Fasores

Alcocer David y Arevalo Katherine

Resumen – Explicación de un número complejo y como el mismo se puede representar en una cantidad fasorial, se puede generar las operaciones básicas para obtener su resultado el mismo se puede representar de La forma rectangular que consta de un número complejo y una parte real o de la manera polar consta de una magnitud y un ángulo, de manera practica se obtendrás las dos formas de representar mediante ejercicios y la verificación de los mismos mediante el uso de una calculadora científica.

Índice de Términos –fasores, números, complejos polares, rectangulares.

I. INTRODUCCIÓN

Este articulo esta implementado para conocer los números complejos permiten realizar operaciones matemáticas con cantidades fasoriales y son muy útiles en el análisis de circuitos de ca. Con el sistema de los números complejos, se puede sumar, restar, multiplicar y dividir cantidades que tienen tanto magnitud como ángulo, tales como las ondas seno y otras cantidades de circuitos de ca. La mayoría de las calculadoras científicas realizan operaciones con números complejos, transformado en su representación rectangular como polar.

II. MARCO TEÓRICO

Un fasor es una representación gráfica de número complejo o un vector que indica la magnitud y la dirección o la fase de una onda senoidal.

En el caso de que sea tomado como vector, la longitud del vector o de la “flecha” representa la magnitud y el ángulo se indica respecto al eje real positivo.

Se representa con la siguiente expresión:

$$A\ sen\ \theta \tag{1}$$

Documento recibido el 19 de marzo de 2021. Este trabajo fue realizado de manera gratuita, mediante el uso de un simulador de calculadora Casio.
A. D. El autor pertenece a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Sangolquí, Pichincha, Ecuador (e-mail: dsalcocer@espe.edu.ec).
A. K El autor pertenece a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Sangolquí, Pichincha, Ecuador (e-mail: ktarevalo@espe.edu.ec).

Donde A es la Amplitud de la onda y θ es el ángulo tomado desde el eje real positivo.

Cuando el fasor rota $360°$ o $2\pi\ radianes$ es cuando se completa un ciclo de la onda seno.
La distancia vertical desde el eje horizontal hasta la punta del fasor, en cualquier punto, es el valor instantáneo de la onda seno.

$$v = V_P\ sen\ \theta \tag{2}$$

La longitud del fasor es el valor del voltaje pico, V_P.
Si la corriente es senoidal, esta también puede ser representada mediante un fasor. La corriente instantánea tiene la siguiente expresión:

$$i = I_P\ sen\ \theta \tag{3}$$

Para calcular la velocidad de rotación o velocidad angular (ω) se usa:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{4}$$

T es el periodo, el cuál es el tiempo en que la onda completa un ciclo. Y f es la frecuencia o cuantos ciclos se completan en un segundo.

$$T = \frac{1}{f} \tag{5}$$

El ángulo que es fasor describe en un tiempo cualquiera esta dado por la expresión:

$$\theta = \omega\ t \tag{6}$$

Con las expresiones antes mencionadas reemplazadas en la formula del voltaje instantáneo sinusoidal se obtiene una nueva expresión:

$$v = V_P\ sen(2\pi f t) \tag{7}$$

Como se menciono antes el fasor puede ser representado como vector, el cual va a tener una magnitud y un ángulo. Pero también se lo puede representar mediante números complejos.
Representarlo de forma rectangular es hacerlo proyectando sus valores sobre el eje real y el eje j. Tal como en un plano cartesiano cuando se grafica un segmento de recta que parte del origen hasta un punto dado. Esta representación no es mas que la suma algebraica del valor real (A) con el imaginario (jB).

$$A + jB \tag{8}$$

Cabe recordar que j es la sustitución de i para la representación del imaginario, ya que en circuitos i indica la intensidad instantánea. Su valor es $\sqrt{-1}$, por lo cual $j^2 = -1$.

La representación de forma polar está constituida por la magnitud fasorial, C, y la posición angular θ.

$$C\angle\pm\theta \tag{9}$$

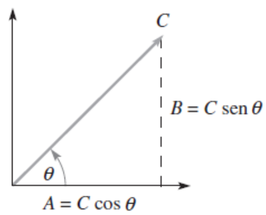
La conversión de rectangular a polar se puede hacer de la siguiente manera:

$$C=\sqrt{A^2+B^2} \tag{10}$$

$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{\pm B}{A}\right) \tag{11}$$

$$A+jB=C\angle\pm\theta$$

La conversión de forma polar a rectangular:



En este gráfico se puede observar cómo se forma un triángulo rectángulo con la magnitud fasorial, por lo cual se puede aplicar las identidades trigonométricas seno y coseno para obtener los lados del triángulo. De esta manera:

$$A=C\cos\theta \tag{12}$$

$$B=C\ sen\ \theta \tag{13}$$

$$C\angle\theta=A+jB$$

Debido a que son números se puede efectuar operaciones matemáticas con estos.

- Suma

  Es recomendable que los numero estén en forma rectangular. Se suma reales con reales e imaginarios (j) con imaginarios (j).

- Resta

  Es recomendable que los numero estén en forma rectangular. Se resta reales con reales e imaginarios (j) con imaginarios (j).

- Multiplicación

  La multiplicación se puede hacer con los números de forma rectangular o polar, siendo esta última la mas fácil.

  De manera rectangular se hace algo similar a la propiedad distributiva.

  $$(5+j3)(2-j4)=10-j20+j6+12=22-j14$$

  Cuando están en forma polar hay que multiplicar las magnitudes y sumar, algebraicamente, los ángulos.

- División

  La división, también, se puede hacer con los números de forma rectangular o polar, siendo esta última la más fácil.

  Para dividir cuando los datos se encuentran en la forma rectangular es necesario multiplicar tanto el numerador como el denominador por el conjugado del denominador. Efectuando el algebra, en el numerador se obtendrá un nuevo número complejo mientras que en el denominador quedará solamente un real. De esta manera se divide tanto el numero real como el imaginario para el número real del denominador y así se obtiene la solución.

Para los números complejos, solamente hay que dividir la magnitud del numerador para la del denominador y restar el ángulo del denominador del ángulo del numerador.

III. CALCULO

A. *Calculo experimental*

Transforme a su forma polar :

a) La magnitud del fasor representado por $\mathbf{2+3j}$

$$c=\sqrt{2^2+3^2}=3.60$$

el ángulo es $\theta=\tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)=56.30°$

Forma polar $\mathbf{3.60\angle 56.30°}$

Transforme a su forma rectangular

a) $36\angle-10°$

Para la parte real del fasor representada por $36\angle-10°$

$$A=Ccos\theta=36\cos(-10°)=35.45$$

Para j de este fasor es: $jB=Csen\theta=36sen(-10°)=-6.25$

La forma rectangular es $\mathbf{35.45-j6.25}$

Realice las siguientes operaciones paso a paso, y represente el resultado en su forma rectangular como en su forma polar

a) $10+3j-(7+2j)(3\angle-115°)=2j$

Para la parte real del fasor representada por $3\angle-115°$

$$A=Ccos\theta=3cos(-115°)=--1.27$$

Para j de este fasor es:

$$jB=Csen\theta=3sen(-115°)=-2.71$$

La forma rectangular es $\mathbf{-1.27-j2.71}$

$$10+3j-(7+2j)(-1.27-j2.71)-2j=$$

$Rectangular$: $13.45+j22.58$

La magnitud del fasor representado por $13.45+j22.58$

$$c=\sqrt{(13.45)^2+(22.58)^2}=22.84$$

el Angulo es : $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{22.58}{13.45}\right) = 59.22°$

$polar: \mathbf{22.84\angle 59.22°}$

B. TABLAS

Tabla1.1 Trasformación a su forma polar

	Medido	Calculado
$\mathbf{2+3j}$	$60\angle 56.30°$	$60\angle 56.30°$
$\mathbf{-8+6.2j}$	$10.12\angle 142.22°$	$10.12\angle 142.22°$
$\mathbf{4.3-2.8j}$	$5.13\angle -33.07°$	$5.13\angle -33.07°$
$\mathbf{-6-3.2j}$	$6.8\angle -151.92°$	$6.8\angle -151.92°$

Tab2.2. Transformación a su forma rectangular

	Medido	Calculado
$\mathbf{36\angle -10°}$	$35.45 - j6.25$	$35.45 - j6.25$
$\mathbf{28.7\angle 135°}$	$-20.29 + j20.29$	$-20.29 + j20.29$
$\mathbf{11.2\angle 28°}$	$9.88 + j5.26$	$9.88 + j5.26$
$\mathbf{45\angle -117.9°}$	$-21.05 - j39.79$	$-21.05 - j39.79$

ERROR RELATIVO

IV. PRUEBAS DE FUNCIONAMIENTO

Realización de operaciones mediante una calculadora para esto se necesita que la calculadora a utilizar trabaje con los códigos Rec y Pol las cuales generan con más facilidad los datos que se desea obtener tener presente si el fasor se encuentra en forma polar o rectangular ,para generar la conversión.

Encender la calculadora a continuación presionar la tecla shift, posteriormente presionar la tecla Pol(+) si se va a transformar a una forma polar, si se transforma a la forma rectangular presionamos la tecla rec(-).

V. CONCLUSIONES

Finalmente se llega a validar que por medio del análisis de un triángulo rectángulo se puede llegar a obtener la magnitud y el ángulo mediante el arco tangente de su valor imaginario sobre su valor real y los mismos resultados se llega a obtener mediante el uso de una calculadora con el comando Pol y de la mismas manera se llega a obtener la forma rectangular de un fasor mediante la representación en su parte real como imaginaria obteniendo su valor en el eje real como en el imaginario, para facilitar el cálculo se hace uso de la calculadora científica y mediante el comando Rec. El uso de la calculadora facilita la resolución del problema.

Mediante la representación de los fasores de forma ya sea rectangular como polar facilita para generar la suma ,resta, multiplicación y división de estos, es usado para el análisis de corriente alterna

VI. RECOMENDACIONES

Tener presente como se maneja el uso de coordenadas polares y rectangulares.

Al instante de generar los cálculos en la calculadora tener presente a que se va a transformar el fasor.

APÉNDICE

Calculadora fx-570 PLUSes una excelente herramienta de educación con un diseño que enfatiza la comodidad del producto se la puede obtener la línea mediante la descarga de una carpeta comprimida ,facilita la utilidad, la legibilidad y la facilidad de uso a través de la búsqueda por la simplicidad.

RECONOCIMIENTO

D.A. agradece al Sr. Ingeniero Edwin Alulema por impartir las clases de Fundamentos de Circuitos Electrónicos procurando la plena comprensión de los estudiantes.

K.A. agradecimientos del autor para el ingeniero por facilitar su conocimiento sobre el tema

REFERENCIAS

[1] Floyd, Thomas L., (2007). Principios de circuitos eléctricos. México. PEARSON EDUCACIÓN

Biografía Autor(es)

David Alcocer Ojeda, nació en Quito, Ecuador el 4 de julio de 1998. Actualmente está estudiando la carrera de Ingeniería en Mecatrónica en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.

Katherine Arevalo Aguilar nació en Ibarra, Ecuador el 1 de abril de 1999. Cursando la carrera de ingeniería mecatrónica en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.