

Capítulo 21

Sistemas trifásicos

SECCIÓN 21-1 Introducción a máquinas trifásicas

1. La salida de un generador de ca tiene un valor máximo de 250 V. ¿A qué ángulo el valor instantáneo es igual a 75 V?

$$\begin{aligned}V_L &= 250\angle 0^\circ \\V_L &= 75\angle 120^\circ\end{aligned}$$

2. Cierta generador trifásico de dos polos tiene una velocidad de rotación de 60 rpm. ¿Cuál es la frecuencia de cada voltaje producido por este generador? ¿Cuál es el ángulo de fase entre cada voltaje?

Cambio rpm a rad/s

$$60rpm \Rightarrow 2\pi$$

Para la frecuencia

$$\omega = 2\pi * f$$

Despeje

$$f = 1Hz$$

Angulo

$$\theta = \omega T = (2\pi)(1) = 2\pi \Rightarrow 360^\circ$$

SECCIÓN 21-2 Generadores en aplicaciones de potencia

3. Un generador monofásico alimenta una carga compuesta por un resistor de 200 Ω y un capacitor con reactancia de 175 Ω . El generador produce un voltaje de 100 V. Determine la magnitud de la corriente de carga.

$$I_{RL} = \frac{100}{200} = 0.5\angle 0^\circ$$

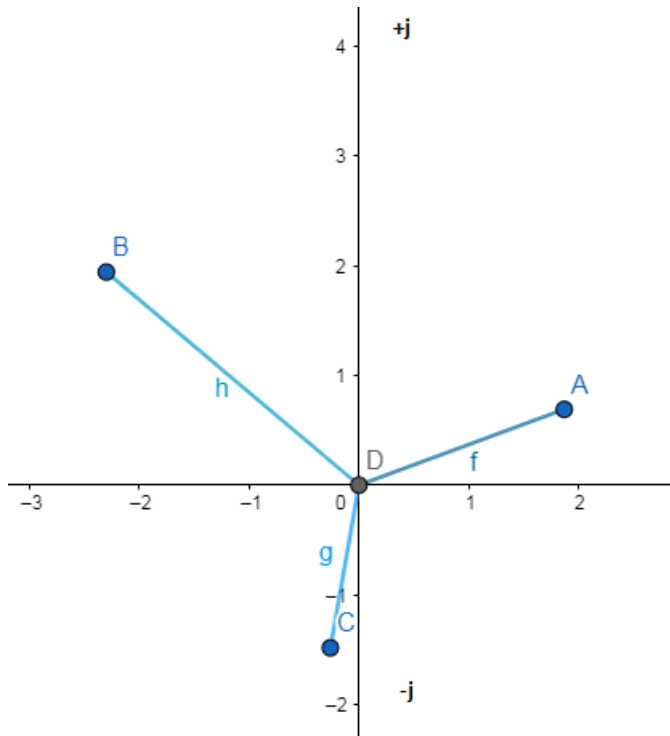
$$I_{RL} = \frac{100}{175\angle -90^\circ} = 0.57\angle 90^\circ$$

4. Determine la fase de la corriente de carga con respecto al voltaje del generador del problema 3.

Ángulos

Para RL el ángulo de fase es 0° mientras que para el capacitor es $90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$

5. Una carga trifásica desbalanceada en un sistema de cuatro hilos tiene corrientes de $2\angle 20^\circ$ A, $3\angle 140^\circ$, y $1.5\angle -100^\circ$ A. Determine la corriente en la línea neutra.

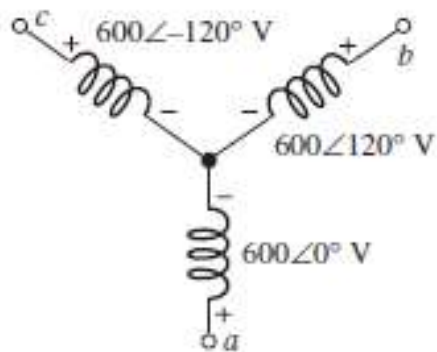


$$2\angle 20^\circ + 3\angle 140^\circ - 1.5\angle -100^\circ = -0.16 + j4.07$$

$$\text{Corriente neutra} = 4\angle 92.25^\circ$$

SECCIÓN 21-3 Tipos de generadores trifásicos

6. Determine los voltajes de línea en la figura 21-35.



Magnitud de voltaje

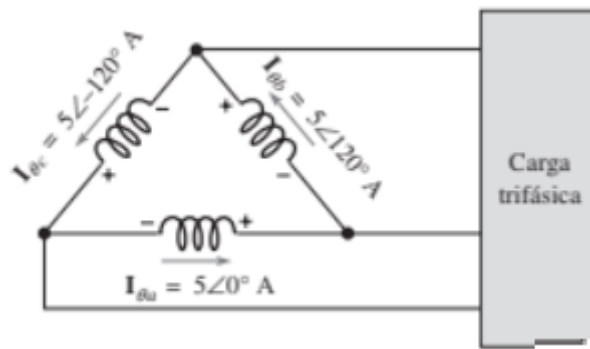
$$V_L = \sqrt{3}(600) = 1 \text{ kV}$$

$$V_L = 1\angle 120^\circ$$

$$V_L = 1\angle -120^\circ$$

$$V_L = 1\angle 0^\circ$$

7. Determine las corrientes de línea en la figura



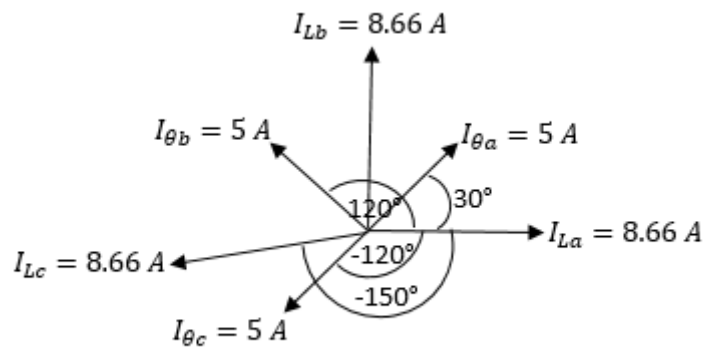
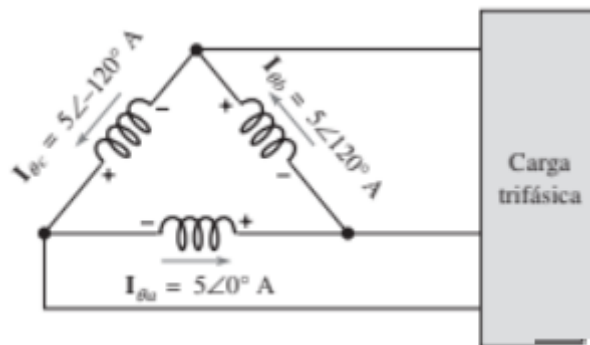
$$I_L = \sqrt{3}I_\theta$$

$$I_{La} = \sqrt{3}I_{\theta a} \rightarrow I_{La} = \sqrt{3} \cdot 5 \angle (0^\circ - 30^\circ) \rightarrow I_{La} = 8.66 \angle -30^\circ A$$

$$I_{Lb} = \sqrt{3}I_{\theta b} \rightarrow I_{Lb} = \sqrt{3} \cdot 5 \angle (120^\circ - 30^\circ) \rightarrow I_{Lb} = 8.66 \angle 90^\circ$$

$$I_{Lc} = \sqrt{3}I_{\theta c} \rightarrow I_{Lc} = \sqrt{3} \cdot 5 \angle (-120^\circ - 30^\circ) \rightarrow I_{Lc} = 8.66 \angle -150^\circ A$$

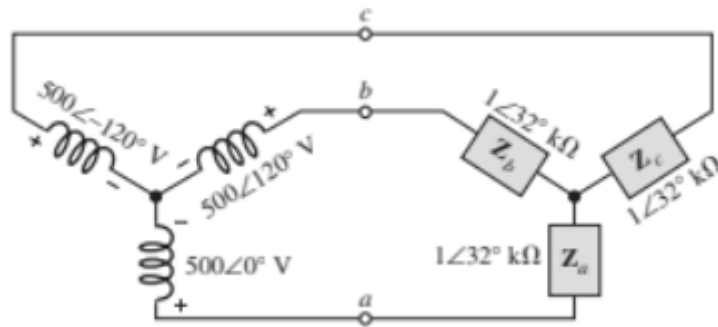
8. Desarrolle un diagrama fasorial de corriente completo para la figura



SECCIÓN 21-4 Análisis de fuente y carga trifásica

9. Determine las siguientes cantidades para el sistema Y-Y de la figura.

- (a) Los voltajes de línea
- (b) Las corrientes de carga
- (c) Las corrientes de línea
- (d) Las corrientes de fase
- (e) Los voltajes de carga



Este sistema tiene una carga balanceada, $Z_a = Z_b = Z_c = 1 \angle 32^\circ$

- a) Los voltajes de línea son

$$V_{La} = \sqrt{3}V_{\theta a} \rightarrow V_{La} = \sqrt{3} \cdot 500 \angle (0 - 30^\circ) \rightarrow V_{La} = 866 \angle -30^\circ$$

$$V_{Lb} = \sqrt{3}V_{\theta b} \rightarrow V_{Lb} = \sqrt{3} \cdot 500 \angle (120 - 30^\circ) \rightarrow V_{Lb} = 866 \angle 90^\circ$$

$$V_{Lc} = \sqrt{3}V_{\theta c} \rightarrow V_{Lc} = \sqrt{3} \cdot 500 \angle (-120 - 30^\circ) \rightarrow V_{Lc} = 866 \angle -150^\circ$$

- b) Las corrientes de carga son

$$I_{Za} = \frac{V_{\theta a}}{Z_a} \rightarrow I_{Za} = \frac{500 \angle 0^\circ}{1 \angle 32^\circ} \rightarrow I_{Za} = 0.5 \angle -32^\circ \text{ A}$$

$$I_{Zb} = \frac{V_{\theta b}}{Z_b} \rightarrow I_{Zb} = \frac{500 \angle 120^\circ}{1 \angle 32^\circ} \rightarrow I_{Zb} = 0.5 \angle 88^\circ \text{ A}$$

$$I_{Zc} = \frac{V_{\theta c}}{Z_c} \rightarrow I_{Zc} = \frac{500 \angle -120^\circ}{1 \angle 32^\circ} \rightarrow I_{Zc} = 0.5 \angle -152^\circ \text{ A}$$

- c) Las corrientes de línea son

$$I_{La} = 0.5 \angle -32^\circ \text{ A}$$

$$I_{Lb} = 0.5 \angle 88^\circ \text{ A}$$

$$I_{Lc} = 0.5 \angle -152^\circ A$$

d) Las corrientes de fase son

$$I_{\theta a} = 0.5 \angle -32^\circ A$$

$$I_{\theta b} = 0.5 \angle 88^\circ A$$

$$I_{\theta c} = 0.5 \angle -152^\circ A$$

e) Los voltajes de carga son

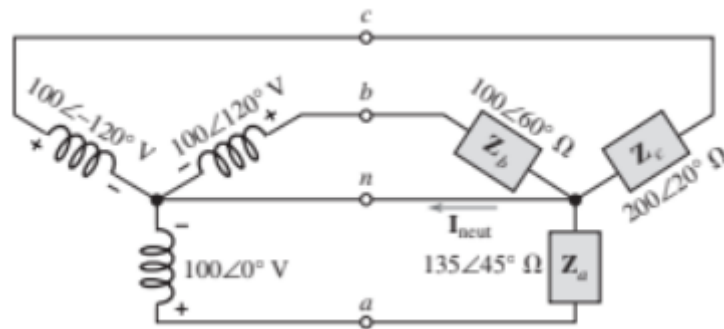
$$V_{Za} = 500 \angle 0^\circ V$$

$$V_{Zb} = 500 \angle 120^\circ V$$

$$V_{Zc} = 500 \angle -120^\circ V$$

10. Repita el problema 9 para el sistema de la figura, y también determine la corriente neutra.

- (a) Los voltajes de línea
- (b) Las corrientes de carga
- (c) Las corrientes de línea
- (d) Las corrientes de fase
- (e) Los voltajes de carga



a) Los voltajes de línea son

$$V_{La} = \sqrt{3}V_{\theta a} \rightarrow V_{La} = \sqrt{3} \cdot 100 \angle (0 - 30^\circ) \rightarrow V_{La} = 173.2 \angle -30^\circ$$

$$V_{Lb} = \sqrt{3}V_{\theta b} \rightarrow V_{Lb} = \sqrt{3} \cdot 100 \angle (120 - 30^\circ) \rightarrow V_{Lb} = 173.2 \angle 90^\circ$$

$$V_{Lc} = \sqrt{3}V_{\theta c} \rightarrow V_{Lc} = \sqrt{3} \cdot 100 \angle (-120 - 30^\circ) \rightarrow V_{Lc} = 173.2 \angle -150^\circ$$

b) Las corrientes de carga son

$$I_{Za} = \frac{V_{\theta a}}{Z_a} \rightarrow I_{Za} = \frac{100 \angle 0^\circ}{135 \angle 45^\circ} \rightarrow I_{Za} = 0.74 \angle -45^\circ A$$

$$I_{Zb} = \frac{V_{\theta b}}{Z_b} \rightarrow I_{Zb} = \frac{100 \angle 120^\circ}{100 \angle 60^\circ} \rightarrow I_{Zb} = 1 \angle 60^\circ A$$

$$I_{Zc} = \frac{V_{\theta c}}{Z_c} \rightarrow I_{Zc} = \frac{100 \angle -120^\circ}{200 \angle 20^\circ} \rightarrow I_{Zc} = 0.5 \angle -140^\circ A$$

c) Las corrientes de línea son

$$I_{La} = 0.74 \angle -45^\circ A$$

$$I_{Lb} = 1 \angle 60^\circ A$$

$$I_{Lc} = 0.5 \angle -140^\circ A$$

d) Las corrientes de fase son

$$I_{La} = 0.74 \angle -45^\circ A$$

$$I_{Lb} = 1 \angle 60^\circ A$$

$$I_{Lc} = 0.5 \angle -140^\circ A$$

e) Los voltajes de carga son

$$V_{Za} = 100 \angle 0^\circ V$$

$$V_{Zb} = 100 \angle 120^\circ V$$

$$V_{Zc} = 100 \angle -120^\circ V$$

f) La impedancia neutra es

$$I_{neutra} = I_{Za} + I_{Zb} + I_{Zc}$$

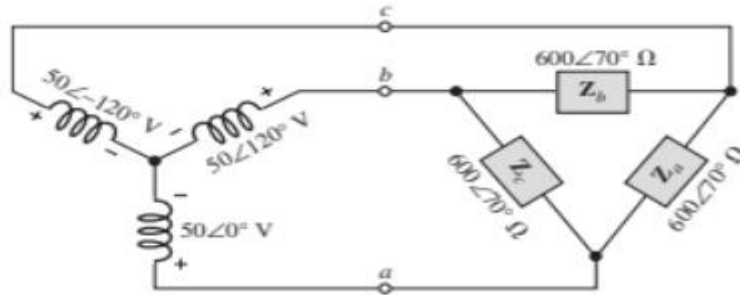
$$I_{neutra} = (0.74 \angle -45^\circ) + (1 \angle 60^\circ) + (0.5 \angle -140^\circ)$$

$$I_{neutra} = -0.66 - j1.42 A$$

11. Repita el problema 9 para el sistema de la figura

(a) Los voltajes de línea

- (b) Las corrientes de carga
- (c) Las corrientes de línea
- (d) Las corrientes de fase
- (e) Los voltajes de carga



- a) Los voltajes de línea son

$$V_{La} = \sqrt{3}V_{\theta a} \rightarrow V_{La} = \sqrt{3} \cdot 50 \angle (0 - 30^\circ) \rightarrow V_{La} = 86.6 \angle -30^\circ$$

$$V_{Lb} = \sqrt{3}V_{\theta b} \rightarrow V_{Lb} = \sqrt{3} \cdot 50 \angle (120 - 30^\circ) \rightarrow V_{Lb} = 86.6 \angle 90^\circ$$

$$V_{Lc} = \sqrt{3}V_{\theta c} \rightarrow V_{Lc} = \sqrt{3} \cdot 50 \angle (-120 - 30^\circ) \rightarrow V_{Lc} = 86.6 \angle -150^\circ$$

- b) Las corrientes de carga son

$$I_{Za} = \frac{V_{La}}{Z_a} \rightarrow I_{Za} = \frac{86.6 \angle -30^\circ}{600 \angle 70^\circ} \rightarrow I_{Za} = 0.144 \angle -100^\circ A$$

$$I_{Zb} = \frac{V_{Lb}}{Z_b} \rightarrow I_{Zb} = \frac{86.6 \angle 90^\circ}{600 \angle 70^\circ} \rightarrow I_{Zb} = 0.144 \angle 20^\circ A$$

$$I_{Zc} = \frac{V_{Lc}}{Z_c} \rightarrow I_{Zc} = \frac{86.6 \angle -150^\circ}{600 \angle 70^\circ} \rightarrow I_{Zc} = 0.144 \angle -220^\circ A$$

- c) Las corrientes de línea son

$$I_{La} = 250 \angle -130^\circ A$$

$$I_{Lb} = 250 \angle -130^\circ A$$

$$I_{Lc} = 250 \angle -10^\circ A$$

- d) Las corrientes de fase son

$$I_{\theta a} = 250 \angle -130^\circ A$$

$$I_{\theta b} = 250 \angle -130^\circ A$$

$$I_{\theta c} = 250 \angle -10^\circ A$$

e) Los voltajes de carga son

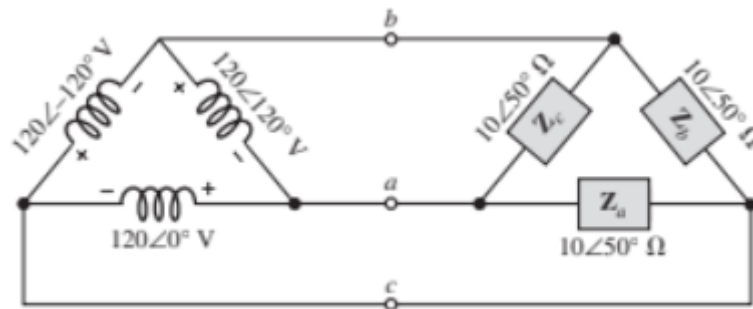
$$V_{Za} = 86.6 \angle -150^\circ V$$

$$V_{Zb} = 86.6 \angle 90^\circ V$$

$$V_{Zc} = 86.6 \angle -30^\circ V$$

12. Repita el problema 9 para el sistema de la figura

- (a) Los voltajes de línea
- (b) Las corrientes de carga
- (c) Las corrientes de línea
- (d) Las corrientes de fase
- (e) Los voltajes de carga



a) Los voltajes de línea son

$$V_{\theta a} = V_{La} = V_{Za} = 120 \angle 0^\circ V$$

$$V_{\theta b} = V_{Lb} = V_{Zb} = 120 \angle 120^\circ V$$

$$V_{\theta c} = V_{Lc} = V_{Zc} = 120 \angle -120^\circ V$$

b) La corrientes de carga son

$$I_{Za} = \frac{V_{Za}}{Z_a} \rightarrow I_{Za} = \frac{120 \angle 0^\circ V}{10 \angle 50^\circ} \rightarrow I_{Za} = 12 \angle -50^\circ A$$

$$I_{Zb} = \frac{V_{Zb}}{Z_b} \rightarrow I_{Zb} = \frac{120 \angle 120^\circ V}{10 \angle 50^\circ} \rightarrow I_{Zb} = 12 \angle 70^\circ A$$

$$I_{Zc} = \frac{V_{Zc}}{Z_c} \rightarrow I_{Zc} = \frac{120 \angle -120^\circ V}{10 \angle 50^\circ} \rightarrow I_{Zc} = 12 \angle -170^\circ A$$

c) Las corrientes de líneas son

$$I_{La} = \sqrt{3}I_{Za} \rightarrow I_{La} = \sqrt{3} \cdot 12 \angle (-50 - 30) \rightarrow I_{La} = 20.78 \angle -80^\circ$$

$$I_{Lb} = \sqrt{3}I_{Zb} \rightarrow I_{Lb} = \sqrt{3} \cdot 12 \angle (70 - 30) \rightarrow I_{Lb} = 20.78 \angle 40^\circ$$

$$I_{Lc} = \sqrt{3}I_{Zc} \rightarrow I_{Lc} = \sqrt{3} \cdot 12 \angle (-170 - 30) \rightarrow I_{Lc} = 20.78 \angle -200^\circ$$

d) La corrientes de fases son

$$I_{\theta a} = 20.78 \angle -80^\circ A$$

$$I_{\theta b} = 20.78 \angle 40^\circ A$$

$$I_{\theta c} = 20.78 \angle -200^\circ A$$

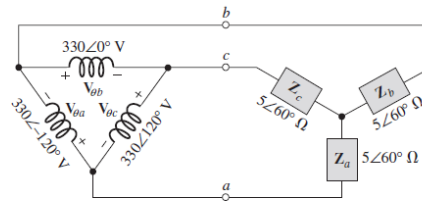
e) Los voltajes de carga son

$$V_{Za} = 120 \angle 0^\circ V$$

$$V_{Zb} = 120 \angle 120^\circ V$$

$$V_{Zc} = 120 \angle -120^\circ V$$

13. Determine los voltajes de línea y las corrientes de carga para el sistema de la figura 21-41.



▲ FIGURA 21-41

$$A_{ZC} = R_{ZC} = 5 \cos 60 = 2.5 \Omega$$

$$I_{ZC} = I_{L3} = \frac{330 \angle 120^\circ}{2.5 \angle 0^\circ} = 132 \angle 120^\circ A$$

$$A_{ZB} = R_{ZB} = 5 \cos 60 = 2.5 \Omega$$

$$I_{ZB} = I_{L2} = \frac{330 \angle 0^\circ}{2.5 \angle 0^\circ} = 132 \angle 0^\circ A$$

$$A_{ZA} = R_{ZA} = 5 \cos 60 = 2.5 \Omega$$

$$I_{ZA} = I_{L1} = \frac{330 \angle -120^\circ}{2.5 \angle 0^\circ} = 132 \angle -120^\circ A$$

$$V_{ZA} = \sqrt{3} * 132 * 5 = 1143.15 V$$

$$V_{ZB} = \sqrt{3} * 132 * 5 = 1143.15 V$$

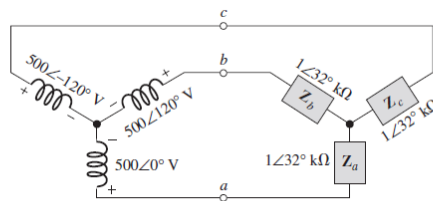
$$V_{ZC} = \sqrt{3} * 132 * 5 = -1143.15 V$$

SECCIÓN 21-5 Potencia trifásica

14. La potencia en cada fase de un sistema trifásico balanceado es de 1200 W. ¿Cuál es la potencia total?

$$P_{TOTAL} = 3 * 1200 = 36900 W$$

15. Determine la potencia suministrada a la carga en las figuras 21-37 a 21-41.

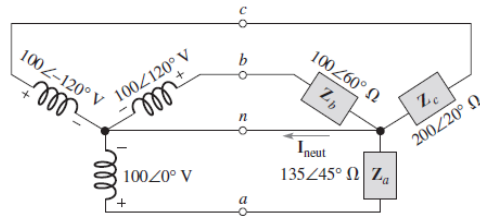


▲ FIGURA 21-37

$$I_Z = \frac{500}{1000} = 0.5 A = I_L$$

$$V_L = \sqrt{3} * 500 = 866.025 V$$

$$P_{TOTAL} = \sqrt{3} * 866.025 * 0.5 * \cos 32 = 636.04 W$$

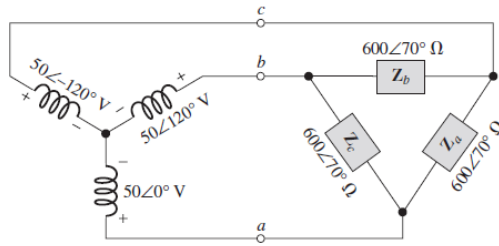


▲ FIGURA 21-38

$$I_Z = I_L = \frac{100}{35} \text{ A}$$

$$V_L = \sqrt{3} * 100 \text{ V}$$

$$P_{TOTAL} = 3 * 100 * \frac{100}{35} * \cos 45 = 157.14 \text{ W}$$

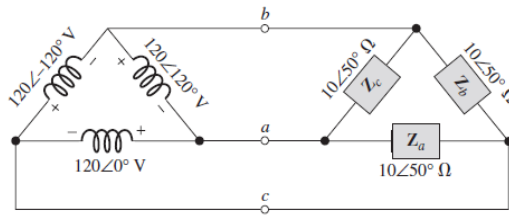


▲ FIGURA 21-39

$$V_Z = V_L = 50 \text{ V}$$

$$I_L = \sqrt{3} * \frac{50}{600} \text{ A}$$

$$P_{TOTAL} = 9 * 50 * \frac{50}{600} * \cos 50 = 4.28 \text{ W}$$

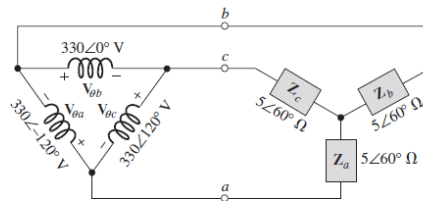


▲ FIGURA 21-40

$$V_Z = V_L = 120 \text{ V}$$

$$I_L = \sqrt{3} * \frac{120}{10}$$

$$P_{TOTAL} = 3 * 120 * 12 * \cos 50 = 2776.84 \text{ W}$$



▲ FIGURA 21-41

$$V_L = V_\theta = \sqrt{3} V_Z$$

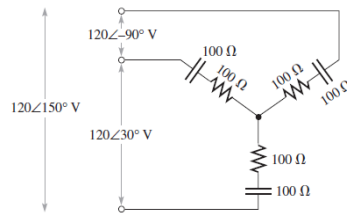
$$V_Z = \frac{330}{\sqrt{3}}$$

$$I_L = I_Z = \frac{330}{5\sqrt{3}}$$

$$P_{TOTAL} = 330 * \frac{330}{5} * \cos 60 = 10890 \text{ W}$$

16. Determine la potencia total suministrada a la carga en la figura 21-42.

► FIGURA 21-42



$$V_{L2} = 120\angle 150^\circ V$$

$$V_{L3} = 120\angle -90^\circ V$$

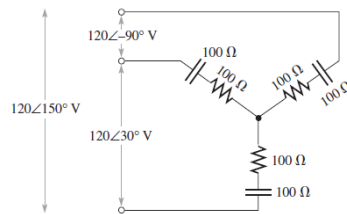
$$V_{L1} = 120\angle 30^\circ V$$

$$Z = 100\sqrt{2}\angle -45^\circ \Omega$$

$$P_{TOTAL} = 120 * \frac{120}{100\sqrt{2}} * \cos -45 = 72 W$$

* 17. Utilice el método de tres wattímetros para medir el sistema de la figura 21-42. ¿Cuánta potencia indica cada wattímetro?

► FIGURA 21-42



$$V_{L2} = 120\angle 150^\circ V$$

$$V_{L3} = 120\angle -90^\circ V$$

$$V_{L1} = 120\angle 30^\circ V$$

$$I_L = \frac{120}{100\sqrt{2}}$$

$$P_1 = 120 * \frac{120}{100\sqrt{2}} = 101.82 W$$

$$P_2 = 120 * \frac{120}{100\sqrt{2}} = 101.82 W$$

$$P_3 = 120 * \frac{120}{100\sqrt{2}} = 101.82 W$$

$$P_{TOTAL} = 3 * 101.82 = 305.46 W$$

* 18. Repita el problema 17 empleando el método de dos wattímetros.

$$V_L = 120 V$$

$$I_L = 0.84 A$$

$$P_1 = 120 * 0.84 = 100.8 W = P_2$$

$$P_{TOTAL} = 201.6 W$$