$$F\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \sim N(0,1)$$

ЦПТ
имеет место сходимость

$$F\left(\frac{n\cdot s^2}{\sigma^2}\right) \sim \chi^2(n-1)$$

теоретич. откл. мы никогда не узнаем. Зачем тогда?
Этот шаг подводит к теореме Фишера.

$$t = \frac{\xi}{\eta} \qquad \xi \sim N(0,1) \qquad \eta \sim \sqrt{\chi^2/n}$$

Хотелось бы получать оценки в среднем.

$$F = \frac{\sqrt{n-1}\ \bar{X}-\mu}{s} \sim S(n-1)$$

Предполагается, что выборки из нормального распределения.
Делим на две непересек. Проверка на нормальность.

Основная теорема нормальной регрессии

1) Оценки коэф. полином-го тренда — ст. норм. величины.

$$F\left(\frac{\hat{\beta}_i-\beta_i}{\sigma\sqrt{a_{ii}^{-1}}}\right) \sim N(0,1)$$

2) $$F\left(\frac{S(\hat{\beta})}{\sigma^2}\right) \sim \chi^2(n-k)$$

Уже получали $F(\hat{\beta}) = N(\beta, \sigma^2 \cdot A^{-1})$

$$\frac{\hat{\beta}_i-\beta_i}{\sigma\sqrt{a_{ii}^{-1}}} \Big/ \sqrt{\frac{S(\hat{\beta})}{\sigma^2(n-k)}} = \frac{\hat{\beta}_i-\beta_i}{\cancel{\sigma}\cdot\sqrt{a_{ii}^{-1}}}\cdot\frac{\cancel{\sigma}\sqrt{n-k}}{\sqrt{S(\hat{\beta})}} = \frac{(\hat{\beta}_i-\beta_i)}{\sqrt{a_{ii}^{-1}\,S(\hat{\beta})}}\sqrt{n-k} \sim S(n-k)$$

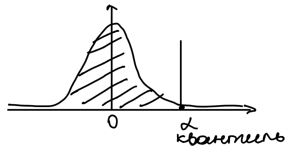
теперь можно записать интервальные оценки $\hat{\beta}$.
вопрос об адекватности модели данных.

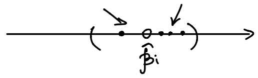
<u>Подходы</u>

1) интервальное оценивание модели
2) интервальные оценки объясняемой переменной.
3) ~~толерантные интервалы регрессии~~

I подход

$$\frac{(\hat{\beta}_i - \beta_i)}{\sqrt{a_{ii}^{-1}}\ S(\hat{\beta})}\sqrt{n-k} = t$$ – статистика (плотность сиим.)





попытка на носителе меры $\hat{\beta}_i$ выбрать такой интервал, что с вер-ю α в интервале лежит β_i.
└ не уровень значимости.

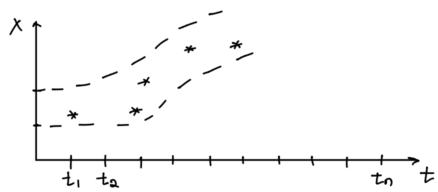
$$\left(\hat{\beta}_i - t_{(1+\alpha)/2,\ (n-k)}^{x} \ldots,\ \hat{\beta}_i + t_{(1+\alpha)/2,\ (n-k)}^{x} \ldots\right)$$ – интервал

$$\overset{\in(3,5)}{\beta_0} + \overset{\in(0{,}00003,\,0{,}00005)}{\beta_1}\cdot \overset{\in(1,10)}{t_1} + \beta_2 t_2^2 + \beta_3 \cdot t^3 \longleftarrow$$ гипотеза

вносит в ординаты max вклад. С какой точностью рег-ть ординаты x_i.
└ вопрос стат. зн-ти под вопросом
т.е. лин. зависимости нет.

1. получили точечные оценки $\hat{\beta}_i$
2. получили интервальные оценки для каждой β_i : $(\hat{\beta}_{il},\ \hat{\beta}_{ir})$
   └ left └ right
3. адекватность модели
   (слова...) данный временной ряд – сумма из детерминированного тренда.

II подход



$X_i = g(t_i) + \varepsilon_i$
в смысле распределений

„Точность" регрессионной модели – бред

„Воспроизводимость" регр. модели – имеет смысл, когда на основе моделей строим прогнозы.
(кроссвалидация)

Классификация регрессионных моделей

линейные по переменным-регрессорам (время наблюд)

] $X_j = \beta_1 Y_i + \beta_2 Z_i + \beta_3$
└ перем. регр. ┘

лин. по параметрам

$X_j = \beta_1 Y_i + \beta_2 Z_i + \beta_3$
└ параметры ┘

$X_j = \beta_1 Y_i^{\beta_4} + \beta_2 Z_i^{\beta_5} + \beta_3$

нелинейные регрессионные модели (линеаризуемы или нет ?)

$$X_i = \frac{\beta_0}{\beta_1 + \exp(\beta_2 \cdot Y_i + \varepsilon_i)}$$

$$X_i = \exp(\beta_0 \cdot Y_i + \varepsilon_i)$$ +β₁ → $\ln \beta_1) = \beta_1'$

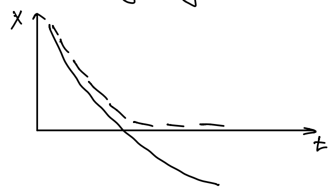
мультипликат. стохастич. изм. (линеарив)

$$X_i = \beta_1 \exp(\beta_0 Y_i) + \varepsilon_i$$

аддитивное стох. изм. (нелинеариз.)

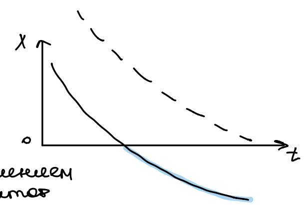
2)

Метод модиф. экспоненты



находим рез-т
а потом возвр. к исходной модели

1)



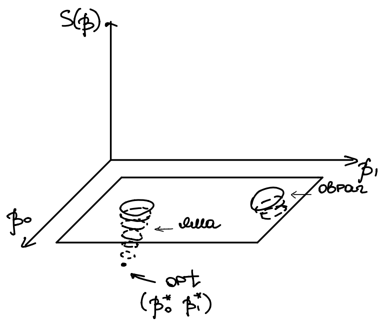
применяем оператор сдвига
(обход мат. сложностей)

$$X_i = \beta_0 \cdot \underbrace{\exp(\beta_1 t_i)} + \varepsilon_i$$

$$X_i = \beta_0 \left(1 + \underbrace{\frac{\beta_1}{1}}_{\gamma_1} \cdot t_i + \underbrace{\frac{\beta_1^2}{2}}_{\gamma_2} t_i^2 + \underbrace{\frac{\beta_1^2}{6}}_{\gamma_3} \cdot t_i^3 + \underbrace{\frac{\beta_1^3}{24}}_{\gamma_4} t_i^4\right) + \varepsilon_i$$

$X_i = \beta_0 (1 + \gamma_1 \cdot t_i + \gamma_2 t_i^2 + \gamma_3 t_i^3 + \gamma_4 t_i^4) + \varepsilon_i$ — лин. по пар-м модель.

между γ жёсткая функц. связь.
получим $\{\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3, \hat{\gamma}_4\}$



← пар-е пр-во значений

1. поиск окр-й, подозр. на opt — ненапр. случ. поиск
   ↳ дробим ещё и вычисл. в точках функцию
2. квазиградиентный / град. метод из этих обл.

говорит про лабу

lab N2

1. Получить оценки $\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \hat{\gamma}_3, \ldots, \hat{\gamma}_5$ и попытаться вытащить на них оценку $\hat{\beta}_1$ и интервальные оценки $\hat{\gamma}_k$

   $X_i = \beta_1 \exp(\beta_0 Y_i) + \varepsilon_i$

2. Получить оценки $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ методом отжига (Больцмановский отжиг и отжиг Коши)

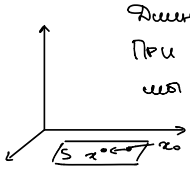
3. Содерж. анализ с β_i. Согласие и теоретич. пар-ра

16.03

Направленный случайный поиск
(метод отжига - simulated annealing)
(имитация процесса остывания сплава металла)

Полагаем, что система может принимать одно из состояний
$\exists\ x \in S$
└ мн-во допустимых решений $S \subset \mathbb{R}^{dim}$

$E : x \to \mathbb{R}^1$ - энергия системы
$E == f$ - ф-я, которую хотим min.
Выбираем начальную точку, имитируем итерационный процесс: $x_0 \in S$
Длина и напр-е перехода – сл. величины.
При попадании в овраг, мы из него выскочим, вопрос в том, как долго мы будем это делать.



Физич. интерпр.: ф-я температуры – ф-я скорости движения к opt.
Вероятность попадания в область opt — ?

Конкретная схема отжига:

1. ф-я температуры — $T(i)$
2. семейство отображений: $G(x, T)$ – семейство распр-й, из которого на каждом шаге мы берём одно.

4. $H(dE, T)$ - семейство критериев принятия решения о переходе

Общий алгоритм

1. Вычисляем $f(x)$
2. Сравнение: if $f(x) < E \to E = f(x)$
3. генерируем очередного кандидата x': $g(x, T) \to x'$
   (если вышли из S → генерируем ещё) └ генерирующее распр-е.
4. генерируем $t = h(df, T)$, где $df = E - f(x')$
   └ изм. энергии, если перейдём в x'.
5. генерируем равномерн. сл. вел-ну $u \sim U([0, 1])$
   если $t < u$, то переход системы в x' → п.1
   иначе, п.2

Больцмановский отжиг

1. $T(i) = \dfrac{T_0}{\ln(1+i)}$ $\quad i > 0$ $\quad$ т.к. ln в знаменателе, то схема самая медленная.

2. $G(x, T) = \dfrac{1}{(2\pi T(i))^{dim/2}} \exp\left(- \dfrac{\|x' - x\|^2}{2T(i)}\right)$

температура определяет меру сл. флуктуаций длины перехода

③ $H(df, T(i)) = \frac{1}{1+\exp(-\frac{df}{T})} \sim \exp\left(-\frac{df}{T(i)}\right)$

если $df < 0$ => выр-е $= 1$, т.е. безусловный переход.

отжиг Коши

① $T(i) = \frac{T_0}{i}$ $\quad i>0$

② $G(x,T) = \frac{1}{(\|x'-x\|^2+T^2)} \cdot \frac{1}{\pi^{dim}}$ — такое многомерное распр-е тяжело реализовать

Поэтому:

$$G(x,T) = \prod_{j=1}^{dim} \frac{1}{(|x'_j - x_j|^2 + T(i)^2)}$$

нет гарантии, что мы доберёмся до глоб. min. => $T(i) = \frac{T_0}{\sqrt[dim]{i}}$

тогда гарантир., но замедляет процесс.

Сверхбыстрый отжиг

$$S := [A_0, B_0] \times [A_1, B_1] \times \dots \times [A_{dim}, B_{dim}]$$

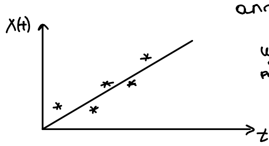
$x'_j = x_j + z_j \cdot (B_j - A_j)$ $\quad$ z_j — носитель непр. случ. вел-на $\quad$ $z_j = [-1; 1]$

— лебегова мера компакта

$$g_{z_j}(T) = \frac{1}{(2^{|z_j|^2}+T^2)\ln\left(1+\frac{1}{T}\right)}$$

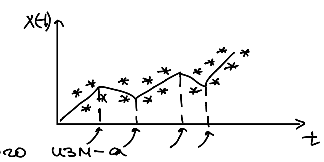
$T_j(i) = T_0 \cdot \exp(-c_j)$ $\quad$ где-то (i)

$c_j = \sqrt[dim]{\underbrace{m_j \cdot \exp(-n_j)}_{\text{параметры алгоритма}}}$



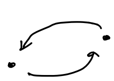
идеального бешеного роста не будет

скорее будет кусочно-заданная модель эк. системы в смысле оценки среднего.



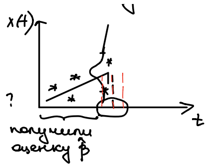
Структурные изменения модели:
=> оценка — кусочно-зад.
∃ моменты разладки = структурного изм-я
(моменты истины)

Возникает задача: идентифицировать параметры модели, но нужно знать моменты разладки, а для этого нужны параметры модели



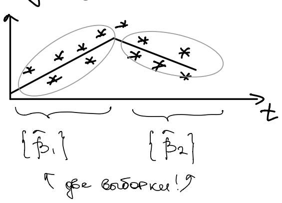
Выбирают начальное число точек. Получаем на этом мн-ве оценку пар-в. Переходим в сл-ю точку. Если поведение не изм. => сохр.

Правило 3-х сигм.
Мн-я проверка гипотезы ?



Идентификация моментов разладки – задача о выходе случ. пр-а за некоторый уровень
∃ отрезки ¦¦¦ среди трёх сечений наличие структурных изменений.
Строим итеративную процедуру оценки параметров:

1. нам известен участок временного ряда, на котором подозреваем о наличии стр-го изм-я модели.
2. мы располагаем достаточной статистикой справа и слева от этого участка
3. формулируем гипотезу об однородности оценок параметров регрессионной модели



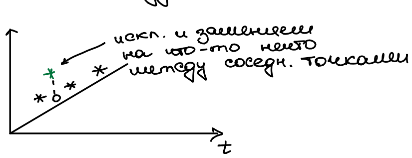
Самый „тупой" подход – тест Грегори – Чоу

1. построить оценки регрессионной модели на всём интервале (включаем левый и правый участки отн-но точки структ. изм.)
2. построить оценки регрессионной модели на левом и правом участках отн-но (·) стр. изм-я
3. Восп. критерием Чоу: отношение остатков, получ. в каждом из 3^x пром-в.

К вопросу об адекватности моделей.

1. Причина неадекв. модели: ошибки в спецификации самой модели.
(ошибка в кол-ве слагаемых)
(ошибка с детерм. сл-м или его вообще не должно быть)

2. Причина неадекв. модели: ошибки, связ. с процедурой получ. самих исх. данных.
Есть процедура фильтрации / сглаживания. => появляются функциональные связи между точками.
(эффект Юла – Слуцкого)



Переход от TS моделей к DS

Отчёты

I Модельные данные: 4 разных вар-та полинома

1) $\beta_0 >> \forall \beta_i$ доминирующее сл-е

2) $\beta_1 >> \forall \beta_i$

3) β . . .

однородность остатков.

ε выбираем из логарифм. шкалы

не <30 и >100 участки (кол-во точек)

Выводы

II Методы регуляризации решений.
получить оценки параметров при попытке её линеаризовать
+ случ. поиск + метод град. спуска

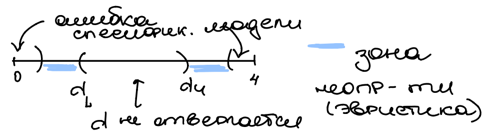
Вопрос об адекватности модели = вопрос о стационарности ряда $\varepsilon(t)$.

GLM general linear model
generalized linear model

1. Ошибка спецификации модели (класс TS-модели)

d-статистика Дарбина – Уотсона (DW-статистика)

$$d := \frac{\sum_{i=2}^{n} (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} (\hat{\varepsilon}_t)^2} \in [0;4]$$



Правило проверки об отсутствии ковариации между остатками.

→ (n, k) из таблицы | d_L ; d_U — два квантиля распр-я этой статистики (табулиров.)
кол-во оцениваемых пар-в системы
длина выборки

Не ловит лаг в $\varepsilon(t)$ и $\varepsilon(t+i)$
может в $\varepsilon(t)$ и $\varepsilon(t+s)$

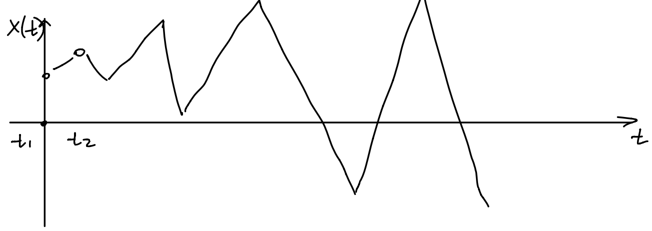
№2 Причина нестационарного ряда остатков.
Исходные данные подвергались какой-то предобработке.

$$\text{Пр}: X(t) \to \tilde{X}(t)$$

$X(t)$ — наст. ординаты времен. пр-сса; $\tilde{X}(t)$ — получены нами (эффект Юла – Слуцкого) для анализа

Остаёмся в классе аддитивных моделей, но отказываемся от детерминированных слагаемых.

Переходим к классу DS-моделей



одна ордината известна

$$\Delta X_1 = X(t_2) - X(t_1) \sim N(a, \sigma)$$

$\neq$?

по мере эволюции процесс расползается. $\sim \sqrt{t}$

Авторегрессионные модели AR(p)

$$X(t) = a_0 + a_1 X(t-1) + a_2 X(t-2) + \ldots + a_p X(t-p) + \varepsilon_t$$

$\varepsilon_t \sim L(\varnothing, \sigma)$

взвешенная сумма случ. вел-н других распр-в

Оценки: МНК

После получения оценок $\{\hat{a}_i\}_{i=1}^{p}$ как перейти к интервалам. несмещ. состоят. только асимптотич.

p – порядок авторегр. модели (обычно $p < 4/5$)

AR(1) $\quad X(t) = a_0 + a_1 X(t-1) + \varepsilon_t$ ← Марковский процесс

$$X(t) = a_0 + a_1(a_0 + a_1 X(t-2) + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t$$

$$X(t) = a_0 + a_1 a_0 + a_1^2 X(t-2) + a_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

...

$$X(t) = \underbrace{a_0 + a_0 a_1 + \ldots + a_0 a_1^{\tau-1}}_{\text{сумма геом. процесса}} + a_1^{\tau} X(t-\tau) + \sum a_1 \varepsilon_{t-\tau-1} + \varepsilon_t$$

$\tau = 2, \ldots$

$$a_0(1 + a_1 + \ldots + a_1^{\tau-1}) = a_0 \frac{a_1^{\tau} - 1}{a_1 - 1} + a^{\tau} X(t-\tau)$$

$$a_1 \varepsilon_{t-1} + a_1^2 \varepsilon_{t-2}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & \ldots & 1 \\ X(t_1-1) & \ldots & \\ X(t_1-2) & \ldots & X(t_{n-1}-p) \\ \ldots & & \\ X(t_1-p) & \ldots & X(t_n-p) \end{pmatrix}$$

$$X(t) = a_0 \frac{a_1^{\tau} - 1}{a_1 - 1} + a^{\tau} X(t-\tau) + \sum_{i=0}^{\tau} a_1^{i} \varepsilon_{t-i}$$

AR(2) — процесс Юла $1 > |a_1|$ $a_1 \pm a_2 < 1$

Лаговый оператор $B(p)$
└ удаление от текущего сечения

Выразим „прошлое" через „настоящее"

Будем считать, что $X(t) = \underbrace{B^0}_{=1} X(t)$

Выразим $X(t-1) = \dfrac{X(t) - \mathcal{E}_t - a_0}{a_1} = \dfrac{\overbrace{(x - \mathcal{E}_t - a_0)}^{B^1}}{a_1} X(t)$

подставить

Зачем такая формальная запись?

$$X(t) = a_1 B^1 X(t) + a_2 B^2 X(t) + \mathcal{E}_t$$

$$B^0 X(t) - a_1 B^1 X(t) - a_2 B^2 X(t) = \mathcal{E}_t$$

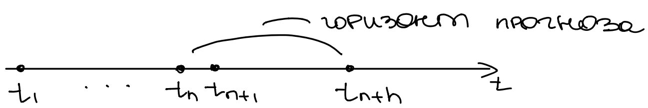
$$\varphi_p(B) X(t) = \mathcal{E}_t$$

$$M[\varphi_p(B) X(t)] = M[\mathcal{E}_t] = 0$$

← однородное алгебраическое ур-е с „неизвестной" $X(t)$.

└ Характеристическое ур-е AR(p)-процесса
(есть ли единичные корни)
норма сжимающего оп-ра меньше 1.

I сжим. отображ. → процесс стремится к стац. точке
II случ. возбужд. → процесс будет смещён. Начнёт стремиться к другой стац. точке. (где-то в ординатах есть сдвигающ. компонента)



└ еще хорошо хотели спрогнозировать, следующий член с ошибкой.

Модели скользящего „среднего" (основана на th Вольда о разложении стац. сл. процесса)

MA(q) — порядок модели
moving Average

$$X(t) = \underbrace{c_1 \mathcal{E}(t-1) + c_2 \mathcal{E}(t-2) + \dots + c_q \mathcal{E}(t-q)}_{\text{скользящее среднее}} + \mathcal{E}(t)$$

объясн. перем. регрессоры

Это ненаблюдаемые с.в.   Строится итеративный процесс.

$$X(t) = c_1 B^1 \mathcal{E}(t) + c_2 \cdot B^2 \mathcal{E}(t) + \ldots + c_q B^q \mathcal{E}(t) + B^0 \mathcal{E}(t)$$

$$\Theta_q(B) = (1 + c_1 B^1 + c_2 B^2 + \ldots + c_q B^q)$$

└ композиция шаговых операторов

$$X(t) = \Theta_q(B) \mathcal{E}(t)$$

Theorem AR(p) эквивалентен MA(∞)

Док-во: „$\Rightarrow$"

по индукции: $X(t) = a_0 + a_1 X(t-1) + \mathcal{E}_t = a_0 + a_1(a_0 + a_1 X(t-2) + \mathcal{E}_{t-1}) + \mathcal{E}_t =$

$= a_0 + a_0 a_1 + a_1^2 X(t-2) + \mathcal{E}_{t-1} a_1 + \mathcal{E}_t =$

$\ldots$

$= \underbrace{\mathcal{E}_t + a_1 \mathcal{E}_{t-1} + a_1^2 \mathcal{E}_{t-2} + a_1^3 \mathcal{E}_{t-3} +}_{MA(\infty)} \ldots$

„$\Leftarrow$" можно док-ть.

Временные ряды всегда конечны. Переход к комбинир. модели.

ARMA(p, q) — идентификация модели нетривиальна.

└ предшеств.

└ случ. возмущ.

начальные с произвол.

$$X(t) = c_1 \mathcal{E}(t-1) + c_1 \mathcal{E}(t-2) + \ldots + c_q \mathcal{E}(t-q) + \mathcal{E}_t$$

$\{\hat{c}_i\}_{i=1}^q$ $\{\hat{\mathcal{E}}_t\}_{t=1}^n$ $\hat{\mathcal{E}}_1 = X(1)$

$\hat{\mathcal{E}}_2 = X(2) - c_1 \cdot \hat{\mathcal{E}}_1$

$\hat{\mathcal{E}}_3 = X(3) - c_1 \cdot \hat{\mathcal{E}}_2 - c_2 \hat{\mathcal{E}}_1$

1) как ведут себя $\hat{\mathcal{E}}$

2) дисперсия остатка (индекс слабо опускается $\Rightarrow$ достигли)

Все итоги оценивания $\{\hat{a}_i\}_{i=1}^p \mid \{c_i\}_{i=1}^q$ вр. ряд нестацион.

Тогда следует устранить нестационарность

$$Op: X(t) \to X'(t)$$

$f(t)$ — ф-я времени $= a_0 + a_1 \cdot t$

$$\frac{df(t)}{dt} = a_1$$

Интегрированный временной ряд порядка d: — это в.р. последовательное взятие первых разностей ординат которого d раз порождает стацион. в.р. $X(t) \sim I(d)$

Говорим, что из него стац. проц.

ARIMA

MA(q) - стационарные с.п. в широком смысле слабо стац. процесс.

Th (Вольда) $X(t) - M[X] = \sum_{\tau=0}^{\infty} \Psi_\tau \cdot \varepsilon_{t-\tau}$

рав-во по вероятности (слабая сход-ть)

Опр. Белый - Шум (слабый): $M[\varepsilon_t] = 0$
$D[\varepsilon_t] = \sigma^2$
$Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad i \neq j$

Опр. сильный шум при незав-ти $\varepsilon_i \varepsilon_j$

Опр. Гауссовский при $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$

линейная комбинация — линейный фильтр

Сходимость правой части (сл. ряд) $\sum_{\tau=0}^{\infty} |\Psi_\tau| < \infty$

скользящее среднее — отбрасывание конца

$X(t) = \varepsilon_t + c_1\varepsilon_{t-1} + c_2\varepsilon_{t-2} + \ldots + c_q \cdot \varepsilon_{t-q}$

МНК нельзя использовать, потому что ε_{t-q} нам не даны.

Добиваемся минимальной дисперсии ε_i

ARMA модель оцениваем параметры $(a_1, \ldots, a_p; c_1, \ldots, c_q)$

переходим от MA к AR

$X(t) = a_1 X(t-1) + a_2 X(t-2) + \varepsilon_t + c_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + c_2 \varepsilon_{t-2}$

$X(t) = z(t) + c_1 z(t-1) + c_2 z(t-2)$ $\quad z(t)$ – вспомогат. процесс.

$X(t) = z(t) + c_1 z(t-1) + c_2 z(t-2)$

$z(t) = X(t) - c_1 z(t-1) - c_2 z(t-2)$

$t=1$: $X(1) = a_1 X(0) + a_2 X(-1) + \varepsilon_1 + c_1\varepsilon_0 + c_2\varepsilon_{-1}$

их нет

$X(1) = \varepsilon_1$

$z(1) = X(1) - \underbrace{c_1 z(0) - c_2 z(-1)}_{\text{их нет}} \Rightarrow X(1) = z(1)$

$t=2$: $X(2) = a_1 X(1) + a_2 X(0) + \varepsilon_2 + c_1\varepsilon_1 + c_2\varepsilon_0$

$$\begin{cases} X(2) = a_1 X(1) + \varepsilon_2 + c_1\varepsilon_1 = a_1 z(1) + \varepsilon_2 + c_1 z(1) \\ X(2) = z(2) + c_1 z(1) + c_2 z(0) \\ X(2) = z(2) + c_1 z(1) \end{cases}$$

$z(2) + c_1 z(1) = a_1 z(1) + c_1 z(1) + \varepsilon_2 \Rightarrow z(2) - a_1 z(1) = \varepsilon_2$

$t=3$: $X(3) = a_1 X(2) + a_2 X(1) + \varepsilon_3 + c_1 \varepsilon_2 + c_2 \varepsilon_1$

$X(3) = a_1 Z(2) + a_1 c_1 Z(1) + a_2 Z(1) + \varepsilon_3 + \underbrace{c_1 Z(2)} - \underline{c_1 a_1 Z(1)} + \underbrace{c_2 Z(1)}$

$X(3) = Z(3) + \underbrace{c_1 Z(2)} + c_2 \underbrace{Z(1)}$

$a_1 Z(2) + a_2 Z(1) + \varepsilon_3 = Z(3)$

$Z(3) = a_1 Z(2) + a_2 Z(1) + \varepsilon_3$ $\varepsilon_3 = Z(3) - a_1 Z(2) - a_2 Z(1)$

AR(2) – модель

теперь можно применить МНК для a_i

потом ищем оценки c_i

В учебниках для эконометов „система ур-й Юла-Уокера"

$\exists$ есть AR(1) $X(t) = a_1 X(t-1) + \varepsilon_t$ если $<1 \Rightarrow$ стац.

если нестац-й $\Rightarrow$ $\mathrm{Diff}[X(t)] = X(t) - X(t-1) = (a_1 - 1) X(t-1) + \varepsilon_t$

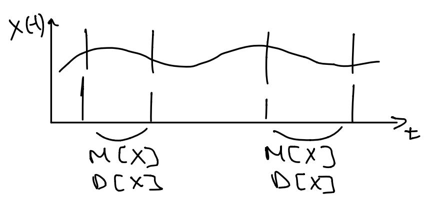
$X(t) = g(t) + \varepsilon(t)$

$g(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$ переходим к первым разностям.

$X(t) - X(t-1) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 - \beta_0 - \beta_1 (t-1) - \beta_2 (t-1)^2 + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} =$

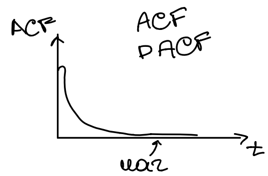
$= \beta_1 + 2\beta_2 - \beta_2 + \underbrace{\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}}$ вылезла MA модель.

Большинство эконометрич. моделей основано на гипотезе об эргономичности иссл. вр. рядов. (т.е. на участках смежных оценки совпадут)



т.е. это утопия

$\lim\limits_{t \to \infty} \frac{\gamma(t)}{t} \to 0$



ACF
PACF

Временной ряд быстро забывает своё прошлое, поэтому мы предполагаем, что он эргодический.

$p<3$

Порядок $d<2$

$\approx$ 100 наблюдений

чанки маленькими кус.

На каждом участке $[t_0\ t_n]$ $[t_0\ t_n]$

Пусть $X \sim N(x_0, \sigma)$ (В нашем случае $x_0 = 0$ т.к $\xi \sim N(0, \sigma)$)

Тогда для заданной вероятности попасть в интервал γ (доверительная вероятность)

$$\boxed{P\left(\frac{\sqrt{n}\, S}{\chi_2} < \sigma < \frac{\sqrt{n}\, S}{\chi_1} \right) = \gamma}$$

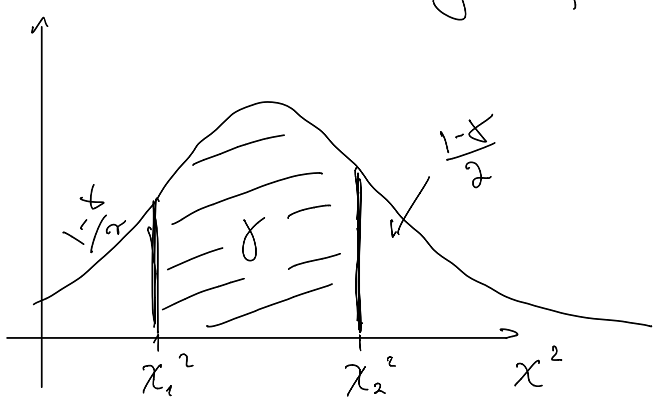
вероят.

S^2 - выборочная дисперсия

σ - истинная дисперсия

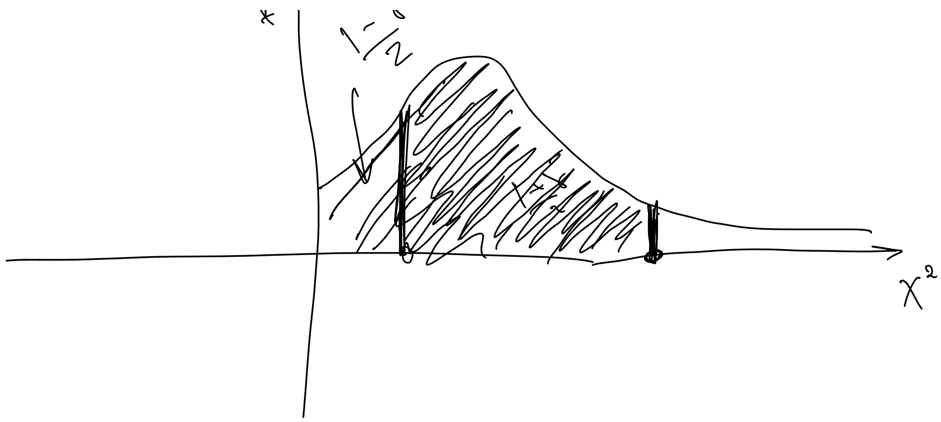
$t = 0.95$

$\frac{1}{2} \sum (x - 0)^2$



$$F(\chi_2^2) = \frac{1+\gamma}{2}$$

$$\chi_1^2 = \chi^2_{\frac{(1+\gamma)}{2};\, n-1} \qquad \chi^2_{\frac{1-\gamma}{2};\, n-1} = \chi_2^2$$


χ^2