



---

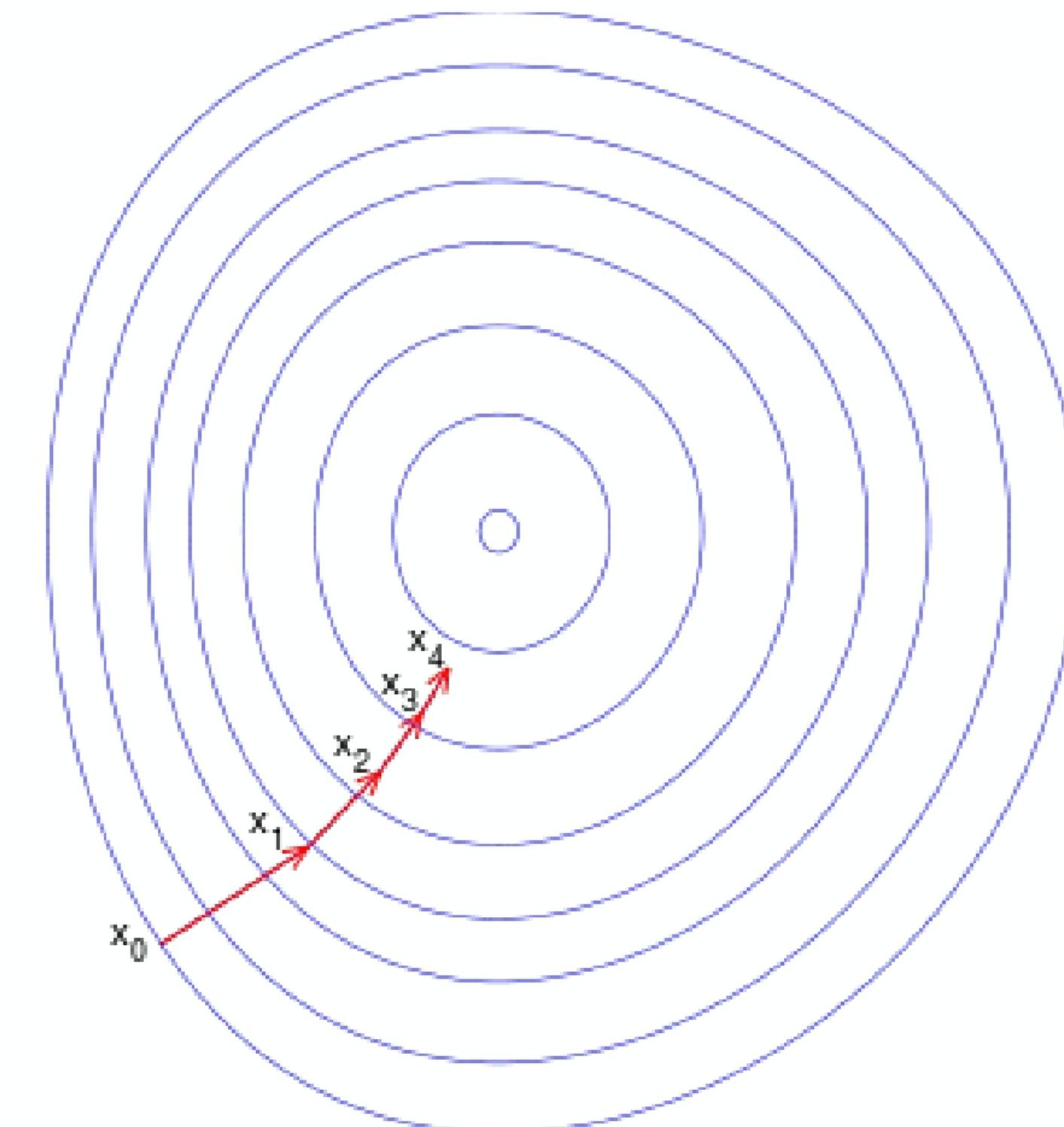
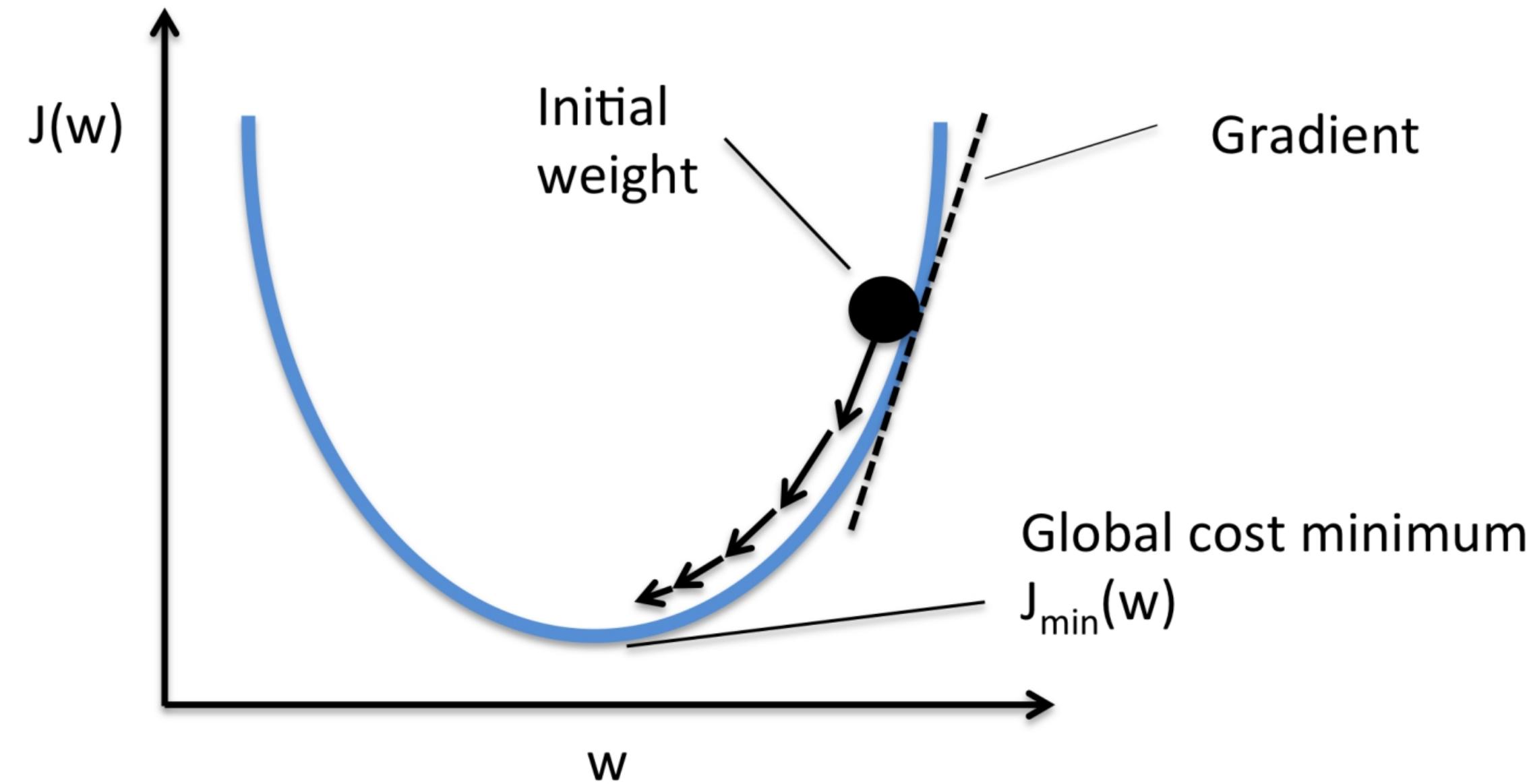
Lesson 11

## Deep Learning: Optimization

# Gradient Descent

Повторювати до зближення:

$$\omega \leftarrow \omega - \alpha \frac{\partial \text{Loss}}{\partial \omega}$$



## **Плюси:**

- Може знайти мінімуми

## **Мінуси:**

- Потрібно розрахувати градієнт на всьому наборі даних
- Може застягти на плато або неглибоких локальних мінімумах



# Stochastic Gradient Descent

## Batch Gradient Descent:

- розмір партії дорівнює розміру навчального набору

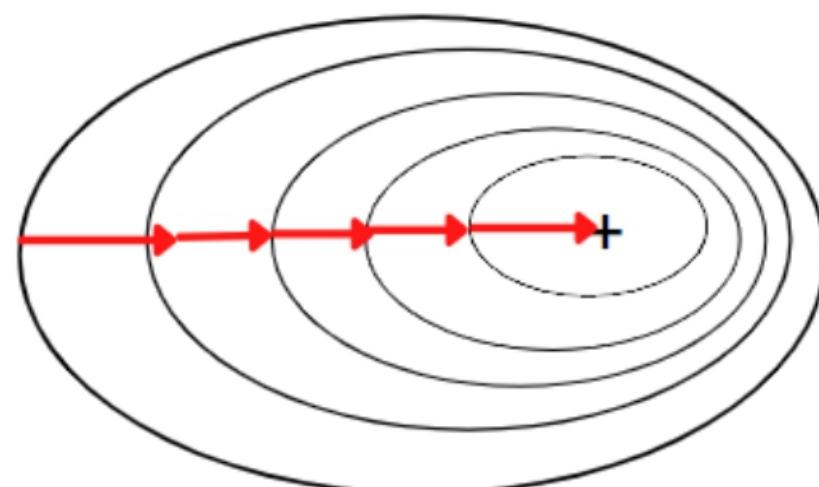
## Stochastic Gradient Descent:

- розмір партії дорівнює 1

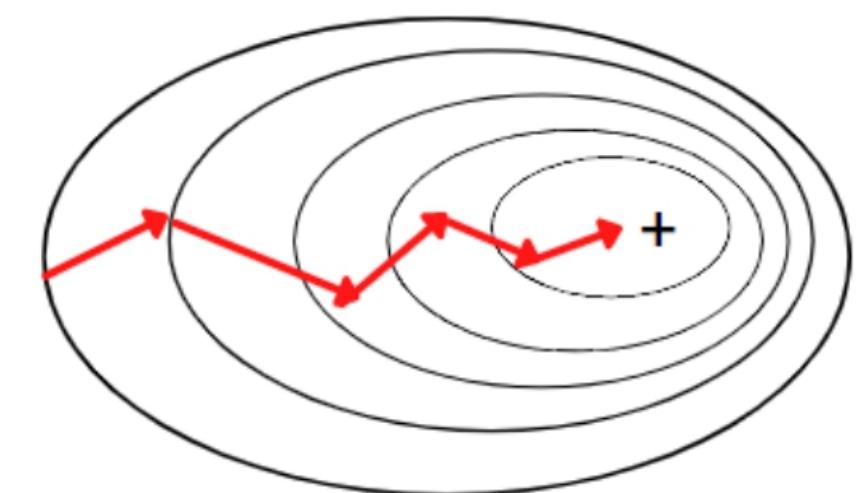
## Mini-batch Gradient Descent:

- $1 < \text{розмір партії} < \text{розмір навчального набору}$

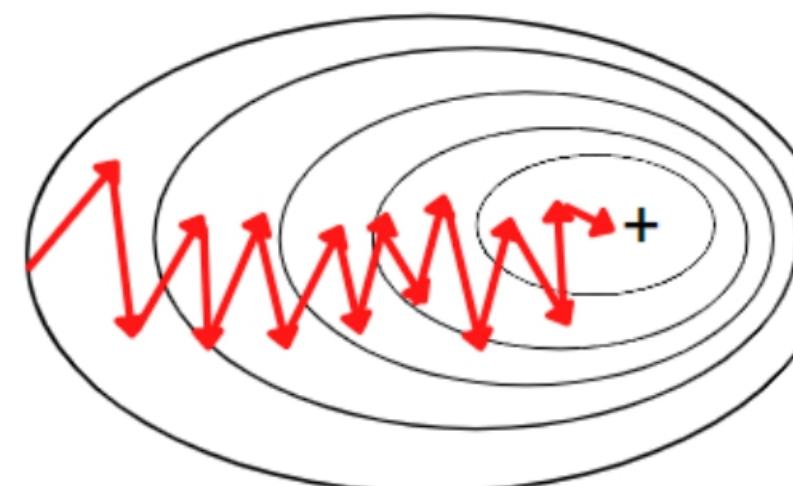
Batch Gradient Descent



Mini-Batch Gradient Descent



Stochastic Gradient Descent

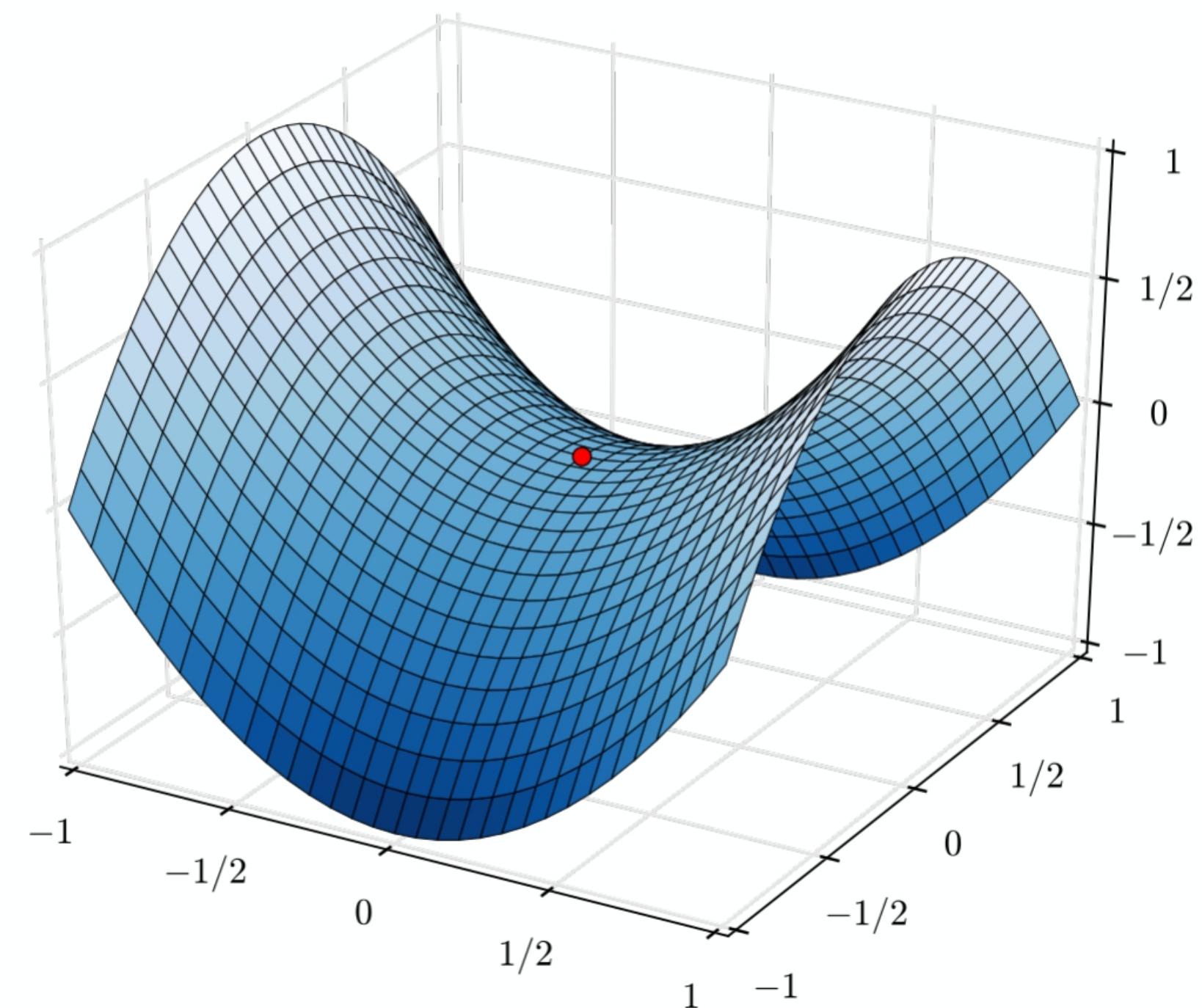


## Чому SGD з Momentum?

SGD не працює ідеально, тому що під час глибокого навчання ми отримуємо невипуклий графік функції втрат, і якщо використовувати простий SGD, це призводить до низької продуктивності.

## Є 3 причини, чому це не працює:

1. Ми потрапляємо в локальні мініуми і не можемо досягти глобальних мініумів.
2. Сідлова точка буде зупинкою для досягнення глобальних мініумів.
3. Висока кривизна.



## Чому SGD з Momentum?

Імпульс (Momentum) накопичує градієнт минулих кроків, щоб визначити напрямок руху.

Іншими словами, SGD з Momentum запам'ятує оновлення

$\Delta\omega$  на кожній ітерації та визначає наступне оновлення

як лінійну комбінацію градієнта та попереднього оновлення:

$$\Delta\omega \leftarrow \eta\Delta\omega - \alpha \frac{\partial \text{Loss}}{\partial \omega}$$

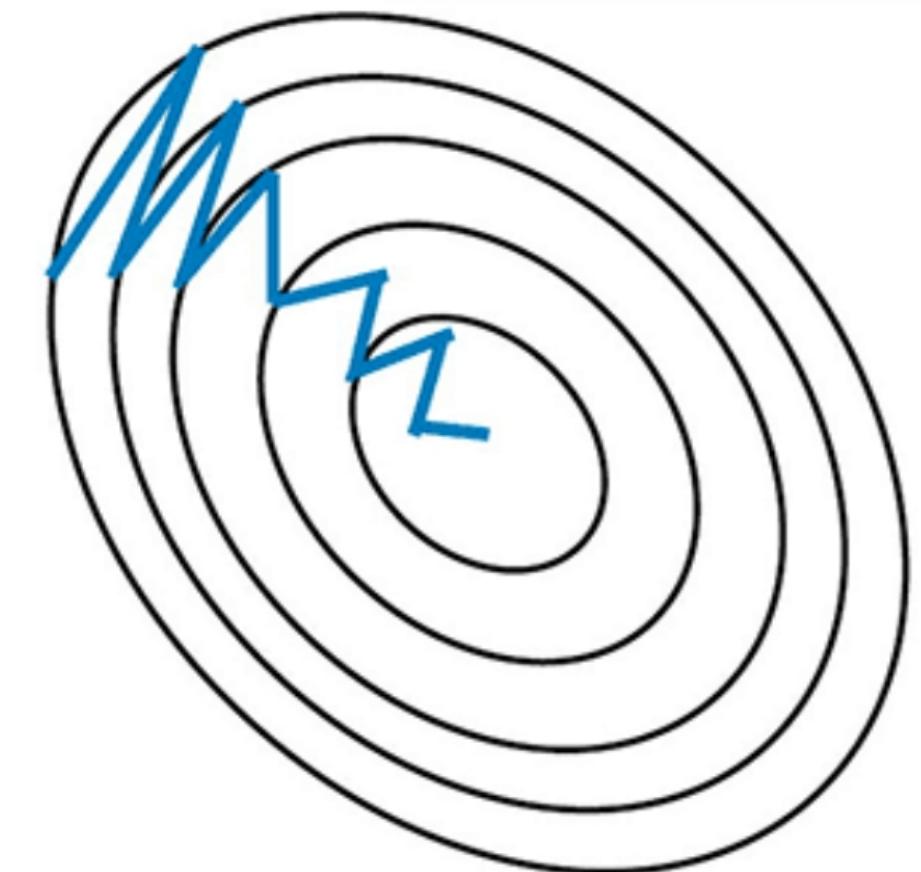
$$\omega \leftarrow \omega + \Delta\omega$$

Це призводить до:

$$\omega \leftarrow \omega - \alpha \frac{\partial \text{Loss}}{\partial \omega} + \eta\Delta\omega$$



Stochastic Gradient Descent **without** Momentum



Stochastic Gradient Descent **with** Momentum

## Модифікації Momentum

Стандартний метод Momentum спочатку обчислює градієнт у поточному місці, а потім робить великий стрибок у напрямку оновлення накопиченого градієнта.

Натхненний методом Нестерова для оптимізації опуклих функцій, Ілля Суцкевер запропонував нову форму Momentum, яка часто працює краще:

- **Спочатку** зробіть великий стрибок у напрямку попереднього накопиченого градієнта.
- **Потім** виміряйте градієнт там, де ви закінчите, і внесіть корекцію. (Краще виправити помилку після того, як ви її зробили!)

Пояснення графіку:

- коричневий вектор = стрибок
- червоний вектор = корекція
- зелений вектор = накопичений градієнт
- сині вектори = стандартний Momentum

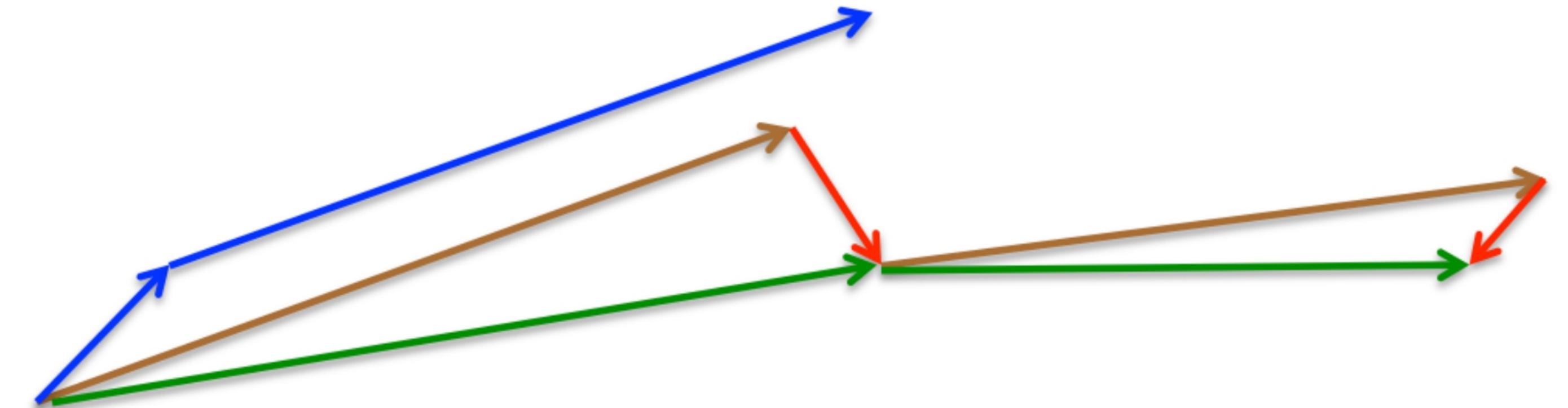
Математичний вираз виглядає так:

$$\Delta\omega \leftarrow \eta\Delta\omega - \alpha \frac{\partial \text{Loss}}{\partial \omega}(\omega - \Delta\omega)$$

$$\omega \leftarrow \omega + \Delta\omega$$

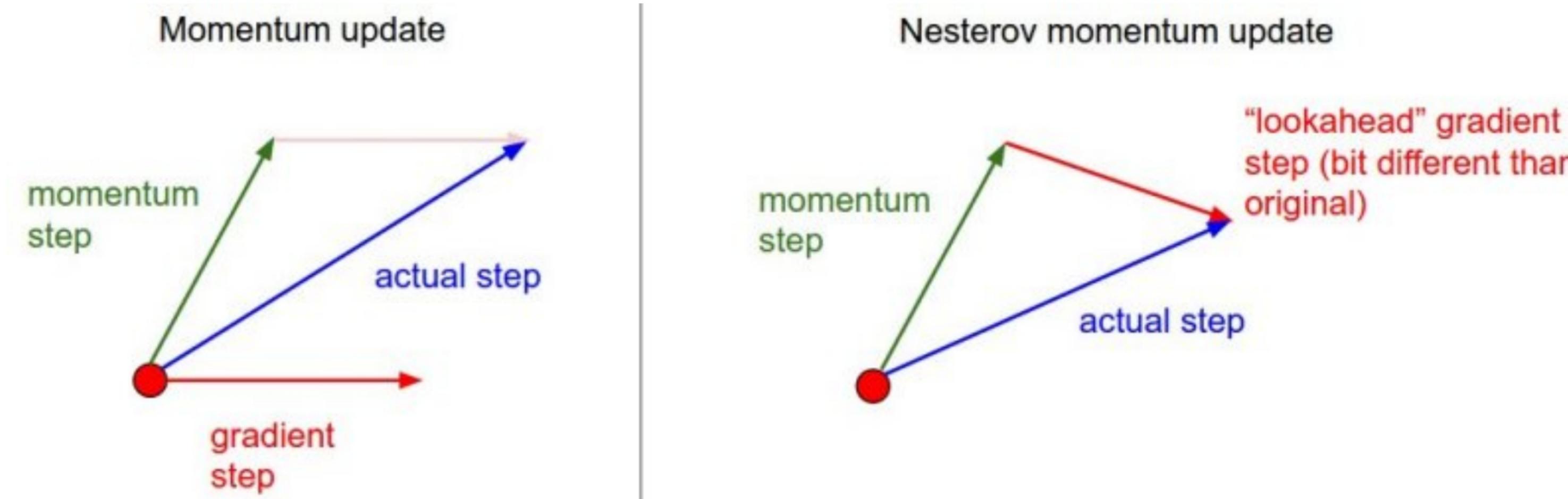
Це призводить до:

$$\omega \leftarrow \omega \leftarrow \eta\Delta\omega - \alpha \frac{\partial \text{Loss}}{\partial \omega}(\omega - \Delta\omega)$$



## SGD with Momentum

Замість того, щоб оцінювати градієнт у поточній позиції (червоне коло), ми знаємо, що наш Momentum перенесе нас до кінчика зеленої стрілки. Таким чином, за допомогою Nesterov Momentum ми оцінюємо градієнт у позиції «прогнозованого вперед (lookahead)».



## Root Mean Square Propagation

RMSProp — це метод, винайдений Джеффрі Хінтоном у 2012 році, у якому швидкість навчання адаптується для кожного з параметрів. Ідея полягає в тому, щоб розділити швидкість навчання для ваги на поточне середнє значення величин останніх градієнтів для цієї ваги.

Отже, спочатку «running average» обчислюється в термінах середнього квадрата,

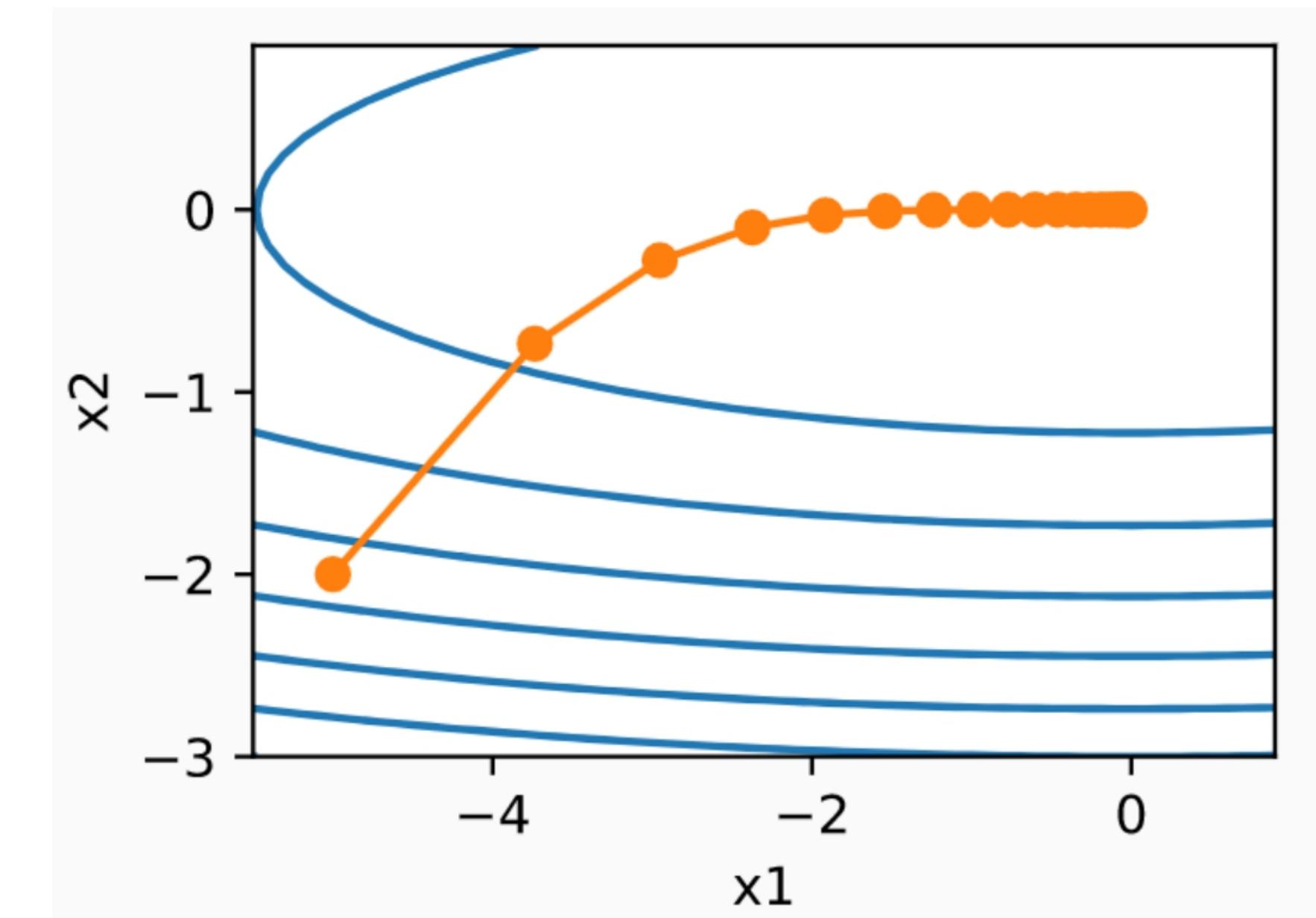
$$\nu(\omega, t) := \gamma\nu(\omega, t - 1) + (1 - \gamma)\left(\frac{\partial \text{Loss}}{\partial \omega}\right)^2$$

де  $\gamma$  (gamma) — коефіцієнт забування. Концепція збереження історичного градієнта як суми послідовностей запозичена з Adagrad, але «забуття» введено, щоб вирішити проблему зниження рівня навчання Adagrad у невипуклих задачах шляхом поступового зменшення впливу старих даних.

Параметри оновлюються так:

$$\omega \leftarrow \omega - \frac{\alpha}{\sqrt{\nu(\omega)}} \frac{\partial \text{Loss}}{\partial \omega}$$

RMSProp показав хорошу адаптацію швидкості навчання в різних програмах.



Траєкторія алгоритму RMSProp  
для  $\min f(x) = 0.1x_1^2 + 2x_2^2$

# Adam

## Adaptive Moment Estimation

Adam — це оновлення оптимізатора *RMSProp* 2014 року, яке поєднує його з основною функцією *Momentum Method*. У цьому алгоритмі оптимізації використовуються «running averages» з експоненціальним забуванням як градієнтів, так і других моментів градієнтів. Враховуючи параметри  $w^{(t)}$  і функцію втрат  $L^{(t)}$ , де  $t$  індексує поточну ітерацію навчання (починається з 0), оновлення параметра Адама визначається як:

$$m_w^{(t+1)} \leftarrow \beta_1 m_w^{(t)} + (1 - \beta_1) \frac{\partial L^{(t)}}{\partial w}$$

$$\nu_w^{(t+1)} \leftarrow \beta_2 \nu_w^{(t)} + (1 - \beta_2) \frac{\partial^2 L}{\partial w^2}$$

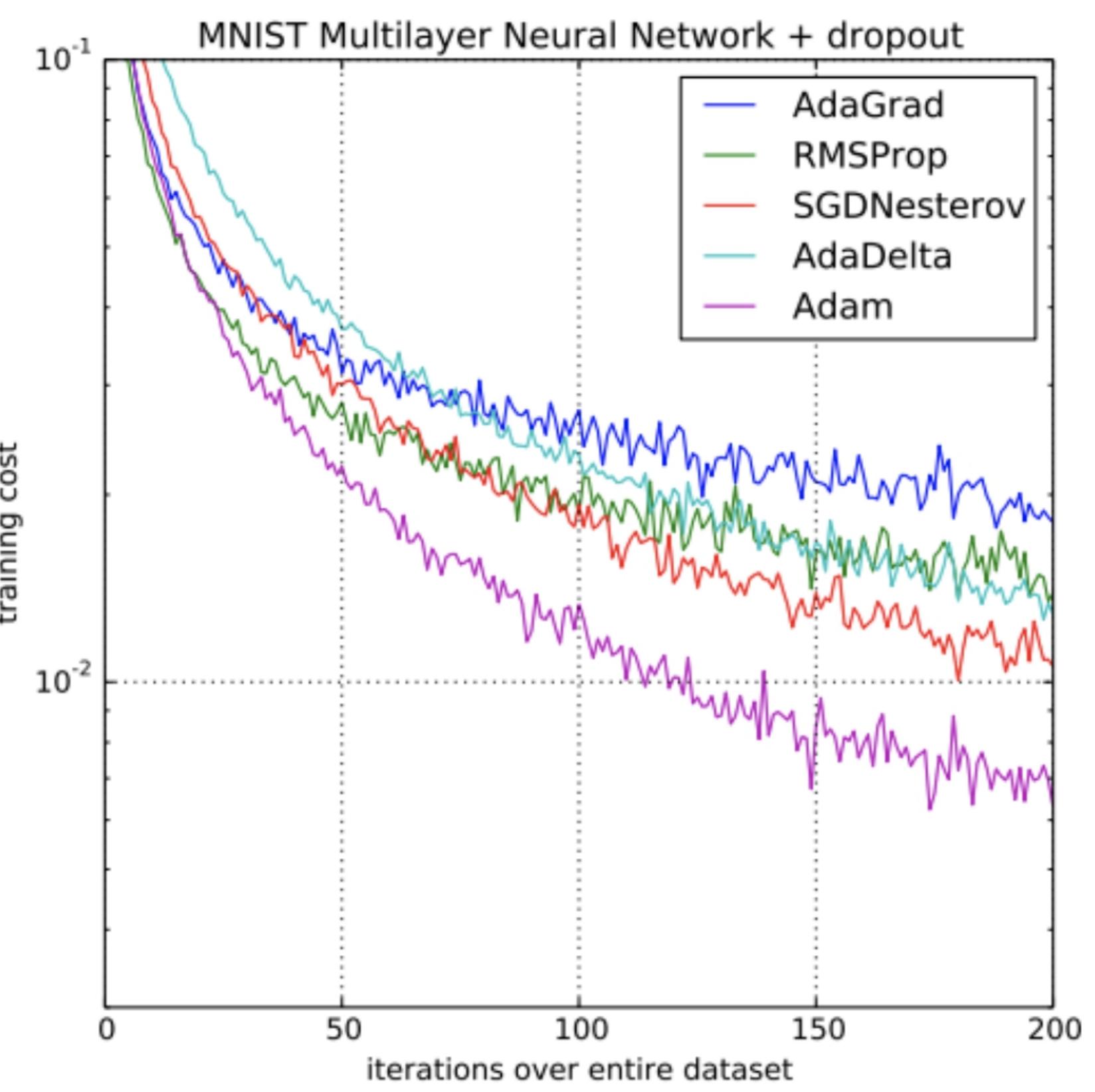
$$\hat{m}_w = \frac{m_w^{(t+1)}}{1 - \beta_1^t}$$

$$\hat{\nu}_w = \frac{\nu_w^{(t+1)}}{1 - \beta_2^t}$$

$$w^{(t+1)} \leftarrow w^{(t)} - \alpha \frac{\hat{m}_w}{\sqrt{\hat{\nu}_w} + \epsilon}$$

Де  $\epsilon$  — це малий скаляр (наприклад,  $10^{-8}$ ), який використовується для запобігання ділення на 0, а  $\beta_1$  (наприклад, 0.9) і  $\beta_2$  (наприклад, 0.999) — коефіцієнти забування для градієнтів і секундних моментів градієнтів відповідно. Зведення в квадрат і квадратний корінь виконується поелементно.

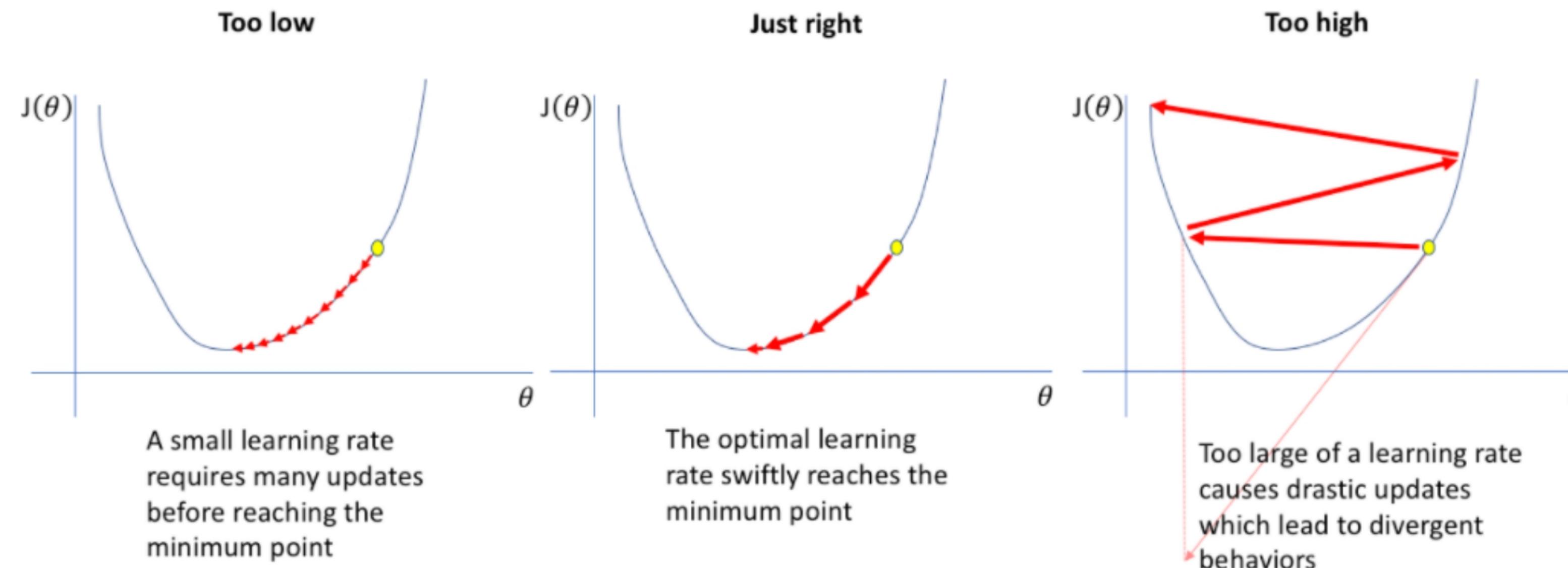
*Adam* є пізнішим оновленням, яке пом'якшує неоптимальний вибір алгоритму зменшення ваги в *Adam*.



## PyTorch:

- [Basics](#)
- [Tensors](#)
- [Datasets & DataLoaders](#)
- [Build the Neural Network](#)
- [Optimizing Model Parameters](#)
- [Save and Load the Model](#)

**Learning Rate Schedulers** регулюють швидкість навчання під час процесу тренування моделі. Ідея полягає в тому, щоб почати з відносно високої швидкості навчання, щоб швидко прогресувати, а потім зменшити її для «точного налаштування» ваги в міру тренування. Цей підхід часто призводить до швидшої конвергенції та кращої кінцевої продуктивності.



## Learning Rate Schedulers

Псевдокод для використання Learning Rate Schedulers виглядає так:

```
● ● ●

import torch.optim as optim

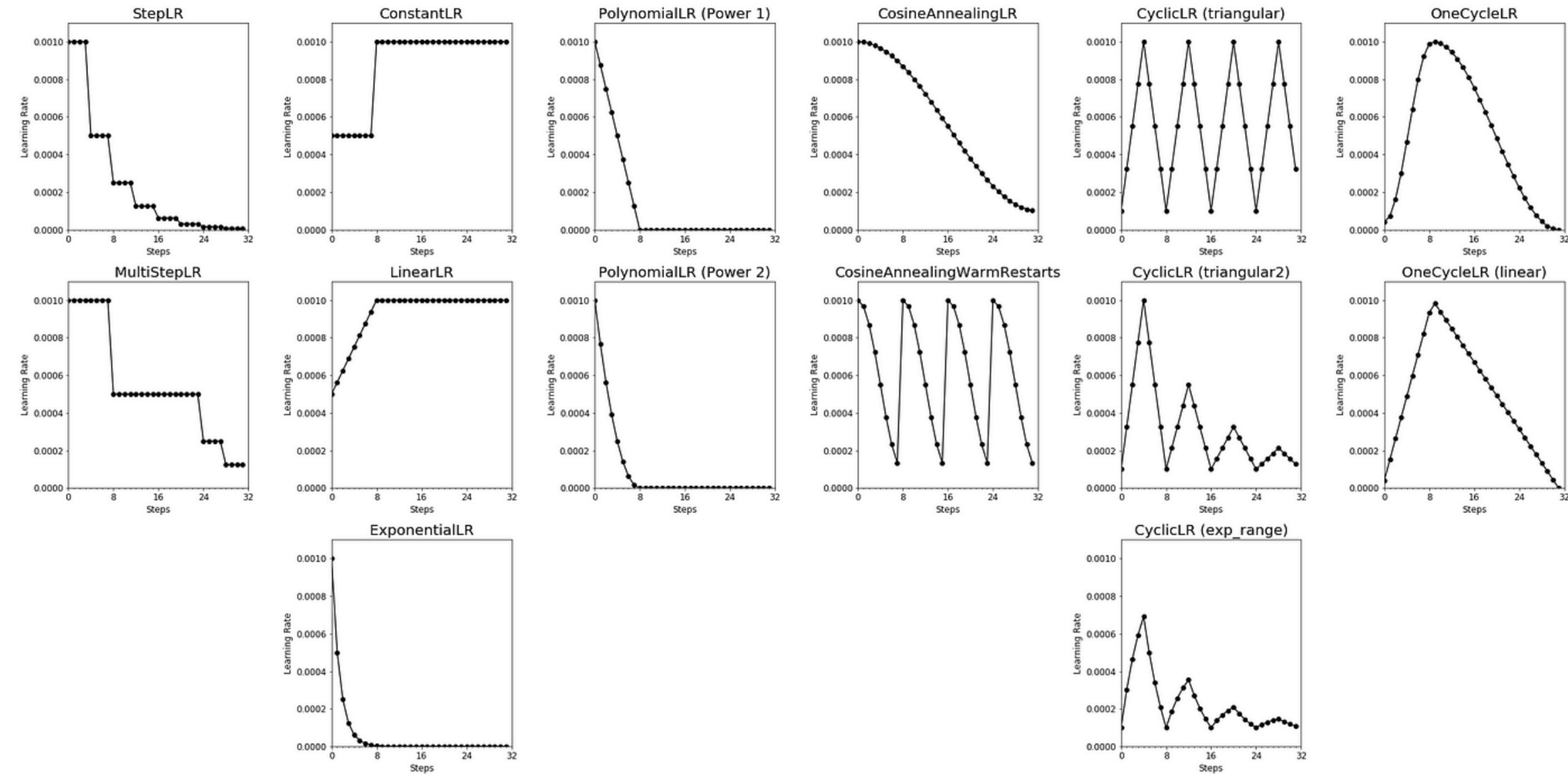
# ... inside training script ...
model = ...
model = model.to(device)
optimizer = optim.SGD(model.parameters(), lr=1e-3)
# define the learning rate scheduler
scheduler = MyCoolLearningRateScheduler(optimizer,
    ...)
n_epochs = 123
for epoch in range(n_epochs):
    # ... training loop ...

    # change learning rate
    scheduler.step()
```

## Learning Rate Schedulers:

- **Step Decay** - зменшує швидкість навчання на коефіцієнт кожні кілька епох.
- **Exponential Decay** - експоненціально знижує швидкість навчання, тобто  $lr = lr_0 \times e^{-k \times epoch}$ , де  $k$  - це константа.
- **Cosine Annealing** - регулює швидкість навчання відповідно до косинусної функції.
- **ReduceLROnPlateau** - відстежує метрику валідації (наприклад, функцію втрат) і знижує швидкість навчання, коли метрика перестає покращуватися.
- **Cyclic Learning Rates** - регулярні коливання темпів навчання між нижньою та верхньою межею. Цей підхід може допомогти моделі уникнути локальних мінімумів.
- **One-cycle Learning Rate** - починається з лінійного збільшення швидкості навчання від мінімального до максимального значення, а потім лінійно зменшується. Зазвичай це робиться протягом попередньо визначеної кількості епох або ітерацій.
- **Warm-up** - починається з дуже низького темпу навчання і поступово його збільшує. Це може бути корисним для забезпечення стабільного навчання на початкових етапах, особливо для дуже глибоких мереж або тих, хто використовує такі методи, як transfer learning.

# Learning Rate Schedulers





---

**Thanks for your attention**