

V503

Der Millikan-Öltröpfchenversuch

Katharina Kürschner

Leonard Trinschek

Durchführung: 13.12.2022

Abgabe: 20.12.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
3	Versuchsaufbau und Durchführung	5
3.1	Versuchsaufbau	5
3.2	Durchführung	6
4	Fehlerrechnung	6
5	Auswertung	6
5.1	Überprüfen der Messwerte im Rahmen der Messgenauigkeit	6
5.2	Bestimmung der Ladung und der Radien der Öltröpfchen	10
5.3	Bestimmung der Elementarladung	10
5.4	Bestimmung der Avogadrokonstante	10
6	Diskussion	10
	Literatur	11

1 Ziel

2 Theorie

Die Milikan-Methode zur Bestimmung der Elementarladung basiert auf der Zerstäubung von Öltröpfchen in das elektrische Feld eines Plattenkondensators. Durch die Reibung der Tröpfchen mit der Luft werden sie elektrisch geladen. Die Ladung q der Tröpfchen kann nur ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung sein. Das elektrische Feld des Plattenkondensators ist vertikal ausgerichtet, wodurch die auf die geladenen Teilchen wirkende elektrische Kraft \vec{F}_{el} parallel oder antiparallel zur Gravitationskraft \vec{F}_{g} wirkt. Zusätzlich wirkt die Stokesche Reibungskraft \vec{F}_{R} entgegen der Bewegungsrichtung, da sich die Teilchen mit einer Geschwindigkeit \vec{v} durch den luftgefüllten Raum bewegen.

Die Wirkung dieser Kräfte auf ein Teilchen kann durch folgende Gleichungen beschrieben werden:

$$\vec{F}_{\text{g}} = m\vec{g} \quad (1)$$

$$\vec{F}_{\text{el}} = q\vec{E} \quad (2)$$

$$\vec{F}_{\text{R}} = -6\pi r\eta_{\text{L}}\vec{v} \quad (3)$$

Hierbei steht m für die Masse des Teilchens, \vec{g} für die Fallbeschleunigung, η_{L} für die Viskosität der Luft und r für den Radius des Teilchens.

Nach einer kurzen Zeit stellt sich ein Kräftegleichgewicht ein, bei dem sich die Tröpfchen mit konstanter Geschwindigkeit bewegen. Bei abgeschaltetem elektrischen Feld bewegen sich die Öltröpfchen mit der Geschwindigkeit v_0 und erhalten durch den Auftrieb der Luft den Radius:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_{\text{L}}(v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}})}{4g(\rho_{\text{Oel}} - \rho_{\text{L}})}}. \quad (4)$$

Das Kräftegleichgewicht führt zu folgender Gleichung:

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} - \rho_{\text{L}})g = 6\pi\eta_{\text{L}}rv_0.$$

Abhängig von der Polung des elektrischen Feldes wirken die elektrostatische Kraft und die Reibungskraft in verschiedene Richtungen. Die Orientierung der Kräfte kann der Abbildung 1 entnommen werden.

Wenn die obere Platte des Kondensators positiv geladen ist und eine ausreichend große Spannung anliegt, bewegt sich das Öltröpfchen mit der Geschwindigkeit v_{auf} nach oben. Das Kräftegleichgewicht ergibt sich zu:

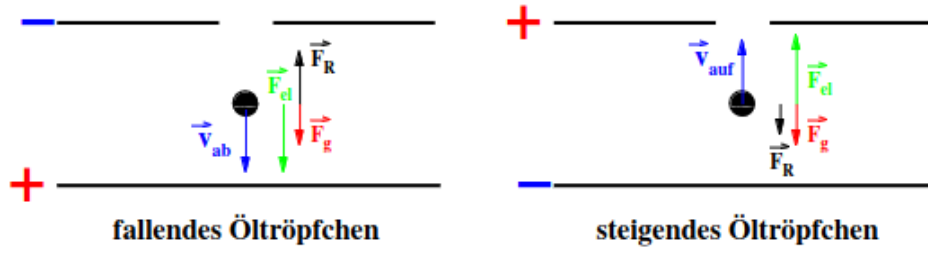


Abbildung 1: Orientierung der wirkenden Kräfte bei unterschiedlicher Polung des elektrischen Feldes. [1]

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} + \rho_{\text{L}})g + 6\pi\eta_{\text{L}}rv_{\text{auf}} = qE.$$

Bei entgegengesetzter Polung des elektrischen Feldes ergibt sich:

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} - \rho_{\text{L}})g - 6\pi\eta_{\text{L}}rv_{\text{ab}} = -qE,$$

wobei v_{ab} die nach unten gerichtete Geschwindigkeit ist.

Aus diesen beiden Gleichungen kann die Ladung q des Öltröpfchens bestimmt werden:

$$q = \frac{9}{2}\pi\sqrt{\frac{\eta_{\text{L}}^3(v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}})}{g(\rho_{\text{Oel}} - \rho_{\text{L}})}} \cdot \frac{v_{\text{ab}} + v_{\text{auf}}}{E}, \quad (5)$$

wobei E den Betrag des elektrischen Feldes darstellt. Die Geschwindigkeiten sind durch folgenden Zusammenhang gegeben:

$$2v_0 = v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}}. \quad (6)$$

Bei diesen Gleichungen 5 muss eine Korrektur durchgeführt werden, weil die Gleichungen nur für Tröpfchen gelten deren Abmessungen größer als die mittlere freie Weglänge in Luft ist. Die Korrektur ist dabei gegeben als

$$\eta_{\text{eff}} = \eta_{\text{L}} \left(\frac{1}{1 + B \frac{1}{pr}} \right), \quad (7)$$

sie wird als **Cunningham-Korrekturterm** bezeichnet. Dazu wird der Luftdruck p und die experimentell bestimmbare Konstante $B = 6,17 \cdot 10^{-3} \text{ Torr} \cdot \text{cm}$ [1] verwendet. Es gilt $1 \text{ Torr} \approx 133,322 \text{ Pa}$ [2]. Für die korrigierte Ladung gilt

$$q_{\text{real}} = q_0 \left(1 + \frac{B}{pr} \right)^{3/2}. \quad (8)$$

3 Versuchsaufbau und Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einer Kammer mit einem Plattenkondensator, der eine kleine Öffnung an der Oberseite aufweist. Diese Oberseite wird zum Einspritzen von zerstäubten Öltröpfchen verwendet. Die Platten des Kondensators haben einen Abstand von $d = (7,6250 \pm 0,0051) \text{ mm}$.

Um die Tröpfchen gut sichtbar zu machen, werden sie seitlich von einer Halogenlampe beleuchtet. Die Temperatur der Luft in der Kammer wird mit einem Thermowiderstand kontrolliert, dessen Wert an einem Multimeter abgelesen werden kann. Ebenso kann die Spannung zwischen den beiden Kondensatorplatten an einem Multimeter abgelesen werden.

Durch das Zerstäuben sind die meisten Öltröpfchen geladen, während einige nicht geladen sind. Die nicht geladenen Tröpfchen können durch ein schwach radioaktives α -Präparat ionisiert werden. Durch einen Schalter kann das Präparat abgeschirmt oder aktiviert werden.

Die Polung der Kondensatorplatten kann mit einem Schalter geändert werden. Mit einer Libelle kann überprüft und eingestellt werden, ob die Apparatur gerade steht. Die Tröpfchen können mit einem Mikroskop beobachtet werden.

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2 dargestellt.

Abbildung 2: Schematischer Aufbau der Versuchsaappartatur zum Millikan-Öltröpfchen-Versuch.[1]



3.2 Durchführung

Zu Beginn wird die Ausrichtung der Apparatur überprüft, um sicherzustellen, dass sie waagrecht steht. Dies wird mithilfe einer Nadel durchgeführt. Anschließend werden die Kondensatorplatten geerdet und Öltröpfchen in die Kammer eingesprüht. Während des Einsprühens wird mithilfe eines Mikroskops überwacht, wie viele Tröpfchen in die Kammer gelangen.

Nun werden bei zwei verschiedenen Spannungen 22 verschiedene Tröpfchen beobachtet. Dabei werden die Zeiten für den Aufstieg und den Abstieg eines Tröpfchens über eine festgelegte Strecke jeweils drei Mal gemessen. Vor jeder Messung wird der Wert der Temperatur für jedes Tröpfchen erfasst.

Die verwendeten Spannungen betragen 200 V und 230 V. Durch das Umpolen mithilfe des Schalters werden die Tröpfchen entweder in Aufwärts- oder Abwärtsbewegung gebracht.

4 Fehlerrechnung

Für die Fehlerrechnung werden folgende Formeln aus der Vorlesung verwendet. Für den Mittelwert gilt

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \text{mit der Anzahl } N \text{ und den Messwerten } x \quad (9)$$

Der Fehler für den Mittelwert lässt sich gemäß

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (10)$$

berechnen. Wenn im weiteren Verlauf der Berechnung mit der fehlerhaften Größe gerechnet wird, kann der Fehler der folgenden Größe mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet werden. Die Formel hierfür ist

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}. \quad (11)$$

Für die Berechnung der Fehler wird das Python Paket `uncertainties` verwendet.

5 Auswertung

5.1 Überprüfen der Messwerte im Rahmen der Messgenauigkeit

In 1 sind die Messwerte für diesen Versuch aufgeführt. Dabei handelt es sich um die Spannung U , die Steigzeit t_{auf} , die Fallzeit t_{ab} und die Temperatur T . Da für jeden Öltropfen drei Steig- als auch Fallzeiten gemessen wurden, wurde der Mittelwert aus diesen berechnet. Andernfalls entspricht der Mittelwert dem jeweiligen Einzelmesswert.

Tröpf- chen	Spannung	t_0	Steigzeit 1	Steigzeit 2	Steigzeit 3	Fallzeit 1	Fallzeit 2	Fallzeit 3	Steigzeit Mittel	Fallzeit Mittel	Temperatur
	U [V]		$t_{1,\text{auf}}$ [s]	$t_{2,\text{auf}}$ [s]	$t_{3,\text{auf}}$ [s]	$t_{1,\text{ab}}$ [s]	$t_{2,\text{ab}}$ [s]	$t_{3,\text{ab}}$ [s]	$\overline{t_{\text{auf}}}$ [s]	$\overline{t_{\text{ab}}}$ [s]	T [°C]
1	201	21,11	4,76	4,23	4,47	3,13	3,15	3,22	4,49	3,17	22
2	201	24,52	6,84	6,91	5,6	4,54	4,38	4,13	6,45	4,35	22
3	201	37,21	4,7	3,13	3,33	2,66	2,61	2,59	3,72	2,62	22
4	201	32,45	3,24	2,62	2,72	2,59	2,2	2,5	2,86	2,43	22
5	201	18,24	4,72	5,56	5,77	3,2	3,67	3,52	5,35	3,46	22
6	201	26,39	3,07	3,27	3,16	2,52	2,72	2,7	3,17	2,65	22
7	201	29,28	2,41	2,44	2,54	2,39	2,4	2,38	2,46	2,39	22
8	201	45,39	2,7	2,94	2,86	2,62	2,58	2,43	2,83	2,54	22
9	230	22,45	3,6	3,72	4,09	3,87	3,78	3,7	3,80	3,78	21
10	230	31,59	3,66	2,91	3,01	2,52	2,71	2,58	3,19	2,60	21
11	230	19,01	2,93	2,86	2,91	2,05	2,41	2,26	2,90	2,24	21
12	230	53,22	3,68	3,61	3,72	2,83	3,29	3,24	3,67	3,12	21
13	230	29,45	6,23	7,02	7,49	5,58	6,32	5,47	6,91	5,79	21
14	230	54,16	2,57	2,77	2,93	2,6	2,88	2,61	2,76	2,70	21
15	230	24,43	5,03	5,02	5,31	3,7	3,58	3,58	5,12	3,62	21
16	230	19,17	2,97	3,15	3,17	3,06	2,69	2,82	3,10	2,86	21
17	230	29,66	3,82	3,66	3,82	2,89	2,58	2,97	3,77	2,81	21
18	230	29,08	2,5	2,48	2,43	1,97	2,24	2,4	2,47	2,20	21
19	230	29,05	2,86	3,51	2,96	2,37	2,62	2,96	3,11	2,65	21
20	230	32,07	2,21	2,33	2,4	1,95	2,04	2,14	2,31	2,04	21
21	230	50,09	2,53	2,68	2,75	2,11	2,1	2,25	2,65	2,15	21
22	230	42,67	2,17	2,12	2,05	1,99	2,38	2,28	2,11	2,22	21

Tabelle 1: Die aufgenommenen Messwerte.

In 2 sind die Ergebnisse der Messungen aufgeführt. Aus den Zeiten t_{auf} und t_{ab} wurde die entsprechende Geschwindigkeit v_{auf} und v_{ab} über die verwendete Messstrecke $s = 0,5 \text{ mm}$ mit $v = \frac{s}{t}$ berechnet. Die Luftviskosität η_L wurde gemäß Abbildung 3 in [1] verwendet. Zudem wurde noch die Differenz der Geschwindigkeiten $v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}}$ bestimmt.

Tröpfchen	Steig- geschwindigkeit v_{auf} [mm/s]	Fall- geschwindigkeit v_{ab} [mm/s]	Differenz- geschwindigkeit $v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}}$ [mm/s]	v_0	Luftviskosität η_L [$\mu\text{N s/m}^2$]
1	0,11	0,16	0,05	0,02	18,34
2	0,08	0,11	0,04	0,02	18,34
3	0,13	0,19	0,06	0,01	18,34
4	0,17	0,21	0,03	0,02	18,34
5	0,09	0,14	0,05	0,03	18,34
6	0,16	0,19	0,03	0,02	18,34
7	0,20	0,21	0,01	0,02	18,34
8	0,18	0,20	0,02	0,01	18,34
9	0,13	0,13	0,00	0,02	18,28
10	0,16	0,19	0,04	0,02	18,28
11	0,17	0,22	0,05	0,03	18,28
12	0,14	0,16	0,02	0,01	18,28
13	0,07	0,09	0,01	0,02	18,28
14	0,18	0,19	0,00	0,01	18,28
15	0,10	0,14	0,04	0,02	18,28
16	0,16	0,17	0,01	0,03	18,28
17	0,13	0,18	0,05	0,02	18,28
18	0,20	0,23	0,02	0,02	18,28
19	0,16	0,19	0,03	0,02	18,28
20	0,22	0,25	0,03	0,02	18,28
21	0,19	0,23	0,04	0,01	18,28
22	0,24	0,23	-0,01	0,01	18,28

Tabelle 2: Aus den Messwerten berechnete Steig- und Fallgeschwindigkeiten, deren Differenz, sowie v_0 und unkorrigierte Viskosität der Luft.

Um sich auf einen Bereich einzuschränken, werden alle Werte, die die Relation

$$0.5 \leq \frac{2v_0}{\bar{v}_{\text{auf}} - \bar{v}_{\text{ab}}} \leq 1.5$$

erfüllen, als auswertbar angenommen. Die Ergebnisse zur Gültigkeit der Öltröpfchen ist in Tabelle 3 zu finden.

Tröpfchen	Differenzgeschwindigkeit	v_0	$\frac{2v_0}{\bar{v}_{ab}-\bar{v}_{auf}}$	Prüfe Gültigkeitsbereich
1	0,05	0,02	1,02	im Gültigkeitsbereich
2	0,04	0,02	1,09	im Gültigkeitsbereich
3	0,06	0,01	0,48	nicht im Gültigkeitsbereich
4	0,03	0,02	1,00	im Gültigkeitsbereich
5	0,05	0,03	1,07	im Gültigkeitsbereich
6	0,03	0,02	1,22	im Gültigkeitsbereich
7	0,01	0,02	5,74	nicht im Gültigkeitsbereich
8	0,02	0,01	1,09	im Gültigkeitsbereich
9	0,00	0,02	63,98	nicht im Gültigkeitsbereich
10	0,04	0,02	0,89	im Gültigkeitsbereich
11	0,05	0,03	1,04	im Gültigkeitsbereich
12	0,02	0,01	0,78	im Gültigkeitsbereich
13	0,01	0,02	2,43	nicht im Gültigkeitsbereich
14	0,00	0,01	4,59	nicht im Gültigkeitsbereich
15	0,04	0,02	1,01	im Gültigkeitsbereich
16	0,01	0,03	3,85	nicht im Gültigkeitsbereich
17	0,05	0,02	0,74	im Gültigkeitsbereich
18	0,02	0,02	1,38	im Gültigkeitsbereich
19	0,03	0,02	1,23	im Gültigkeitsbereich
20	0,03	0,02	1,09	im Gültigkeitsbereich
21	0,04	0,01	0,45	im Gültigkeitsbereich
22	-0,01	0,01	-2,00	nicht im Gültigkeitsbereich

Tabelle 3: Überprüfung, welche Öltröpfchen im Gültigkeitsbereich liegen.

5.2 Bestimmung der Ladung und der Radien der Öltröpfchen

Aus Gleichung 5 und Gleichung 4 lassen sich nun die Ladungen und der Radius der Tröpfchen bestimmen. Die Dichte der Luft beträgt $\rho_L = 1,204 \text{ kg/m}^3$ und die für Öl beträgt $\rho_1 = 886 \text{ kg/m}^3$. Die Viskosität wird in Gleichung 4 und Gleichung 5 durch die Korrektur nach Cunningham in Gleichung 7 bestimmt. Die elektrische Feldstärke des Plattenkondensators lässt sich aus dem Zusammenhang $E = \frac{U}{d}$ mit $d = (7,6250 \pm 0,0051) \text{ mm}$ bestimmen. Die korrigierte Ladung ergibt sich aus Gleichung 8. Die ermittelten Werte sind in ?? abgebildet.

5.3 Bestimmung der Elementarladung

5.4 Bestimmung der Avogadrokonstante

6 Diskussion

Literatur

- [1] Physikalisches Anfängerpraktikum der TU Dortmund: Versuch V503 - Der Millikan-Öltröpfchenversuch. Stand: Mai 2023.
- [2] Entnommen aus: <https://www.chemie.de/lexikon/Torr.html> . Stand: Mai 2023.