

Поняття про клітинні автомати. Приклади їх застосування до моделювання процесів економічної динаміки

Підготувала студентка групи ІА-401

Кунєва Катерина

Зміст

01



Поняття про клітинні
автомати

02



Історія

03



Класифікація

04

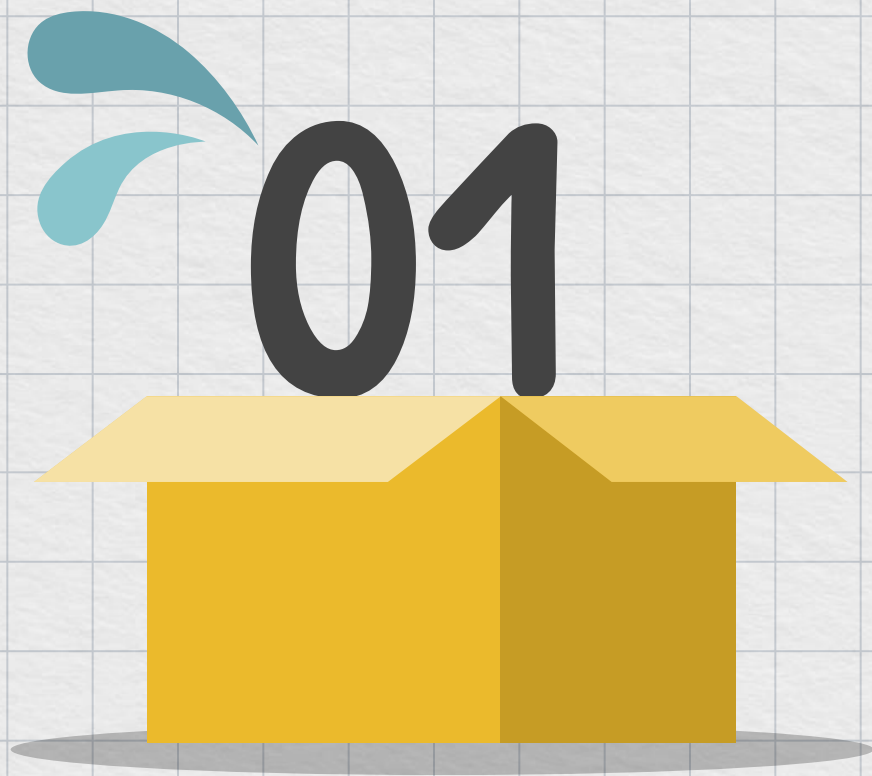


Застосування



Клітинні автомати

В цьому розділі розглядається поняття про клітинні автомати.

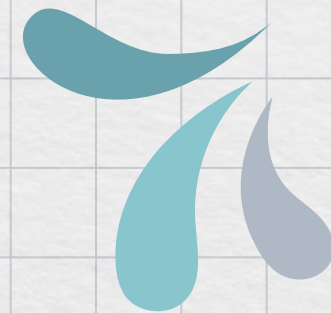


Що таке клітинні автомати?

Cellular automaton

- дискретна модель, що вивчається в математиці, теорії обчислюваності, фізиці, теоретичній біології та мікромеханіці.

Основою є простір з прилеглих один до одного клітин (осередків), що утворюють ґрати. Кожна клітина може бути в одному з кінцевої множини станів. Решітка може бути будь-якої розмірності.





Або іншими словами

Клітинний автомат - це

- простір, поділений на клітини.

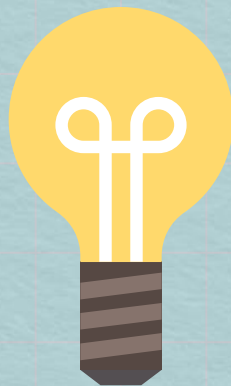
Кожна клітина може бути "живою" або "мертвою". Її стан залежить від сусідів (правила).

Від правил залежить як розвиватиметься клітинний автомат.

Правила?

за певної кількості сусідів клітина «народжується», за іншого – продовжує «жити», за третього – «вмирає» - правила переходу клітин із одного стану до іншого.

Із простих умов часом народжуються цікаві системи та поведінки.



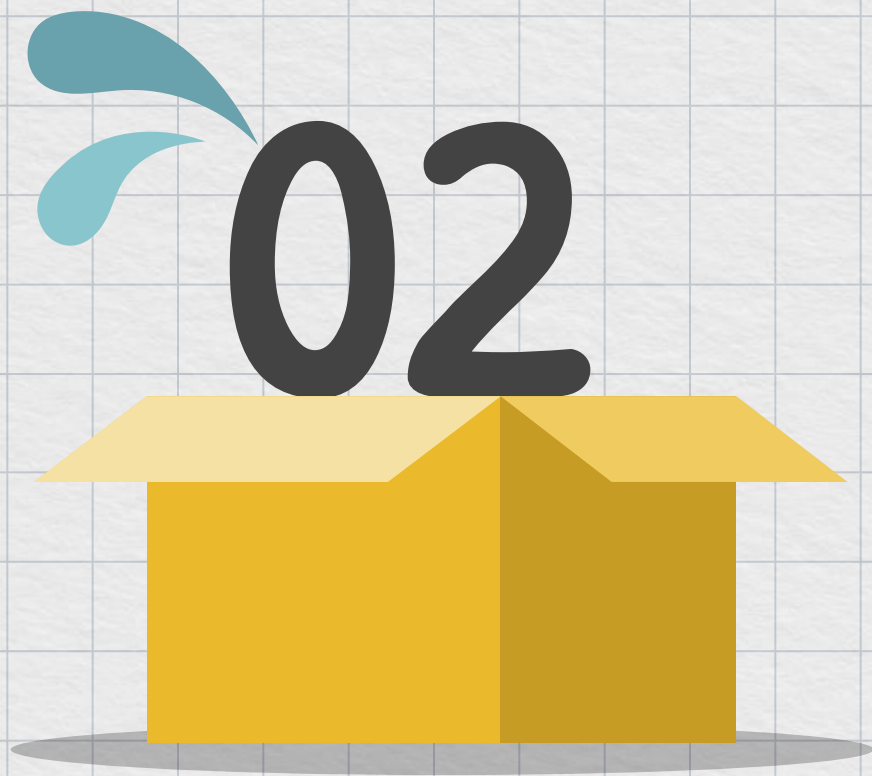
Основний напрямок дослідження
клітинних автоматів — алгоритмічна
розв'язність тих чи інших завдань.





Історія

В цьому розділі описані основні етапи історії клітинних автоматів



Історія

1940-і

Виниклі перша клітинно-автоматна система, клітинно-автоматна модель збудливого середовища

1960-і

Встановлено зв'язок із областю символної динаміки. «Всесвіт – гігантський клітинний автомат»

1970-і

Двомірна клітинно-автоматна модель з двома станами клітин («Життя»).

1980-і

Концепція справжньої випадковості та обчислювальної непривідності, Wireworld

2000-і

"Наука нового муну" (A New Kind of Science), «Життя» - PMM

Історія

1940-і

Станіслав Улам вивчав зростання кристалів. Нейман працював над системами, що відтворюються (робот, що збирає іншого робота).

Подібно до ґрат Улама, клітинний автомат фон Неймана двовимірний, а робот описаний алгоритмічно.

Універсальний конструктор, що працює «всередині» клітинного автомата з околицею. Нейман довів, що для такої моделі існує патерн, який нескінченно копіюватиме самого себе.

1960-і

Вивчалися як приватний тип динамічних систем, вперше було встановлено їх зв'язок із областю символічної динаміки.

Хедланг провів огляд результатів, отриманих у цьому напрямку. Найбільш значним результатом став опис набору правил клітинного автомата як безлічі безперервних ендоморфізмів у зсувному просторі.

Історія

1970-і

Здобула популярність двовірна клітинно-автоматна модель з двома станами клітин, відома як гра «Життя». Незважаючи на простоту, система виявляла поведінку між хаосом та порядком.

Одним із феноменів гри «Життя» є глайдери. Можливо встановити стартовий стан клітин, при якому глайдери виконуватимуть деякі обчислення.

Конрад Цузе опублікував книгу "Обчислюваний космос", де висунув припущення, що фізичні закони дискретні за своєю природою, і що весь Всесвіт є гігантським клітинним автоматом.

1980-і

Вольфрам опублікував першу із серії статей дослідження елементарних клітинних автоматів. Припущення, що складність природних систем обумовлена схожим механізмом.

Браян Сільверман запропонував клітинний автомат Wire world.

2000-і

Доведено, що гра може повністю емулювати машину Тьюринга. Пауль Чепмен побудував варіант, який є PPM.

Було доведено, що у грі «Життя» можна виконати будь-який обчислювальний алгоритм.

Математичні визначення

Двовимірний клітинний автомат можна визначити як безліч кінцевих автоматів на площині, помічених цілими координатами (i, j) , кожен з яких може знаходитися в одному зі станів:

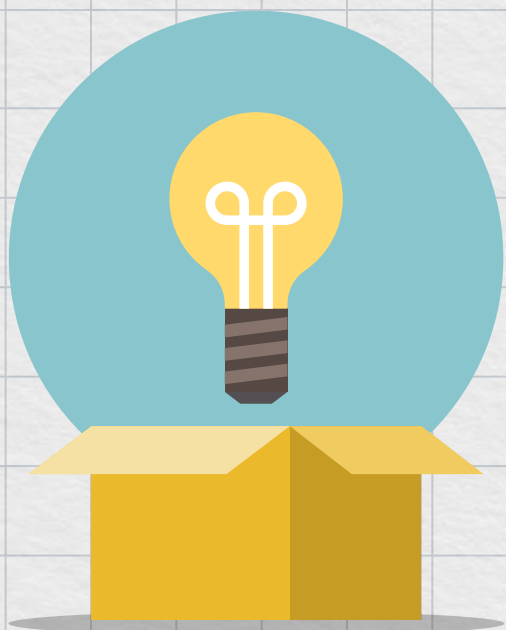
$$\sigma_{i,j} \in \Sigma \equiv \{0, 1, 2, \dots, k-1, k\}$$

Зміна станів автоматів відбувається згідно з правилом переходу

$$\sigma_{i,j}(t+1) = \phi(\sigma_{ik,l} | |(k,l)| \in N(i,j)) \quad \text{де } N - \text{деяка околиця точки } (i,j).$$

Число всіх можливих правил переходу визначається кількістю станів σ і кількістю сусідів n і становить:

$$N_r = \sigma^n$$



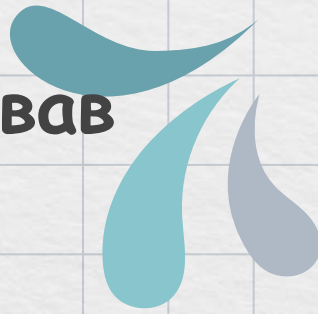


03

Класифікація

В розділі розглянуті класифікації клотинних автоматів в залежності від різних ознак.

Стівен Вольфрам у книзі *A new kind of Science* запропонував 4 класи клітинних автоматів в залежності від їх типу еволюції



Клас 1



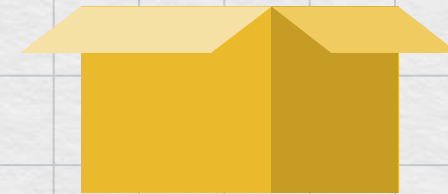
швидкий перехід до
гомогенної стабільності.

Клас 2



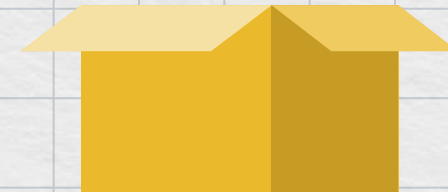
швидкий перехід у незмінний
негомогенний стан чи виникнення
циклічної послідовності

Клас 3



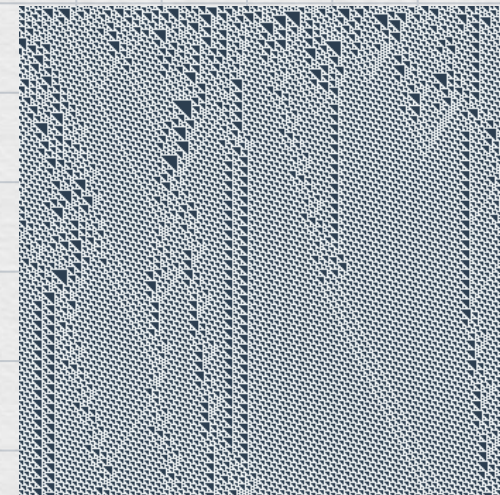
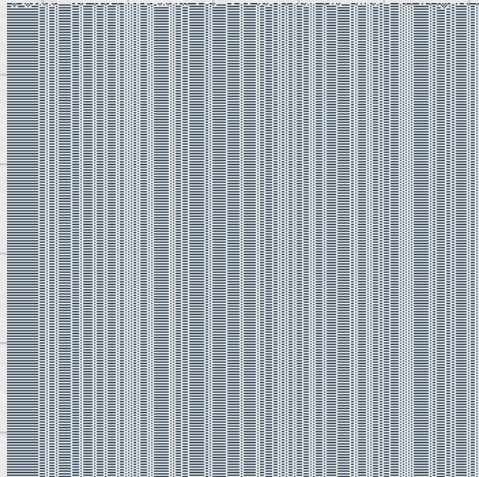
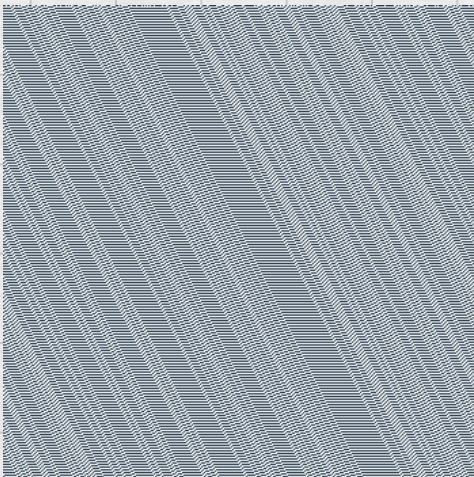
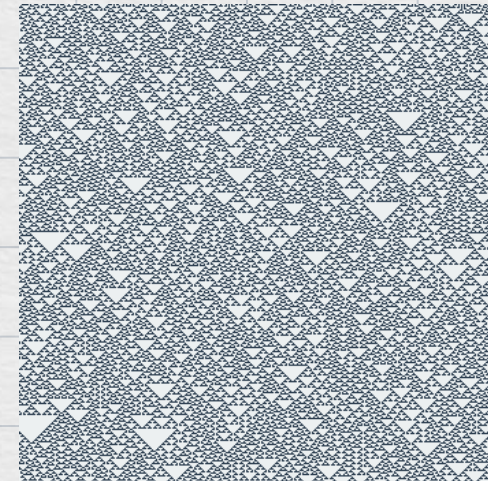
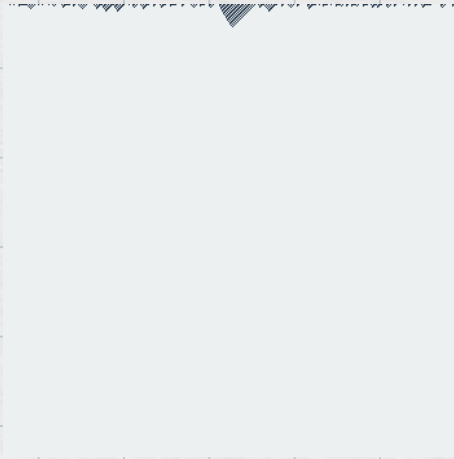
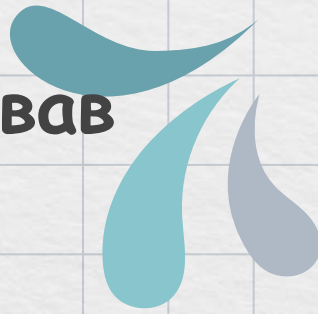
псевдо-випадкові,
хаотичні послідовності

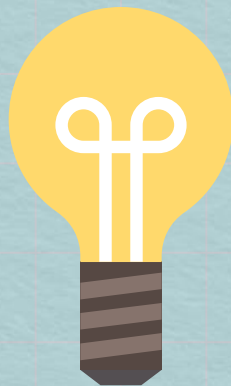
Клас 4



структури, які взаємодіють
складним чином із формуванням
локальних, стійких структур

Стівен Вольфрам у книзі *A new kind of Science* запропонував
4 класи клітинних автоматів в залежності від їх типу
еволюції



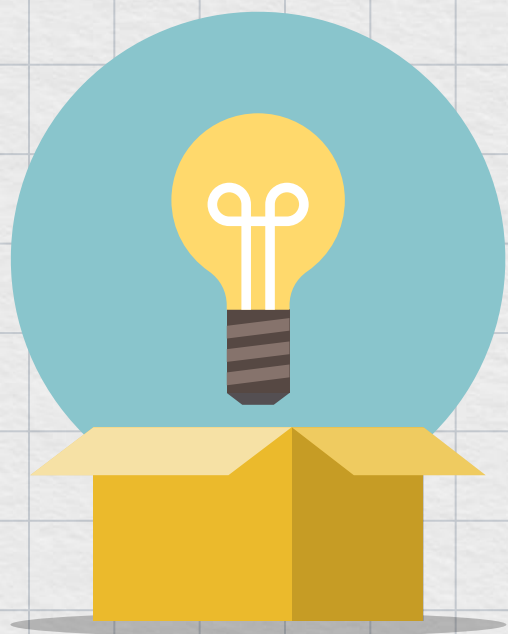


«...with almost any general classification scheme there are inevitably cases which get assigned to one class by one definition and another class by another definition. And so it is with cellular automata: there are occasionally rules...that show some features of one class and some of another.»



Стівен Вольфрам

Тоталістичні клітинні автомати



Термін тоталістичний походить від англійської *totalistic*.

На кожному кроці еволюції клітинного автомата значення клітини дорівнює якомусь цілому числу (вибирається з кінцевої множини), а новий стан клітини визначається сумою значень клітин-сусідів і, можливо, попереднім станом клітини.

Якщо стан клітини на новому кроці залежить від її попереднього стану, такий клітинний автомат називається зовнішнім тоталістичним.

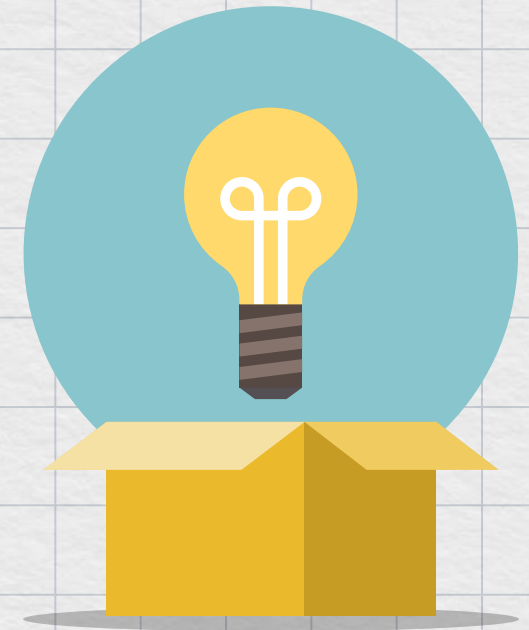
Гра Життя є прикладом зовнішнього тоталістичного клітинного автомата з набором значень осередків $(0,1)$.

Оборотні клітинні автомати

Клітинний автомат називається оборотним , якщо у кожної поточної конфігурації існує лише одна попередня конфігурація.

Якщо розглядати клітинний автомат як функцію, що відображає одну конфігурацію в іншу, то оборотність передбачає біоактивність цієї функції. Якщо клітинний автомат оборотний, його зворотна еволюція також може бути описана клітинним автоматом. Недосяжні конфігурації у цьому клітинному автоматі, звуться «Сади Егема».

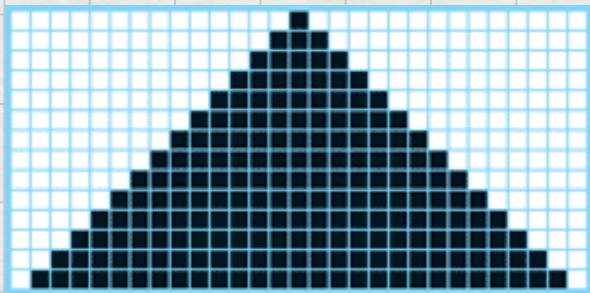
Для одновірних клітинних автоматів існують алгоритми визначення оборотності чи необоротності. Однак для клітинних автоматів із двома та більше вимірами таких алгоритмів немає.



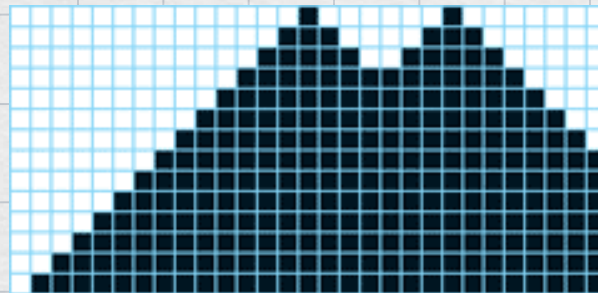
Виміри клітинних автоматів

У одомірному (лінійному) клітинному автоматі грати є ланцюжком клітин (одомірний масив), у якому будь-якої з них, крім крайніх, є два сусіди. Для усунення крайових ефектів решітка «загортається» в тор, що дозволяє всім клітинам автомата використовувати таке співвідношення:

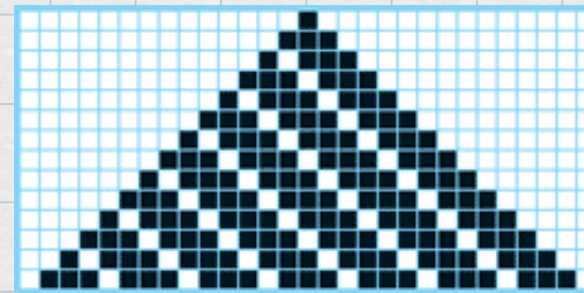
$$y'[i] = f(y[i - 1], y[i], y[i + 1]), \text{ } f - \text{функція переходу клітини, } y - \text{стани.}$$



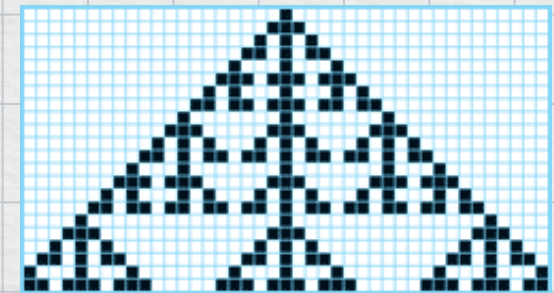
«Піраміда»
Функція переходу:
 $y'[i] = y[i-1] \mid y[i] \wedge y[i+1]$



«Гори»
(змінити стан 1 клітини
з 0 на 1)



«Проділ»



Функція переходу:
 $y'[i] = y[i-1] \wedge y[i] \wedge y[i+1]$

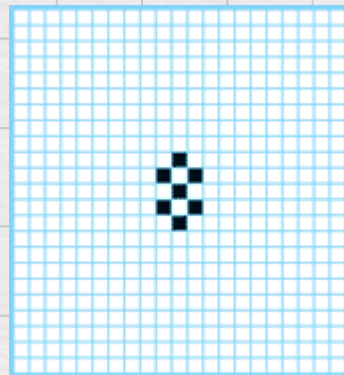
Виміри клітинних автоматів

У двовірному (площинному) клітинному автоматі грати реалізуються двовимірним масивом. У ній кожна клітка має вісім сусідів. Для усунення крайових ефектів грати так само, як і в попередньому випадку, "загортається" в тор. Це дозволяє використовувати для всіх клітин автомата співвідношення:

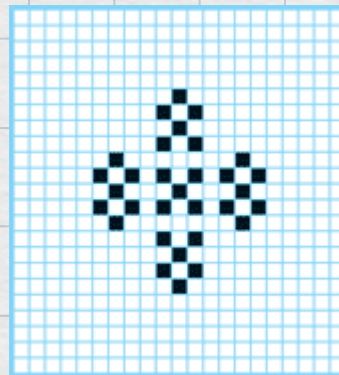
$$y'[i][j] = f(y[i][j], y[i-1][j], y[i-1][j+1], y[i][j+1], y[i+1][j+1], y[i+1][j], y[i+1][j-1], y[i][j-1], y[i-1][j-1])$$

Правило:

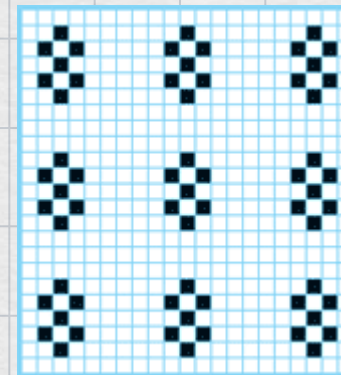
$$y'[i][j] = y[i][j] \wedge y[i-1][j] \wedge y[i-1][j+1] \wedge y[i][j+1] \wedge y[i+1][j+1] \wedge y[i+1][j] \wedge y[i+1][j-1] \wedge y[i][j-1] \wedge y[i-1][j-1].$$



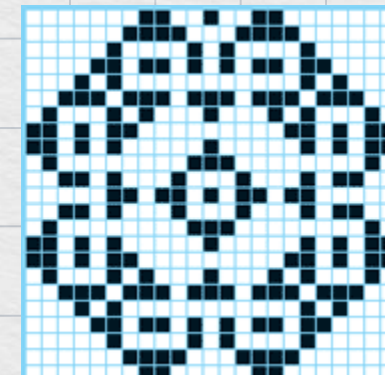
Початкова
конфігурація



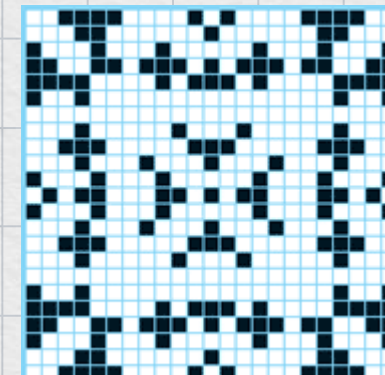
Через 4 роки



Через 8 років



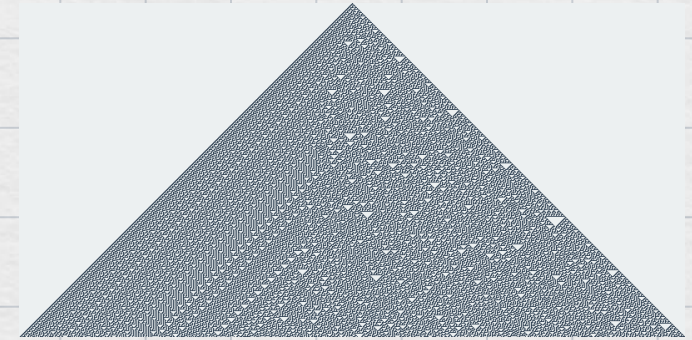
15 років



29 років

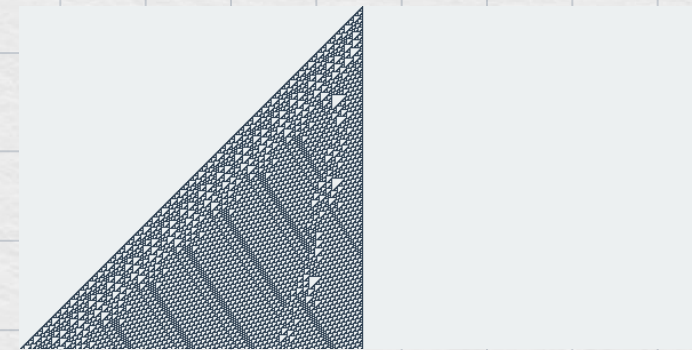
Елементарні клітинні автомати

Поточний стан	111	110	101	100	011	010	001	000
Новий стан	0	0	0	1	1	1	1	0



Правило 30 виявляє поведінку класу 3, що означає, що еволюція простих початкових умов призводить до хаотичної, здавалося б випадкової динаміки.

Поточний стан	111	110	101	100	011	010	001	000
Новий стан	0	1	1	0	1	1	1	0

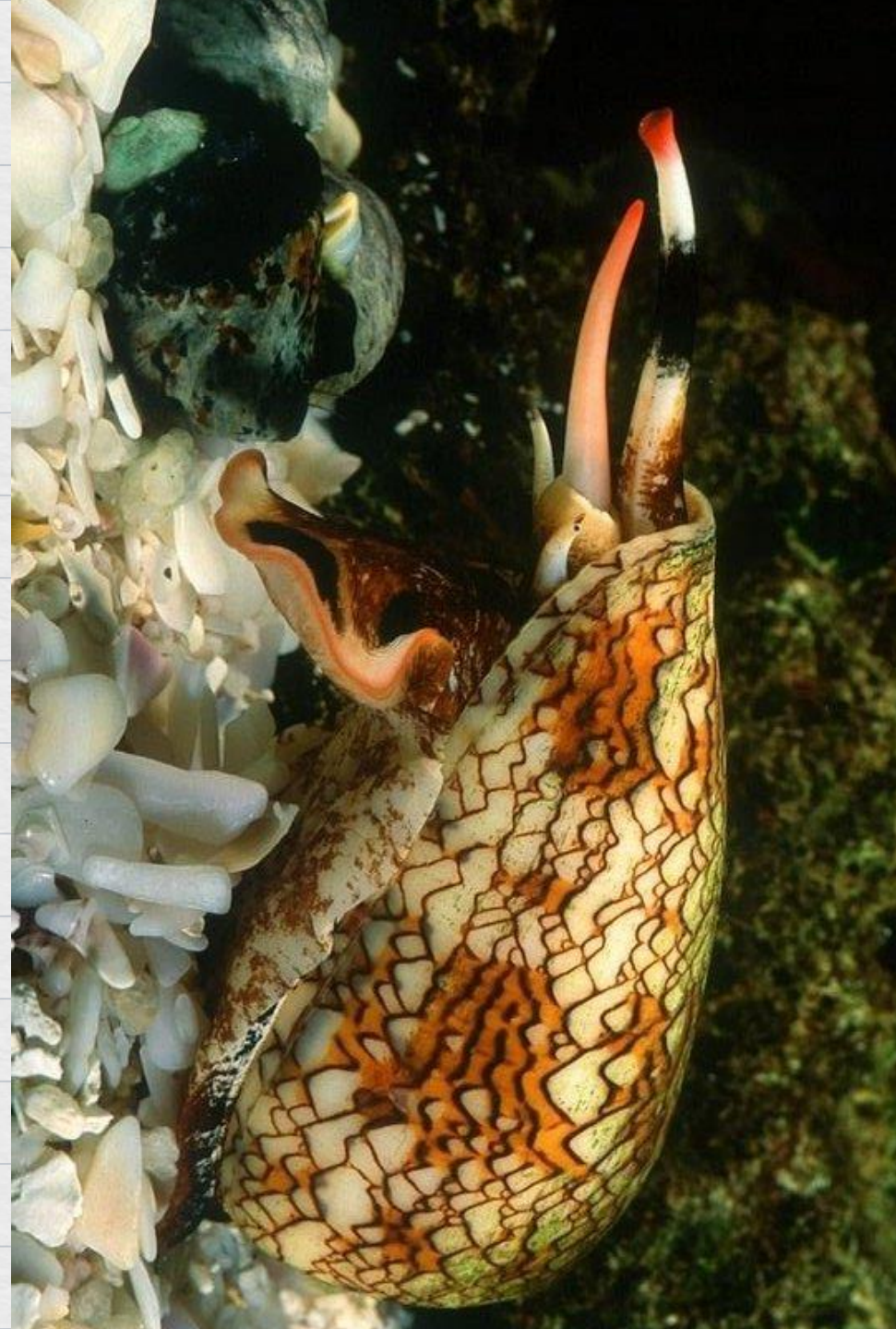


Правило 110, як і гра «Життя» виявляє поведінку класу 4. Метью Кук довів, що цей клітинний автомат є Тюрінг-повним, тобто, на його основі можна реалізувати будь-яку обчислювану функцію.

Правило 30

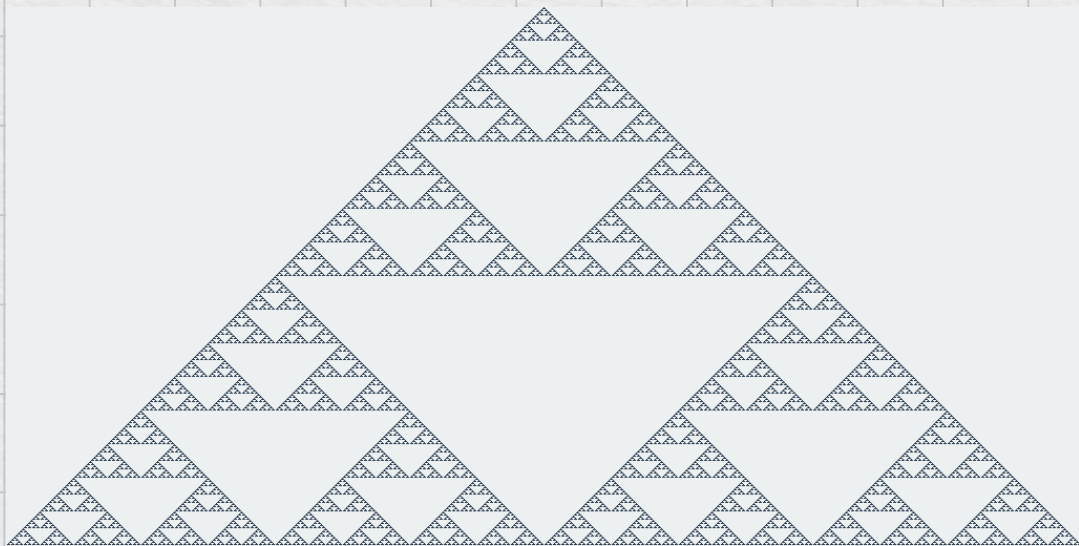
Це — Текстильний конус ,
найнебезпечніший для людини
молюск із сімейства Конуси.
Протиотрути від його отрути
поки немає.

Малюнок на його раковині — не
що інше, як узор, породжений
«Правилом 30».

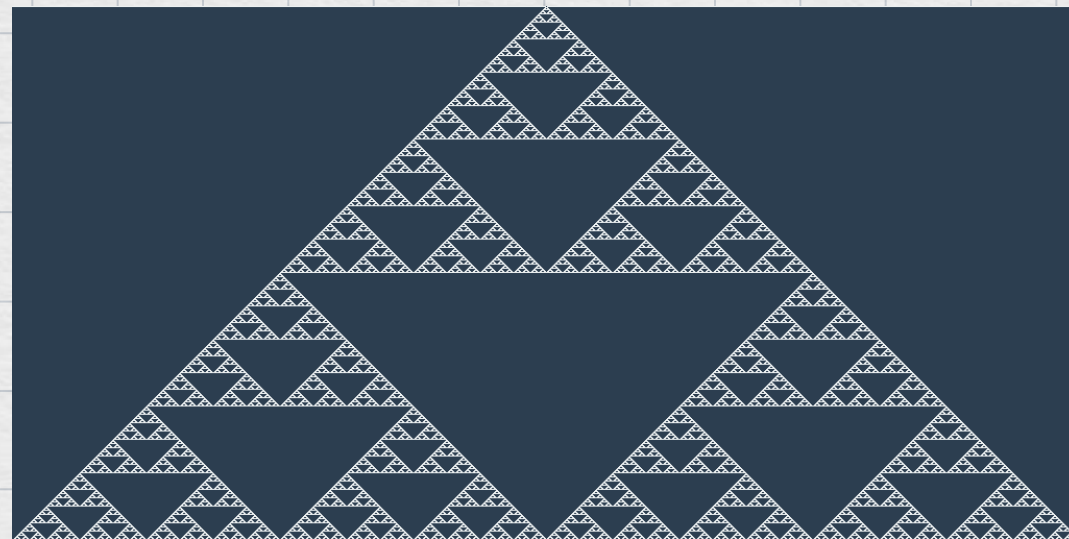


Фрактали

Існує ціла низка клітинних автоматів (правила 18, 22, 126, 161, 182, 218, тощо.), які, розвиваючись з однієї точки, породжують фрактальні зображення.



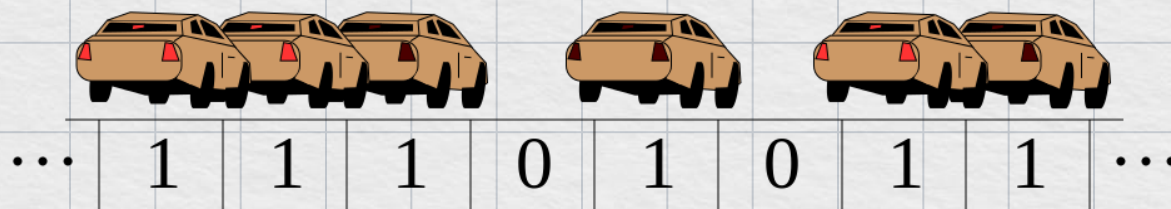
Малюнок правила 22 - це трикутник Паскаля за модулем 2 (дискретний аналог «Серветки Серпінського»).



Правило 161 породжує інвертований варіант того самого фракталу.



Транспортний потік



Правило 184 широко застосовується в математичному моделюванні. Після кожного кроку кількість «живих» клітин залишається незмінною. Правило залежно від вихідного стану може поводитися зазвичай класу 2 чи 4. Чим менше «живих» клітин у вихідному стані, тим швидше автомат стабілізується

Декілька прикладів

Рух вилитої склянки води

течія захоплює молекулу вниз, стіл – перешкода; переміщення у випадкову незайняту комірку збоку

Поведінка натовпу

Людина рухається вперед; зустрівши перешкоду, поверне убік; якщо на всі боки стоять інші люди, залишиться на місці.

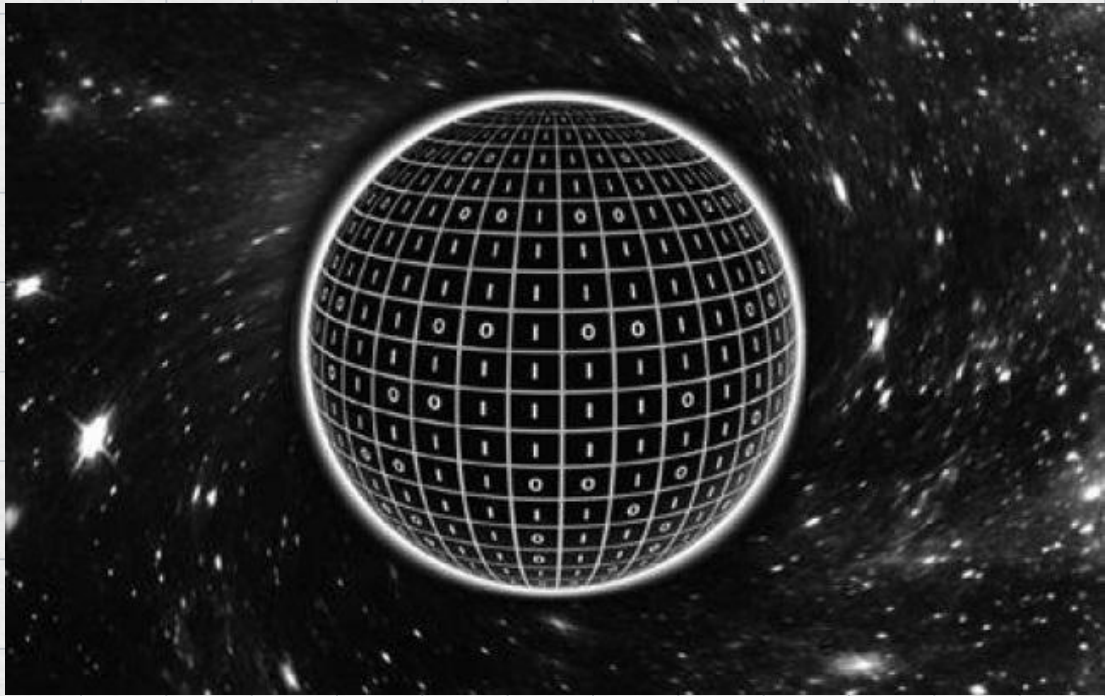
Коливальні хімічні реакції, робота дихальних продохів рослинного листка, турбулентні процеси та утворення візерунка на раковинах молюсків, динаміка чисельності популяцій трав'янистих та хижаків.

Minecraft

Якщо освітлення достатньо, кубічний блок ґрунту, що має по сусідству блок зеленого лужка, теж проросте травою. Блок води зменшить рівень і розтечеться на сусідні ділянки, якщо перед ним не буде перешкод. При доступі до води та сонячного світла врожай зростає на один рівень із кожною ітерацією тимчасового циклу.

Охолоджуючи блок розплавленої

Всесвіт



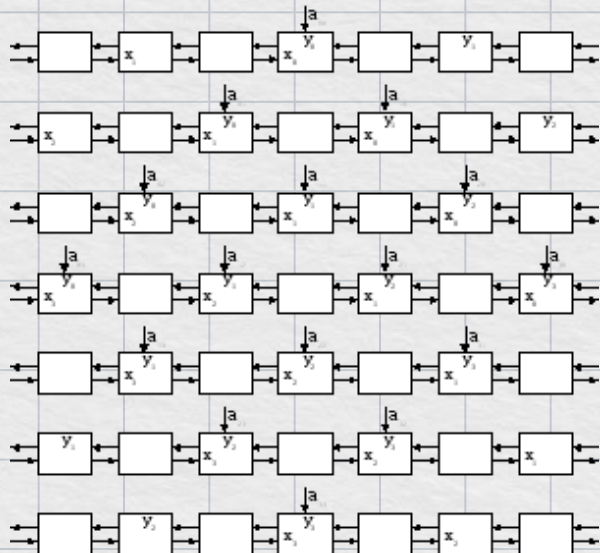
Якщо Всесвіт уявити як дискретне поле, комірки якого змінюються відповідно до певних законів, то чи не є він по суті клітинним автоматом? Робота його створює ілюзію існування частинок, полів і взаємодій, які насправді лише різні стани дуже маленьких «елементарних осередків» світобудови, що змінюються за надзвичайно короткі проміжки часу. Тоді може найпростіші «правила» Всесвіту й дозволили з'явитися таким складним структурам, як людина?



Застосування



Декілька прикладів застосування

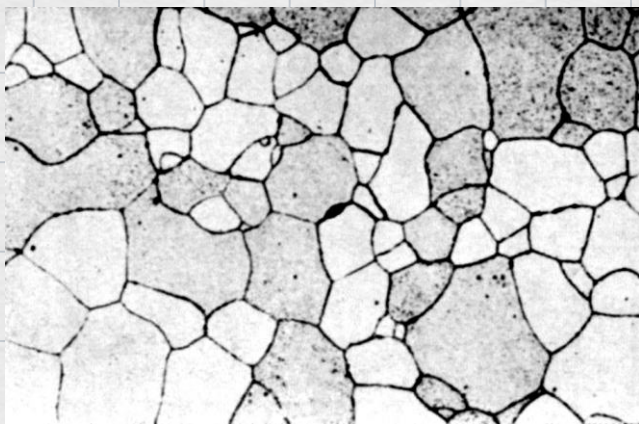


Комп'ютерні процесори

Елементи процесора розміщені на рівномірній сітці однакових осередків. Стан осередків визначаються взаємодією із суміжними клітинами-сусідами. Взаємодія частинок може бути реалізована за допомогою електричного струму, магнетизму, вібрації.

Криптографія

Клітинні автомати запропоновані для використання у криптосистемах з відкритим ключем. Правило 30 було запропоновано як можливий блочного шифру для використання в криптографії.



Моделювання фізичних процесів

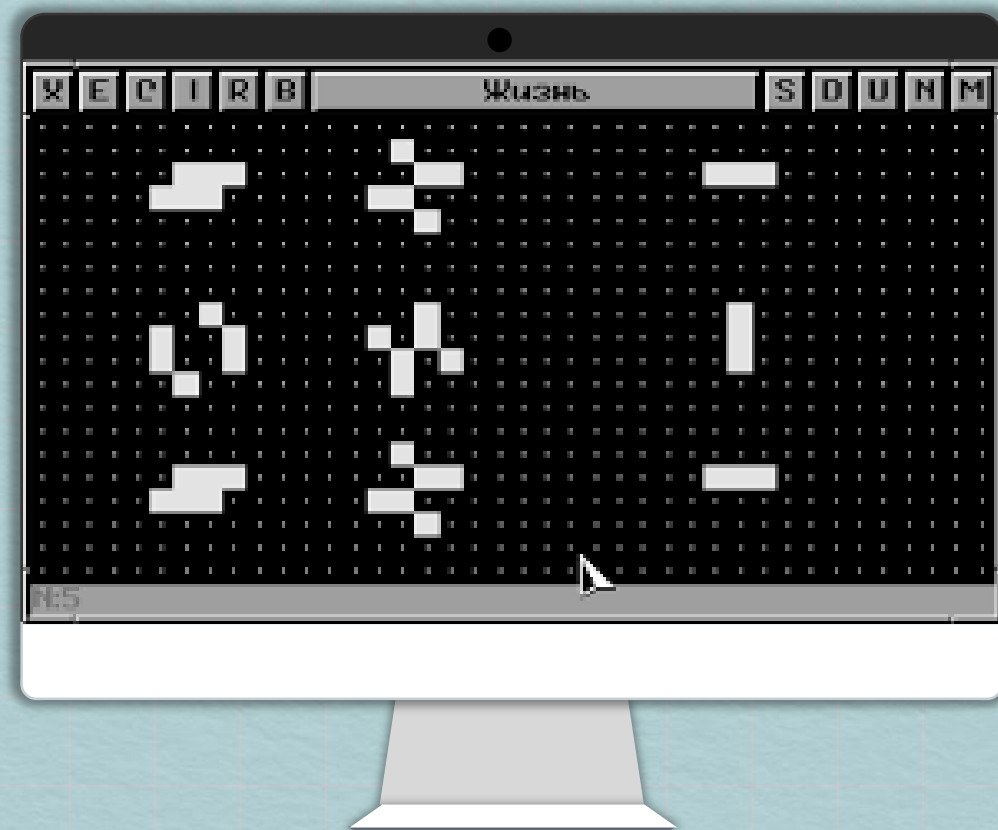
Клітинні автомати використовують у комп'ютерному моделюванні процесів рекристалізації

Фундаментальна фізика

Припущення: можливо, наш світ, який добре описує фізика елементарних частинок, може бути клітинним автоматом на фундаментальному рівні.

Економічна динаміка

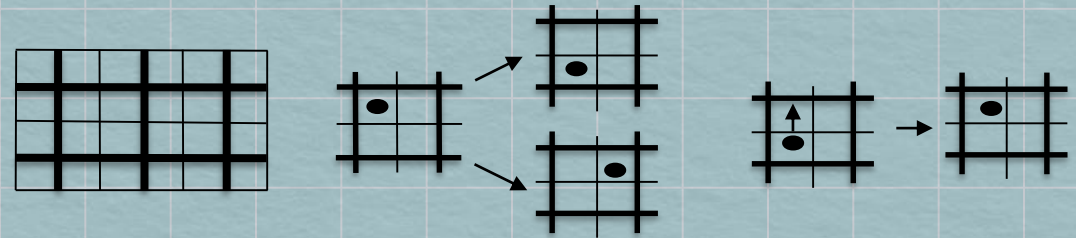
Клітинні автомати зокрема,
дозволили побудувати математичні
моделі для вирішення наступних
завдань.



Рух неорганізованої групи людей

Моделювання руху неорганізованої групи людей в умовах, коли існують перешкоди до такого руху.

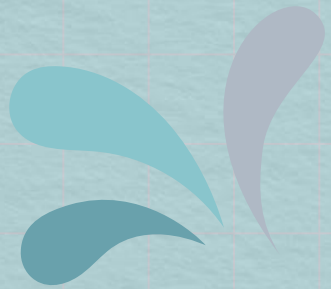
Модель була побудована на базі клітинного автомата з околицею Марголуса, що застосовується для моделювання дифузійних процесів. Правило Марголуса полягає в тому, що поле автомата розбивається двома способами на блоки розміром 2x2 клітини, потім кожен блок випадковим чином повертається за або проти годинникової стрілки. До дифузійної складової руху було додано детерміновану напрямлену. Перешкоди моделювалися шляхом заборони переміщення частинок у заданих областях поля клітинного автомата.



Правила клітинного автомата з околицею Марголуса, що моделює спрямований рух групи людей

Розподіл щільності людей вздовж осі x, що відповідає основному напрямку їхнього руху:

$$u_t = \left(\frac{11}{2} - 6u + 2u^2 \right) u_{xx} - 12(1 - u)(u_x)^2 - \left(\frac{7}{4} - 4u \right) u_x$$

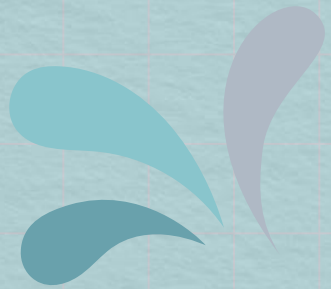


1. Найбільш раннім застосуванням, вважається, робота 1957 року Гая Оркатта, який запропонував нову модель, яка складається з різних видів взаємодіючих одиниць, які отримують вхідні дані та генерують вихідні дані.

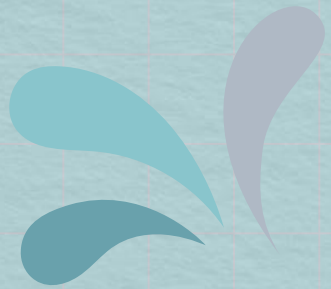
Зараз вважається, що ця робота дала початок галузі мікросимуляції.



2. Іншим відомим застосуванням є робота Томаса Шеллінга про расову сегрегацію. Він продемонстрував, як у простій клітинній структурі з агентами, які дотримуються простих емпіричних правил, природним чином може виникнути схема сегрегації. Прогнози моделі точно збігалися з моделями розташування в реальних містах і громадах.

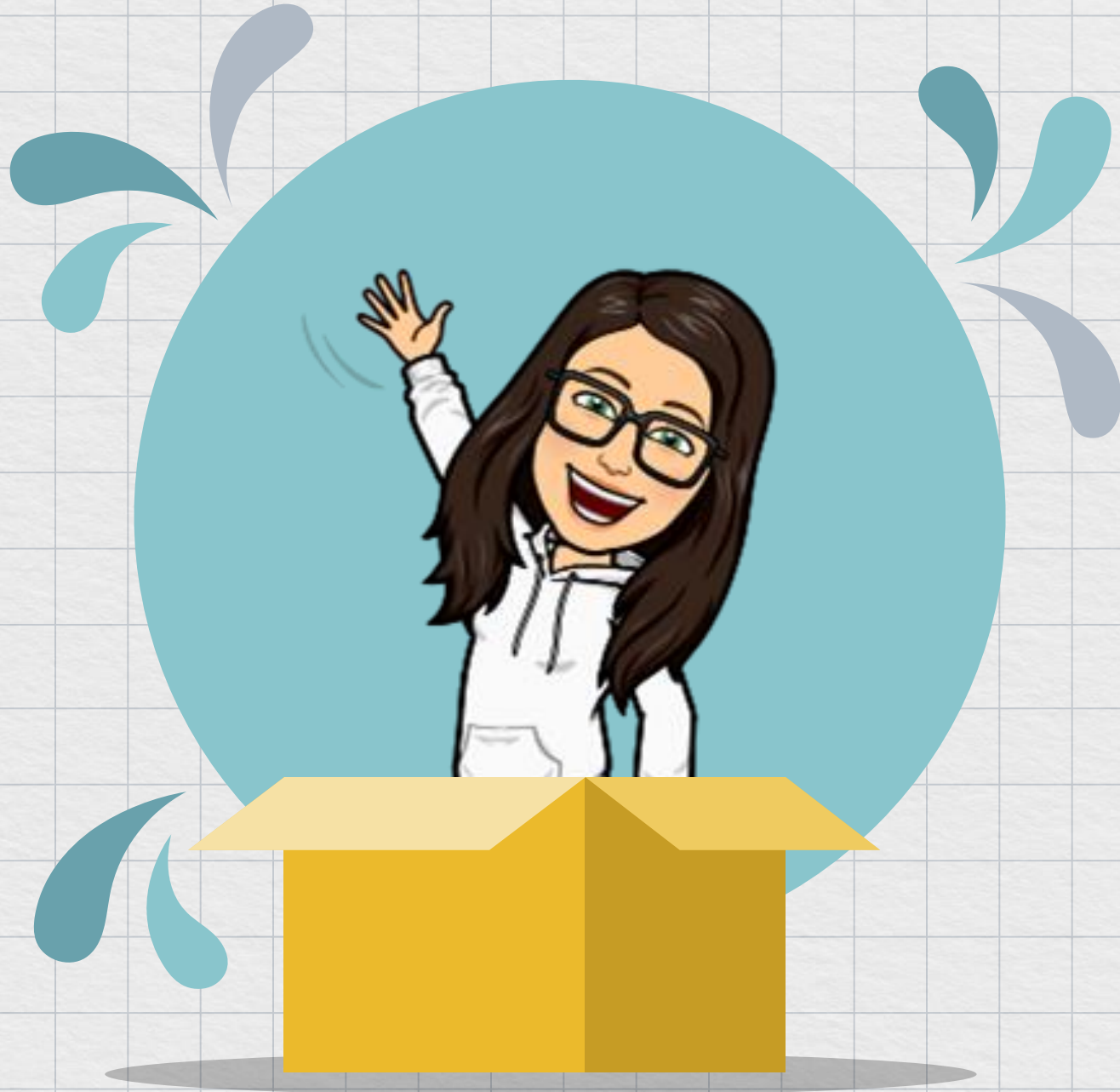


3. У 1980-х роках Роберт Аксельрод застосував до теорії ігор, досліджуючи, наприклад, оптимальну поведінкову реакцію агентів у повторюваних іграх.



4. Після Великої фінансової кризи використовувалися для пояснення порушень на фінансових ринках, таких як крах і нерівний розподіл цін на активи.

Дякую за увагу!



Використані джерела

1. [Cellular automata in social and economical systems modeling](#)
2. [Cellular automata for the spreading of technologies in socio-economic systems](#)
3. [CELLULAR AUTOMATIC MACHINES AND THEIR APPLICATION TO MODELLING OF THE DISTRIBUTED SYSTEMS](#)
4. [Simple but Stunning: Animated Cellular Automata in Python](#)
5. [The Game of Life With Macroeconomic Stimulus](#)
6. [Wikipedia Клітинний автомат](#)