Методы управления по прогнозирующей модели для отслеживания магистралей в задачах экономической динамики

Студентка: Кунина Екатерина Сергеевна
Научный руководитель: Дмитрук Наталия Михайловна

июнь 2019

- **Цель работы** – применить методы управления по прогнозирующей модели для отслеживания магистралей в рассматриваемых задачах оптимального управления.
- **Объектом исследования** являются задачи оптимального управления на бесконечном полуинтервале времени, обладающие магистральными свойствами.


Оптимизация в реальном времени (RTO)
Управление по прогнозирующей модели (MPC)

Общая схема управления с предсказанием описывается следующим образом:

1. Оценивание или измерение вектора состояния реального объекта.
2. Решение задачи (нахождение положения равновесия).
3. Использование найденной оптимальной функции u^* в качестве программного управления на отрезке $\tau \in [t, t+\delta]$.
4. Замена момента времени t на момент $t+\delta$ и повторение операций в пунктах 1-3.

Задача оптимизации неоклассической модели экономического роста

1. Критерий качества

$$J(x,u) = \int_0^\infty e^{-\rho t}[\ln(1-u(t)) + \ln f(x(t))]dt \to \max \qquad (1)$$

2. Математическая модель

$$\dot{x}(t) = u(t)f(x(t)) - \mu x(t), \quad x(0) = x_0 \qquad (2)$$

3. Ограничения на управления

$$0 \leqslant u \leqslant 1-\varepsilon \qquad (3)$$

где $0 < \varepsilon < 1$, $\mu > 0$ *— некоторые постоянные.*
$\rho > 0$ *— параметр дисконтирования.*

Задача оптимизации неоклассической модели экономического роста

$$J(x,u) = \int_0^{\tau_N} w|x(t) - x^*|^2 + |u(t) - u^*|^2 dt \to \min, \tag{4}$$

$$\dot{x}(t) = u(t)f(x(t)) - \mu x(t), \quad x(0) = x_{\tau_p}, \tag{5}$$

$$u_s f(x_{\tau_N}) - \mu x_{\tau_N} = 0, \tag{6}$$

$$0 \leqslant u(t) \leqslant 1 - \varepsilon, \quad t \in [0, \tau_N). \tag{7}$$

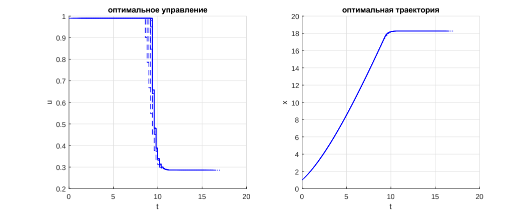
(8)

где w *— весовой коэффициент.*

Уравнение (6) обеспечивает, что траектория предсказанного состояния $x(t)$ сходится к допустимому промежуточному состоянию.

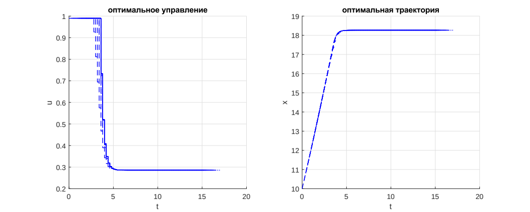
Решение: изменение начального состояния

Отслеживание магистралей при параметрах задачи:



1. $\tau_N = 2$, $x_0 = 1$, $w = 1$,

$\mu = 0.05$, $\rho = 0.02$, $\alpha = 0.4$

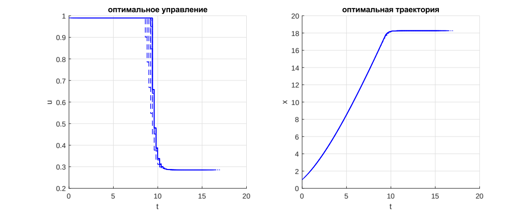


2. $\tau_N = 2$, $x_0 = 10$, $w = 1$,

$\mu = 0.05$, $\rho = 0.02$, $\alpha = 0.4$

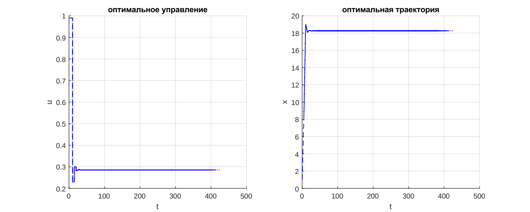
Для выбранных значений параметров получаем следующее решение: $x^* = 18.2643$, $u^* = 0.2857$.

Отслеживание магистралей при параметрах задачи:



3. $\tau_N = 2$, $x_0 = 1$, $w = 1$,

$\mu = 0.05$, $\rho = 0.02$, $\alpha = 0.4$

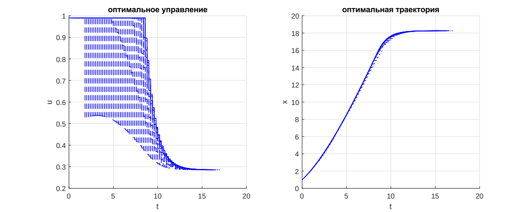


4. $\tau_N = 50$, $x_0 = 1$, $w = 1$,

$\mu = 0.05$, $\rho = 0.02$, $\alpha = 0.4$

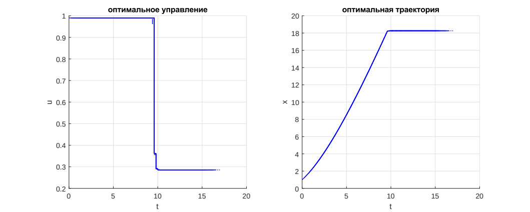
Решение: изменение весового коэффициента

Отслеживание магистралей при параметрах задачи:



5. $\tau_N = 2,\ x_0 = 1,\ w = 0.1,$

$\mu = 0.05,\ \rho = 0.02,\ \alpha = 0.4$



6. $\tau_N = 2,\ x_0 = 1,\ w = 10,$

$\mu = 0.05,\ \rho = 0.02,\ \alpha = 0.4$

РЕЗУЛЬТАТ

Результатом работы является построение магистралей для задач оптимального управления, используя оптимизацию в реальном времени и метод управления по прогнозирующей модели. При решении задач управления с прогнозирующей моделью учитываются ограничения, накладываемые на состояние объекта и управление.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!