подтвердить факт: если число интервалов гистограммы $k(n)$ устремить в бесконечности, таким образом, что $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{k(n)}{n} = 0$, то имеет место сходимость по вероятности гистограммы к плотности.

Список литературы

1. Конспекты лекции
2. А. Н. Ширяев, Вероятность-1. Изд. МЦНМО, Москва, 2017.
3. Википедия: https://ru.wikipedia.org/wiki

Ссылка на github: https://github.com/KateZabolotskih/MathStatLabs