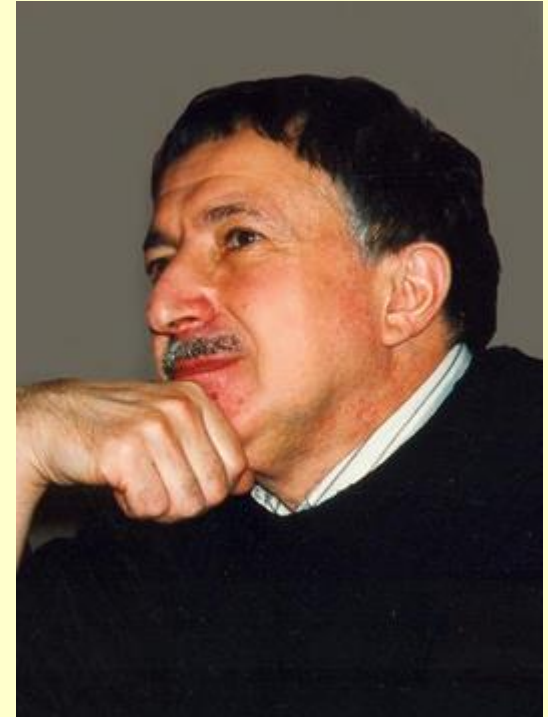


# Не-факторы

---

Часто, представляя знания о сложных предметных областях, приходится сталкиваться с **НЕ-факторами** (А.С. Нариньяни, 1982): *неполнотой, неточностью, неоднозначностью, некорректностью, нечеткостью.*

Общее название «НЕ-факторы» было выбрано в связи с тем, что каждое из этих свойств получило наименование, лексически и содержательно отрицающее одно из традиционных свойств формальных систем - точность, полноту, корректность и т.п.



# Не-факторы

---

Введение термина НЕ-факторы - попытка осознать как целое ту область исследований, которая охватывает новые срезы системы знаний:

- совокупность форм знания, плохо поддающихся формализации традиционными методами (этих форм гораздо больше, чем хорошо формализуемых),
- различных дефектов знания,
- возможных форм незнания, являющегося неотъемлемой и основной частью любого знания.

# Не-факторы

---

НЕ-факторы - отнюдь не периферия науки о знаниях

Ввиду своей универсальности, они пронизывают саму ткань структуры знаний, играя ключевую роль не только в искусственном интеллекте, но и таких, казалось бы, далеких от него областях, как вычислительная математика.

Еще не разработанный комплекс НЕ-факторов подобен своего рода таблице Менделеева, сочетание элементов которой образует все многообразие форм существования знания в нашей картине мира.

# Не-факторы

---

Области ИИ, рассматривающие отдельные НЕ-факторы:

- нечеткая (fuzzy) математика,
- различные модели beliefs и uncertainty,
- аппарат rough sets,
- интервальное направление constraint propagation (constraint programming),
- аппарат недоопределенных моделей.

# Методы представления нечетких знаний

---

**Нечеткость** связана с отсутствием точных границ области определений и свойственна большинству понятий.

Эта *нечеткость границ* приводит к тому, что в общем случае оказывается невозможным решать вопрос о соответствии данного объекта и данного понятия по принципу *да/нет*. Часто можно только говорить о степени соотнесенности одного другому, оценивая ее, например, в интервале от **1** (определенное *да*) до **0** (определенное *нет*).

Это означает, что переход от полной принадлежности объекта классу к полной его непринадлежности происходит *не скачком*, а *плавно*, причем принадлежность объекта классу выражается числом из интервала  $[0,1]$ .

# Методы представления нечетких знаний

---

Аналогичные рассуждения можно отнести и к отдельным свойствам объектов. Не всегда можно четко рассуждать о таких свойствах объектов, как *вес, цвет, температура, размер* и т.п.

Нет четкой границы между тяжелым и легким, темным и светлым, холодным и горячим, большим и маленьким и т.п.

# Методы представления нечетких знаний

---

Методы представления нечетких знаний были предложены американским профессором **Лотфи Заде** в 1965 году.

*Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его использование в принятии приближенных решений. М. : Мир, 1976.*



Он ввел два фундаментальных понятия:

- **лингвистическая переменная** и
- **нечеткое множество.**

# Понятие лингвистической переменной

---

Сначала дадим неформальное определение.

**Лингвистическая переменная (ЛП)** – это переменная, значениями которой являются слова или выражения естественного (иногда искусственного) языка.

Переменную *Возраст* можно рассматривать как лингвистическую переменную, если она принимает не числовые значения (например, от 0 до 100), а лингвистические значения, такие как *молодой, старый, очень молодой, очень старый* и т.п.

Аналогично можно ввести ЛП *Температура\_тела\_больного* со значениями *нормальная, повышенная, высокая, очень высокая* и т.п.



# Понятие лингвистической переменной

---

Лингвистическая переменная описывается следующим набором:

$(N, T(N), U, G, M)$ , где

$N$  – название лингвистической переменной,

$T(N)$  – терм-множество  $N$ , т.е. совокупность ее лингвистических значений,

$U$  – универсальное множество,

$G$  – синтаксическое правило, порождающее терм-множество  $T(N)$ ,

$M$  – семантическое правило, которое каждому лингвистическому значению  $X$  ставит в соответствие его смысл  $M(X)$ , причем  $M(X)$  обозначает нечеткое подмножество множества  $U$  (т.е. подмножество, границы которого размыты).

# Понятие лингвистической переменной

---

Рассмотрим лингвистическую переменную, описывающую возраст человека, тогда:

$N$  - «возраст»;

$U$  - множество целых чисел из интервала  $[0, 120]$ ;

$T(N)$  - значения «молодой», «зрелый», «старый» и т.п.

$G$  – может включать термы «очень», «не очень». Такие добавки позволяют образовывать новые значения: «очень молодой», «не очень старый» и пр.

$M$  - математическое правило, определяющее вид функции принадлежности для каждого значения образованного при помощи правила  $G$ .

Эта функция задает информацию о том, людей какого возраста считать молодыми, зрелыми, старыми;

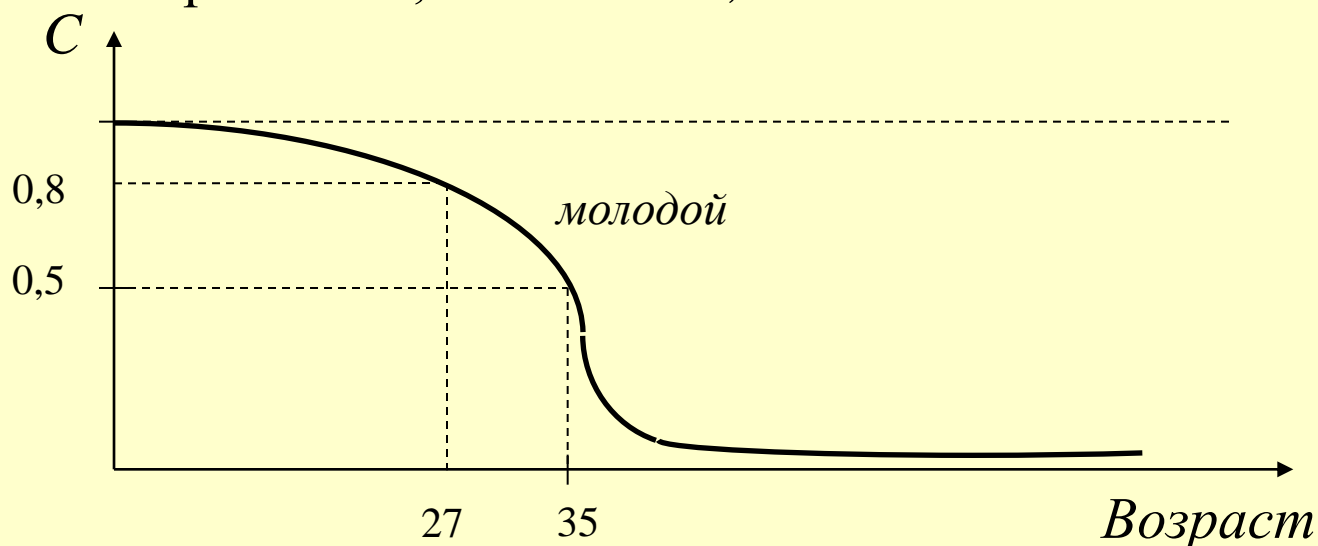
# Понятие лингвистической переменной

Смысл  $M(X)$  лингвистического значения  $X$  характеризуется функцией принадлежности

$$\mu : U \rightarrow [0,1],$$

которая каждому элементу  $u \in U$  ставит в соответствие значение совместимости этого элемента с  $X$ .

Так, например, совместимость возраста 27 лет со значением *молодой* может быть равна 0.8, а 35 лет – 0.5.



# Понятие лингвистической переменной

---

Таким образом, с помощью лингвистических переменных можно приближенно описывать понятия и явления (свойства) не поддающиеся точному описанию.

Если понимать ***истинность*** как лингвистическую переменную со значениями *истинно*, *почти истинно*, *не очень истинно* и т.п., то мы переходим к так называемой **нечеткой логике**, на которую могут опираться приближенные рассуждения.

Пример.

Пусть  $x$  – мало,  
 $x$  и  $y$  – примерно равны,  
тогда  $y$  – более или менее мало.

# Нечеткие множества

---

Ранее, при рассмотрении смысла лингвистической переменной мы уже столкнулись с нечетким подмножеством определив его как множество с размытыми или нечеткими границами.

По-английски Fuzzy – означает нечеткий, размытый. Поэтому иногда нечеткие множества называют размытыми множествами или множествами Заде (Zadeh set) – по имени их автора.

Дадим более строгое определение нечеткого множества.

**Нечеткое множество (НМ)**

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \}$$

определяется как совокупность упорядоченных пар, составленных из элементов  $x$  универсального множества  $X$  и соответствующих степеней принадлежности  $\mu_A(x)$ , или непосредственно в виде функции принадлежности

$$\mu_A(x): X \rightarrow [0, 1].$$

# Нечеткие множества

---

**Универсальным множеством (УМ)  $X$**  нечеткого множества  $A$  называется область определения функции принадлежности  $\mu_A$ .

**Носителем НМ  $A$**  называется множество таких точек в  $X$ , для которых

$$\mu_A(x) > 0.$$

**Высотой НМ  $A$**  называется величина  $\sup_X \mu_A(x)$ .

**Точкой перехода НМ  $A$**  называется такой элемент множества  $X$ , степень принадлежности которого множеству  $A$  равна 0.5.

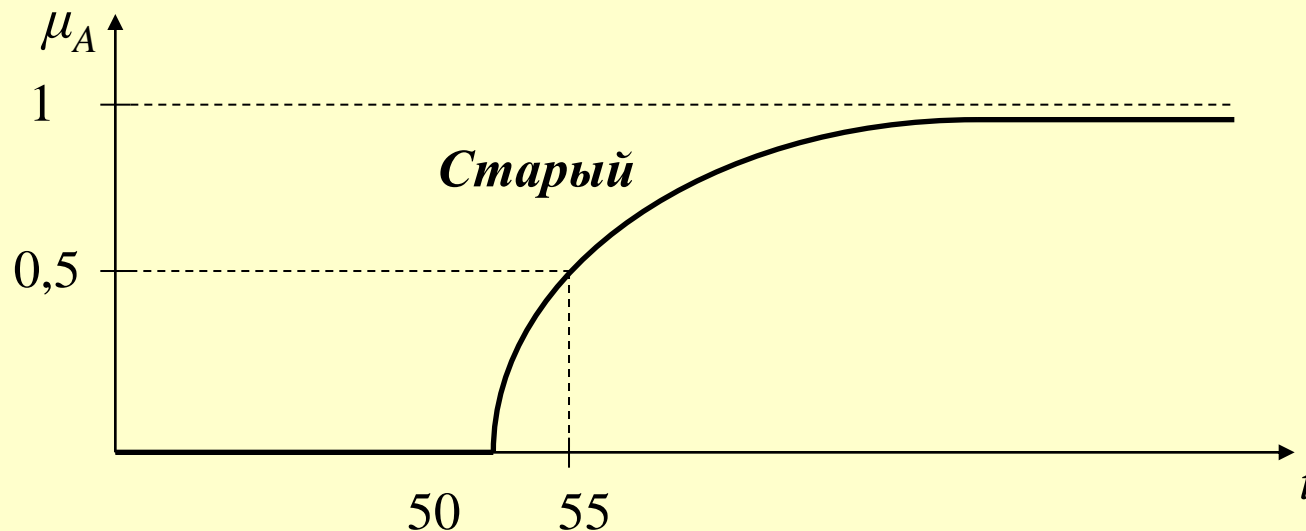
# Пример нечеткого множества

Пусть УМ  $X$  представляет собой интервал  $[0,100]$ , и переменная  $x$ , принимающая значения из этого интервала, интерпретируется как *возраст*. Нечеткое подмножество универсального множества  $X$ , обозначаемое термином *старый*, можно определить функцией принадлежности вида

$$\mu_A(x) = 0, \text{ при } 0 \leq x \leq 50,$$

$$\mu_A(x) = (1 + ((x - 50)/5)^{-2})^{-1}, \text{ при } 50 < x \leq 100.$$

В этом примере носителем НМ *старый* является интервал  $[50,100]$ , высота близка к 1, а точкой перехода является значение  $x=55$ .



# Запись нечетких множеств

---

Обычно НМ  $A$  универсального множества  $X$  записывается в виде

$$A = \mu_1|x_1 + \mu_2|x_2 + \dots + \mu_n|x_n,$$

где  $\mu_i$ ,  $i=1,\dots,n$  - степень принадлежности элемента  $x_i$  НМ  $A$ .

Пример:

$$\text{НМ } \textit{Несколько} = 0.5|2 + 0.8|3 + 0.9|4 + 1|5 + 1|6 + 1|7 + 0.8|8 + 0.5|9$$

Если носитель НМ имеет мощность континуума, то используется следующая запись:

$$A = \int_X \mu_A(x)/x,$$

где знак  $\int$  обозначает объединение одноточечных НМ  $\mu_A(x)/x$ ,  $x \in X$ .

Пример:

$$\text{НМ } \textit{старый} = \int_{50}^{100} (1 + ((x - 50)/5)^{-2})^{-1}/x$$



# Операции над нечеткими множествами

---

## 1. Дополнение НМ А:

$$\neg A = \int (1 - \mu_A(x)) / x$$

Операция дополнения соответствует логическому отрицанию.

## 2. Объединение НМ А и В:

$$A + B = \int (\mu_A(x) \vee \mu_B(x)) / x$$

Объединение соответствует логической связке «или».

## 3. Пересечение НМ А и В:

$$A \cap B = \int (\mu_A(x) \wedge \mu_B(x)) / x$$

Пересечение соответствует логической связке «и».

# Операции над нечеткими множествами

---

## 4. Произведение НМ А и В:

$$A * B = \int (\mu_A(x) * \mu_B(x)) / x$$

Таким образом, любое НМ  $A^m$ , где  $m$  - положительное число, следует понимать как

$$A^m = \int (\mu_A(x))^m / x$$

# Пример

---

Пусть мы имеем универсальное множество  $X = 1 + 2 + 3 + \dots + 10$  и два его нечетких подмножества  $A$  и  $B$ , причем

$$A = 0.8|3 + 1|5 + 0.6|6$$

$$B = 0.7|3 + 1|4 + 0.5|6$$

Тогда

## 1. Дополнение $A$

$$\neg A = 1|1 + 1|2 + 0.2|3 + 1|4 + 0.4|6 + 1|7 + 1|8 + 1|9 + 1|10$$

## 2. Объединение $A$ и $B$

$$A + B = 0.8|3 + 1|4 + 1|5 + 0.6|6$$

## 3. Пересечение НМ $A$ и $B$

$$A \cap B = 0.7|3 + 0.5|6$$

## 4. Произведение НМ $A$ и $B$ :

$$A * B = 0.56|3 + 0.3|6$$

$$A^2 = 0.64|3 + 1|5 + 0.36|6$$

# Нечеткие отношения

---

Для выполнения нечетких выводов необходимо уметь представлять нечеткие отношения.

Если  $X$  - декартово произведение  $n$  универсальных множеств  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ,

то  $n$ -арное нечеткое отношение (НО)  $R$  в  $X$  определяется как нечеткое подмножество универсального множества  $X$ :

$$R = \int \mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n) / (x_1, x_2, \dots, x_n), \\ X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$$

где  $\mu_R$  - функция принадлежности НМ  $R$ .

В отличие от обычного определения отношения в математике:

$$R \subseteq X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$$

# Примеры нечетких отношений

---

Распространенными примерами НО являются *много больше* чем, *имеет сходство*, *близко к* и т.д.

Например, если  $X_1=X_2=(-\infty, +\infty)$ , то отношение *близко к* можно определить следующим образом:

$$\text{близко к} = \int_{X_1 \times X_2} e^{-a * |x_1 - x_2|} / (x_1, x_2),$$

где  $a$  - коэффициент масштабирования.