③ Ординарные потоки
Понятие интенсивности потока

Требования поступают по одиночке, не группами.

$\forall\ [t_1; t_1+t_2]$

$$P_{>1}(t_1,t_2) = P\{X(t_1,t_2) > 1\} = \sum_{k=2}^{\infty} P_k(t_1,t_2)$$

вероятность попадания в интервал не менее двух требований

$$P_1(t,dt) = \lambda(t)dt + o(dt)$$
$$P_{>1}(t,dt) = o(dt)$$

$\lambda(t)$ – интегрир. ф-я

$o(dt)$ – б.м. величина

Введем мат. ожидание числа требований $[t_1, t_1+t_2]$:

$$\bar{x}(t_1,t_2) = M[X(t_1,t_2)] = \sum_{k=0}^{\infty} kP_k(t_1,t_2)$$

$$\bar{x}(t_1,t_2) = P_1(t_1,t_2) + \bar{x}_0(t_1,t_2)P_{>1}(t_1,t_2)$$

где $\bar{x}_0(t_1,t_2) = \sum_{k=2}^{\infty} k \underbrace{\frac{P_k(t_1,t_2)}{P_{>1}(t_1,t_2)}}$

$\forall\ q_k(t_1,t_2) = \dfrac{P_k(t_1,t_2)}{P_{>1}(t_1,t_2)}$ для $k \geq 2$

вероятность получить ровно k требований на $[t_1; t_1+t_2]$

$\Rightarrow \sum_{k=2}^{\infty} q_k(t_1,t_2) = 1 \Rightarrow \bar{x}_0$ – среднее число требований для $x(t_1,t_2) \geq 2$

$\forall\ [t, t+dt]$

$$\bar{x}(t,dt) = P_1(t,dt) + \bar{x}_0(t,dt)P_{>1}(t,dt)$$

при $dt \to 0$: $\bar{x}(t,dt) = \lambda(t)dt + o(dt)$

$\exists\ N(t)$ – случ. процесс, опр. как общ. число требований к t.

$N(t) = X(0,t)$

среднее число таких требований:

$$n(t) = M[N(t)] = \bar{x}(0,t)$$

$d\bar{n}(t) = \bar{n}(t+dt) - \bar{n}(t) = \bar{x}(t, dt)$

$d\bar{n}(t) = \lambda(t)dt + o(dt)$

$dt \to 0: \quad \frac{d\bar{n}(t)}{dt} = \lambda(t)$

интенсивность – среднее число событий в случайном потоке в единицу времени

Ведущая ф-я потока

$$\begin{cases} \bar{n}(t) = \int_0^t \lambda(s)ds = \Lambda(t) \\ \bar{n}(0) = 0 \end{cases}$$

Для стационарного потока

$\bar{n}(t) = \Lambda(t) = \lambda t$ т.к. $\lambda = const$

Интенсивность в стационарном потоке, оценка

$$\tilde{\lambda} = \frac{N(T)}{T}$$

$$M[\tilde{\lambda}] = \frac{\bar{n}(T)}{T} = \frac{\lambda T}{T} = \lambda$$

$$D[\tilde{\lambda}] = \frac{D[N(T)]}{T_2}$$

$N(T)$ обычно линейно $\uparrow \Rightarrow \lim_{T\to\infty} D[\tilde{\lambda}] = 0$

Классификация СМО по Кендалу

Трёхбуквенная

Предположения:

1) Входящий поток — Пуассона
2) число источников нагрузки $l = \infty$
3) емкость накопителя $k_0 = \infty$
4) число каналов обслуживания m произвольно
5) все каналы идентичны и обсл-е однофазное

$[A, B, m]$

Законы распределения : M
E_r
H_r
D
G

Пятибуквенная

СМО с ожиданием и потерями

Предполож.

k - огранич.
l единиц ист. нагрузки
+ 1) 4) 5)

$[A, B, m, k, l]$