



Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра інформаційних систем та технологій

Лабораторна робота № 3 Спеціальні розділи математики-2. Чисельні методи

Метод сплайн-інтерполяції функцій

Виконала
студентка групи ІА-23
Архип'юк К. О.

Перевірила:
Вітюк А. Є.

Київ 2023

Мета роботи: ознайомитись з методологією сплайн-інтерполювання функцій, зокрема побудови кубічного сплайну.

Хід роботи

Варіант 1

1. Архип'юк Катерина Олександрівна
X* = 8

i	0	1	2	3	4
x_i	0.1	0.5	0.9	1.3	1.7
f_i	100.0	4.0	1.2346	0.59172	0.34602

Розв'язок в аналітичній формі

$$i \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$x_i \quad 0,1 \quad 0,5 \quad 0,9 \quad 1,3 \quad 1,7$$

$$f_i \quad 100,0 \quad 4,0 \quad 1,2346 \quad 0,59172 \quad 0,34602$$

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3$$

Щоб знайти a_i, b_i, c_i, d_i потрібно виконати умови:

$$\left. \begin{aligned} S_i(x_i) &= f_i \\ S_i(x_{i+1}) &= f_{i+1} \end{aligned} \right\} \text{ умови прохідності згідно з теоремою}$$

$$S_i''(x_0) = S_i''(x_4) = 0 \quad \text{— кривизна сплайну на кінцях} = 0$$

$$S_i'(x_{i+1}) - S_i'(x_i) = S_{i+1}'(x_{i+1}) - S_{i+1}'(x_i); \quad i = 1, 2, 3$$

Нерозривність сплайну

1. Дано $i=0$

$$S_0(x) = a_0 + b_0(x - x_0) + c_0(x - x_0)^2 + d_0(x - x_0)^3$$

$$S_0(x_0) = f_0 = 100$$

$$S_0(x_1) = f_1 = 4$$

$$S_0''(x_0) = 0$$

$$S_0''(x_1) = 2c_0 + 6d_0(x_1 - x_0) = 0$$

$$S_0'(x_1) - S_0'(x_0) = 2b_0 + 6c_0(x_1 - x_0) + 12d_0(x_1 - x_0)^2 = S_1'(x_1) - S_1'(x_0)$$

Вирішивши систему рівнянь маємо:

$$a_0 = 100 \quad b_0 = 0 \quad c_0 = -3,1608 \quad d_0 = 1,10387$$

2. Due $i=1$

$$S_1(x) = a_1 + b_1(x-x_1) + c_1(x-x_1)^2 + d_1(x-x_1)^3$$

$$S_1(x_1) = f_1 = 4$$

$$S_1(x_2) = f_2 = 1,2346$$

$$S_1''(x_1) = 0$$

$$S_1''(x_2) = 2c_1 + 6d_1(x_2 - x_1) = 0$$

$$S_1'(x_2) - S_1'(x_1) = 2b_1 + 6c_1(x_2 - x_1) + 12d_1(x_2 - x_1)^2 = S_1'(x_2) - S_1'(x_1)$$

Daum, $a_1 = 4$ $b_1 = -4,42727$ $c_1 = 0,84202$ $d_1 = -4,74635$

3. Due $i=2$

$$S_2(x) = a_2 + b_2(x-x_2) + c_2(x-x_2)^2 + d_2(x-x_2)^3$$

$$S_2(x_2) = f_2 = 1,2346$$

$$S_2(x_3) = f_3 = 0,59172$$

$$S_2''(x_2) = 0$$

$$S_2''(x_3) = 2c_2 + 6d_2(x_3 - x_2) = 0$$

$$S_2'(x_3) - S_2'(x_2) = 2b_2 + 6c_2(x_3 - x_2) + 12d_2(x_3 - x_2)^2 = S_2'(x_3) - S_2'(x_2)$$

Daum, $a_2 = 1,2346$ $b_2 = -4,10229$ $c_2 = 4,6017$ $d_2 = -1,71446$

4. Due $i=3$

$$S_3(x) = a_3 + b_3(x-x_3) + c_3(x-x_3)^2 + d_3(x-x_3)^3$$

$$S_3(x_3) = f_3 = 0,59172$$

$$S_3(x_4) = f_4 = 0,34602$$

$$S_3''(x_3) = 0$$

$$S_3''(x_4) = 2c_3 + 6d_3(x_4 - x_3) = 0$$

$$S_3'(x_4) - S_3'(x_3) = 2b_3 + 6c_3(x_4 - x_3) + 12d_3(x_4 - x_3)^2 = S_3'(x_4) - S_3'(x_3)$$

Daum $a_3 = 0,59172$ $b_3 = -1,92791$

$c_3 = 1,71511$ $d_3 = -0,42912$

Кубічний сплайс, для масі функції з кубовою привязкою $x-x_0$ і $x-x_1$

$$S_0(x) = 100,0 - 6,10237(x-0,1) + 15,3174(x-0,1)^2 - 9,74028(x-0,1)^3$$

$$(0,1 \leq x \leq 0,5)$$

$$S_1(x) = 4 - 4,42727(x-0,5) + 8,84202(x-0,5)^2 - 1,74635(x-0,5)^3$$

$$(0,5 \leq x \leq 0,9)$$

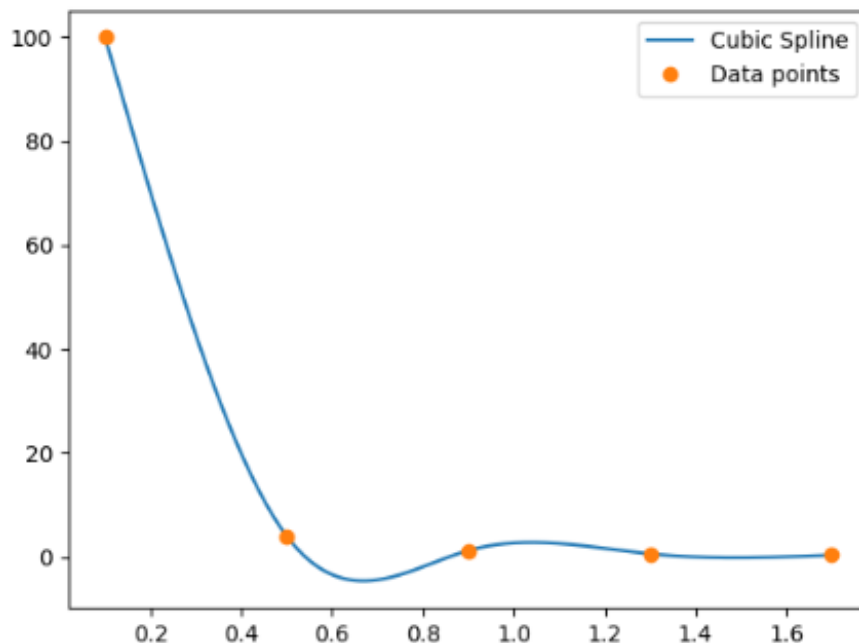
$$S_2(x) = 1,2346 - 4,10229(x-0,9) + 4,6017(x-0,9)^2 - 1,71416(x-0,9)^3$$

$$(0,9 \leq x \leq 1,3)$$

$$S_3(x) = 0,58172 - 1,92791(x-1,3) + 1,71511(x-1,3)^2 - 0,42912(x-1,3)^3$$

$$(1,3 \leq x \leq 1,7)$$

Графік



Значення функції для $X^* = 8$:

$f(8) = -6306.087975585937$

Посилання на код: <https://github.com/KatiaArkhyp/numerical-methods/tree/main/Lab%203>

Висновок: При виконанні лабораторної роботи я ознайомилась з методологією сплайн-інтерполювання функцій, зокрема побудови кубічного сплайну.