

对空域谱估计算法的研究

林叶枫

(南京理工大学 南京 210094)

摘要: 空域谱估计又称波达方向(direction of arrival, DOA)估计,是阵列信号处理领域中的一项重要内容,其任务是估计空间某一区域内感兴趣信号的到达方向。近年来空域谱估计理论日趋成熟,论述了 Bartlett、Capon 和多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)算法的原理和性能。在性能分析上,对窄带空域信号的方向估计进行 MATLAB 仿真,比较上述 3 种算法的分辨率,实验结果表明 MUSIC 算法分辨率最高, Capon 次之,增加阵元数可提高算法分辨率;为使算法能有效应用到实际阵列信号处理中,还从信噪比、阵元数和快拍数这 3 个方面进行 Monte Carlon 实验对比,深入分析了其对算法测量准确度的影响,实验结果表明高信噪比情况下时测量准确度较高,改变快拍数和阵元数不会影响测量;低信噪比情况下可以通过增加阵元数和快拍数提高测量准确度。

关键词: 空域谱; Bartlett; Capon; MUSIC

中图分类号: TP2 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.1050

Research on spatial domain spectrum estimation algorithm

Lin Yefeng

(Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Spatial domain spectrum estimation, also known as direction of arrival(DOA)estimation, is an important part of the field of array signal processing. Its task is to estimate the direction of arrival of signals of interest in a certain area of space. In recent years, the theory of spatial domain estimation is becoming more and more mature. The principles and performance of Bartlett, capon and multiple signal classification(MUSIC) algorithms are reviewed. In the performance analysis, Matlab simulation is carried out on the direction estimation of narrow-band spatial domain signals, and the resolutions of the above three algorithms are compared. The experimental results show that the Musci algorithm has the highest resolution, and Capon is the second. Increasing the number of array elements can improve the resolution of the algorithm; The algorithm can be effectively applied to the actual array signal processing. The Monte Carlon experiment is also compared from three aspects of signal-to-noise ratio, array element number and snapshot number, and deeply analyzes its influence on the accuracy of the algorithm measurement. The experimental results show that When the signal-to-noise ratio is high, the measurement accuracy is high. Changing the number of snapshots and the number of array elements will not affect the measurement; in the case of low signal-to-noise ratio, the measurement accuracy can be improved by increasing the number of array elements and the number of snapshots.

Keywords: Spatial domain spectrum; Bartlett; Capon; MUSIC

0 引言

近十年来,阵列信号处理在雷达、通信、地理探查等军用和民用领域得到广泛的应用^[1],已发展为软件无线电领域的一个重要分支。阵列信号处理通过一组布置在空间不同位置上的传感器阵列来接收空间信号^[2],得到信号源的空间离散观测数据,相比于传统的单传感器具有更高的波束分辨率,且在抑制干扰和提高信号增益方面也有很大程

度的提升。阵列信号处理的研究内容自 60 年代以来经历了三大阶段^[3-5]:

- 1) 自适应波束形成:发展于 20 世纪 60 年代,目的为使阵列天线方向图的主瓣指向所需方向,增强有用信号,抑制干扰和噪声信号。
- 2) 自适应零点控制:发展于 20 世纪 70 年,目的为在干扰方向形成零陷以检测干扰来源。
- 3) 空间谱估计:发展于 20 世纪 80 年代,目的为估计

空间信号的到达方向。

其中本文所研究的空域谱估计技术是在近 30 年发展起来的一门新兴的空域信号处理技术^[6],属于现代信号处理法,也是一种多元天线阵结合现代信号处理技术的新型测向技术^[7]。与自适应阵列技术不同,空域谱估计侧重于研究空间多传感器阵列所构成的处理系统对空间信号的多种参数进行准确估计的能力,主要目的就是估计处在空间某一区域内多个感兴趣信号的到达方向,也叫波达方向(DOA),所以空域谱估计又称为 DOA 估计^[8]。空间谱估计测向系统主要由天线阵列、多通道接收机、算法处理器及控制端所组成^[9]。

波达方向是空间谱估计的一个重要参数,指空间内各个信号到达阵列参考阵元的方向角。波达方向估计的研究一直处于高速发展时期,不同种类的算法层出不穷^[10]。Bartlett 法是最早的 DOA 估计算法,该算法是经典 Fourier 分析对传感器阵列数据的一种推广,即利用传统处理时域数据的方法处理阵列接收到的空域数据。由于 Bartlett 波束形成法不是自适应的,不能适应不同的干扰环境,为使算法能自动对消干扰信号, Capon 波束形成算法在此基础上被提出。该算法能够使波束在期望信号方向形成高增益,在干扰方向形成零陷^[11]。具有自适应功能,但对自相关矩阵的求逆运算带来巨大的计算量。Bartlett 和 Capon 算法属于传统空间谱估计理论,在这之后的 DOA 算法都属于现代高分辨空间谱估计理论,这类方法中最早最具代表性的为 MUSIC 法^[12]。该算法对协方差进行特征分解,对 DOA 估计研究具有划时代的意义。

本文简要论述了阵列信号处理模型及 Bartlett、Capon 和 MUSIC 算法基本原理,根据理论仿真了 3 种算法分辨率及研究了分辨率提高措施。由于天线阵元数、信号采样数即快拍数和信号的信噪比是 DOA 算法的重要参数,因此实际应用过程中天线阵列的设计及接受信号所处的杂波环境会大大影响波达方向的测量准确度,探究这 3 个因素与测量准确度的关系对实际阵列信号的处理具有一定指导意义。

1 空域谱估计算法原理

1.1 Bartlett 空域谱估计器

Bartlett 波束形成器是从传感器阵列中重构源期望信号,即希望来自方向 θ_i 的输出功率为最大,对应的空域谱估计算法利用波束形成的逆思想搜索使波束形成的输出功率达到最大的输入信号方向。将天线阵列的输出功率

$$P = W^H X(n) X^H(n) W = |s(t)|^2 |a^H(\theta) a(\theta_i)|^2 \quad (1)$$

作为目标函数,波达方向应对应目标函数的峰值,即

$$\theta = \operatorname{argmax}[E\{W^H X(n) X^H(n) W\}] \quad (2)$$

在 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 范围内搜索,输出功率取得最大值时的峰值位置代表信号方向。

1.2 Capon 空域谱估计器

Capon 空域谱估计算法同样是基于 Capon 波束形成器形成的,波束形成思想为使噪声和干扰所贡献功率最小,同时又保持信号源方向上功率不变。可用下式表达该算法:

$$\begin{cases} \min E\{P\} = \min W^H X(n) X^H(n) W \\ \text{st: } |W^H a(\theta_i)|^2 = 1 \end{cases} \quad (3)$$

由此得到的输出功率为

$$P = 1/a^H(\theta) R^{-1} a(\theta) \quad (4)$$

与 Bartlett 相同,输出功率的峰值位置为波达方向。

1.3 MUSIC 法

MUSIC 法通过对阵列输出数据进行奇异值分解或者特征分解获得空间伪谱^[13]。设阵元数为 L ,存在 M 个目标,算法基本思想为将阵列接收信号的 $L \times L$ 协方差矩阵特征分解:

$$R = U_s \sum U_s^H + \sigma^2 U_n U_n^H \quad (5)$$

式中: $U_s = [e_1, e_2, \dots, e_M]$ 为信号子空间特征向量, $U_n = [e_{M+1}, e_{M+2}, \dots, e_L]$ 为噪声子空间特征向量。方向矩阵的各个列向量与噪声空间正交,即 $U_n^H a(\theta) = 0$ 。由此求下式 P 取得峰值时的方向,即为波达方向。

$$P = \frac{1}{a^H(\theta) U_n U_n^H a(\theta)} \quad (6)$$

2 算法分辨率分析

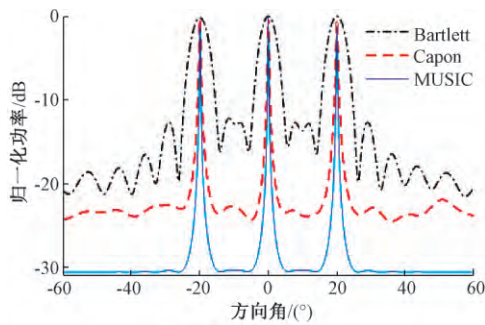
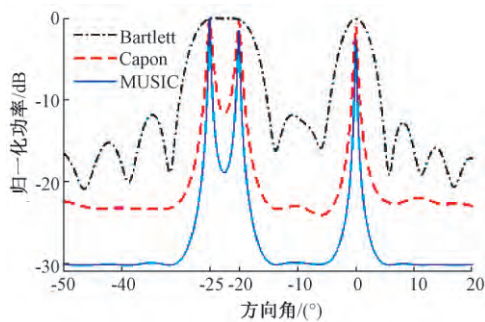
由于阵列信号处理中经常要求分辨多个空间信号,分辨率成为空间谱估计技术的一项重要指标。为分析三种算法的分辨率,本文基于 Matlab 对 3 个不相干窄带线性调频信号的方向估计进行仿真,信号时宽 $T = 32 \mu\text{s}$,带宽 $B = [4, 2, 3] \text{ MHz}$,载波频率 $f_0 = 1 \text{ GHz}$,采样频率 $f_s = 16 \text{ MHz}$ 。对多窄带信号建立模型进行 DOA 估计的具体步骤如下^[14]:

- 1) 设定阵元数、快拍数和信噪比,模拟阵列接收的阵元信号。
- 2) 根据阵元信号求得协方差矩阵和噪声子空间特征向量。
- 3) 建立 Bartlett、Capon 和 MUSIC 算法的输出功率模型。
- 4) 对输出功率绘图,并对结果进行谱峰搜索,记录相应的波达方向。

2.1 3 种算法分辨率

设定 $\text{SNR} = -10 \text{ dB}$,阵元数为 20,快拍数为 512。3 个信号的波达方向依次为 $[-20^\circ, 0^\circ, 20^\circ]$ 和 $[-25^\circ, -20^\circ, 0^\circ]$ 时,3 种算法得到的空间谱如图 1 和图 2。

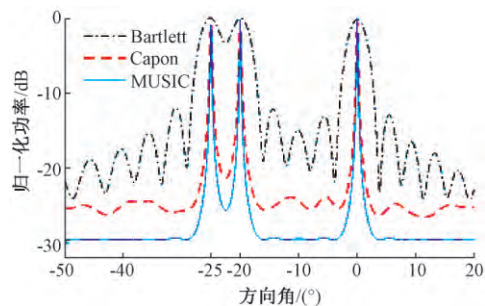
从图 1 和图 2 看出,通过搜索功率谱峰值,3 种算法都能估计出信号的波达方向,其中 MUSIC 算法分辨率最高, Bartlett 算法主瓣最宽分辨率最低,在当前阵列参数下已无法分辨 -20° 与 -25° 这两个方向。Bartlett 算法的低分辨率性能与其波束形成器原理相关,加权向量与照射到天线

图 1 波达方向 $[-20^{\circ}, 0^{\circ}, 20^{\circ}]$ 图 2 波达方向 $[-25^{\circ}, -20^{\circ}, 0^{\circ}]$

上的信号匹配,阵列输出为各天线阵元接收信号的加权和。当存在多个方向到达的目标时,观测方向的平均输出功率被削弱,导致分辨率降低。

2.2 阵元数对分辨率的影响

将阵元数增加至 30,得到对波达方向 $[-25^{\circ}, -20^{\circ}, 0^{\circ}]$ 信号的空域谱估计如图 3。

图 3 增加阵元数后的空间谱 波达方向 $[-25^{\circ}, -20^{\circ}, 0^{\circ}]$

与图 2 对比,阵元数增加后 Bartlett 谱估计器输出功率谱在 -20° 和 -25° 方向上出现峰值,且 Capon 功率谱谱谷由原来的 -12 dB 降至 -22 dB,可见增加阵元数能使 Bartlett 和 Capon 谱估计器输出功率谱主瓣变窄,从而提高分辨率性能,且阵列数越多,分辨率越高。

3 测量准确度影响因素分析

待处理阵列信号是若干个按阵元排列的信号集合。受

各种外来干扰、杂波和天线阵列内部噪声影响,阵列接收

到的信号并非真正的实际值,而是带有一定噪声的随机变量。阵元在时域的一次采样称为快拍数。本文分析了信噪比、阵元数和快拍数对测量准确度的影响。

由于仿真对象是加入了随机噪声的信号,单次仿真存在随机性,实验结果并不能准确说明上述 3 个因素与测量准确度的具体关系。为得到分布传播规律,应通过对输入量的概率密度函数进行随机抽样,这种以概率和统计为基础的数值计算方法叫做 Monte Carlo 法^[15]。简单来说,该算法先大量模拟,然后计算一个随机事件发生的次数,再通过这个发生次数除以总模拟次数,来近似代表该随机事件发生的概率。本文采用 Monte Carlo 仿真对加入随机噪声的阵列信号进行 N 次建模和处理,计算每次波达方向的误差,对 N 次误差结果的平方和开根号求平均作为测量均方误差的统计估计值。

3.1 信噪比对测量准确度的影响

在 Matlab 中使用函数 `awgn(signal, SNR)` 实现在信号中加入一定信噪比的零均值高斯白噪声。设定阵元数为 20,快拍数为 512。信噪比从 -20 dB 增至 -7 dB,步长为 1 dB,在每一个 SNR 下循环 10 次,计算每次测量的方向角,得到测量的均方误差与信噪比的关系曲线如图 4。

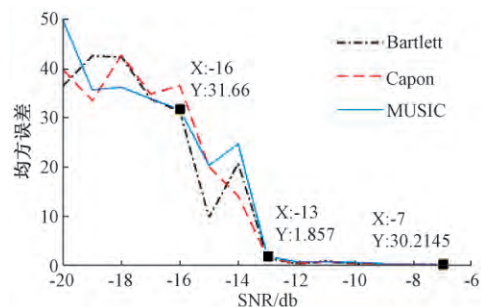


图 4 信噪比与测量误差的关系曲线

图 4 中纵坐标为测量角的均方误差。在该参数设置模式下,3 种方法在信噪比小于 -13 dB 时测量角误差数量级为 1° 和 0.1° ,随信噪比降低误差数量级增加至 10° ,可见低信噪比会严重导致测量的准确程度恶化。

3.2 阵元数对测量准确度的影响

3.1 节中分析得到信噪比是影响测量准确度的一大重要因素,为使对阵元数影响程度的研究更为精确,本文分析了 3 种信噪比情况下测量角误差与阵元数的关系。

设定快拍数 $N=512$,阵元数从 $L1$ 增至 $L2$,步长为 2,在每一个阵元数下循环仿真 20 次,得到每次测量的方向角,画出不同信噪比下测量的均方误差与阵元数的关系曲线,如图 5(a)~(c)。

图(a)表明高信噪比情况下,改变阵元数不会带来测量误差。图(b)中当信噪比降至 -10 dB 时,3 种算法都在小于 14 个阵元数时出现测量误差,且随阵元数减少误差增

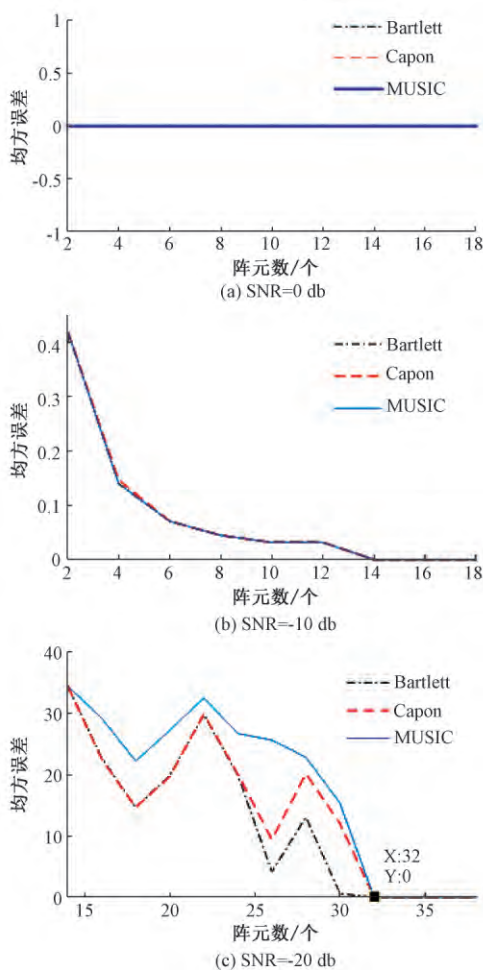


图 5 不同信噪比下测量的均方误差与阵元数的关系曲线

大,误差数量级为 0.1° ,加大阵元数可以消除误差。在图(c)所示的低信噪比情况下,Capon及Bartlett法测量误差小于MUSIC法,对于分辨率性能更高的MUSIC算法,阵元数需要增加至32才能将误差控制在 0.1° 的数量级,这将导致天线阵列设备体积变大成本变高。因此在天线阵元数的设计中,需折中考虑测量准确度及设备体积和成本。

3.3 快拍数对测量准确度的影响

与3.2节分析方法相同,本文研究了不同信噪比情况下快拍数的影响程度。设定阵元数为10,快拍数从 N_1 增至 N_2 ,步长为100,在每一个快拍数下循环仿真20次,其中高信噪比条件下仿真结果同图5(a),改变快拍数不影响测量;信噪比较低时,仿真结果如图6(a)(b)所示。

图7所得结论与2.2节相似,高信噪比条件下测量理想,误差数量级为 0.1° ;在图(b)所示的低信噪比情况下,Capon及Bartlett法测量误差小于MUSIC法,且快拍数越大,测量误差越小,对于分辨率性能更高的MUSIC算法,快拍数需要增加至900才能将误差控制在 0.1° 的数量级,带来的后果是处理阵列信号数据急剧增加,从而影响设备

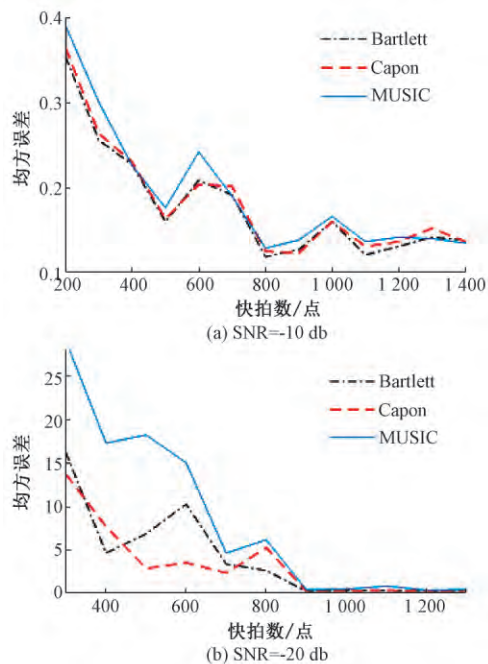


图 6 低信噪比条件下仿真结果图

功耗及运行速率。

4 结 论

波达方向估计方法是智能天线研究的一个重要内容,Bartlett、Capon和MUSIC算法是阵列信号处理领域发展相对成熟的空域谱估计理论,本文简要介绍了3种算法的原理,并结合软件仿真分析了其分辨率,MUSIC算法作为现代高分辨空间谱估计分辨率远高于前两种传统谱估计算法,Bartlett和Capon法分辨率性能的提高可以通过增加阵元数实现。在实际应用中,波达方向测量准确度会受信噪比、阵元数和快拍数影响,本文通过仿真分析了这3种因素与测量准确度的关系。在高信噪比条件下,且阵元数和快拍数的改变不会影响测量准确度。当信噪比较低时,需要增加快拍数和阵元数来降低测量误差,这将不可避免的导致设备体积的增大和处理速率的降低,因此在实际应用时需合理选取折中的参数,使得测量准确度和硬件设施都达到最为理想的要求。

参考文献

- [1] 张小飞,汪飞,徐大专. 阵列信号处理的理论和应用[M]. 国防工业出版社,2010.
- [2] 罗喜. 基于稀疏表示的二维波达方向估计[D]. 西安电子科技大学,2015.
- [3] 王威,杨露,宁国勇,等. 基于软件无线电的天线阵列研究[J]. 电子测量技术,2018,41(19): 96-99.
- [4] 李元吉,王宁,曾波,等. 现代雷达,2018,40(5): 17-20,27.

- [5] 刘传保. 数字阵列雷达多功能信号模拟器设计[J]. 现代雷达, 2018, 40(9): 26-31.
- [6] 张骅, 党明杰. 基于码相关的自适应多波束形成算法[J]. 电子测量技术, 2008, 31(6): 27-29.
- [7] 刘斌, 栾忠权, 马超, 等. 基于 L 型阵列的故障声源位置估计[J]. 电子测量与仪器学报, 2017, 31(4): 617-622.
- [8] 梁智雄, 王宏菲, 王凌. 空间谱估计测向技术简析与实际应用研究[J]. 西部广播电视, 2017, 1(4): 180-182.
- [9] 冯晓宇, 谢军伟, 张晶, 等. 改进的稳健 Capon 波束形成算法性能分析[J]. 现代雷达, 2018, 40(9): 32-35, 39.
- [10] 薛会祥, 赵拥军. 基于 CS 阵列的 DOA 估计[J]. 电子测量与仪器学报, 2012, 26(3): 208-214.
- [11] 李燕, 何怡刚, 尹柏强. LFM 信号 DOA 估计分数阶量纲归一化方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2016, 30(3): 448-455.
- [12] 刘剑锋, 戴旭初, 徐国微, 等. 非合作情况下 WCDMA 系统期望小区信号分离与多径 DOA 估计[J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(11): 166-171.
- [13] 范文泉, 肖文书. 基于 MUSIC 和 ESPRIT 算法的 DOA 动态布站[J]. 电子测量技术, 2019, 42(2): 142-148.
- [14] 李鹏飞, 张旻, 钟子发. 基于稀疏表示的宽带 DOA 估计[J]. 电子测量与仪器学报, 2011, 25(8): 716-721.
- [15] 魏明明. 蒙特卡洛法与 GUM 评定测量不确定度对比分析[J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(11): 17-25.

作者简介

林叶枫, 硕士研究生, 主要研究方向为通信与信息系统、随机信号处理、雷达数据处理和信号处理等。

E-mail: aanlop@163.com