Computación Bioinspirada

Dr. Edward Hinojosa Cárdenas
ehinojosa@unsa.edu.pe

Algoritmos Genéticos - Continuación

- La población inicial puede ser generada de varias maneras. Si la población inicial pequeña fuera generada de forma aleatoria, probablemente, algunas de la regiones del espacio de búsqueda no serán representadas.

- Este problema puede ser minimizado generando la población inicial de manera uniforme. Otra alternativa es generar la primera mitad de la población de forma aleatoria y la segunda mitad invirtiendo los bits.

- También se puede usar la técnica “seeding”.

Algoritmos Genéticos - Continuación

1011010	0100101
0111011	1000100
0001101	1110010
1100110	0011001

Algoritmos Genéticos - Continuación

- Criterios de Parada (dentro de otras):
  - Número de generaciones
  - Número de validaciones
  - Llegar a un valor en la función objetivo
  - Convergencia: Cuando no ocurre una mejora significativa en el cromosoma de mayor aptitud para una determinado número de generaciones.
  - Entre el 90% y 95% de los individuos o cromosomas tienen los mismos genes (son iguales).

Algoritmos Genéticos – Representación Real

- Para entender mejor esta sección, consideraremos el siguiente problema para maximizar una función (Función F6), con dos parámetros x y y.

$$f(x,y) = 0{,}5 - \frac{\left(\operatorname{sen}\sqrt{x^2+y^2}\right)^2 - 0{,}5}{\left(1{,}0 + 0{,}001\left(x^2+y^2\right)\right)^2}$$

Sujeto a:

$$-100 \le x \le 100$$
$$-100 \le y \le 100$$

Algoritmos Genéticos – Representación Real

Binario

$$s_1 = 0110100100100110100000100011100010000111 0010$$

Paso 1: Dividir

$$0110100100100110100000 \text{ e } 1000111000100001110010$$

Paso 2: Convertir

$$1722784 \text{ e } 2328690.$$

Paso 3: Mapear

$$x_1 = \frac{1722784}{2^{22}-1}[100-(-100)]+100 = -17{,}851$$

$$y_1 = \frac{2328690}{2^{22}-1}[100-(-100)]+100 = 11{,}041$$

Algoritmos Genéticos – Representación Real

- Recordemos, para cada punto decimal adicionado en la presentación, es necesario adicionar 3,3 bit en la cadena. En caso, 8 números decimales sean necesarios, 8*3.3≈27 bits utilizados para cada parámetro.

- Cuando existen muchos parámetros, se obtiene largas cadenas de bits que pueden hacer que el algoritmos converja lentamente.

- Además, no existe uniformidad en los operadores, por ejemplo, mutación en los primeros bits tiene un efecto diferente a los últimos.

Algoritmos Genéticos – Representación Real

- La representación real (con punto flotante) genera cromosomas menores y es comprendida mejor por las personas que las cadenas de bits.

- En el problema anterior, el cromosoma sería representado por un vector de dos números con punto flotante. Por ejemplo, [-17.596, 11.244].

- Otra ventaja de la representación real es la facilidad de crear nuevos operadores (lo veremos más adelante).

Representación Real: Cruzamiento

- Veremos una lista de operadores para la representación real.

- Considere la siguiente notación, los cromosomas son representados por:

$$\mathbf{p}_1 = (p_{11}, p_{12}, \ldots, p_{1l})$$
$$\mathbf{p}_2 = (p_{21}, p_{22}, \ldots, p_{2l})$$

$$p_{ij} \in \Re \text{ e } c_i \in \Re.$$

- Y los cromosomas hijos por:

$$\mathbf{c} = (c_1, c_2, \ldots, c_l).$$

Representación Real: Cruzamiento – Operadores convencionales

- Los operadores convencionales son resultado de las adaptaciones de los operadores utilizados para representación binaria.

- Los operadores convencionales (por ejemplo: cruzamiento de n puntos y uniforme) funcionan en la representación real, ellos básicamente cambian sus valores de los genes, pero sus resultados son repetivos, por ello mejor utilizar operadores aritméticos.

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

- Los operadores aritmético realizan algún tipo de combinación linear entre los cromosomas padres.

- Cruzamiento Medio: Dado dos cromosomas p_1 y p_2, es producido un cromosoma c de la siguiente forma:

$$\mathbf{c} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)/2$$

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

- Cruzamiento medio geométrico: Es una variación del donde cada gen c_i del hijo c es calculado por:

$$c_i = \sqrt{p_{1_i} p_{2_i}} \qquad para \;\; i = 1...l$$

- El cruzamiento medio tiende a llevar los genes para el medio del intervalo permitido, lo que puede causar perdida de diversidad. Ello puede ser mejorado con el cruzamiento BLX-α

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

- Cruzamiento BLX-α o cruzamiento mixtura (del inglés blend crossover): Dado dos cromosomas p_1 y p_2, es producido un cromosoma c de la siguiente manera:

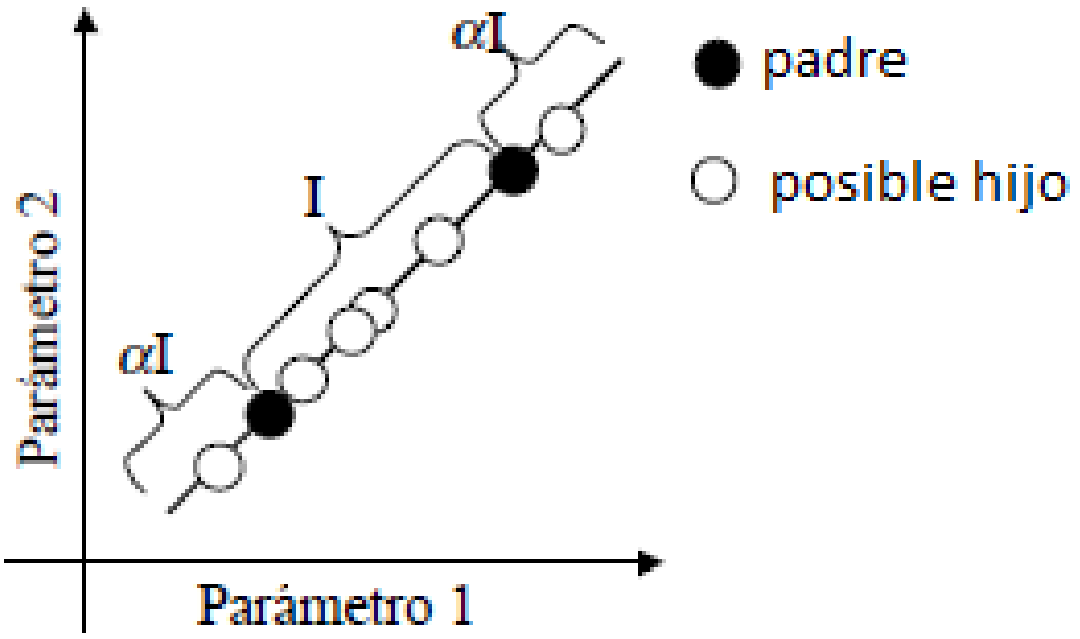
$$\mathbf{c} = \mathbf{p}_1 + \beta(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)$$

- Donde:

$$\beta \in U(-\alpha, 1+\alpha).$$

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

- El BLX-α es mostrado en la siguiente figura, en la cual es escogido un único valor de β para todos los pares de genes:



Crossover BLX- α

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

- Cuando $\alpha=0$ el hijo se sitúa sobre el intervalo I entre los dos puntos que representan sus padres. El parámetro α extiende el intervalo I.

- Por ejemplo, si $\alpha=0.5$, el intervalo I es extendido αI en ambos lados.

- El BLX-0.5 balancea la tendencia de generar hijos próximos al centro del intervalo I evitando la perdida de diversidad.

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

- El BLX-α ha sido usado en varios trabajos dando buenos resultados y puede ser el operador más utilizado para la representación real.

- Ejemplo:

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

$$p_1 = (30{,}173;\ 85{,}342)$$

$$p_2 = (75{,}989;\ 10{,}162)$$

$$\text{BLX-}0{,}5 \qquad \beta = 1{,}262 \qquad \beta \in U(-0{,}5;1{,}5))$$

$$c_1 = 30{,}173 + 1{,}262(75{,}989 - 30{,}173) = 87{,}993$$

$$c_2 = 85{,}342 + 1{,}262(10{,}162 - 85{,}342) = -9{,}535$$

Hijo Generado:

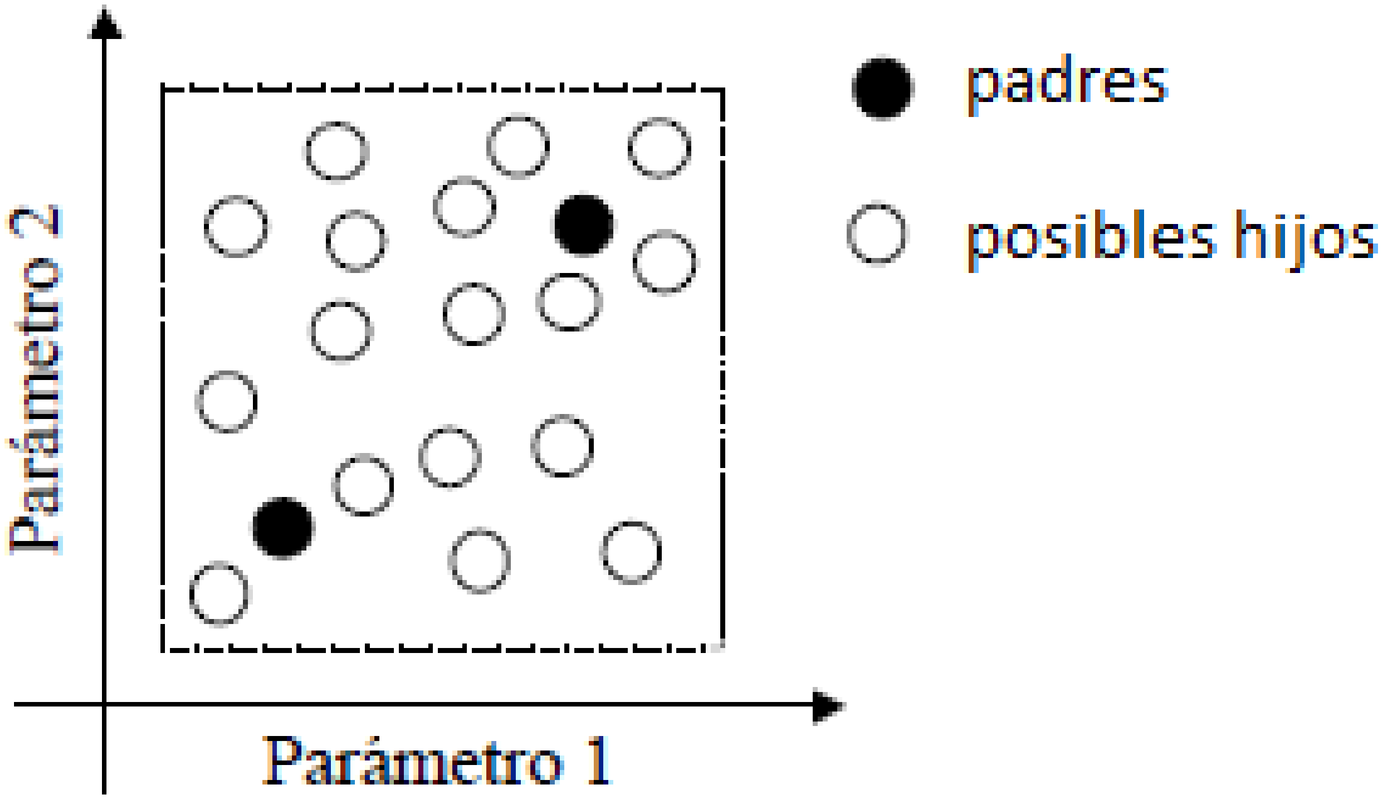
$$c = (87{,}993;\ -9{,}535)$$

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

- Si el hijo c no fuera factible, entonces se genera otro hijo con un nuevo β. El proceso es repetido hasta obtener un hijo factible.

- Se nota que este ejemplo, fue utilizado en β para todos los genes. Alternativamente, se puede usar un β diferente para cada par de genes. En ese caso, un posible hijo se sitúa en un lugar de un área limitada por un rectángulo.

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos



Crossover BLX- α con β variable

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

- Una alternativa para el cruzamiento BLX-α es:

- Cruzamiento Lineal: Dados los padres p_1 y p_2 se obtiene tres hijos c_1, c_2 y c_3 de la siguientes formas (el mejor es escogido):

$$c_1 = 0{,}5p_1 + 0{,}5p_2$$

$$c_2 = 1{,}5p_1 - 0{,}5p_2$$

$$c_3 = -0{,}5p_1 + 1{,}5p_2$$

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

- Cruzamiento Aritmético: Dado los cromosomas p_1 y p_2, es producido dos cromosomas c_1 y c_2 de la siguiente forma:

$$\mathbf{c}_1 = \beta \mathbf{p}_1 + (1-\beta)\mathbf{p}_2$$

$$\mathbf{c}_2 = (1-\beta)\mathbf{p}_1 + \beta \mathbf{p}_2$$

- Donde:

$$\beta \in U(0,1)$$

- Se diferencia porque no extrapola el intervalo p_1 y p_2.

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

- Cruzamiento Heurístico: Realiza una extrapolación lineal entre los padres usando la información de la aptitud.

- Dado dos cromosomas p_1 y p_2 en que p_1 es mejor que p_2 en términos de aptitud. Entonces el cromosoma c producido de la siguiente forma:

$$\mathbf{c} = \mathbf{p}_1 + r(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2),$$

- Donde:

$$f(\mathbf{p}_1) > f(\mathbf{p}_2)$$

$$r \in U(0,1)$$

Representación Real: Cruzamiento – Operadores aritméticos

- Caso el cruzamiento produce un hijo no factible, se generado otro número aleatorio r, y se obtiene un nuevo hijo. Si en t tentativas el hijo continua no factible, entonces el cruzamiento se detiene sin producir hijos.

Representación Real: Mutación

- Mutación Uniforme: Es la simple sustitución de un gen por un número aleatorio. Es decir, dado un cromosoma p con el j-ésimo gen seleccionado para mutación, es producido un cromosoma c de la siguiente forma:

$$c_i = \begin{cases} U(a_i, b_i), & i = j \\ p_i & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Representación Real: Mutación

- Mutación Creep: Adiciona al gen un pequeño número aleatorio obtenido de una distribución normal. Alternativamente, la mutación creep puede ser realizada mutlplicando el gen por un número aleatorio cercano a 1.

- Mutación límite: Es la sustitución del gen por uno de los límites del intervalo permitido para ese gen.

$$c_i = \begin{cases} a_i & r < 0{,}5 \text{ e } i = j \\ b_i & r \geq 0{,}5 \text{ e } i = j \\ p_i & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Problema del Viajero - Travelling Salesman Problem (TSP)

- El objetivo es mostrar como aplicar los AGs como aplicar en problema de naturaleza diferente de aquellos anteriormente descritos (optimización de funciones numéricas).

- Por ejemplo, problemas que dependen del orden con las acciones o tareas son ejecutadas. Tales problemas han sido exhaustivamente estudiados en la literatura de AGs y se han propuesto varios operadores genéticos específicos.

- Para mostrar su uso, estos operadores son aplicados al TSP.

Problema del Viajero - Travelling Salesman Problem (TSP)

- Este problema es NP-complejo, lo que significa que los algoritmos conocidos para encontrar su solución exacta son intratables por el computador (es decir, requieren una cantidad de tiempo computacional que aumentan exponencialmente con el tamaño del problema).

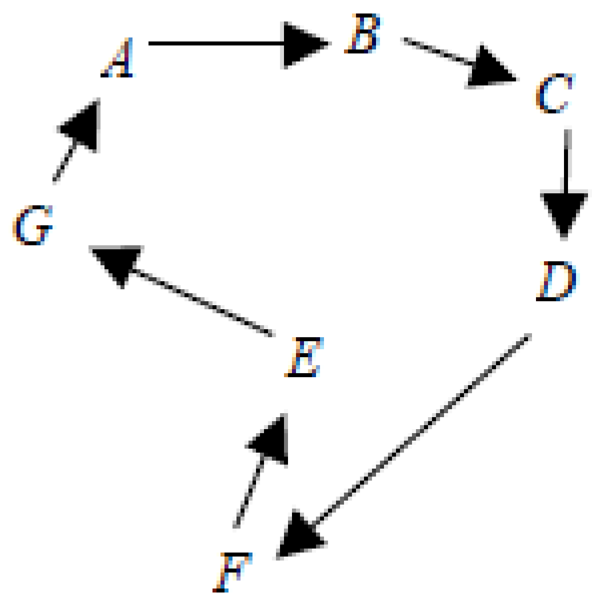
- Problemas NP-complejo han sido resueltos con algoritmos heurísticos (por ejemplo, AG) que no garantizan encontrar la solución optima, pero reducen el tiempo de procesamiento.

Problema del Viajero - Travelling Salesman Problem (TSP)

- En el TSP con N ciudades, el número total de caminos posible es (N-1)!.

- Imagínense si tenemos 30 ciudades. O 25 departamentos como el Perú.

Problema del Viajero - Travelling Salesman Problem (TSP)



$A \quad B \quad C \quad D \quad F \quad E \quad G$

TSP – Cruzamiento para Permutaciones

- Una permutación de n elementos es una secuencia de m elementos en que ningún elemento es repetido.

- Por ejemplo, (A,B,C) y (C,A,B) son ejemplos de dos permutaciones de los elementos A, B y C.

- Veremos algunos operadores de cruzamiento para permutaciones, dado que para la mutación es relativamente simple. Mutación simples (intercambiar dos elementos) o mutación por arrastramiento. Por ejemplo:

TSP – Mutación

A B | C D F | E G

A B | F C D | E G

TSP – Cruzamiento para Permutaciones

- **Cruzamiento OBX (Order - Based Crossover)**: Comienza seleccionando un conjunto de posiciones aleatoriamente (cada posición tiene una probabilidad igual a 0.5 de ser seleccionado).

- Después, se le impone a los elementos del padre 1, en las posiciones seleccionadas, el mismo orden que estos elementos presenta en el padre 2. El nuevo orden en la posiciones seleccionados del padre 1, es copiado al hijo 1.

TSP – Cruzamiento para Permutaciones

- Los elementos en la posiciones no seleccionadas del padre 1, son copiados sin alteraciones para el hijo 1. El cromosoma hijo 2 es obtenido a través de un proceso similar, por ejemplo:

Padre 1 :	A	B	C	D	F	E	G
Padre 2 :	C	E	G	A	D	F	B
		*		*	*		
Hijo 1 :	A	D	C	F	B	E	G
Hijo 2 :	C	A	G	D	E	F	B

TSP – Cruzamiento para Permutaciones

- **Cruzamiento PBX (Position- Based Crossover)**: También comienza seleccionado un conjunto de posiciones aleatorias. Sin embargo, en vez de imponer un orden, imponen la posición.

- En las posiciones seleccionadas, el hijo 1 tendrá los mismos elementos que el padre 2. Los demás elementos del hijo 1 vienen del padre 1, manteniendo el mismo orden presente en el padre 1. El hijo 2 es obtenido de forma similar. Por ejemplo:

TSP – Cruzamiento para Permutaciones

Padre 1 :	A	B	C	D	F	E	G
Padre 2 :	C	E	G	A	D	F	B
		*		*	*		
Hijo 1 :	B	E	C	A	D	F	G
Hijo 2 :	C	B	E	D	F	G	A

TSP – Cruzamiento para Permutaciones

- **Cruzamiento PMX (Partially Matched Crossover)**: Inicia con dos puntos de corte seleccionados aleatoriamente, que definen una sublista. A continuación, este operador realiza cambios en el sentido del padre 1 para el padre 2 y después en sentido inverso, es decir, de padre 2 para padre 1, para evitar cromosomas inválidos.

- Por ejemplo:

TSP – Cruzamiento para Permutaciones

Padre 1	:	A	B	|	C	D	F	|	E	G
Padre 2	:	C	E	|	G	A	D	|	F	B

Padre 1	:	A	B	|	G	D	F	|	E	C
Padre 2	:	G	E	|	C	A	D	|	F	B

Padre 1	:	D	B	|	G	A	F	|	E	C
Padre 2	:	G	E	|	C	D	A	|	F	B

Hijo 1	:	D	B	|	G	F	A	|	E	C
Hijo 2	:	G	E	|	C	D	F	|	A	B

TSP – Cruzamiento para Permutaciones

- **Cruzamiento CX (Cycle Crossover)**: Comienza copiando el primer elemento del padre 1 para el hijo 1 (alternativamente, se puede comenzar copiando un elemento cualquier de la lista).

Padre 1 :	A	B	C	D	F	E	G
Padre 2 :	C	E	G	B	D	F	A

Hijo 1 :	A	_	_	_	_	_	_

- Para evitar que se duplique el elemento C en el hijo 2 el elemento C del padre 1 es copiado para el hijo 1.

Hijo 1 :	A	_	C	_	_	_	_

TSP – Cruzamiento para Permutaciones

- Del mimos modo, G del padre 1 es copiado para el hijo 1.

Hijo 1 : A _ C _ _ _ G

- Siguiendo el mismo proceso, A del padre 1 debe ser copiado para el hijo 1. Sin embargo, como A ya fue copiado al hijo 1, el ciclo termina.
- En la etapa final, las posiciones que quedan en blanco son obtenidas por simples cambios de elementos entre el padre 1 y padre 2, teniendo como resultado:

Hijo 1 : A E C B D F G

Hijo 2 : C B G D F E A

GRACIAS

Dr. Edward Hinojosa Cárdenas
ehinojosa@unsa.edu.pe