

Sección 9-1 Ecuaciones simultáneas en el análisis de circuitos

2.- Evalúe cada determinante

(a) $\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$

Paso 1. Se multiplica el primer número de la columna izquierda por el segundo número de la columna derecha.

$$\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 4 \times 3 = 12$$

Paso 2. Se multiplica el segundo número de la columna izquierda por el primer número de la columna derecha.

$$\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 2 \times 6 = 12$$

Paso 3. Se resta el producto obtenido en el paso 2 del producto obtenido en el paso 1.

$$12 - 12 = 0$$

Esta diferencia es el valor del determinante característico en este caso 0.

(b) $\begin{vmatrix} 9 & -1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$

Paso 1. Se multiplica el primer número de la columna izquierda por el segundo número de la columna derecha.

$$\begin{vmatrix} 9 & -1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 9 \times 5 = 45$$

Paso 2. Se multiplica el segundo número de la columna izquierda por el primer número de la columna derecha.

$$\begin{vmatrix} 9 & -1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 0 \times -1 = 0$$

Paso 3. Se resta el producto obtenido en el paso 2 del producto obtenido en el paso 1.

$$45 - 0 = 45$$

El determinante característico es 45.

(c) $\begin{vmatrix} 12 & 15 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$

Paso 1. Se multiplica el primer número de la columna izquierda por el segundo número de la columna derecha.

$$\begin{vmatrix} 12 & 15 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 12 \times -1 = -12$$

Paso 2. Se multiplica el segundo número de la columna izquierda por el primer número de la columna derecha.

$$\begin{vmatrix} 12 & 15 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -2 \times 15 = -30$$

Paso 3. Se resta el producto obtenido en el paso 2 del producto obtenido en el paso 1.

$$-12 - (-30) = 18$$

El determinante característico es 18.

$$(d) \begin{vmatrix} 100 & 50 \\ 30 & -20 \end{vmatrix}$$

Paso 1. Se multiplica el primer número de la columna izquierda por el segundo número de la columna derecha.

$$\begin{vmatrix} 100 & 50 \\ 30 & -20 \end{vmatrix} = 100 \times -20 = -2000$$

Paso 2. Se multiplica el segundo número de la columna izquierda por el primer número de la columna derecha.

$$\begin{vmatrix} 100 & 50 \\ 30 & -20 \end{vmatrix} = 30 \times 50 = 1500$$

Paso 3. Se resta el producto obtenido en el paso 2 del producto obtenido en el paso 1.

$$-2000 - 1500 = -3500$$

El determinante característico es -3500.

4. Evalúe cada uno de los determinantes

$$(a) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 5 & 4 & 1 \\ 2 & 10 & 0 \end{vmatrix}$$

Paso 1. Se escriben de nuevo las dos primeras columnas inmediatamente a la derecha del determinante.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 5 & 4 & 1 \\ 2 & 10 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 4 \\ 2 & 10 \end{vmatrix}$$

Paso 2. Se identifican los tres grupos diagonales dirigidos hacia abajo, de tres coeficientes cada uno.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 5 & 4 & 1 \\ 2 & 10 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 4 \\ 2 & 10 \end{vmatrix}$$

Paso 3. Se multiplican los números presentes en cada diagonal y se suman los productos.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 5 & 4 & 1 \\ 2 & 10 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 4 \\ 2 & 10 \end{vmatrix}$$

$$(1)(4)(0) + (0)(1)(2) + (-2)(5)(10) = 0 + 0 + (-100) = -100$$

Paso 4. Se repiten los pasos 2 y 3 para los tres grupos diagonales dirigidos hacia arriba, de tres coeficientes cada uno.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 5 & 4 & 1 \\ 2 & 10 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 4 \\ 2 & 10 \end{vmatrix}$$

$$(2)(4)(-2) + (10)(1)(1) + (0)(5)(0) = (-16) + 10 + 0 = -6$$

Paso 5. Se resta el resultado del paso 4 al resultado del paso 3 para obtener el valor del determinante característico.

$$-100 - (-6) = -94$$

Esta diferencia es el valor del determinante característico en este caso -94.

(b)
$$\begin{vmatrix} 0.5 & 1 & -0.8 \\ 0.1 & 1.2 & 1.5 \\ -0.1 & -0.3 & 5 \end{vmatrix}$$

Paso 1. Se escriben de nuevo las dos primeras columnas inmediatamente a la derecha del determinante.

$$\begin{vmatrix} 0.5 & 1 & -0.8 \\ 0.1 & 1.2 & 1.5 \\ -0.1 & -0.3 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0.5 & 1 \\ 0.1 & 1.2 \\ -0.1 & -0.3 \end{vmatrix}$$

Paso 2. Se identifican los tres grupos diagonales dirigidos hacia abajo, de tres coeficientes cada uno.

$$\begin{vmatrix} 0.5 & 1 & -0.8 \\ 0.1 & 1.2 & 1.5 \\ -0.1 & -0.3 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0.5 & 1 \\ 0.1 & 1.2 \\ -0.1 & -0.3 \end{vmatrix}$$

Paso 3. Se multiplican los números presentes en cada diagonal y se suman los productos.

$$\begin{vmatrix} 0.5 & 1 & -0.8 \\ 0.1 & 1.2 & 1.5 \\ -0.1 & -0.3 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0.5 & 1 \\ 0.1 & 1.2 \\ -0.1 & -0.3 \end{vmatrix}$$

$$(0.5)(1.2)(5) + (1)(1.5)(-0.1) + (-0.8)(0.1)(-0.3) = 3 + (-0.15) + 0.024 = 2.874$$

Paso 4. Se repiten los pasos 2 y 3 para los tres grupos diagonales dirigidos hacia arriba, de tres coeficientes cada uno.

$$\begin{vmatrix} 0.5 & 1 & -0.8 \\ 0.1 & 1.2 & 1.5 \\ -0.1 & -0.3 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0.5 & 1 \\ 0.1 & 1.2 \\ -0.1 & -0.3 \end{vmatrix}$$

$$(-0.1)(1.2)(-0.8) + (-0.3)(1.5)(0.5) + (5)(0.1)(1) = 0.096 + (-0.225) + 0.5 = 0.371$$

Paso 5. Se resta el resultado del paso 4 al resultado del paso 3 para obtener el valor del determinante característico.

$$3.174 - 0.371 = 2.503$$

Esta diferencia es el valor del determinante característico en este caso 2.503.

6. Determine I_3 en el ejemplo 9-4.

$$2I_1 + 0.5I_2 + I_3 = 0$$

$$0.75I_1 + 0I_2 + 2I_3 = 1.5$$

$$3I_1 + 0.2I_2 + 0I_3 = -1$$

Solución:

Evalúe el determinante característico como sigue:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0.5 & 1 \\ 0.75 & 0 & 2 \\ 3 & 0.2 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 0.5 \\ 0.75 & 0 \\ 3 & 0.2 \end{vmatrix}$$

$$= [(2)(0)(0) + (0.5)(2)(3) + (1)(0.75)(0.2)] - [(3)(0)(1) + (0.2)(2)(2) + (0)(0.75)(0.5)]$$

$$= (0 + 3 + 0.15) - (0 + 0.8 + 0) = 3.15 - 0.8 = 2.35 = d_1$$

Evalúe el determinante para I_3 como sigue:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0.5 & 0 \\ 0.75 & 0 & 1.5 \\ 3 & 0.2 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 0.5 \\ 0.75 & 0 \\ 3 & 0.2 \end{vmatrix}$$

$$= [(2)(0)(-1) + (0.5)(1.5)(3) + (0)(0.75)(0.2)] - [(3)(0)(0) + (0.2)(1.5)(2) + (-1)(0.75)(0.5)]$$

$$= (0 + 2.25 + 0) - (0 + 0.6 - 0.375) = 2.25 - 0.225 = 2.025 = d_2$$

Por último, divida los determinantes.

$$I_3 = \frac{d_2}{d_1} = \frac{2.025}{2.35} = 0.862 \text{ A} = 862 \text{ mA}$$

8. Determine V_1, V_2, V_3 y V_4 resolviendo el siguiente conjunto de ecuaciones con una calculadora.

$$16V_1 + 10V_2 - 8V_3 - 3V_4 = 15$$

$$2V_1 + 0V_2 + 5V_3 + 2V_4 = 0$$

$$-7V_1 - 12V_2 + 0V_3 + 0V_4 = 9$$

$$-1V_1 + 20V_2 - 18V_3 + 0V_4 = 10$$

Para resolver este conjunto de ecuaciones se utilizó la calculadora matrixcalc.org dando como resultados:

$$V_1 = 1.61 \text{ V}$$

$$V_2 = -1.69 \text{ V}$$

$$V_3 = -2.52 \text{ V}$$

$$V_4 = 4.7 \text{ V}$$

En la calculadora se ingresó una matriz de 4x5 donde x_1, x_2, x_3 y x_4 son los valores de V_1, V_2, V_3 y V_4 respectivamente.

Resolver sistemas de ecuaciones: <https://matrixcalc.org/es/slu.html#solve-using-Gauss-Jordan-elimination>

Cálculo de valores propios y vectores propios
Teoría necesaria

Anuncios Google

Enviar comentarios

¿Por qué este anuncio?

El sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 16x_1 + 10x_2 + 0x_3 + 0x_4 = 15 \\ 2x_1 + 0x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 0 \\ -7x_1 + -12x_2 + 0x_3 + 0x_4 = 9 \\ -1x_1 + 20x_2 + -18x_3 + 0x_4 = 10 \end{cases}$$

Celdas Limpiar + -

Análisis de consistencia

Solución por la Regla de Cramer

Solución por el Método de la Matriz Inversa

Método de Montante

Solución por el Método de Gauss

Solución por el Método de Gauss-Jordan

☐ Mostrar números decimales

La solución por el método de Gauss-Jordan

Transformar la matriz aumentada del sistema en una matriz en forma escalonada:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 16 & 10 & -8 & -3 & 15 \\ 2 & 0 & 5 & 2 & 0 \\ -7 & -12 & 0 & 0 & 9 \\ -1 & 20 & -18 & 0 & 10 \end{array} \right) \times \left(\frac{1}{16} \right) \rightarrow F_1$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 2 & 0 & 5 & 2 & 0 \\ -7 & -12 & 0 & 0 & 9 \\ -1 & 20 & -18 & 0 & 10 \end{array} \right) \times (-2) \rightarrow F_2$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & -\frac{5}{4} & 6 & \frac{19}{8} & -\frac{15}{8} \\ -7 & -12 & 0 & 0 & 9 \\ -1 & 20 & -18 & 0 & 10 \end{array} \right) \times (7) \rightarrow F_3$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & -\frac{5}{4} & 6 & \frac{19}{8} & -\frac{15}{8} \\ 0 & -\frac{61}{8} & -7 & -\frac{21}{8} & \frac{249}{8} \\ -1 & 20 & -18 & 0 & 10 \end{array} \right) \times (1) \rightarrow F_4$$

Dejar de ver anuncios

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & -\frac{5}{4} & 6 & \frac{19}{8} & -\frac{15}{8} \\ 0 & -\frac{61}{8} & -7 & -\frac{21}{8} & \frac{249}{8} \\ 0 & \frac{165}{8} & -\frac{37}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{175}{16} \end{array} \right) \times \left(\frac{-4}{5} \right) \rightarrow F_2$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & 1 & -\frac{24}{5} & -\frac{19}{10} & \frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{61}{8} & -7 & -\frac{21}{8} & \frac{249}{8} \\ 0 & \frac{165}{8} & -\frac{37}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{175}{16} \end{array} \right) \times \left(\frac{61}{8} \right) \rightarrow F_3$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & 1 & -\frac{24}{5} & -\frac{19}{10} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{401}{10} & -\frac{79}{5} & \frac{27}{5} \\ 0 & \frac{165}{8} & -\frac{37}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{175}{16} \end{array} \right) \times \left(\frac{-165}{8} \right) \rightarrow F_4$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & 1 & -\frac{24}{5} & -\frac{19}{10} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{401}{10} & -\frac{79}{5} & \frac{27}{5} \\ 0 & 0 & \frac{161}{2} & \frac{39}{2} & -\frac{20}{1} \end{array} \right) \times \left(\frac{-10}{401} \right) \rightarrow F_3$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & 1 & -\frac{24}{5} & -\frac{19}{10} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{401}{10} & -\frac{79}{5} & \frac{27}{5} \\ 0 & 0 & \frac{161}{2} & \frac{39}{2} & -\frac{20}{1} \end{array} \right) \times \left(\frac{-161}{2} \right) \rightarrow F_4$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & 1 & -\frac{24}{5} & -\frac{19}{10} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{401}{10} & -\frac{79}{5} & \frac{27}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2920}{401} & \frac{13715}{401} \end{array} \right) \times \left(\frac{401}{2920} \right) \rightarrow F_4$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & 1 & -\frac{24}{5} & -\frac{19}{10} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{401}{10} & -\frac{79}{5} & \frac{27}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{2743}{584} \end{array} \right) \times \left(\frac{-158}{401} \right) \rightarrow F_3$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & 1 & -\frac{24}{5} & -\frac{19}{10} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{292}{584} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{2743}{584} \end{array} \right) \times \left(\frac{19}{10} \right) \rightarrow F_2$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & 1 & -\frac{24}{5} & -\frac{19}{10} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{292}{584} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{2743}{584} \end{array} \right) \times \left(\frac{3}{16} \right) \rightarrow F_1$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{16} & \frac{15}{16} \\ 0 & 1 & -\frac{24}{5} & -\frac{19}{10} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{292}{584} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{2743}{584} \end{array} \right) \times \left(\frac{-24}{5} \right) \rightarrow F_2$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & 0 & 0 & \frac{16989}{584} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{9344}{584} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{292}{584} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{2743}{584} \end{array} \right) \times \left(\frac{1}{2} \right) \rightarrow F_1$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{5}{8} & 0 & 0 & \frac{16989}{584} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{9344}{584} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{292}{584} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{2743}{584} \end{array} \right) \times \left(\frac{-5}{8} \right) \rightarrow F_1$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{471}{584} \\ x_2 = \frac{292}{584} \\ x_3 = \frac{1168}{584} \\ x_4 = \frac{2743}{584} \end{cases} \quad (1)$$

10. Resuelva las tres ecuaciones simultáneas del problema 7 con su calculadora.

$$2I_1 - 6I_2 + 10I_3 = 9$$

$$3I_1 + 7I_2 - 8I_3 = 3$$

$$10I_1 + 5I_2 - 12I_3 = 0$$

Para resolver las 3 ecuaciones simultáneas se utilizó la calculadora matrixcalc.org dando como resultados:

$$I_1 = 1.23 \text{ A}$$

$$I_2 = 2.05 \text{ A}$$

$$I_3 = 1.89 \text{ A}$$

En la calculadora se ingresó una matriz de 3x4 donde x_1, x_2 y x_3 son los valores de I_1, I_2 y I_3 respectivamente.

El sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 10x_3 = 9 \\ 3x_1 + 7x_2 - 8x_3 = 3 \\ 10x_1 + 5x_2 - 12x_3 = 0 \end{cases}$$

La solución por el método de Gauss-Jordan:

Transformar la matriz aumentada del sistema en una matriz en forma escalonada:

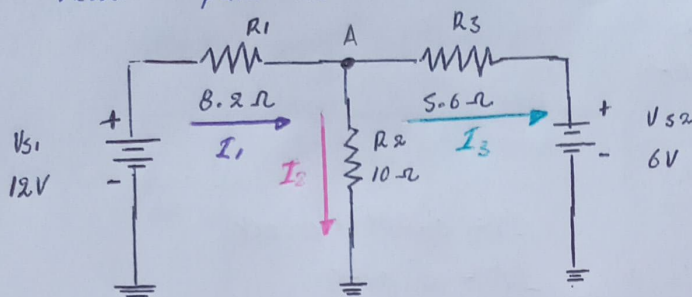
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -6 & 10 & 9 \\ 3 & 7 & -8 & 3 \\ 10 & 5 & -12 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1/2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 5 & \frac{9}{2} \\ 3 & 7 & -8 & 3 \\ 10 & 5 & -12 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - 3 \cdot F_1, F_3 - 10 \cdot F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 5 & \frac{9}{2} \\ 0 & 16 & -23 & -\frac{21}{2} \\ 0 & 5 & -62 & -45 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 \leftrightarrow F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 5 & \frac{9}{2} \\ 0 & 5 & -62 & -45 \\ 0 & 16 & -23 & -\frac{21}{2} \end{array} \right) \xrightarrow{F_2/5} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 5 & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & -12.4 & -9 \\ 0 & 16 & -23 & -\frac{21}{2} \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 16 \cdot F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 5 & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & -12.4 & -9 \\ 0 & 0 & 167 & 141 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3/167} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 5 & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & -12.4 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{141}{167} \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 + 12.4 \cdot F_3, F_1 - 5 \cdot F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 0 & \frac{-921}{167} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{187}{167} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{141}{167} \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 + 3 \cdot F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{21}{17} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{187}{167} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{141}{167} \end{array} \right)$$

Resultados:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{21}{17} \\ x_2 = \frac{187}{167} \\ x_3 = \frac{141}{167} \end{cases} \quad (1)$$

MÉTODO DE LA CORRIENTE EN RAMAS

Resuelva para cada una de las corrientes de rama ilustradas en la figura 9-26



MALLA 1

$$\sum V = 0$$

$$12 = V_1 + V_2$$

$$12 = 8.2 I_1 + 10(I_1 - I_3)$$

$$18.2 I_1 - 10 I_3 = 12$$

$$I_1 = \frac{12 + 10 I_3}{18.2}$$

$$I_1 = 0.6916$$

MALLA 2

$$\sum V = 0$$

$$6 + V_2 + V_3 = 0$$

$$10(I_3 - I_1) + 5.6 I_3 = -6$$

$$-10 I_1 + 15.6 I_3 = -6$$

$$-10 \left(\frac{12 + 10 I_3}{18.2} \right) + 15.6 I_3 = -6$$

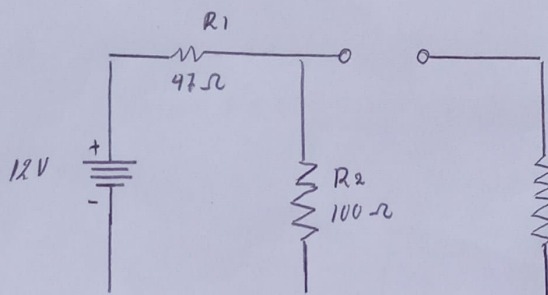
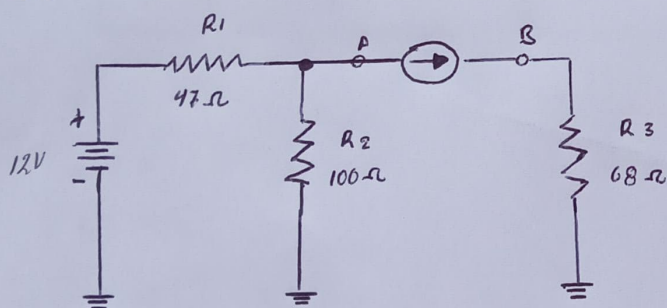
$$I_3 = 0.05872 \text{ A}$$

$$I_1 = 0.6916 \text{ A} = 691 \text{ mA}$$

$$I_2 = 0.6328 \text{ A} = 632 \text{ mA}$$

$$I_3 = 0.05872 \text{ A} = 587 \text{ mA}$$

Determine la corriente a travez de cada resistor mostrado en la figura 9-27



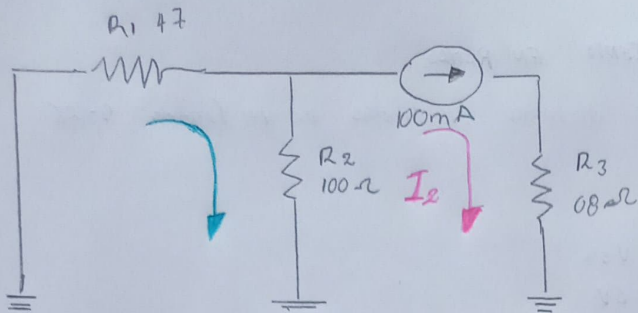
Malla 1

$$12 = V_1 + V_2$$

$$12 = 47 I_1 + 100 I_1$$

$$I_1 = 0.0816 \text{ A}$$

$$I_1 = 816 \text{ mA}$$



$$47 I_1 + 100 (I_1 - I_2) = 0$$

$$147 I_1 - 100 I_2 = 0$$

$$I_1 = \frac{10}{147}$$

$$I_1 = 0.068$$

$$I_1 =$$

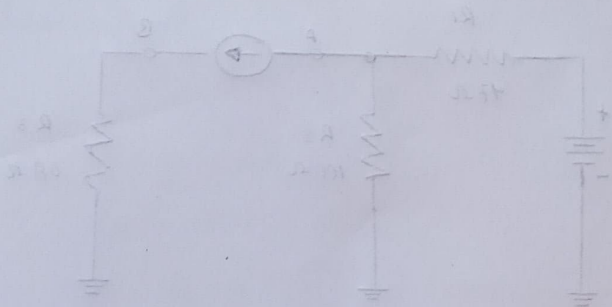
$$I_1 = 0.081 + 0.068$$

$$I_T = 0.0149$$

$$I_1 = 149 \text{ mA}$$

$$I_2 = 100 \text{ mA}$$

$$I_3 = 49 \text{ mA}$$



Sección 9-3 Método de la corriente en lazos

16- Escriba el determinante característico para las ecuaciones:

$$\begin{aligned} 0.045 I_A + 0.130 I_B + 0.066 I_C &= 0 \\ 0.177 I_A + 0.0420 I_B + 0.109 I_C &= 12 \\ 0.078 I_A + 0.196 I_B + 0.029 I_C &= 3.0 \end{aligned}$$

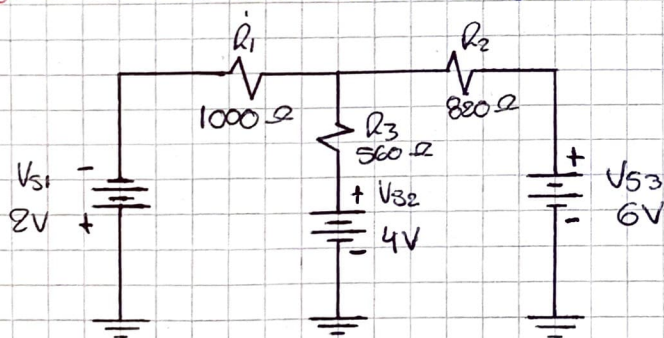
$$\begin{vmatrix} 0.045 & 0.130 & 0.066 \\ 0.177 & 0.0420 & 0.109 \\ 0.078 & 0.196 & 0.029 \end{vmatrix} = 0.00160 \quad \text{Det} = 0.00160$$

$$I_A = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 0.130 & 0.066 \\ 12 & 0.0420 & 0.109 \\ 3 & 0.196 & 0.029 \end{vmatrix}}{0.00160} = \frac{0.144}{0.00160} = 9 \text{ A}$$

$$I_B = \frac{\begin{vmatrix} 0.045 & 0 & 0.066 \\ 0.177 & 12 & 0.109 \\ 0.078 & 3 & 0.029 \end{vmatrix}}{0.00160} = \frac{-0.0258}{0.00160} = -1.613 \text{ A}$$

$$I_C = \frac{\begin{vmatrix} 0.045 & 0.130 & 0 \\ 0.177 & 0.0420 & 12 \\ 0.078 & 0.196 & 3 \end{vmatrix}}{0.00160} = \frac{-0.0475}{0.00160} = -2.969 \text{ A}$$

18- Determine las corrientes de rama en la figura 9-28.

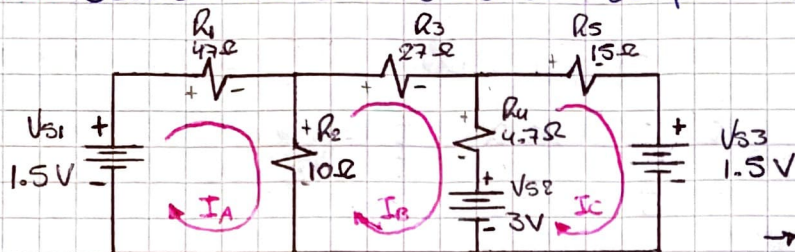


$$\begin{aligned} I_1 R_2 + R_3(I_1 - I_2) - 4 &= 6 \\ 820 I_1 + 560 I_1 - 560 I_2 - 4 &= 6 \\ 1380 I_1 - 560 I_2 - 10 &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} I_2 R_1 + R_3(I_2 - I_1) &= 2 + 4 \\ I_2 R_1 + I_2 R_3 - I_1 R_3 &= 6 \\ I_2(1000) + I_2(560) - I_1(560) &= 6 \\ 1560 I_2 - 560 I_1 - 6 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= 0.538 \text{ mA} \\ I_2 &= 1.456 \text{ mA} \end{aligned}$$

20. Escriba las ecuaciones de lazo para el circuito de la figura 9-29.



→ Fig. 9-29

$$1.5 - 47I_A - 10(I_A - I_B) = 0$$

$$1.5 - 47I_A - 10I_A + 10I_B = 0$$

$$\textcircled{1} \quad 1.5 = 57I_A - 10I_B$$

$$27I_B + 4.7(I_B - I_C) + 10(I_B - I_A) = -3$$

$$27I_B + 4.7I_B - 4.7I_C + 10I_B - 10I_A = -3$$

$$-10I_A + 41.7I_B - 4.7I_C = -3$$

$$\textcircled{2} \quad 10I_A - 41.7I_B + 4.7I_C = 3$$

$$15I_C + 4.7(I_C - I_B) = 3 - 1.5$$

$$15I_C + 4.7I_C - 4.7I_B = 1.5$$

$$\textcircled{3} \quad -4.7I_B + 19.7I_C = 1.5$$

22. Determine la corriente a través de cada resistor en la figura 9-29.

En el ejercicio 20 se encontraron las ecuaciones de lazo de la figura 9-29.

$$\textcircled{1} \quad 57I_A - 10I_B = 1.5$$

$$\textcircled{2} \quad 10I_A - 41.7I_B + 4.7I_C = 3$$

$$\textcircled{3} \quad -4.7I_B + 19.7I_C = 1.5$$

$$\textcircled{4} \quad I_A = \frac{10I_B + 1.5}{57}$$

Reemplazando $\textcircled{4}$ en $\textcircled{2}$

$$10\left(\frac{10I_B + 1.5}{57}\right) - 41.7I_B + 4.7I_C = 3$$

$$100I_B + 150 - 2376.9I_B + 267.9I_C = 171$$

$$-2276.9I_B + 267.9I_C = 21$$

$$\textcircled{5} \quad 2276.9I_B - 267.9I_C = -21$$

$$\textcircled{6} \quad I_B = \frac{267.9I_C - 21}{2276.9}$$

Reemplazando $\textcircled{6}$ en $\textcircled{3}$

$$-4.7\left(\frac{267.9I_C - 21}{2276.9}\right) + 19.7I_C = 1.5$$

$$-1259.13I_C + 98.7 + 44854.9I_C = 3415.35$$

$$43595.8 I_C = 3316.65$$

$$I_C = 0.0761 \text{ A}$$

Reemplazando I_C en ⑥

$$I_B = \frac{(267.9)(0.0761) - 81}{2276.9}$$

$$I_B = -0.000269 \text{ A}$$

Reemplazando I_B en ④

$$I_A = \frac{(10)(-0.000269) + 1.5}{57}$$

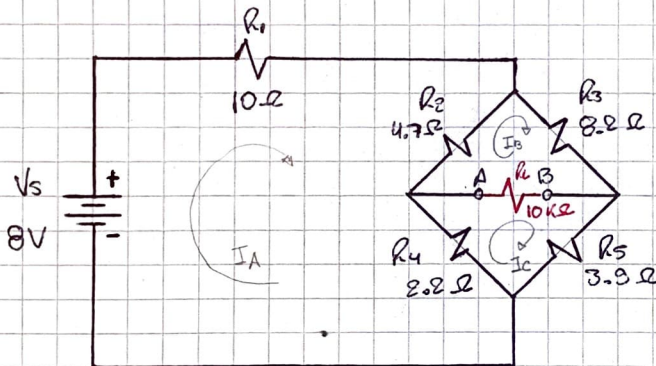
$$I_A = 0.0263 \text{ A}$$

$$I_A = 26.3 \text{ mA}$$

$$I_B = 269 \text{ } \mu\text{A}$$

$$I_C = 76.1 \text{ mA}$$

24. Cuando se conecta un resistor de $10 \text{ k}\Omega$ desde la terminal A hasta la terminal B en la figura 9-30. ¿Cuál es la corriente que circula a través de él?



Lazo A: $10 I_A + 4.7 (I_A - I_B) + 2.2 (I_A - I_C) = 8$
 $10 I_A + 4.7 I_A - 4.7 I_B + 2.2 I_A - 2.2 I_C = 8$
 $16.9 I_A - 4.7 I_B - 2.2 I_C = 8$

Lazo B: $4.7 (I_B - I_A) + 8.2 I_B + 10 \cdot 10^3 (I_B - I_C) = 0$
 $4.7 I_B - 4.7 I_A + 8.2 I_B + 10 \cdot 10^3 I_B - 10 \cdot 10^3 I_C = 0$
 $-4.7 I_A + 10012.9 I_B - 10 \cdot 10^3 I_C = 0$

Lazo C: $2.2 (I_C - I_A) + 3.9 I_C + 10 \cdot 10^3 (I_C - I_B) = 0$
 $2.2 I_C - 2.2 I_A + 3.9 I_C + 10 \cdot 10^3 I_C - 10 \cdot 10^3 I_B = 0$
 $-2.2 I_A - 10 \cdot 10^3 I_B + 10006.1 I_C = 0$

El determinante característico es: 2736032.676

Para resolver I_A :

$$I_A = \frac{\begin{vmatrix} 8 & -4.7 & -2.8 \\ 0 & 10012.9 & -10000 \\ 0 & -10000 & 10006.1 \end{vmatrix}}{2736032.676} = \frac{1520629.52}{2736032.676} = 0.555779 \text{ A}$$

$$I_A = 556 \text{ mA}$$

Para resolver I_B :

$$I_B = \frac{\begin{vmatrix} 16.9 & 8 & -2.8 \\ -4.7 & 0 & -10000 \\ -2.8 & 0 & 10006.1 \end{vmatrix}}{2736032.676} = \frac{552229.36}{2736032.676} = 0.201836 \text{ A}$$

$$I_B = 202 \text{ mA}$$

Para resolver I_C :

$$I_C = \frac{\begin{vmatrix} 16.9 & -4.7 & -2.8 \\ -4.7 & 10012.9 & -10000 \\ -2.8 & -10000 & 10006.1 \end{vmatrix}}{2736032.676} = \frac{552227.04}{2736032.676} = 0.201835 \text{ A}$$

$$I_C = 202 \text{ mA}$$

La corriente en R_2 $I_2 = I_A - I_B$
 $I_2 = 556 - 202 = 354 \text{ mA}$

$$I_2 = 354 \text{ mA}$$

La corriente en R_4 $I_4 = I_A - I_C$
 $I_4 = 556 - 202 = 354 \text{ mA}$

$$I_4 = 354 \text{ mA}$$

La corriente en R_3 $I_3 = I_B$

$$I_3 = 202 \text{ mA}$$

La corriente en R_5 $I_5 = I_C$

$$I_5 = 202 \text{ mA}$$

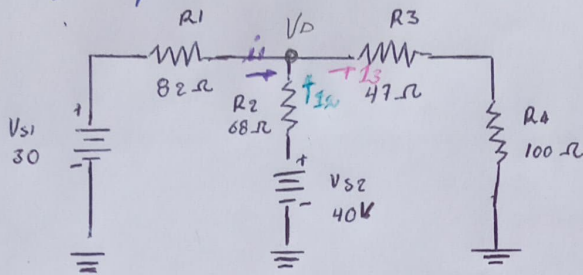
La corriente en el resistor de $10 \text{ k}\Omega$

$$I_L = I_B - I_C \rightarrow I_L = 0.201836 - 0.201835 = 0.000001 \text{ A}$$

$$I_L = 1 \mu\text{A}$$

MÉTODOS DE VOLTAJE EN NODOS

En la figura 9-38, use el método de voltaje en nodos para determinar el voltaje presente en el punto A con respecto a la tierra



Nodo A

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$\frac{30 - V_A}{82} + \frac{40 - V_A}{68} = \frac{V_A}{47}$$

$$0.033 V_A = 0.954$$

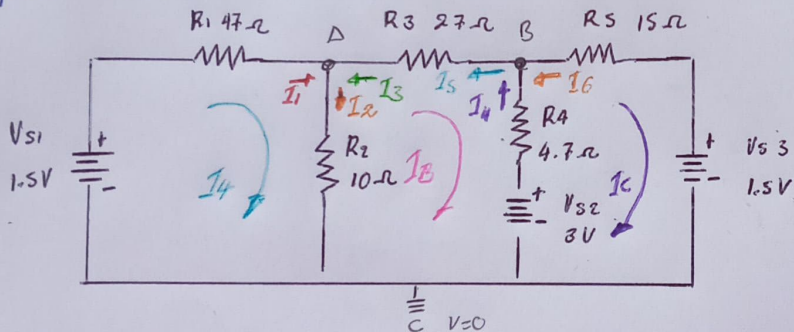
$$\boxed{V_A = 28.90 \text{ V}}$$

$$I_1 = \frac{30 - V_A}{82}$$

$$I_2 = \frac{40 - V_A}{68}$$

$$I_3 = \frac{V_A}{47}$$

Escriba las ecuaciones de voltaje de nodo para la figura 9-29. Use su calculadora para determinar los voltajes de nodo



NODO A

$$I_1 + I_3 = I_2$$

$$\frac{1.5 - V_A}{47} + \frac{V_B - V_A}{27} = \frac{V_A}{10}$$

$$\textcircled{1} -0.158 V_A + 0.037 V_B = -0.0319$$

$$-0.158 V_A + 0.037 \left(\frac{0.738 + 0.037 V_A}{0.316} \right) = 0.0319$$

$$\boxed{V_A = 0.769 \text{ V}}$$

$$\boxed{V_B = 2.42 \text{ V}}$$

NODO B

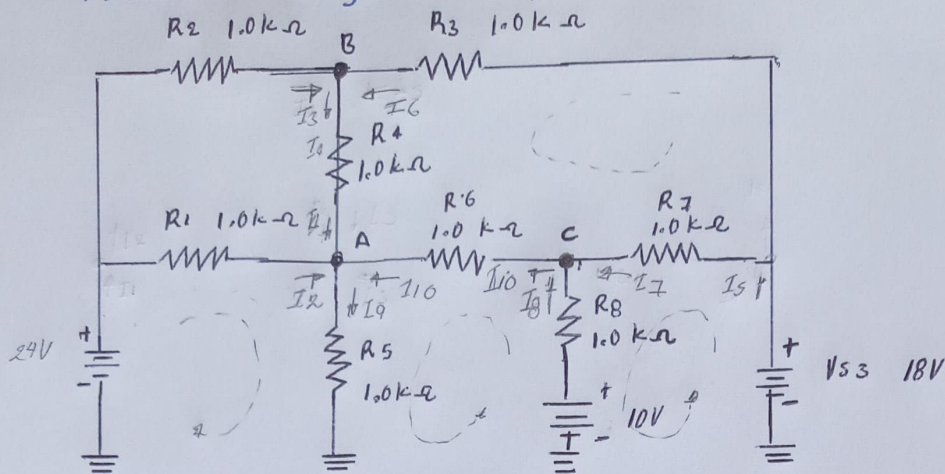
$$I_5 = I_4 + I_6$$

$$\frac{V_B - V_A}{27} = \frac{1.3 - V_B}{4.7} + \frac{1.5 - V_B}{15}$$

$$-0.037 V_A + 0.316 V_B = 0.738$$

$$\textcircled{2} V_B = \frac{0.738 + 0.037 V_A}{0.316}$$

Determine el voltaje en los puntos A, B, C en la figura 9-34



NODO A

$$I_2 + I_4 + I_{10} = I_9$$

$$\frac{24 - V_A}{1} + \frac{V_C - V_A}{1} + \frac{V_B - V_A}{1} = \frac{V_A}{1}$$

$$-4V_A + V_B + V_C = -24$$

NODO B

$$I_3 + I_6 = I_4$$

$$\frac{24 - V_B}{1} + \frac{18 - V_B}{1} = \frac{V_B - V_A}{1}$$

$$V_A - 3V_B = -42$$

NODO C

$$I_7 + I_8 = I_{10}$$

$$\frac{18 - V_C}{1} + \frac{10 - V_C}{1} = \frac{V_C - V_A}{1}$$

$$V_A - 3V_C = -28$$

$$V_A = 14.2$$

$$V_B = 18.73$$

$$V_C = 14.07$$