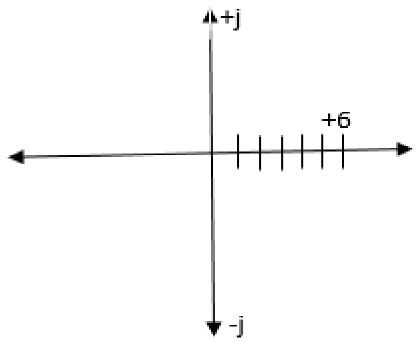
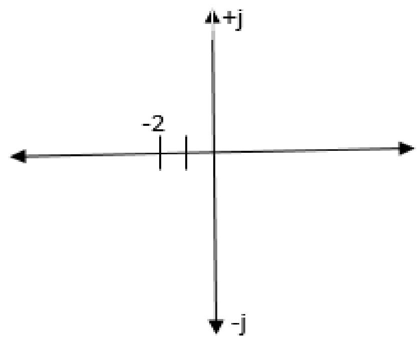
SECCIÓN 15–1 El sistema de los números complejos

2. Localice los siguientes números en el plano complejo:

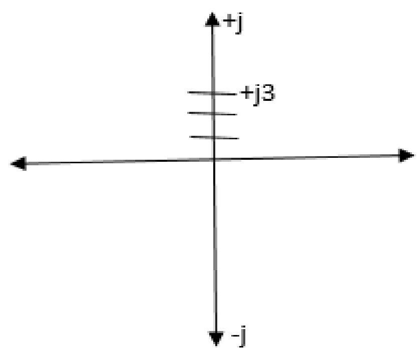
(a) +6



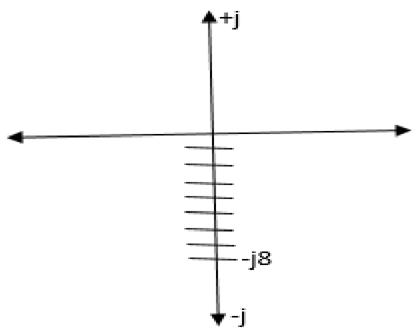
(b) -2



(c) +j3



(d) –j8



4. Determine las coordenadas de cada punto que tenga igual magnitud pero esté localizado a 180° de cada uno de los puntos del problema 3.

(a) $\mathbf{3, j5 = 5.83 \angle 59.03°}$

$$\rightarrow 59.03° + 180 = 239.03° \rightarrow \boxed{-3 - j5}$$

(b) $\mathbf{-7, j1 = 7.07 \angle 171.86°}$

$$\rightarrow 171.86° + 180 = 351.86° \rightarrow \boxed{7 - j1}$$

(c) $\mathbf{-10, j - 10 = 14.14 \angle -135°}$

$$\rightarrow -135° + 180 = 45° \rightarrow \boxed{10 + j10}$$

6. A continuación se describen puntos localizados en el plano complejo. Exprese cada punto como un número complejo en forma rectangular:

(a) 3 unidades a la derecha del origen sobre el eje real, y 5 unidades hacia arriba sobre el eje j.

$$\boxed{3 + j5}$$

(b) 2 unidades a la izquierda del origen sobre el eje real, y 1.5 unidades hacia arriba sobre el eje j.

$$\boxed{-2 + j1.5}$$

(c) 10 unidades a la izquierda del origen sobre el eje real, y 14 unidades hacia abajo sobre el eje j.

$$\boxed{-10 - j14}$$

8. Convierta cada uno de los siguientes números rectangulares a forma polar:

(a) $\mathbf{40 - j40}$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

donde,

A: es el valor real

B: es el valor j

$$C = \sqrt{40^2 + (-40)^2} \rightarrow C = 40\sqrt{2} \rightarrow C = 58.57$$

Como el fasor está en el cuarto cuadrante, entonces

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{-40}{40}\right) \rightarrow \theta = -45°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $40 - j40$ es

$$\boxed{C\angle\theta = 58.57\angle -45°}$$

(b) $50 - j200$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

donde,

A: es el valor real

B: es el valor j

$$C = \sqrt{50^2 + (-200)^2} \rightarrow C = 50\sqrt{17} \rightarrow C = 206.16$$

Como el fasor está en el cuarto cuadrante, entonces

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{-200}{50}\right) \rightarrow \theta = -75.96°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $50 - j200$ es

$$\boxed{C\angle\theta = 206.16\angle -75.96°}$$

(c) $35 - j20$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

donde,

A: es el valor real

B: es el valor j

$$C = \sqrt{35^2 + (-20)^2} \rightarrow C = 5\sqrt{65} \rightarrow C = 40.31$$

Como el fasor está en el cuarto cuadrante, entonces

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{-20}{35}\right) \rightarrow \theta = -29.74°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $35 - j20$ es

$$\boxed{C\angle\theta = 40..31\ \angle -29.74°}$$

(d) $98 + j45$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

donde,

A: es el valor real

B: es el valor j

$$C = \sqrt{98^2 + 45^2} \rightarrow C = 107.8$$

Como el fasor está en el primer cuadrante, entonces

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{\pm B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{45}{98}\right) \rightarrow \theta = 24.66°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $98 + j45$ es

$$\boxed{C\angle\theta = 107.8\ \angle 24.66°}$$

10. Exprese cada uno de los siguientes números polares utilizando un ángulo negativo para reemplazar al positivo.

(a) $10 \angle 120°$

$$120° - 360° = -240° \rightarrow \boxed{10 \angle -240°}$$

(b) $32 \angle 85°$

$$85° - 360° = -275 \rightarrow \boxed{32 \angle -275°}$$

(c) $5 \angle 310°$

$$310° - 360° = -50° \rightarrow \boxed{5 \angle -50°}$$

12. Identifique el cuadrante en el cual se localiza cada uno de los puntos del problema 10.

(a) $10\angle 120°$

$$120° - 360° = -240° \rightarrow 10\angle -240°$$

$$\boxed{2do\ Cuadrante}$$

(b) $32\angle 85°$

$$85° - 360° = -275 \rightarrow 32\angle -275°$$

$$\boxed{1er\ Cuadrante}$$

(c) $5\angle 310°$

$$310° - 360° = -50° \rightarrow 5\angle -50°$$

$$\boxed{4to\ Cuadrante}$$

14. Sume los siguientes conjuntos de números complejos:

(a) $\boldsymbol{9 + j3\ y\ 5 + j8}$

$$\rightarrow (9+5) + j(3+8) = \boxed{14 + j11}$$

(b) $\boldsymbol{3.5 - j4\ y\ 2.2 + j6}$

$$\rightarrow (3.5+2.2) + j(-4+6) = 5.7 + j2$$

(c) $\boldsymbol{-18 + j23\ y\ 30 - j15}$

$$\rightarrow (-18+30) + j(23-15) = \boxed{12 + j8}$$

(d) $\boldsymbol{12\angle 45°\ y\ 20\angle 32°}$

Convertimos de polar a rectangular

La parte real del fasor representada por $12\angle 45°$ es

$$A = 12cos45 = 8.49$$

La parte j de este fasor es

$$jB = j12sen45 = j8.49$$

entonces la forma rectangular de $12\angle 45°$ es

$$C\angle\theta = A + jB = 8.49 + j8.49$$

La parte real del fasor representada por $20\angle 32°$ es

$$A = 20cos32 = 16.96$$

La parte j de este fasor es

$$jB = j20sen32 = j10.6$$

entonces la forma rectangular de $20\angle 32°$ es

$$C\angle\theta = A + jB = 16.96 + j10.6$$

$$\rightarrow (8.49 + 16.96) + j(8.49 + 10.6) = \boxed{25.45 + j19.09}$$

(e) $\mathbf{3.8\angle 75°\ y\ 1 + j1.8}$

Convertimos de polar a rectangular

La parte real del fasor representada por $3.8\angle 75°$ es

$$A = 3.8cos75 = 0.98$$

La parte j de este fasor es

$$jB = j3.8sen75 = j3.67$$

entonces la forma rectangular de $3.8\angle 75°$ es

$$C\angle\theta = A + jB = 0.98 + j3.67$$

$$\rightarrow (0.98 + 1) + j(3.67 + 1.8) = \boxed{1.98 + j5.47}$$

(f) $\mathbf{50 - j39\ y\ 60\angle -30°}$

Convertimos de polar a rectangular

La parte real del fasor representada por $60\angle -30°$ es

$$A = 60cos - 30 = 51.96$$

La parte j de este fasor es

$$jB = j60sen - 30 = -j30$$

entonces la forma rectangular de $60\angle 30°$ es

$$C\angle\theta = A + jB = 51.96 - j30$$

$$\rightarrow (50 + 51.96) + j(-39 - 30) = 101.96 - j69$$

16. Multiplique los siguientes números:

Se multiplica las magnitudes, y se suman los ángulos algebraicamente.

(a) $\mathbf{4.5\angle 48° \; y \; 3.2\angle 90°}$

$$\rightarrow (4.5\angle 48°)(3.2\angle 90°) = (4.5 \cdot 3.2)\angle(48 + 90) = \boxed{14.4\angle 138°}$$

(b) $\mathbf{120\angle -220° \; y \; 95\angle 200°}$

$$\rightarrow (120\angle -220°)(95\angle 200°) = (120 \cdot 95)\angle(-220 + 200) = \boxed{11400\angle -20°}$$

(c) $\mathbf{-3\angle 150° \; y \; 4 - j3}$

Convertimos de rectangular a polar $4 - j3$

Determinamos la magnitud del fasor

$$C = \sqrt{4^2 + (-3)^2} \rightarrow C = 5$$

Como el fasor está en el cuarto cuadrante, entonces

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{-3}{4}\right) \rightarrow \theta = -36.87°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $4 - j3$es

$$C\angle\theta = 5\angle -36.87°$$

$$\rightarrow (-3\angle 150°)(5\angle -36.87°) = (-3 \cdot 5)\angle[150 + (-36.87)] = \boxed{-15\angle 113.13°}$$

(d) $\mathbf{67 + j84 \; y \; 102\angle 40°}$

Convertimos de rectangular a polar $67 + j84$

Determinamos la magnitud del fasor

$$C = \sqrt{67^2 + 84^2} \rightarrow C = 107.4$$

Como el fasor está en el primer cuadrante, entonces

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{\pm B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{84}{67}\right) \rightarrow \theta = 51.42°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $67 + j84$ es

$$C\angle\theta = 107.4\ \angle 51.42°$$

$$\rightarrow (107.4\angle 51.42°)(102\angle 40°) = (107.4 \cdot 102)\angle(51.42 + 40) = \boxed{10954\angle 91.42°}$$

(e) $15 - j10\ \ y - 25 - j30$

Convertimos de rectangular a polar $15 - j10$

Determinamos la magnitud del fasor

$$C = \sqrt{15^2 + (-10)^2} \rightarrow C = 18.03$$

Como el fasor está en el cuarto cuadrante, entonces

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{-10}{15}\right) \rightarrow \theta = -33.69°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $15 - j10$ es

$$C\angle\theta = 18.03\angle - 33.69°$$

Convertimos de rectangular a polar $-25 - j30$

Determinamos la magnitud del fasor

$$C = \sqrt{(-25)^2 + (-30)^2} \rightarrow C = 39.05$$

Como el fasor está en el tercer cuadrante, entonces

$$\theta = -180 + tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow \theta = -180 + tan^{-1}\left(\frac{-30}{-25}\right) \rightarrow \theta = -129.8°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $-25 - j30$ es

$$C\angle\theta = 39.05\angle - 129.8°$$

$$\rightarrow (18.03\angle - 33.69°)(39.05\angle - 129.8°) = (18.03 \cdot 39.05)\angle[(-33.69) + (-129.8)]$$
$$= \boxed{704.07\angle - 163.5°}$$

(f) $0.8 + j0.5\ \ y\ 1.2 - j1.5$

Convertimos de rectangular a polar $0.8 + j0.5$

Determinamos la magnitud del fasor

$$C = \sqrt{0.8^2 + 0{,}5^2} \rightarrow C = 0.94$$

Como el fasor está en el primer cuadrante, entonces

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{\pm B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{0.5}{0.8}\right) \rightarrow \theta = 32°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $0.8 + j0.5$ es

$$C\angle\theta = 0.94\angle 32°$$

Convertimos de rectangular a polar $1.2 - j1.5$

Determinamos la magnitud del fasor

$$C = \sqrt{1.2^2 + (-1.5)^2} \rightarrow C = 1.92$$

Como el fasor está en el cuarto cuadrante, entonces

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{-1.5}{1.2}\right) \rightarrow \theta = -51.34°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $1.2 - j1.5$ es

$$C\angle\theta = 1.92\angle - 51.34°$$

$$\rightarrow (0.94\angle 32°)(1.92\angle - 51.34°) = (0.94 \cdot 1.92)\angle[32 + (-51.34)] = \boxed{1.8\angle - 19.34°}$$

18. Realice las siguientes operaciones:

(a) $\mathbf{\frac{2.5\angle 65° - 1.8\angle -23°}{1.2\angle 37°}}$

$$2.5\angle 65° - 1.8\angle - 23° = -0.6 + 2.97j = 3.03\angle 258.6°$$

$$\rightarrow \frac{3.03\angle 258.6°}{1.2\angle 37°} = \left(\frac{3.03}{1.2}\right)\angle(258.6° - 37°) = \boxed{2.5\angle 221.6°}$$

(b) $\dfrac{\mathbf{(100\angle 15°)(85-j150)}}{\mathbf{25+j45}}$

$$85-j150=172.4\angle-60.46° \ \wedge \ 25+j45=51.5\angle 60.9°$$

$$\rightarrow \frac{(100\angle 15°)(172.4\angle-60.46°)}{51.5\angle 60.9°}=\frac{17240\angle-45.46°}{51.5\angle 60.9°}=\left(\frac{17240}{51.5}\right)\angle(-45.46°-60.9°)$$

$$\boxed{\therefore 334.76\angle-106.36°}$$

(c) $\dfrac{\mathbf{(250\angle 90°+175\angle 75°)(50-j100)}}{\mathbf{(125+j90)(35\angle 50°)}}$

$$\rightarrow \frac{(421.48\angle 83.83°)(111.8\angle-63.43°)}{(154.03\angle 35.75°)(35\angle 50°)}=\frac{(421.48\angle 83.83°)}{(154.03\angle 35.75°)(35\angle 50°)}$$

$$\rightarrow \frac{47121.47\angle 204°}{5391.05\angle 85.75°}=\left(\frac{47121.47}{5391.05}\right)\angle(20.4°-85.75°)=\boxed{8.74\angle-65.35°}$$

(d) $\dfrac{\mathbf{(1.5)^2(3.8)}}{\mathbf{1.1}}+\boldsymbol{j}\left(\dfrac{\mathbf{8}}{\mathbf{4}}-\boldsymbol{j}\dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{2}}\right)$

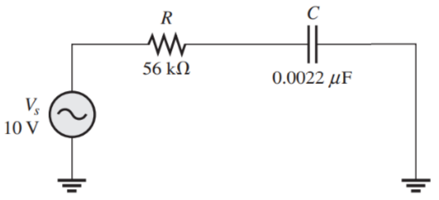
$$\rightarrow \frac{171}{22}+j\frac{8}{4}-j^2\frac{4}{2}\ como\ j^2=-1\rightarrow \frac{171}{22}+j\frac{8}{4}-(-1)\left(\frac{4}{2}\right)$$

$$\boxed{\therefore\ 9.77+j2}$$

24. Repita el problema 23 con *C* _ 0.0047 mF.

Problema 23:

23. Para el circuito de la figura 15-86, determine la impedancia expresada en forma rectangular para cada una de las siguientes frecuencias:
(a) 100 Hz **(b)** 500 Hz **(c)** 1 kHz **(d)** 2.5 kHz



▲ FIGURA 15–86

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * f * C}$$

$$z = R - jX_C$$

a)

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 100 * 0.0047} = 338.63\ k\Omega$$

$$z = (56 - j338.63)k\Omega$$

b)

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 500 * 0.0047} = 67.72\ k\Omega$$

$$z = (56 - j67.72)k\Omega$$

c)

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 1000 * 0.0047} = 33.86\ k\Omega$$

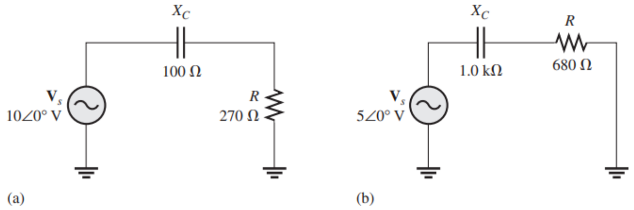
$$z = (56 - j33.86)k\Omega$$

b)

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 2500 * 0.0047} = 13.55\ k\Omega$$

$$z = (56 - j13.55)k\Omega$$

26. Exprese la corriente en forma polar para cada circuito de la figura 15-84.



▲ FIGURA 15–84

$$z=\sqrt{R^2+{X_C}^2}\angle-\tan^{-1}(\frac{X_C}{R})$$

a)

$$z=\sqrt{270^2+100^2}\angle-\tan^{-1}(\frac{100}{270})$$

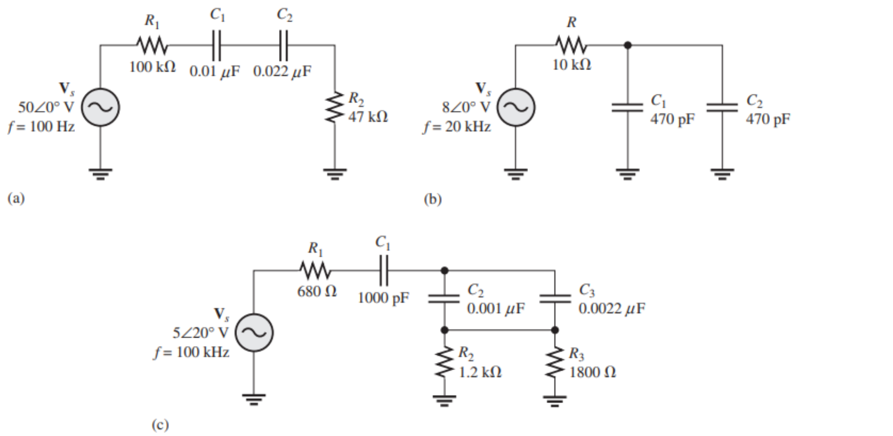
$$z=287.92\angle-20.32°\ \Omega$$

b)

$$z=\sqrt{1^2+(0.68)^2}\angle-\tan^{-1}(\frac{1}{0.68})$$

$$z=1.2\angle-55.78°\ \text{k}\Omega$$

28. Determine el ángulo de fase entre el voltaje aplicado y la corriente para cada circuito de la figura 15-85.



▲ FIGURA 15–85

$$X_C=\frac{1}{2*\pi*f*C}$$

$$z=\sqrt{R^2+{X_C}^2}\angle-\tan^{-1}(\frac{X_C}{R})$$

$$I=\frac{V}{Z}$$

a)

$$X_{C1}=\frac{1}{2*\pi*100*0.01}=159.16\ k\Omega$$

$$Z_1=(100-j159.16)k\Omega$$

$$X_{C2}=\frac{1}{2*\pi*100*0.022}=72.34\ k\Omega$$

$$Z_2=(47-j74.34)k\Omega$$

$$z_{total}=147-j231.5=274.23\angle-57.58°$$

$$I=\frac{50\angle0°}{274.23\angle-57.58°}=0.18\angle57.58°\ \text{mA}$$

$$Angulo\ de\ fase = 57.58°$$

b)

$$C_T = C_1 + C_2 = 470 + 470 = 940\ pF$$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 20 * 940} = 8.47\ k\Omega$$

$$Z_2 = (10 - j8.47)k\Omega = 13.11\angle - 40.26°\ \text{k}\Omega$$

$$I = \frac{8\angle 0°}{13.11\angle - 40.26°} = 0.61\angle 40.26°\ \text{mA}$$

$$Angulo\ de\ fase = 40.26°$$

c)

$$R_T = \frac{(1200)(1800)}{1200 + 1800} = 720\ \Omega$$

$$C_T = 0.0032\ \mu F$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2 * \pi * 100 * 0.0032} = 497.36\ \Omega$$

$$G_2 = \frac{1}{R} = \frac{1}{720} = 1.39\ mS$$

$$B_{C2} = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{497.36} = 2.01\ mS$$

$$Y_2 = \sqrt{1.39^2 + 2.01^2}\ \angle \tan^{-1}\left(\frac{2.01}{1.39}\right)$$

$$Y_2 = 2.44\ \angle\ 55.33°\ mS$$

$$Z_2 = \frac{1}{Y} = \frac{1}{2.44\ \angle\ 55.33°\ mS}$$

$$Z_2 = 409.84\ \angle - 55.33°\ \Omega$$

$$Z_2 = 233.14\ -\ j\ 337.07\ \Omega$$

$$X_{C1} = \frac{1}{2 * \pi * 100 * 1000} = 1591.55\ \Omega$$

$$Z_1 = 680\ -\ j\ 1591.55\ \Omega$$

$$Z_{Total} = (680\ -\ j\ 1591.55\ \Omega) + (233.14\ -\ j\ 337.07\ \Omega)$$

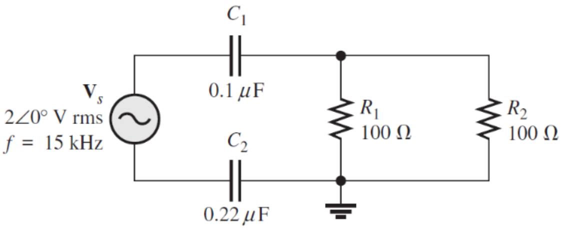
$$Z_{Total} = 913.14\ -\ j\ 1928.62\ \Omega$$

$$Z_{Total} = 2133.87\ \angle - 64.66°\ \Omega$$

$$I_{Total} = \frac{5\ \angle\ 20°\ V}{2133.87\ \angle - 64.66°\ \Omega}$$

$$I_{Total} = 2.34\ \angle\ 84.66°\ \text{mA}$$

30. Para el circuito de la figura 15-87, trace el diagrama fasorial que muestre todos los voltajes y la corriente
total. Indique los ángulos de fase.



▲ FIGURA 15–87

$$C_T = 0.32\ \mu F, \quad R_T = 50\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 15000 * 0.32} = 33.16\ \Omega$$

$$Z = 50 - j\ 33.16\ \Omega = 59.99\ \angle -33.55°\ \Omega$$

$$V_{sal} = \left(\frac{50}{\sqrt{50^2 + 33.16^2}}\right) 2 = 1.66\ V_{rms}$$

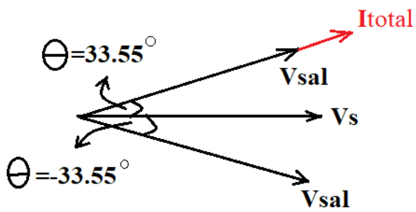
Para un circuito retrasado

$$V_{sal} = 1.66\ \angle -33.55°\ V_{rms}$$

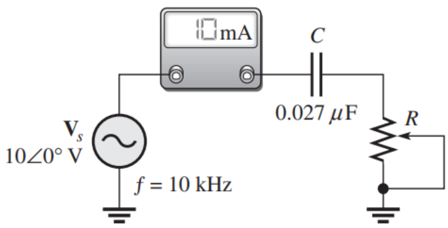
Para un circuito adelantado

$$V_{sal} = 1.66\ \angle\ 33.55°\ V_{rms}$$

$$I = \frac{2\ \angle\ 0°}{59.99\ \angle -33.55} = 33.33\ \angle\ 33.55°\ mA$$



*32. ¿A qué valor se debe ajustar el reóstato de la figura 15-89 para hacer que la corriente total sea de 10 mA?
¿Cuál es el ángulo resultante?



▲ FIGURA 15–89

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 10 * 0.027} = 589.46\ \Omega$$

$$V = I * Z$$

$$10 = 10 * (R - j589.46)$$

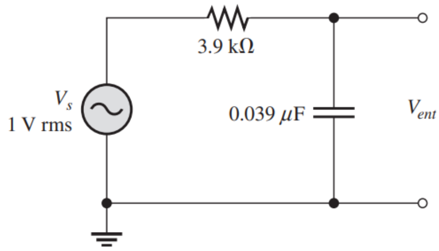
$$R = 589.46\ \Omega$$

Se debe ajustar el reóstato a

$$R = 589.46\ \Omega$$

34. Para el circuito de retraso de la figura 15-91, determine el desplazamiento de fase entre el voltaje de entrada y el voltaje de salida para cada una de las siguientes frecuencias:
(a) 1 Hz **(b)** 100 Hz **(c)** 1 kHz **(d)** 10 kHz

▶ FIGURA 15–91



a) $f = 1\ Hz,\quad R = 3.9\ k\Omega,\ \ C = 0.039\ \mu F,\ \ V_e = 1\ V_{rms}$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 1 * 0.039} = 4080.9\ k\Omega$$

$$V_{sal} = \left(\frac{3.9}{\sqrt{3.9^2 + 4080.9^2}}\right) * 1 = 0.956\ mV_{rms}$$

$$\phi = -\tan^{-1}\left(\frac{4080.9}{3.9}\right) = -\ 89.95°$$

$$V_{sal} = 0.956 \angle -89.95°\ mV_{rms}$$

El voltaje de salida se retrasa 89.95° respecto al de entrada.

b) $f = 100\ Hz,\quad R = 3.9\ k\Omega,\ \ C = 0.039\ \mu F,\ \ V_e = 1\ V_{rms}$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 100 * 0.039} = 40.8\ k\Omega$$

$$V_{sal} = \left(\frac{3.9}{\sqrt{3.9^2 + 40.8^2}}\right) * 1 = 0.095\ V_{rms}$$

$$\phi = -\tan^{-1}\left(\frac{40.8}{3.9}\right) = -\ 84.54°$$

$$V_{sal} = 0.095 \angle -84.54°\ V_{rms}$$

El voltaje de salida se retrasa 84.54° respecto al de entrada.

c) $f = 1\ kHz,\quad R = 3.9\ k\Omega,\ \ C = 0.039\ \mu F,\ \ V_e = 1\ V_{rms}$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 1000 * 0.039} = 4.08\ k\Omega$$

$$V_{sal} = \left(\frac{3.9}{\sqrt{3.9^2 + 4.08^2}}\right) * 1 = 0.69\ V_{rms}$$

$$\phi = -\tan^{-1}\left(\frac{4.08}{3.9}\right) = -\ 46.29°$$

$$V_{sal} = 0.69 \angle -46.29°\ V_{rms}$$

El voltaje de salida se retrasa 46.29° respecto al de entrada.

d) $f = 10\ kHz,\quad R = 3.9\ k\Omega,\ \ C = 0.039\ \mu F,\ \ V_e = 1\ V_{rms}$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 10000 * 0.039} = 0.408\ k\Omega$$

$$V_{sal} = \left(\frac{3.9}{\sqrt{3.9^2 + 0.408^2}}\right) * 1 = 0.99\ V_{rms}$$

$$\phi = -\tan^{-1}\left(\frac{0.408}{3.9}\right) = -\ 5.97°$$

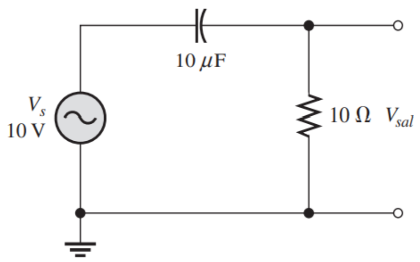
$$V_{sal} = 0.99 \angle -5.97° \; V_{rms}$$

El voltaje de salida se retrasa 5.97° respecto al de entrada.

36. Repita el problema 34 para el circuito de adelanto de la figura 15-92.

-34. Para el circuito de retraso de la figura 15-91, determine el desplazamiento de fase entre el voltaje de entrada y el voltaje de salida para cada una de las siguientes frecuencias:
(a) 1 Hz **(b)** 100 Hz **(c)** 1 kHz **(d)** 10 kHz

▶ FIGURA 15–92



a) $f = 1\,Hz, \quad R = 10\,\Omega, \quad C = 10\,\mu F, \quad V_s = 10\,V$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 1 * 10} = 15915.49\,\Omega$$

$$V_{sal} = \left(\frac{10}{\sqrt{10^2 + 15915.49^2}}\right) * 10 = 6.28\,mV$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{15915.49}{10}\right) = 89.96°$$

$$V_{sal} = 6.28 \angle 89.96° \; mV$$

El voltaje de salida se adelanta 89.96° respecto al de entrada.

b) $f = 100\,Hz, \quad R = 10\,\Omega, \quad C = 10\,\mu F, \quad V_s = 10\,V$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 100 * 10} = 159.15\,\Omega$$

$$V_{sal} = \left(\frac{10}{\sqrt{10^2 + 159.15^2}}\right) * 10 = 0.627\,V$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{159.15}{10}\right) = 86.40°$$

$$V_{sal} = 0.627 \angle 86.40° \; V$$

El voltaje de salida se adelanta 86.40° respecto al de entrada.

c) $f = 1\,kHz, \quad R = 10\,\Omega, \quad C = 10\,\mu F, \quad V_s = 10\,V$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 1000 * 10} = 15.91\,\Omega$$

$$V_{sal} = \left(\frac{10}{\sqrt{10^2 + 15.91^2}}\right) * 10 = 5.32\,V$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{15.91}{10}\right) = 57.85°$$

$$V_{sal} = 5.32 \angle 57.85° \; V$$

El voltaje de salida se adelanta 57.85° respecto al de entrada.

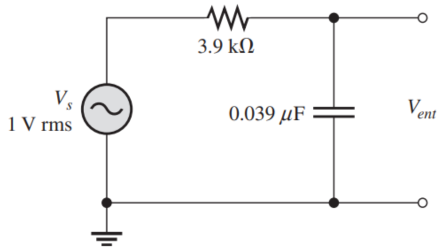
d) $f = 10\,kHz, \quad R = 10\,\Omega, \quad C = 10\,\mu F, \quad V_s = 10\,V$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 10000 * 10} = \ 1.59\ \Omega$$
$$V_{sal} = \left(\frac{10}{\sqrt{10^2 + 1.59^2}}\right) * 10 = 9.88\ V$$
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{1.59}{10}\right) = 9.03°$$
$$V_{sal} = 9.88 \angle 9.03°\ V$$

El voltaje de salida se adelanta 9.03° respecto al de entrada.

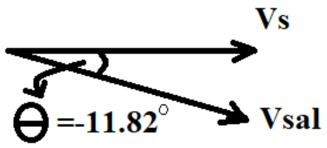
38. Trace el diagrama fasorial de voltaje para el circuito de la figura 15-91 para una frecuencia de 5 kHz con *Vs* = 1 V rms.

▶ FIGURA 15–91



$$f = 5\ kHz, \quad R = 3.9\ k\Omega, \quad C = 0.039\ \mu F, \quad V_e = 1\ V_{rms}$$
$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 5000 * 0.039} = 816.18\ \Omega$$
$$V_{sal} = \left(\frac{3900}{\sqrt{3900^2 + 816.18^2}}\right) * 1 = 0.98\ V_{rms}$$
$$\phi = -\tan^{-1}\left(\frac{816.18}{3900}\right) = -\ 11.82°$$
$$V_{sal} = 0.98 \angle -11.82°\ V_{rms}$$

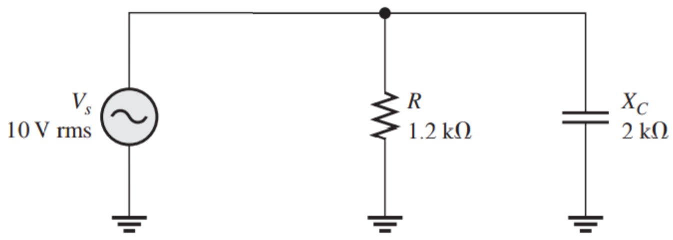
El voltaje de salida se retrasa 11.82° respecto al de entrada.



PARTE 2: CIRCUITOS EN PARALELO

SECCIÓN 15–5 Impedancia y admitancia de circuitos *RC* en paralelo

40. Determine la impedancia y exprésela en forma polar para el circuito de la figura 15-93.



▲ FIGURA 15–93

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{1200} = 0.83\ mS$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{2000} = 0.5\ mS$$

$$Y = G + jB = 0.83 + j\ 0.5\ mS$$

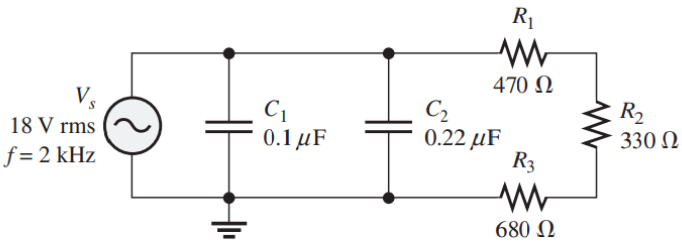
$$Y = 0.97\ \angle\ 31.07°\ mS$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0.97\ \angle\ 31.07°\ mS}$$

$$Z = 1.03\ \angle - 31.07°\ k\Omega$$

42. Repita el problema 41 para las siguientes frecuencias:
(a) 1.5 kHz **(b)** 3 kHz **(c)** 5 kHz **(d)** 10 kHz

41. Determine la magnitud de la impedancia y el ángulo de fase en la figura 15-94.



▲ **FIGURA 15–94**

$$R_T = 1480\ \Omega, \quad G = 0.676\ mS, \qquad y \quad C_T = 0.32\ \mu F$$

a) f = 1.5 kHz

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 1.5 * 0.32} = 331.57\ \Omega$$
$$B_C = \frac{1}{331.57} = 3.02\ mS$$

$$Y = \sqrt{0.676^2 + 3.02^2}\ \angle \tan^{-1}\left(\frac{3.02}{0.676}\right)$$

$$Y = 3.09\ \angle\ 77.38°\ mS$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{3.09\ \angle\ 77.38°\ mS}$$

$$Z = 323.63\ \angle - 77.38°\ \Omega$$

b) f = 3 kHz

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 3 * 0.32} = 165.79\ \Omega$$
$$B_C = \frac{1}{165.79} = 6.03\ mS$$

$$Y = \sqrt{0.676^2 + 6.03^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{6.03}{0.676}\right)$$

$$Y = 6.07 \angle 83.60° \ mS$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{6.07 \angle 83.60° \ \ mS}$$

$$Z = 164.75 \angle -83.60° \ \Omega$$

c) f = 5 kHz

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 5 * 0.32} = 99.47 \ \Omega$$

$$B_C = \frac{1}{99.47} = 10.05 \ mS$$

$$Y = \sqrt{0.676^2 + 10.05^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{10.05}{0.676}\right)$$

$$Y = 10.07 \angle 86.15° \ mS$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{10.07 \angle 86.15° \ mS}$$

$$Z = 99.30 \angle -86.15° \ \Omega$$

d) $f = 10 \ kHz$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 10 * 0.32} = 497.36 \ \Omega$$

$$B_C = \frac{1}{497.36} = 2.01 \ mS$$

$$Y = \sqrt{0.676^2 + 2.01^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{2.01}{0.676}\right)$$

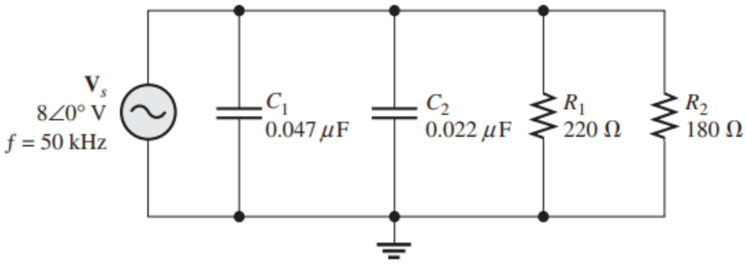
$$Y = 2.12 \angle 71.41° \ mS$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{2.12 \angle 71.41° \ mS}$$

$$Z = 471.69 \angle -71.41° \ \Omega$$

SECCIÓN 15–6 Análisis de circuitos *RC* en paralelo

44. Para el circuito en paralelo de la figura 15-96, encuentre la magnitud de cada corriente de rama y la corriente
total. ¿Cuál es el ángulo de fase entre el voltaje aplicado y la corriente total?



▲ FIGURA 15–96

$$G_1 = \frac{1}{R} = \frac{1}{220} = 4.54\ mS$$

$$X_{C1} = \frac{1}{2 * \pi * 50 * 0.047} = 67.73\ \Omega$$

$$B_{C1} = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{67.73} = 14.76\ mS$$

$$Y_1 = \sqrt{4.54^2 + 14.76^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{14.76}{4.54}\right)$$

$$Y_1 = 15.44 \angle 72.90°\ mS$$

$$Z_1 = \frac{1}{Y} = \frac{1}{15.44 \angle 72.90°\ mS}$$

$$Z_1 = 64.77 \angle -72.90°\ \Omega$$

Equivalente en serie

$$Z_{eq1} = 19.04 - j61.91\ \Omega$$

$$G_2 = \frac{1}{R} = \frac{1}{180} = 5.56\ mS$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2 * \pi * 50 * 0.022} = 144.69\ \Omega$$

$$B_{C2} = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{144.69} = 6.91\ mS$$

$$Y_2 = \sqrt{5.56^2 + 6.91^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{6.91}{5.56}\right)$$

$$Y_2 = 8.87 \angle 51.18°\ mS$$

$$Z_2 = \frac{1}{Y} = \frac{1}{8.87 \angle 51.18°\ mS}$$

$$Z_2 = 112.74 \angle -51.18°\ \Omega$$

Equivalente en serie

$$Z_{eq2} = 70.67 - j87.84\ \Omega$$

$$Z_{Total} = Z_{eq1} + Z_{eq2}$$

$$Z_{Total} = (19.04 - j61.91\ \Omega) + (70.67 - j87.84\ \Omega)$$

$$Z_{Total} = 89.71 - j\ 149.75\ \Omega$$

$$Z_{Total} = 174.57 \angle -59.07°\ \Omega$$

$$I = \frac{8 \angle 0°\ \mathrm{V}}{174.57 \angle -59.07°\ \Omega}$$

$$I_{Total} = 45.82 \angle 59.07°\ \mathrm{mA}$$

$$I_{R1} = \frac{8 \angle 0°\ \mathrm{V}}{220 \angle 0°\ \Omega} = 36.36 \angle 0°\ \mathrm{mA}$$

$$I_{R1} = \frac{8 \angle 0°\ \mathrm{V}}{180 \angle 0°\ \Omega} = 44.44 \angle 0°\ \mathrm{mA}$$

$$I_{C1} = \frac{8 \angle 0° \text{ V}}{67.73 \angle -90° \ \Omega} = 118.11 \angle 90° \text{ mA}$$

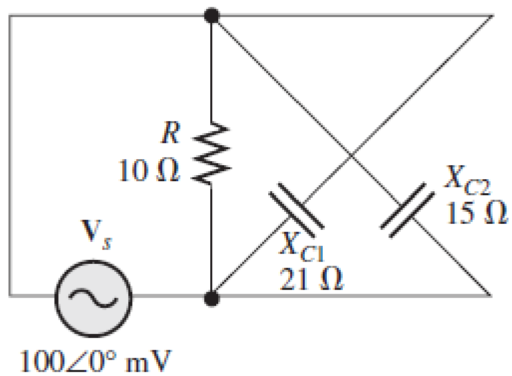
$$I_{C2} = \frac{8 \angle 0° \text{ V}}{144.69 \ \angle -90° \ \Omega} = 55.29 \angle 90° \text{ mA}$$

Angulo de fase entre el voltaje aplicado y la corriente total $59.07°$.

46. Para el circuito de la figura 15-97, determine lo siguiente:

(a) Z (b)I_R (c) I_{Ctot} (d) I_{tot}(e) Θ

Repita el problema 45 con R= 5.6 kOhm , C1 =0.047 µF, C2 =0.022 µF, y f =500 Hz.



reactancia

$$X_{c1} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(500Hz)(0.047\mu F)} = 6.77k\Omega$$

$$X_{c2} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(500Hz)(0.022\mu F)} = 14.4k\Omega$$

$$X_{ct} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(500Hz)(0.069\mu F)} = 4.61k\Omega$$

se determina la admitancia de la combinación en paralelo de la resistencia y los capacitores

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{5.6} = 0.18\ mmS$$

$$B = \frac{1}{X_{ct}} = \frac{1}{4.61} = 0.216\ mmS$$

$$y = G + jB = 0.18 + j0.216$$

$$y = \ 0.27\angle 49.39°$$

$$Z = \frac{1}{y} = \frac{1}{0.27\angle 49.39°} = 3.7\angle - 49.39°$$

$$z = zcos\theta - jzsen\theta = 0.27\cos(-49.39°) - j0.27\text{sen}\ (-49.39°)$$

$$Z = 2.40 + j2.8 = \mathbf{3.68\angle 49.39°}$$

$$I_R = \frac{V_S}{Z} = \frac{100}{5.6} = \mathbf{0.017\angle 0°\ A}$$

$$I_{c1} = \frac{100\angle 0°}{6.77\angle - 90°} = \mathbf{14.77\angle 90°}$$

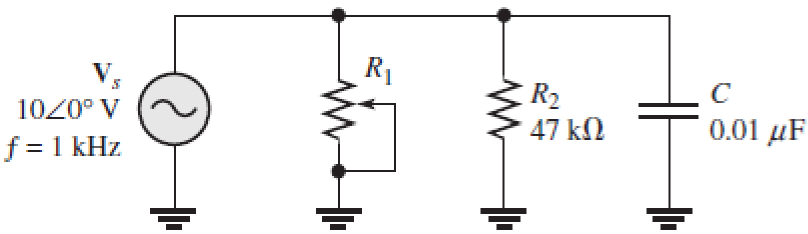
$$I_{c1} = \frac{100\angle 0°}{14.4\angle - 90°} = \mathbf{6.94\angle 90°A}$$

$$\boldsymbol{I_{TC} = 21.71\angle 90°A}$$

$$I_T = 0.017\angle 0° + 21.71\angle 90° = 21.71\angle 89.95°$$

$$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{I_{TC}}/\ \boldsymbol{I_R}\ ) - 89.95°$$

48. Determine el valor al cual R1 debe ser ajustado para obtener un ángulo de fase de 30° entre el voltaje de fuente y la corriente total en la figura 15-99.



$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(1kHz)(0.01\mu F)} = 15.91k\Omega$$

$$\theta = -tang^{-1}\left(\frac{X_c}{RT}\right)$$

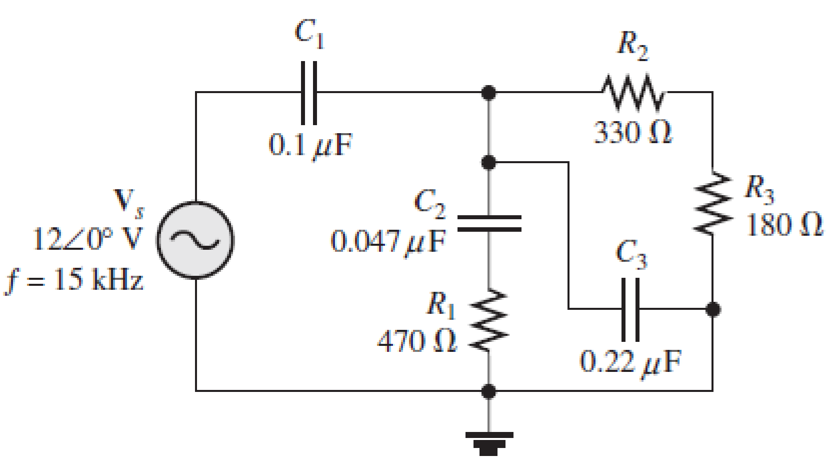
$$47\text{R1} * \tan(30) = -15.91R1 - 747.77$$

$$R1 = 1737k\Omega$$

PARTE 3: CIRCUITOS EN SERIE-PARALELO

Análisis de circuitos RC en serie-paralelo

50. ¿Es el circuito de la figura 15-100 predominantemente resistivo o capacitivo?



$$R = 510\Omega$$

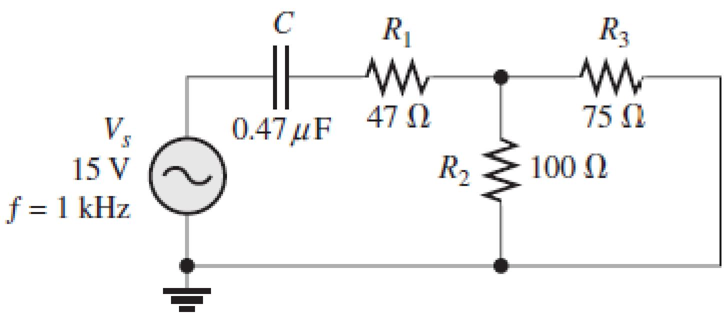
$$X_{c1} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(15kHz)(0.1\mu F)} = 106.10\Omega$$

$$X_{c2} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(15kHz)(0.047\mu F)} = 225.75\Omega$$

$$X_{c1} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(15kHz)(0.22\mu F)} = 48.22\Omega$$

52. Para el circuito de la figura 15-101, determine lo siguiente:

(a) I_{tot} (b) Θ (c) V_{R1} (d) V_{R2} (e) V_{R3} (f) V_C



$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(1kHz)(0.47\mu F)} = 338.62\ \Omega$$

$$Z = 9.85 - j338.62$$

$$Z = 350.33\angle -75.13°$$

$$I_R = \frac{15}{89.85} = 0.16A$$

$$I_c = \frac{15}{338.62\angle -90} = 0.04\angle 90° A$$

$$I_T = 0.16 + j0.04$$

$$I_T = 0.16\angle 14$$

$$\theta = -tang^{-1}\left(\frac{I_c}{I_r}\right) = -14°$$

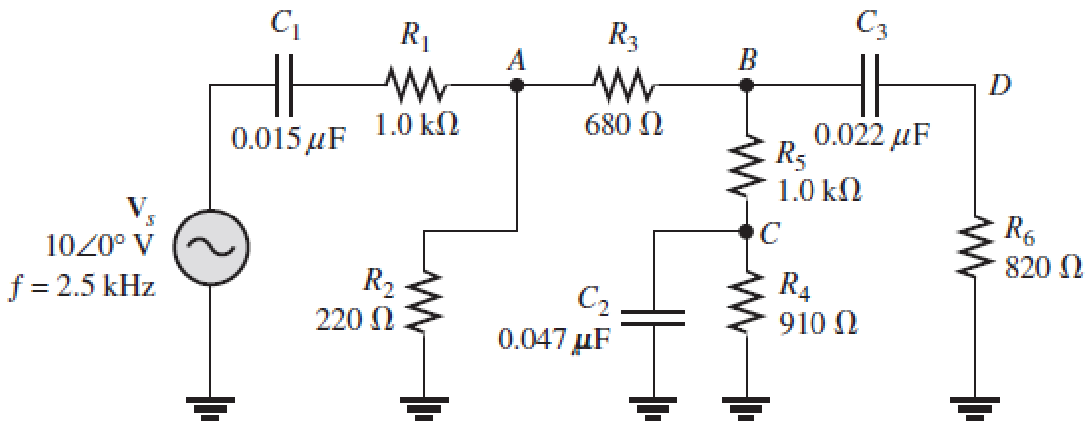
$$V_c = \frac{338.62\angle -90}{350.33\angle -75.13} * (15) = \mathbf{14.55\angle -14.87°}$$

$$V_{R1} = \frac{47\angle 0°}{350.33\angle -75.13} * (15) = \mathbf{2.01\angle 75.13°}$$

$$V_{R2} = \frac{100\angle 0°}{350.33\angle -75.13} * (15) = \boxed{\mathbf{0.42\angle 75.13°}}$$

$$V_{R3} = \frac{75\angle 0°}{350.33\angle -75.13} * (15) = \boxed{\mathbf{3.21\angle 75.13°}}$$

54. Determine el voltaje y su ángulo de fase en cada punto rotulado en la figura 15-103.

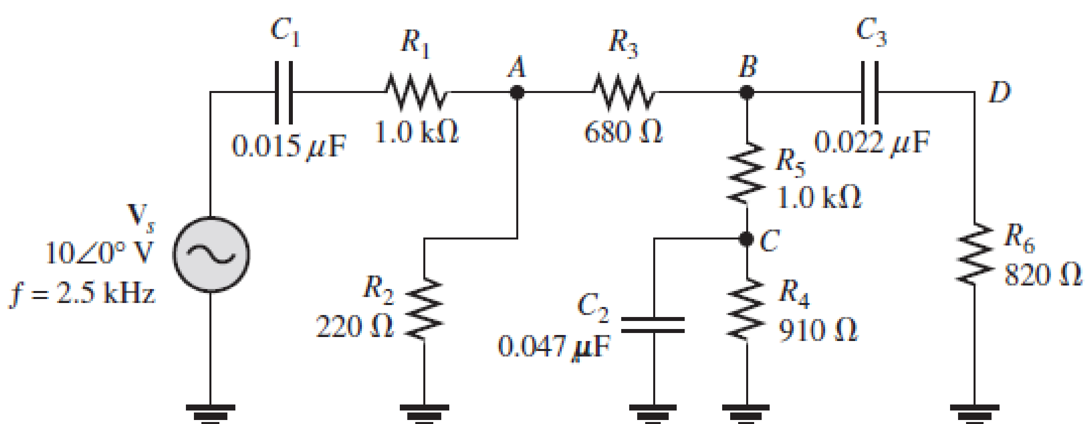


$$X_{c1} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(2.5kHz)(0.015\mu F)} = 4.24k\Omega$$

$$X_{c2} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(2.5kHz)(0.047\mu F)} = 1.35k\Omega$$

$$X_{c3} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(2.5kHz)(0.022\mu F)} = 2.89k\Omega$$

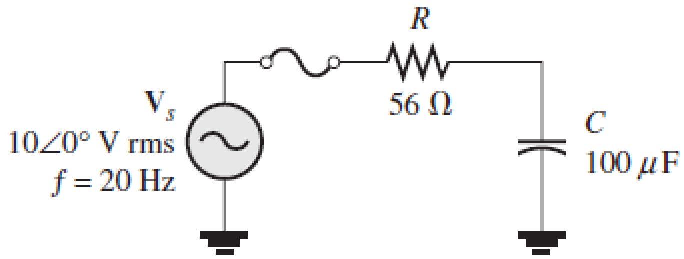
56. Trace el diagrama fasorial de voltaje y corriente para la figura 15-103.



PARTE 4: TEMAS ESPECIALES

Potencia en circuitos RC

58. En la figura 15-88, ¿cuáles son la potencia real y la potencia reactiva?



$$V_P = \frac{V_{rms}}{0.707} = 14.14\angle 0V$$

Reactancia

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(20Hz)(100\mu F)} = 79.57\Omega$$

Corriente

$$I_R = \frac{V_S}{R} = \frac{14.14}{56} = 0.25A$$

$$I_C = \frac{V_S}{X_c} = \frac{14.14}{79.57} = 0.18A$$

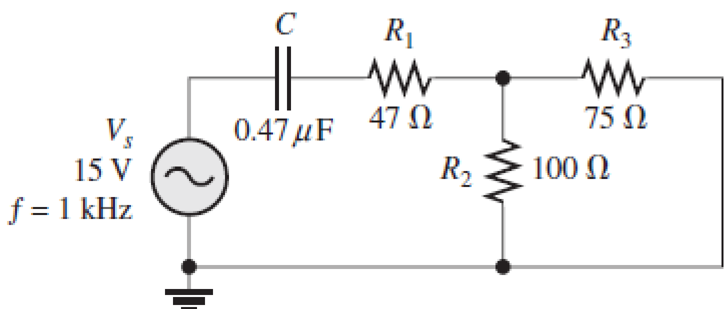
Potencia real

$$P_{real} = I_R^2 * R = (0.25)^2(56) = 3.5W$$

Potencia reactiva

$$P_r = I_c^2 * X_c = (0.18)^2(79.57) = 14.34.32\,VAR$$

60. Determine Preal, Pr, Pa, y FP para el circuito de la figura 15-101. Trace el triángulo de potencia.



$$R_T = 47 + \frac{(100)(75)}{100 + 75} = 89.86\Omega$$

Reactancia

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(1kHz)(0.47\mu F)} = 338.62\Omega$$

La impedancia

$$Z = R - jX_c$$

$$Z = 89.86 - j338.62$$

Forma polar

$$Z = 350\angle -75.14°$$

Fasor de potencias

$$PF = cos\theta = \cos(-75.14°) = 0.26$$

Corriente Magnitud

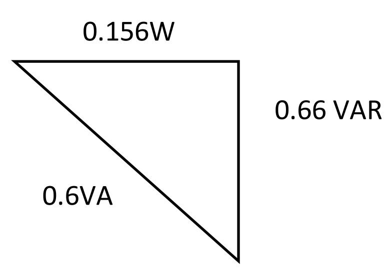
$$I = \frac{V_S}{Z} = \frac{15}{350.34} = 0.04A$$

Potencia real

$$P_{real} = VIcos\theta = 15(0.04)(0.26) = 0.156\ W$$

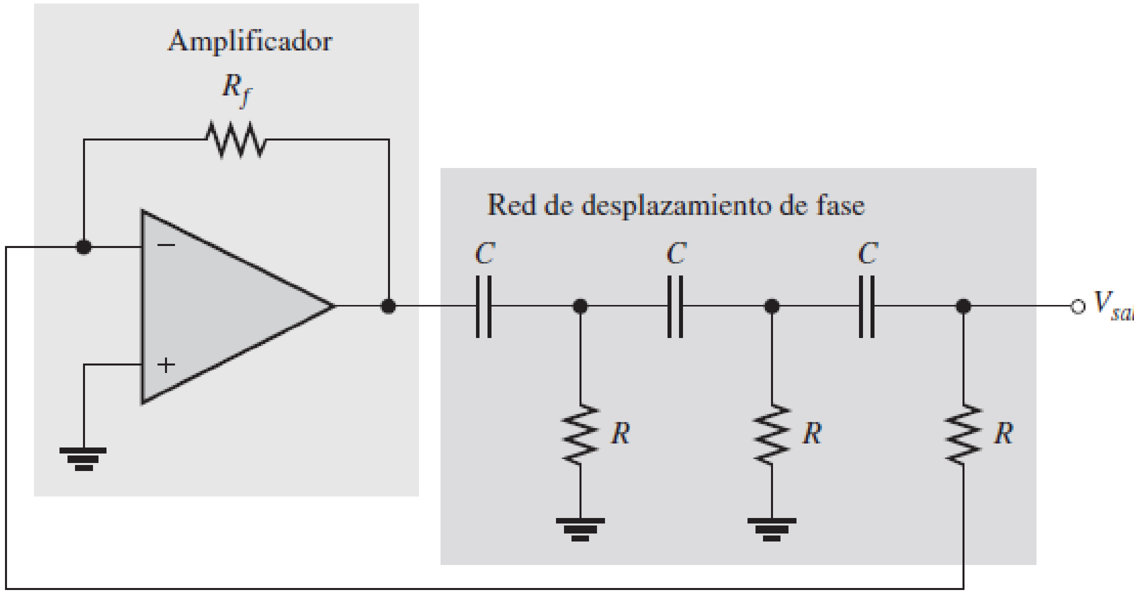
$$P_a = VI = 15(0.04) = 0.6$$

$$P_r = I_c^2 * X_c = (0.04)^2(338.62) = 0.66\ VAR$$



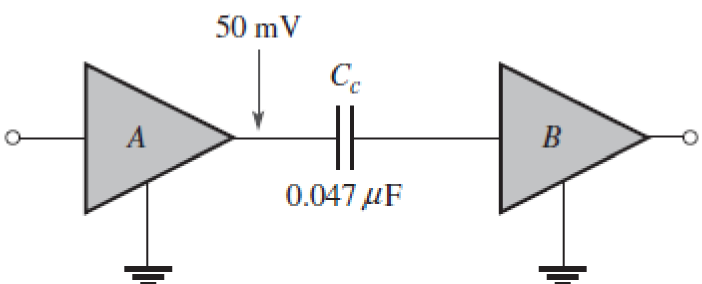
Aplicaciones básicas

62. Calcule la frecuencia de oscilación para el circuito de la figura 15-62 si todos los capacitores son de0.0022 mF y todos los resistores de 10 kOhm



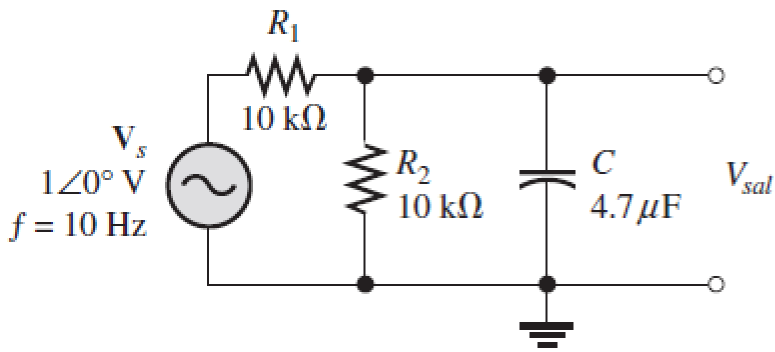
$$fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}RC} = \frac{1}{2\pi(10kOhm)(0.002\mu F)} = 32.48kHz$$

64. El valor rms del voltaje de señal que sale del amplificador A en la figura 15-105 es de 50 mV. Si la resistencia de entrada al amplificador B es de 10 kÆ, ¿qué tanto de la señal se pierde debido al capacitor de acoplamiento cuando la frecuencia es de 3 kHz?



$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(3kHz)(0.047\mu F)} = 11.28k\Omega$$

66. Los capacitores de la figura 15-107 han desarrollado una resistencia de fuga de 2 KOhm. Determine los voltajes de salida en esta condición para cada circuito.



(a)

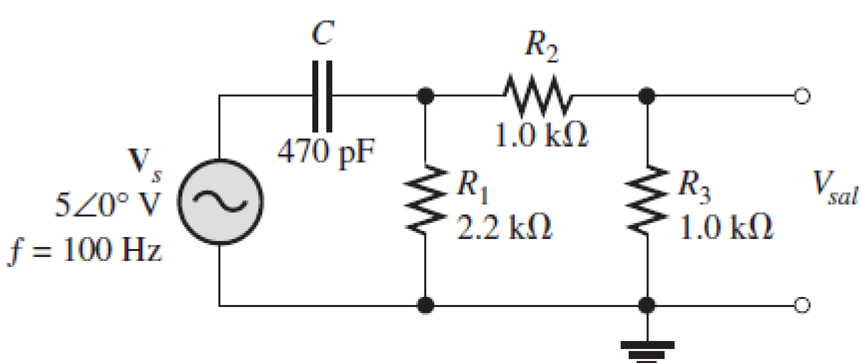
Reactancia

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(10Hz)(4.7\mu F)} = 3.38k\Omega$$

$$R_{TH} = \frac{20(2)}{20+2} = 1.81k\Omega$$

$$V_{TH} = \frac{2}{20+2} * 1 = 0.09V$$

$$V_{salida} = \left(\frac{3.38}{\sqrt{(1.81)^2 + (3.38)^2}}\right) * 0.09 = 0.087V$$



(b)

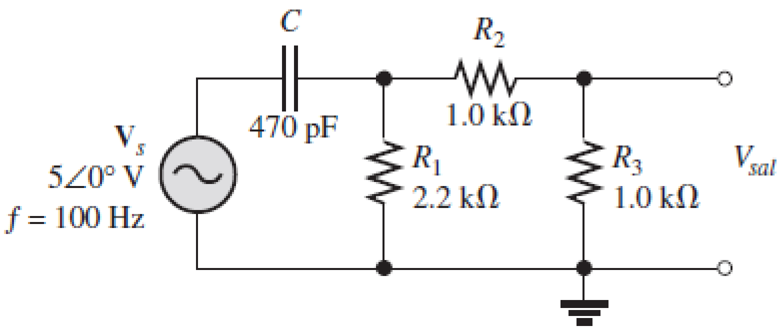
Reactancia

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(100Hz)(470pF)} = 3.38M\Omega$$

Localización de fallas

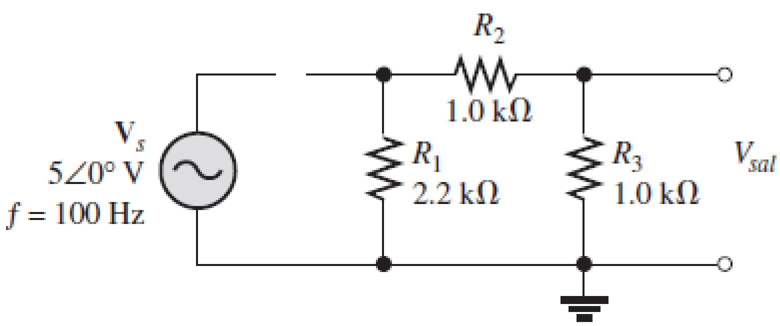
68. Determine el voltaje de salida para el circuito de la figura 15-107(b) para cada uno de los siguientes modos de falla, y compárelo con la salida correcta:

(a) C abierto (b) C en cortocircuito (c) R_1 abierto (d) R_2 abierto (e) R_3 abierto



(b)

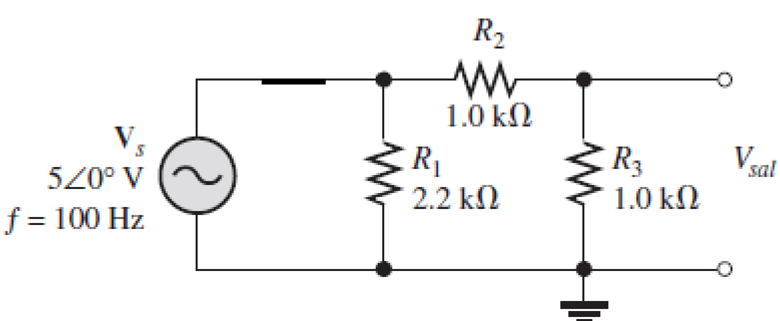
a)



Cuando un capacitor se abre su voltaje es 0

$$V = 0V$$

b)

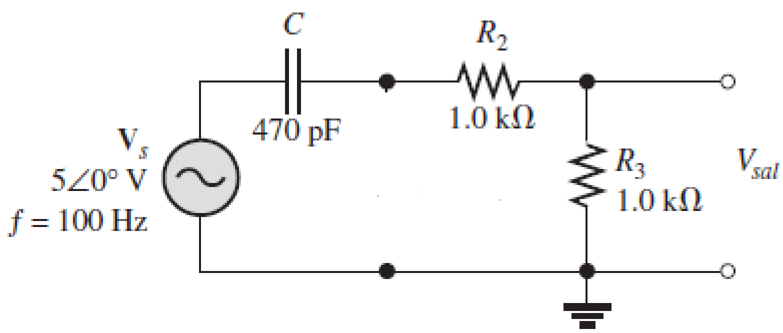


$$R_{TH} = \frac{1}{2.2} + \frac{1}{1} = 0.68k\Omega$$

$$V_{TH} = \frac{0.68}{0.68} * 5 = 5\,V$$

$$V_{salida} = \left(\frac{1}{0.68 + 1}\right) * 5 = 2.97V$$

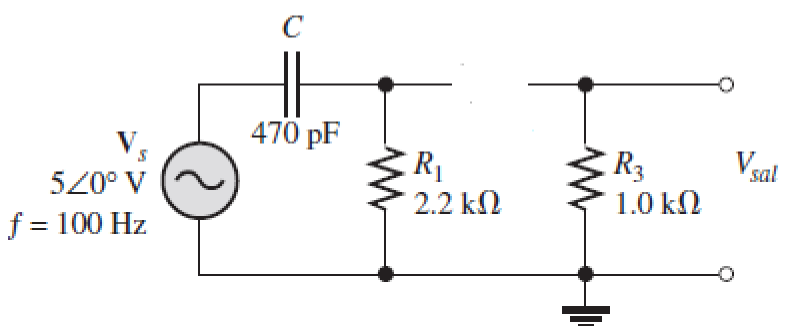
c)



$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(100Hz)(470pF)} = 3.38M\Omega$$

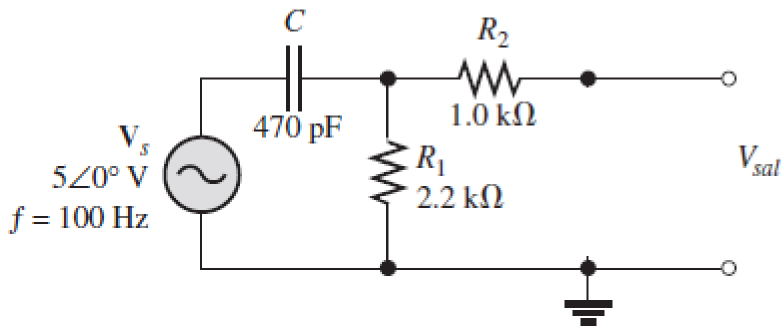
$$V_{salida} = \left(\frac{1}{2 - j3380}\right) * 5 = 1.47\angle 89° kV$$

d)



$$V_{salida} = 0V$$

e)



$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(100Hz)(470pF)} = 3.38M\Omega$$

$$V_R = \left(\frac{0.68}{0.68 - j3380}\right) * 5 = 1\angle 89° kV$$