

Teorema de circuitos y conversiones

Alcocer David, Suntaxi Juan y Arevalo Katherine

Resumen – El presente documento está destinado al dar a conocer los diferentes teoremas de circuitos en el análisis de corrientes alternas que incluyen componentes reactivos. Los teoremas abordados en este documento facilitan el análisis de ciertos tipos de circuitos que mediante el apoyo de la ley de Ohm y las leyes de Kirchoff se puede llegar a obtener el valor ya sea de sus corrientes o voltajes en el circuito a estudiar, entre los teoremas tenemos el teorema de superposición, teorema de Thevenin, teorema de Norton y Teorema de máxima transferencia de potencia.

Índice de Términos – Impedancia, Norton, Potencia, Superposición, Thevenin.

I. INTRODUCCIÓN

Este artículo está implementado para dar una nueva solución al análisis de un circuito eléctrico, cada vez se va generando más complejidad en el circuito por lo cual se necesita entender y comprender que es lo que se puede llegar a realizar en el circuito para que el mismo llegue a un circuito muy básico (conformado por una fuente de energía o corriente unido a una resistencia ya sea en serie o paralelo unido por alambres de conexión) y se pueda obtener los datos que se pide existen diferentes teoremas que ayudan a simplificar el circuito entre ellos se encuentran: Superposición, Teorema de Thévenin, Teorema de Norton.

II. MARCO TEÓRICO

Superposición

Este método ayuda a analizar un circuito que tienen fuentes de ca y componentes reactivos, con más de una fuente independiente.

*El teorema de superposición se expresa como sigue:
En un circuito con fuentes múltiples, la corriente en cualquier rama dada puede calcularse al determinar las corrientes producidas en esa rama en particular por cada fuente, con*

todas las demás fuentes siendo reemplazadas por sus impedancias internas. La corriente total en la rama dada es la suma fasorial de las corrientes individuales que haya en dicha rama.

Teorema de Thévenin

El teorema de Thévenin permite reducir y simplificar cualquier circuito en uno formado por una fuente de voltaje equivalente V_{Th} en serie con una impedancia equivalente Z_{Th} y dos terminales de salida.

La impedancia equivalente de Thévenin es la impedancia presente entre dos terminales del circuito cuando las fuentes de voltaje o corriente han sido reemplazadas por sus impedancias internas. Esta impedancia puede ser puramente resistiva, puramente capacitiva, puramente inductiva o una combinación entre una resistencia y una reactancia.

El voltaje equivalente de Thévenin V_{Th} es el voltaje presente entre las dos terminales abiertas del circuito.

Los circuitos equivalentes en CA son calculados para una frecuencia en específico, si se va a usar otra frecuencia habrá que calcular un nuevo circuito equivalente.

Teorema de Norton

El teorema de Norton proporciona una fuente de corriente equivalente (en lugar de una fuente de voltaje) dispuesta en paralelo (en lugar de en serie) con una impedancia equivalente.

Fuentes equivalentes de Norton

La corriente equivalente de Norton se define como la corriente que aparece al poner en cortocircuito las dos terminales específicas en un circuito dado.

Impedancia equivalente de Norton

Es la impedancia total que aparece entre dos terminales específicas de un circuito dado visto desde las terminales abiertas y con todas las fuentes reemplazadas por sus impedancias internas.

Cualquier carga conectada entre las terminales de un circuito equivalente de Norton experimentará la misma corriente a

Documento recibido el 4 de marzo de 2021. Este trabajo fue realizado de manera gratuita, mediante el uso del sitio web tinkercad.

A. D. El autor pertenece a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Sangolquí, Pichincha, Ecuador (e-mail: dsalcocer@espe.edu.ec).

A. K El autor pertenece a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Sangolquí, Pichincha, Ecuador (e-mail: ktarevalo@espe.edu.ec).

través de ella y el mismo voltaje entre sus extremos como si estuviera.

Teorema de Maxima Transferencia de Potencia

Se transfiere potencia máxima a una carga conectada a un circuito cuando la impedancia total es el complejo conjugado de la impedancia de salida del circuito.

El compelo conjugado

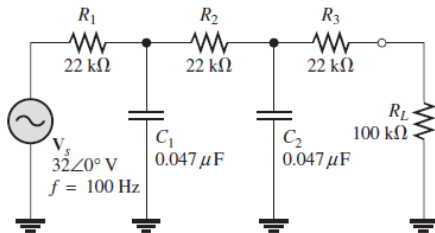
Es donde las resistencias son iguales en magnitud y las reactancias también iguales en magnitud pero signo opuesto. La impedancia de salida es efectivamente la impedancia equivalente de Thevenin vista desde las terminales.

El teorema de máxima tranferencia de potencia requiere de un tratamiento especial debido a los posibles valores que puede tomar la carga, debido a que en ca ésta es una impedancia(número complejo), y cada variación conlleva una aplicación distinta de acuerdo a los tipos de valores.

III. DESARROLLO

TEOREMA DE THÉVENIN

Aplique el teorema de Thévenin y determine la corriente a través de la carga RL en la figura 19-50.



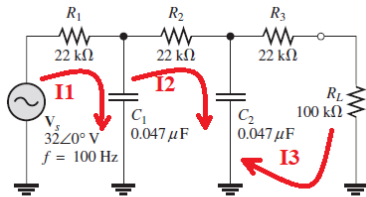
▲ FIGURA 19-50

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * 100 * 0.047} = 33.86 \text{ k}\Omega$$

$$z_1 = z_2 = (22 - j33.86) \text{ k}\Omega$$

$$z_t = (22 - j33.86) + (22 - j33.86) + (22 + j0) \text{ k}\Omega$$

$$z_t = (66 - j67.72) \text{ k}\Omega$$



▲ FIGURA 19-50

Haciendo el estudio por mallas se obtiene los siguientes valores para las corrientes:

$$I_1 = (0.76 - j0.51) \text{ mA}$$

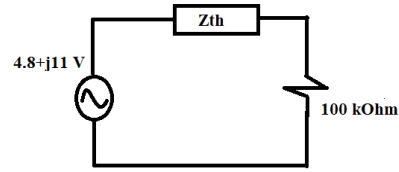
$$I_2 = (0.43 - j0.06) \text{ mA}$$

$$I_3 = (0.048 + j0.11) \text{ mA}$$

Con lo cual se puede calcular el voltaje en R_L .

$$V_{RL} = (0.048 + j0.11) \text{ mA} * (100 + j0) \text{ R}$$

$$V_{RL} = 4.8 + j11 \text{ V.}$$

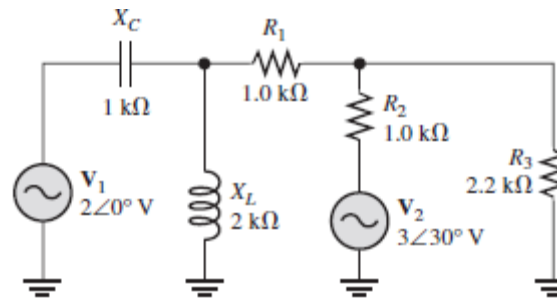


$$I_{RL} = \frac{4.8 + j11}{(100 + j0) + (66 - j67.72)}$$

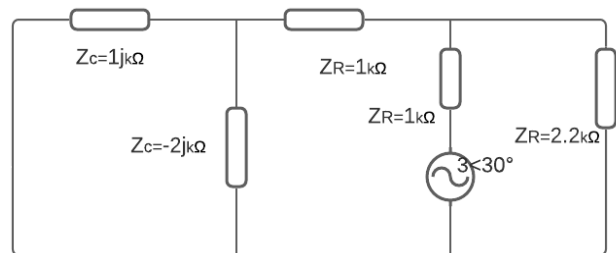
$$I_{RL} = (1.6 + j66.9) \mu\text{A}$$

SUPERPOSICIÓN

Use el teorema de superposición para determinar la corriente y el voltaje a través de la rama R_2 de la figura 19-44.



Primer Análisis

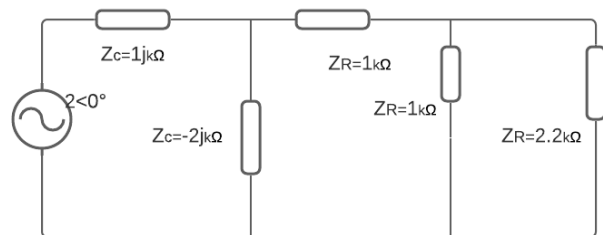


$$Z_c || Z_{c2} + Z_R = \frac{1j(-2j)}{1j - 2j} = 2j + 1$$

$$Z_t = \frac{(2j + 1)(2.2)}{2j + 1 + 2.2} + 1 = \frac{5.4 + 6.4j}{3.2 + 2j} = \frac{8.37 \angle 49.84^\circ}{3.77 \angle 32^\circ} = 2.22 \angle 17.84^\circ$$

$$I_{R2} = \frac{V}{Z_t} = \frac{3 \angle 30^\circ}{2.22 \angle 17.84^\circ} = 1.36 \angle 12.17 \text{ mA}$$

Segundo Análisis



$$Z_{e1} = Z_{R3} || Z_{R2} + Z_{R1} = \frac{2.2(1)}{2.2 + 1} + 1 = 1.69 \text{ k}\Omega$$

$$Z_t = X_c + \frac{X_L R_T}{X_L + R_T} = 1\angle -90^\circ + \frac{2\angle 90^\circ (1.69\angle 0^\circ)}{1.69 + j2} = 1\angle -9.64^\circ$$

$$I_t = \frac{V}{Z_t} = \frac{2\angle 0^\circ}{1\angle -9.64^\circ} = 2\angle 9.64^\circ \text{ mA}$$

$$I_{R2} = \frac{2j}{2j + 2} * (2\angle 9.64^\circ) = 0.70\angle 45^\circ \text{ mA}$$

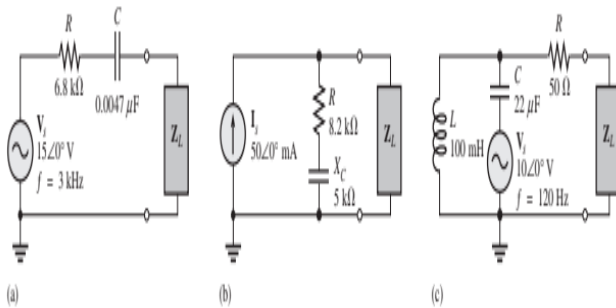
Corriente total

$$I_{R2} = 1.36\angle 12.17^\circ + 0.70\angle 45^\circ \text{ mA}$$

$$I_{R2} = 1.98\angle 23.20^\circ \text{ mA}$$

Maxima tranferencia de potencia

14. En cada circuito de la figura, se tiene que transferir potencia máxima a la carga RL. Determine el valor apropiado para la impedancia de carga en todos los casos.



a)

$$x_{c1} = \frac{1}{2\pi f c_1} = \frac{1}{2\pi (3 \times 10^3)(0.0047 \times 10^{-6})}$$

$$x_{c1} = 11.28 \text{ k}\Omega$$

$$x_{c1} = 11.28 < -90^\circ \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 6.8 < 0^\circ \text{ k}\Omega$$

Circuito en serie

$$Z_{th} = x_{c1} + R_1 = 11.28 < -90^\circ \text{ k}\Omega + 6.8 < 0^\circ \text{ k}\Omega$$

$$Z_L = (6800 - 11280i) \Omega = 13171.11 < -58.91^\circ \Omega$$

Máxima transferencia de potencia
Complejo conjugado

$$Z_{th} = 6800 - 11280i \Omega$$

$$Z_L = 6800 + 11280i \Omega$$

b)

Circuito en serie

$$Z_n = R + x_{c1} = 8.2 < 0^\circ \text{ k}\Omega + 5 < 90^\circ \text{ k}\Omega$$

$$Z_n = (8.2 - 5i) \text{ k}\Omega$$

Máxima transferencia de potencia
Complejo conjugado

$$Z_n = Z_{th} = (8.2 - 5i) \text{ k}\Omega$$

$$Z_L = (8.2 + 5i) \text{ k}\Omega$$

c)

$$x_c = \frac{1}{2\pi f c} = \frac{1}{2\pi 120 \text{ Hz } 220 \text{ F}}$$

$$x_c = 60.28 \Omega$$

$$x_c = 60.28 < -90^\circ \Omega$$

$$x_L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 120 \cdot 100 \times 10^{-3}$$

$$x_L = 62.8 \text{ k}\Omega = 62.8 < 90^\circ \Omega$$

$$R = 50 \Omega = 50 < 0^\circ \Omega$$

R esta en serie con el paralelo de $x_L || x_c$

$$x_L || x_c = \frac{62.8 < 90 \cdot 60.28 < -90}{62.8 < 90 + 60.28 < -90} = 1502.21 < -90^\circ \Omega$$

$$R + x_L || x_c = 50 < 0^\circ \Omega + 1502.21 < -90^\circ \Omega$$

Máxima transferencia de potencia
Complejo conjugado

$$Z_{th} = 100 - 1502.21i$$

$$Z_L = 100 + 1502.21i$$

IV. CONCLUSIONES

Dichos métodos facilitan en análisis de un circuito como se estudió anteriormente cada procedimiento facilita el estudio de un circuito complejo, el método de superposición facilita el análisis de un circuito si el mismo consta de varias fuentes de voltaje o corriente como se estudió previamente en circuitos de cd se aplica los mismos pasos.

Facilita el uso de los datos a analizar ya que este método se analiza por separado dependiendo que cuantas fuentes contiene, facilita y efectiviza el estudio del circuito a ser estudiado.

V. RECOMENDACIONES

Tener presente que en un circuito de corriente alterna se aplica los mismos métodos de análisis, pero en este caso se trabaja con resistencias complejas.

Tener entendido el uso de numero complejos y como se puede trabajar con los mismos.

APÉNDICE

Proteus es una aplicación para la ejecución de proyectos de construcción de equipos electrónicos en todas sus etapas: diseño del esquema electrónico, programación del software, construcción de la placa de circuito impreso, simulación de todo el conjunto, depuración de errores, documentación y construcción.

Tinkercad es un software gratuito online creado por Autodesk es una sencilla aplicación en línea de diseño impresión 3D que todos pueden usar. El objetivo de tinkercAD es ofrecer una herramienta online de diseño e impresión 3D de manera fácil. Una de sus ventajas es la interfaz de trabajo ya que es intuitiva y atractiva para el usuario. Una desventaja del software es que no se puede trabajar si el usuario no cuenta con una conexión a internet.

RECONOCIMIENTO

D.A. agradece al Sr. Ingeniero Edwin Alulema por impartir las clases de Fundamentos de Circuitos Electrónicos procurando la plena comprensión de los estudiantes.

K.A. agradecimientos del autor para el ingeniero por facilitar su conocimiento sobre el tema.

REFERENCIAS

- [1] Floyd, Thomas L., (2007). *Principios de circuitos eléctricos*. México. PEARSON EDUCACIÓN.
- [2] Molina, A. (s. f.). 2.3 TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN - Análisis de Circuitos II. Teorema. Recuperado 28 de febrero de 2021, de <https://sites.google.com/site/analisisdecircuitosupaep/analisis-senoidal-en-estado-estable/2-3-teorema-de-superposi>
- [3] Departamento de Física. (2011) *Teoremas de Circuitos en CA: Thévenin y Norton*. Universidad Nacional de San Luis. Recuperado de: http://www0.unsl.edu.ar/~eyme2/programa/teoria7_V_Thevenin.pdf
- [4]

Biografía Autor(es)

David Alcocer Ojeda, nació en Quito, Ecuador el 4 de julio de 1998. Actualmente está estudiando la carrera de Ingeniería en Mecatrónica en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.

Katherine Arevalo Aguilar nació en Ibarra, Ecuador el 1 de abril de 1999. Cursando la carrera de ingeniería mecatrónica en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.

Juan Suntaxi Naula nació en Sangolquí, Ecuador el 16 de agosto de 1999. Estudiante de Ingeniería Mecatrónica en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.