Отчет по лабораторной работе №5
по теме „метод Розена"

Выполнили: Порошин, Заболотских
Подгруппа 2

1) Постановка задачи: Поставить задачу минимизации нелинейной функции с 2 лин. условиями в виде равенств и двумя лин. условиями в виде неравенств. Решить поставленную задачу методом Розена.

2) Задача минимизации:

$$(1)\ \varphi(x) = 3x^2+7y^2+z^2+(t-9)^2+xy\cdot\sin(4x+5y)+(x+y+z)^2$$

Ограничения:

$$(2)\ \begin{cases} 2x+y+7z+t=9 \\ 3x+3y+9z+2t=18 \\ x-3y+2z<1 \\ -x-y-z-t<100 \end{cases}$$

начальная точка
$x_0 = (6, 1, -1, 3)$ $(x_0 \in S)$

С очевидным решением в точке $(0,0,0,9) \in S$

т.е.

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 & 1 \\ 3 & 3 & 9 & 2 \end{pmatrix} \qquad d = \begin{pmatrix} 9 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \qquad g = \begin{pmatrix} 1 \\ 100 \end{pmatrix}$$

Первая строка подобрана специально так, чтобы в начальной точке она выполнялась, как равенство

3) Исследование применимости метода

В силу структуры ф-ции она является выпуклая в окрестности точки $(0,0,0,9)$, а значит эмпирическим методом можно подобрать точку в данной окрестности, постепенно приближая к $(0,0,0,9)$ и удовлетворяющую неравенствам (2), что метод начнет сходиться в силу теорем (2.3) и (2.2)

④ Алгоритм

Начальный этап:

$x_0 = (6, 1, -1, 3)$
$\varepsilon = 1e-3$
$a_0 = 1$
$\lambda = 0.7$

Основной этап:

## Выбор направления спуска

1. Найдем $F_1$: т.е. строки $F$, для которых огр. выполняются, как равенство
Обозначим за f1_ind - мн-во индексов данных строк

2. $A_k = \begin{pmatrix} C \\ F_1 \end{pmatrix}$, если $F_1$ непустая и $A = C$ в противном случае

3. $P_k = E - A^T (A A^T)^{-1} A$, если $A$ непустая и $P_k = E$ в противном случае

4. $sk = -P_k \cdot f'(x_k)$ - направление спуска

5. Если $sk != 0$ с точностью $\varepsilon$ переходим к выбору шага
Если $A$-пустая $sk == 0$ с точностью $\varepsilon$: $xk$-решение

6. Иначе построим $w = -(A \cdot A^T)^{-1} A \cdot f'(x_k)$
$u = w[f\_ind]$

7. Если $u >= 0$ $x_k$-решение

Иначе берем индекс отрицательного элемента и и вычеркиваем строку с этим индексом из $F_1$ и заново ищем направление уже с новой матрицей $F_1$, т.е. с пункта 2.

## Выбор шага

1. Зададим две переменные $a\_l = a_0$ $a\_m = a_0$

2. В цикле пока не выполнены условия
$F_2 \cdot (x_k + a_k S_k) < g_2$ для $a\_l$ или $a\_m$
$\varphi(x_k + a_k S_k) < \varphi(x_k)$

изменяем $a\_m = a\_m / l$
$a\_l = a\_l \cdot l$

Результаты: Получен ответ $(0, 0, 0, 9)$, что соответствует минимуму функции