Использование нечеткой логики в экспертных системах

Особенности нечеткой логики

Нечеткую логику предложил Л.Заде, который распространил булеву логику на действительные числа.

В булевой логике **1** представляет *истину*, а **0** – *ложь*.

То же имеет место и в нечеткой логике, но кроме того, здесь используются также дроби между 0 и 1 для указания «частичной» истины. Так запись

$$p(\text{высокий}(X)) = 0.75$$

Означает, что предложение «X – высокий», в некотором смысле на три четверти истинно. Точно так же оно на одну четверть ложно.

Особенности нечеткой логики

В нечеткой логике определены эквиваленты операций И, ИЛИ и НЕ:

p1 И p2 = min (p1, p2) (т.е. меньшее)

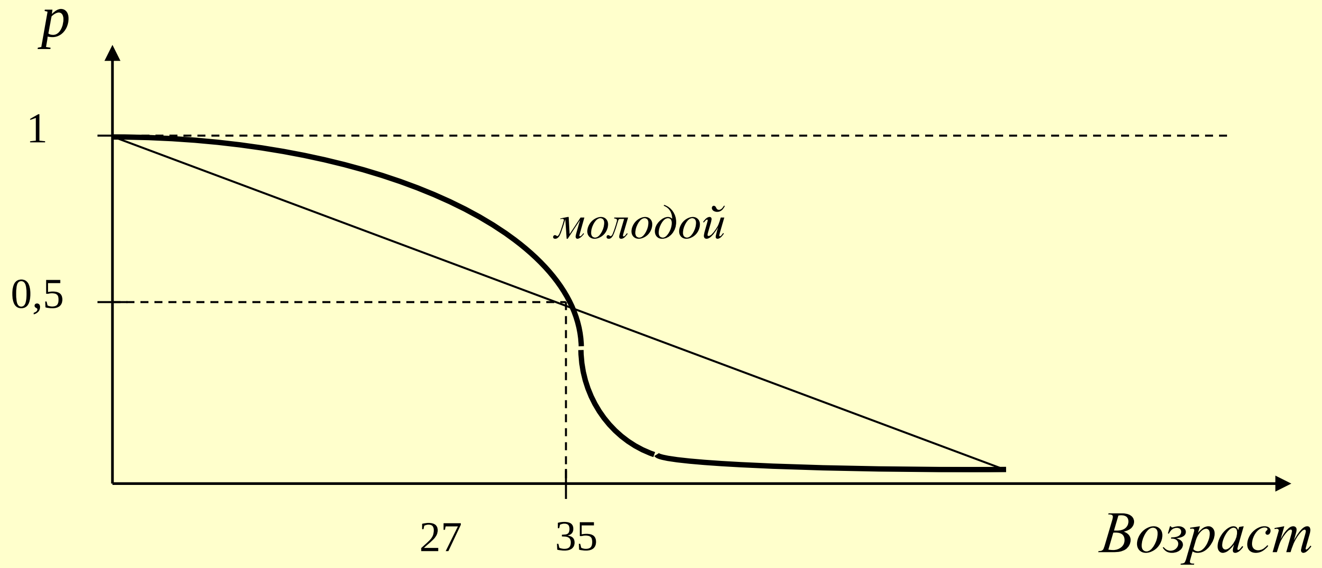
p1 ИЛИ p2 = max (p1, p2) (т.е. большее)

НЕ p1 = 1 - p1 (т.е. «обратное значение»)

Т.о., нечеткие сведения можно комбинировать на основе строгих логических методов. Поэтому нечеткая логика может применяться в практических системах, например, в системах поддержки принятия решений.

Особенности нечеткой логики

Слабым местом в нечеткой логике является функция принадлежности, вернее ее выбор. Предположим, что Петру 35 лет. Насколько истинно предположение, что он *молодой*? Равна ли его истинность величине 0.5, поскольку он прожил примерно полжизни, или 0.6?



Какова должна быть функция принадлежности, каков должен быть ее график (кривая или прямая)?

Проблема выбора функции принадлежности

Для предпочтения одного вида функции другому нет серьезных рациональных обоснований, поэтому в реальной задаче могут присутствовать десятки и сотни подобных функций, каждая из которых до некоторой степени является произвольной.

Поэтому в практических системах, использующих нечеткую логику, например, в системе REVEAL, предусматриваются средства, позволяющие пользователю легко модифицировать различные функции принадлежности и/или устанавливать форму их графика.

Проблема выбора функции принадлежности

Существует свыше десятка типовых форм кривых для задания функций принадлежности. Наибольшее распространение получили:

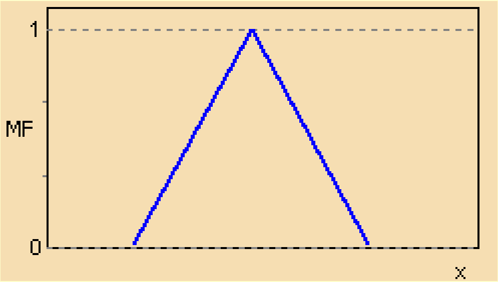
• треугольная,
• трапецеидальная и
• гауссова функции принадлежности.

Проблема выбора функции принадлежности

Треугольная функция принадлежности определяется тройкой чисел (a,b,c), и ее значение в точке x вычисляется согласно выражению:

$$MF(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{b-x}{b-a}, & a \le x \le b \\ 1 - \dfrac{x-b}{c-b}, & b \le x \le c \\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

При (b-a)=(c-b) имеем случай симметричной треугольной функции принадлежности, которая может быть однозначно задана двумя параметрами из тройки (a,b,c).

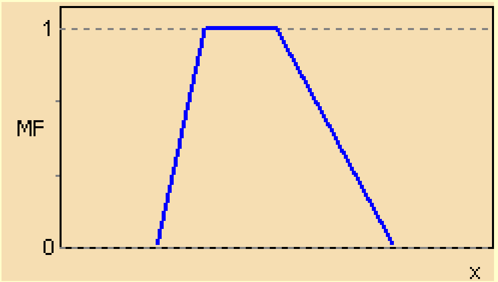


Проблема выбора функции принадлежности

Аналогично для задания трапецеидальной функции принадлежности необходима четверка чисел (a,b,c,d):

$$MF(x)=\begin{cases}1-\dfrac{b-x}{b-a}, & a\le x\le b\\ 1,\ b\le x\le c & \\ 1-\dfrac{x-c}{d-c}, & c\le x\le d\\ 0,\ \text{в остальных случаях.} & \end{cases}$$

При (b-a)=(d-c) трапецеидальная функция принадлежности принимает симметричный вид.

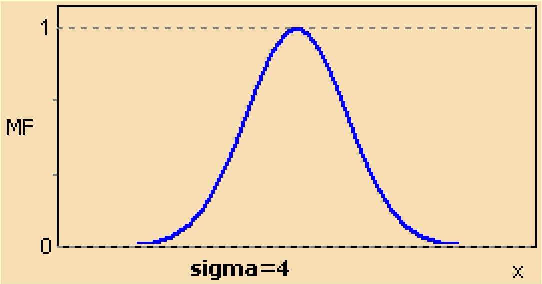


Проблема выбора функции принадлежности

Функция принадлежности гауссова типа описывается формулой

$$MF(x) = \exp\left[-\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2\right]$$

и оперирует двумя параметрами. Параметр *c* обозначает центр нечеткого множества, а параметр отвечает за крутизну функции.



Проблема взвешивания отдельных сведений

Еще одной проблемой при использовании нечеткой логики является проблема взвешивания отдельных сведений и их использование в «нечетких правилах».

Предположим, что имеется два нечетких правила с одним и тем же следствием:

Правило 1: **если** a **И** b **то** c.

Правило 2: **если** e **ИЛИ** f **то** c.

При этом известны степени истинности (определенности) *a*, *b*, *e* и *f*:

$p(a) = 1$; $p(b) = 0.8$; $p(e) = 0.5$; $p(f) = 0.4$.

Тогда из *Правила 1 степень истинности*

$p(c) = min\ (1, 0.8) = 0.8$,

а из *Правила 2* $p(c) = max\ (0.5, 0.4) = 0.5$.

Какое из этих значений *p(c)* выбрать? Первое, второе? А может быть взять их среднее арифметическое?

Схема Шортлиффа. Использование коэффициентов уверенности

Шортлифф (E. Shortliffe) разработал схему, основанную на так называемых коэффициентах уверенности, которые он ввел для измерения степени доверия к любому данному заключению, являющемуся результатом полученных к этому моменту свидетельств.

Коэффициент уверенности – это разность между двумя мерами:

КУ [h : e] = МД [h : e] - МНД [h : e], (1)

где

КУ [h : e] – уверенность в гипотезе *h* с учетом свидетельств *e*,

МД [h : e] – мера доверия гипотезе *h* при заданных свидетельствах *e*,

МНД [h : e] – мера недоверия гипотезе *h* при свидетельствах *e*.

КУ может изменяться от *-1 (абсолютная ложь)* до *+1 (абсолютная истина),* причем *0* означает *полное незнание.*

Схема Шортлиффа. Использование коэффициентов уверенности

Таким образом *КУ* – это простой способ взвешивания свидетельств «за» и «против».

Заметим, что приведенная формула не позволяет отличить случай противоречащих свидетельств (и МД, и МНД обе велики) от случая недостаточной информации (и МД, и МНД обе малы), что иногда бывает полезно.

Заметим также, что ни КУ, ни МД, ни МНД, не являются вероятностными мерами.

МД и МНД подчиняются некоторым аксиомам теории вероятности, но не являются выборками какой-нибудь популяции, и, следовательно, им нельзя дать статическую интерпретацию. Они просто позволяют упорядочить гипотезы в соответствии с той степенью обоснованности, которая у них есть.

Схема Шортлиффа. Взвешивание свидетельств

Шортлифф ввел формулу уточнения для взвешивания свидетельств.

Формула уточнения позволяет непосредственно сочетать новую информации со старыми результатами. Она применяется и мерам доверия и недоверия, связанным с каждым предположением.

Формула для МД выглядит следующим образом:

$$МД\,[h : e1, e2] = МД\,[h : e1] + МД\,[h : e2]*(1 - МД\,[h : e1]), \qquad (2)$$

где запятая между свидетельствами *e1* и *e2* означает,

что *e2* следует за *e1*.

Аналогичным образом уточняются значения *МНД*.

Смысл формулы состоит в том, что эффект второго свидетельства *e2* на гипотезу *h* при заданном свидетельстве *e1* сказывается в смещении *МД* в сторону полной определенности на расстояние, зависящее от второго свидетельства.

Схема Шортлиффа. Формула уточнения

Формула (2) имеет два важных свойства:

1. Она **симметрична** в том смысле, что порядок *e1* и *e2* не существенен.
2. По мере накопления подкрепляющих свидетельств *МД* (или *МНД*) движется к определенности.

Вернемся к примеру

Правило 1: ***если*** *a* ***И*** *b* ***то*** *c*.

Правило 2: ***если*** *e* ***ИЛИ*** *f* ***то*** *c*.

При этом степени истинности *a*, *b*, *e* и *f*:

$$p(a) = 1; \; p(b) = 0.8; \; p(e) = 0.5; \; p(f) = 0.4 .$$

Из *Правила 1 степень определенности* $p(c) = \min(1, 0.8) = 0.8$,

из *Правила 2* $p(c) = \max(0.5, 0.4) = 0.5$.

Схема Шортлиффа. Формула уточнения

Применяя формулу (2) получаем:

МД [с : Правило 1, Правило 2] =

МД [с : Правило 1] + МД [с : Правило 2](1 - МД [с : Правило 1])*

= 0.8 + 0.5(1 – 0.8) = 0.9.*

Итак *МД [с : Правило 1, Правило 2] = 0.9.*

Т.о. объединенная мера доверия оказывается выше, чем при учете каждого свидетельства, взятого отдельно.
Это согласуется с нашей интуицией, что несколько показывающих одно и то же направление свидетельств подкрепляют друг друга.

Кроме того, можно поменять порядок применения правил 1 и 2, но на результатах это не отразится.

Схема Шортлиффа. Надежность правил

Схема Шортлиффа допускает также возможность того, что правила, как и данные, могут быть ненадежными. Это позволяет описывать более широкий класс ситуаций.

Каждое правило снабжается *«коэффициентом ослабления»* (числом от 0 до 1), показывающим **надежность правила**.

Так, если в нашем примере мы снабдим *Правило 1* коэффициентом ослабления ***0.6***, а *Правило 2* – коэффициентом ***0.8***, получим следующее:

*МД [c : Правило 1] = min (1, 0.8)*0.6 = 0.48*

*МД [c : Правило 2] = = max (0.5, 0.4)*0.8 = 0.4*

Применяя формулу уточнения (2) получаем:

МД [c : Правило 1, Правило 2] =

МД [c : Правило 1] + МД [c : Правило 2](1 - МД [c : Правило 1])*

= 0.48 + 0.4(1 – 0.48) = 0.48 + 0.208 = 0.688 .*

Схема Шортлиффа. Надежность правил

Часто вводят так называемый **порог уверенности** *(ПУ) – число от 0 до 1*.

Если КУ некоторого заключения меньше этого числа *(ПУ)*, то таким заключением можно пренебречь.

Выводы.

Хотя нет убедительных теоретических обоснований схемы Шортлиффа, но следует отметить, что схема Шортлиффа хорошо зарекомендовала себя в практических приложениях, в частности в экспертной системе MYCIN и последовавшими за ней другими системами.

Распространение нечеткой логики

Число патентов, с применением нечеткой логики
Япония: 22,541
США: 33,022

Число журналов со словом Fuzzy в названии: 24

Число публикаций со словом fuzzy в заголовке по базам данных INSPEC и MATH.SCI.NET *(Данные на 21 Сентября 2011)*

INSPEC Database
1970 - 1979: 563
1980 - 1989: 2,375
1990 - 1999: 21,554
2000 - 2009: 44,462
2010 - 21.09.2011: 9, 696
Всего: 78,650

Распространение нечеткой логики

MathSciNet Database

1970 - 1979:	446
1980 - 1989:	2,474
1990 - 1999:	5,525
2000 - 2009:	10,237
2010 - 21.09.2011:	1584
Всего:	**20,266**

Число публикаций со словом fuzzy в заголовке по Google Scholar
256,000

Число цитирований статей Л.Заде (по разным базам банных)
Web of Science: 30,256
Google Scholar: 95,600

Число цитирований статьи L.Zadeh. Fuzzy sets. Information and Control, 1965
Google Scholar: 28,711