

Министерство науки и высшего образования  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
“Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)”  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---



Факультет “Фундаментальные науки”  
Кафедра “Высшая математика”

## ОТЧЁТ по учебной практике за 1 семестр 2020—2021 гг.

Руководитель практики, ст. преп. кафедры ФН1	_____	Кравченко О.В.
	(подпись)	
студент группы ФН1–11	_____	Кузнецова Е.Д.
	(подпись)	

Москва,  
2020 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цели и задачи практики</b>	<b>3</b>
1.1	Цели . . . . .	3
1.2	Задачи . . . . .	3
1.3	Индивидуальное задание . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Отчёт</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Индивидуальное задание</b>	<b>5</b>
3.1	Пределы и непрерывность. . . . .	5
	<b>Список литературы</b>	<b>10</b>

# 1 Цели и задачи практики

## 1.1 Цели

— развитие компетенций, способствующих успешному освоению материала бакалавриата и необходимых в будущей профессиональной деятельности.

## 1.2 Задачи

1. Знакомство с программными средствами, необходимыми в будущей профессиональной деятельности.
2. Развитие умения поиска необходимой информации в специальной литературе и других источниках.
3. Развитие навыков составления отчётов и презентации результатов.

## 1.3 Индивидуальное задание

1. Изучить способы отображения математической информации в системе  $\text{\LaTeX}$ .
2. Изучить возможности системы контроля версий `Git`.
3. Научиться верстать математические тексты, содержащие формулы и графики в системе  $\text{\LaTeX}$ . Для этого, выполнить установку свободно распространяемого дистрибутива `TeXLive` и оболочки `TeXStudio`.
4. Оформить в системе  $\text{\LaTeX}$  типовые расчёты по курсу математического анализа согласно своему варианту.
5. Создать аккаунт на онлайн ресурсе `GitHub` и загрузить исходные `tex`-файлы и результат компиляции в формате `pdf`.

## 2 Отчёт

Актуальность темы продиктована необходимостью владеть системой вёрстки L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X и средой вёрстки TeXStudio для отображения текста, формул и графиков. Полученные в ходе практики навыки могут быть применены при написании курсовых проектов и дипломной работы, а также в дальнейшей профессиональной деятельности. Система вёрстки L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X содержит большое количество инструментов (пакетов), упрощающих отображение информации в различных сферах инженерной и научной деятельности.

### 3 Индивидуальное задание

#### 3.1 Пределы и непрерывность.

##### Задача № 1.

**Условие:** Дана последовательность  $a_n = \frac{4n-3}{2n+1}$  и число  $c = 2$ . Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$ , а именно для каждого  $\varepsilon > 0$  найти наименьшее натуральное число  $N = N(\varepsilon)$  такое, что  $|a_n - c| < \varepsilon$ . Заполнить таблицу: **Решение:**

$\varepsilon$	0,1	0,01	0,001
$N(\varepsilon)$			

$$a_n = \frac{4n-3}{2n+1}; c = 2.$$

Найдём предел  $a_n$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2 = c.$$

Рассмотрим  $|a_n - c| < \varepsilon$ :

$$\left| \frac{4n-3}{2n+1} - 2 \right| < \varepsilon,$$

$$\left| \frac{4n-3-4n-2}{2n+1} \right| < \varepsilon,$$

$$\frac{5}{2n+1} < \varepsilon,$$

$$n > \frac{5-\varepsilon}{2\varepsilon}.$$

При  $\varepsilon = 0,1$  получим:

$$n > \frac{5-0,1}{2*0,1} \Leftrightarrow n > 24,5.$$

При  $\varepsilon = 0,01$  получим:

$$n > \frac{5-0,01}{2*0,01} \Leftrightarrow n > 249,5.$$

При  $\varepsilon = 0,001$  получим:

$$n > \frac{5-0,001}{2*0,001} \Leftrightarrow n > 2499,5.$$

Заполним таблицу:

$\varepsilon$	0,1	0,01	0,001
$N(\varepsilon)$	25	250	2500

## Задача № 2.

**Условие:** Вычислить пределы функций **Решение:**

a	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^3 + x^2 - 8x + 4}$
б	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \sqrt[3]{1 - 8x^4}}{1 - 3\sqrt[5]{x^6}}$
в	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27 + x} - \sqrt[3]{27 - x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$
г	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( 5 - \frac{4}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$
д	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\exp x - 1}{\operatorname{arctg} 2x} \right)^{\frac{6x}{\lg(1+x)}}$
е	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2(\pi x)}$

a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^3 + x^2 - 8x + 4}.$$

При подстановке  $x = 2$  в числитель и знаменатель получаем неопределённость вида  $\left[ \frac{0}{0} \right]$ .

Разложим на множители:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x^2 + 1)}{(x - 2)(x^2 + 3x - 2)}.$$

Сократим одинаковые множители:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 3x - 2)} = \frac{5}{8}.$$

б)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \sqrt[3]{1 - 8x^4}}{1 - 3\sqrt[5]{x^6}}.$$

Получаем неопределённость:

$$\left[ \frac{-\infty}{-\infty} \right].$$

Делим на  $x^{\frac{4}{3}}$  числитель и знаменатель:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x^{\frac{4}{5}}} + \left( \frac{1}{x^{\frac{4}{3}}} - 8 \right)}{\frac{1}{x^{\frac{4}{3}}} - \frac{3}{x^{\frac{2}{15}}}} = \left[ \frac{-8}{0} \right] = -\infty.$$

в)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27 + x} - \sqrt[3]{27 - x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}.$$

Получаем неопределённость:

$$\left[ \frac{0}{0} \right].$$

Домножим числитель и знаменатель на сопряженные множители:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x})(\sqrt[3]{(27+x)^2} + \sqrt[3]{(27+x)(27-x)} + \sqrt[3]{(27-x)^2})}{(x + 2\sqrt[3]{x^4})(\sqrt[3]{(27+x)^2} + \sqrt[3]{(27+x)(27-x)} + \sqrt[3]{(27-x)^2})}.$$

Упростим выражение:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(1 + 2\sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{(27+x)^2} + \sqrt[3]{(27^2 - x^2)} + \sqrt[3]{(27-x)^2})}.$$

Сократим одинаковый множитель:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(1 + 2\sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{(27+x)^2} + \sqrt[3]{(27^2 - x^2)} + \sqrt[3]{(27-x)^2})} = \frac{2}{27}.$$

г)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( 5 - \frac{4}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}.$$

Подставляя значение, получим:

$$[1^\infty].$$

Раскрывая данную неопределённость получим:

$$\exp \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin^2 x} \left( 4 - \frac{4}{\cos 2x} \right).$$

Вычисляем значение степени:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} 4 \frac{1}{\sin^2 x} \left( 1 - \frac{1}{\cos 2x} \right). \\ & 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x}{\cos 2x \sin^2 x}. \\ & 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin^2 x}{\cos 2x \sin^2 x}. \\ & 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2}{\cos 2x} = -8. \end{aligned}$$

Искомый предел равен:

$$e^{-8}.$$

д)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\exp x - 1}{\operatorname{arctg} 2x} \right)^{\frac{6x}{\lg(1+x)}}.$$

Заменим множители на эквивалентные:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{2x} \right)^{\frac{6x \ln 10}{x}} = \frac{1}{2}^{6 \ln 10}.$$

е)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2(\pi x)}.$$

Получаем неопределённость:

$$\left[ \frac{0}{0} \right].$$

Выполним замену переменных  $t = x - 1$ ;  $t \rightarrow 0$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \cos(\pi t + \pi)}{\operatorname{tg}^2(\pi t + \pi)}.$$

Применив формулы приведения, получим:

$$\cos(\pi t + \pi) = -\cos(\pi t).$$

$$\operatorname{tg}^2(\pi t + \pi) = \operatorname{tg}^2(\pi t).$$

Заменяем выражения на эквивалентные при  $t \rightarrow 0$ :

$$1 - \cos(\pi t) \sim \frac{(\pi t)^2}{2}.$$

$$\operatorname{tg}^2(\pi t) \sim (\pi t)^2.$$

Подставим данные выражения в числитель и знаменатель искомого предела и сократим получившуюся дробь:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{t^2 \pi^2}{2t^2 \pi^2} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: а)  $\frac{5}{8}$ ; б)  $-\infty$ ; в)  $\frac{2}{27}$ ; г)  $e^{-8}$ ; д)  $\frac{1}{2}^{6 \ln 10}$ ; е)  $\frac{1}{2}$ .



### Задача № 3.

**Условие:** а) Показать, что данные функции  $f(x)$  и  $g(x)$  являются бесконечно малыми или бесконечно большими при указанном стремлении аргумента. б) Для каждой функции  $f(x)$  и  $g(x)$  записать главную часть (эквивалентную ей функцию) вида  $C(x - x_0)^\alpha$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $Cx^\alpha$  при  $x \rightarrow \infty$ , указать их порядки малости (роста). в) Сравнить функции  $f(x)$  и  $g(x)$  при указанном стремлении.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x\sqrt{x}}$ ;  $g(x) = \sqrt{x^3 + x + 1}$ .

**Решение:**

а)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^2 + x\sqrt{x}} = +\infty.$$

Таким образом,  $f(x)$  является ББ при данном стремлении.

Аналогично:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3 + x + 1} = +\infty.$$

$g(x)$  является ББ при данном стремлении.

б) При  $x \rightarrow \infty$ :

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x\sqrt{x}}.$$

$$f(x) \sim x^{\frac{2}{3}}.$$

Её порядок роста  $\alpha = \frac{2}{3}$

При  $x \rightarrow \infty$ :

$$g(x) = \sqrt{x^3 + x + 1} \sim x^{\frac{3}{2}}.$$

Её порядок роста  $\alpha = \frac{3}{2}$

в)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{f(x)} = 0.$$

Получается,  $f(x) = o(g(x))$ .

## Список литературы

- [1] Львовский С.М. Набор и вёрстка в системе  $\text{\LaTeX}$ , 2003 с.
- [2] Котельников И.А.  $\text{\LaTeX}$  2е по-русски, 2004.