



Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра інформаційних систем та технологій

## Лабораторна робота № 2

### Спеціальні розділи математики-2. Чисельні методи

Методи Лагранжа і Ньютона для інтерполяції  
функцій

Виконала  
студентка групи ІА-23  
Архип'юк К. О.

Перевірила:  
Вітюк А. Є.

Київ 2023

**Мета роботи:** ознайомитись з інтерполяцією функцій за методами Лагранжа і Ньютона; оцінити похибку інтерполяції вказаними методами.

## Хід роботи

### Варіант 1

Студент	Лаб 2			
	Завдання	Діапазон 1	Діапазон 2	Точка $X^*$
Архип`юк Катерина Олександрівна	$y = x \sin(x)$	$X_i = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$	$X_i = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}$	$X^* = \frac{\pi}{4}$

#### 1 діапазон:

##### Метод Лагранжа

```
X: [0, 0.5235987755982988, 1.0471975511965976, 1.5707963267948966]
Y: [0.0, 0.26179938779914935, 0.9068996821171088, 1.5707963267948966]
L(x) = 0.91189065278104*x*(x - 1.5707963267949)*(x - 1.0471975511966) - 3.15888188312782*x*(x - 1.5707963267949)*(x - 1.0471975511966) + 0.5592184564032143
L(pi/4) = 0.5592184564032143
Абсолютна похибка 0.003858089133418563
```

##### Метод Ньютона

```
X: [0, 0.5235987755982988, 1.0471975511965976, 1.5707963267948966]
Y: [0.0, 0.26179938779914935, 0.9068996821171088, 1.5707963267948966]
N(x) = -0.423209924784702*x*(x - 1.0471975511966)*(x - 0.523598775598299) + 0.699057027714004*x*(x - 0.523598775598299) + 0.5*x*(x - 0.523598775598299)*(x - 1.0471975511966)
N(pi/4) = 0.5592184564032142
Абсолютна похибка 0.003858089133418452
```

#### 2 діапазон:

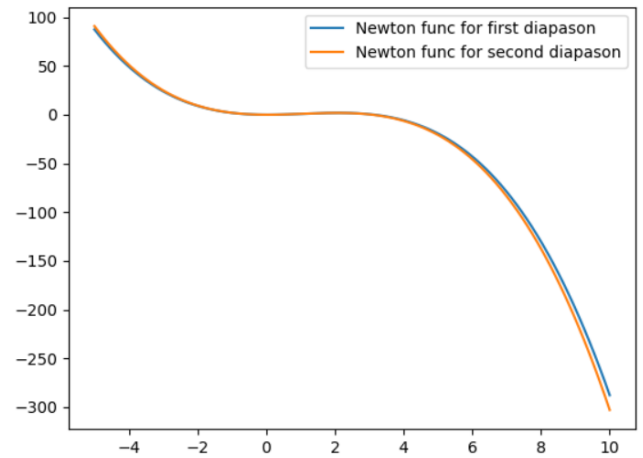
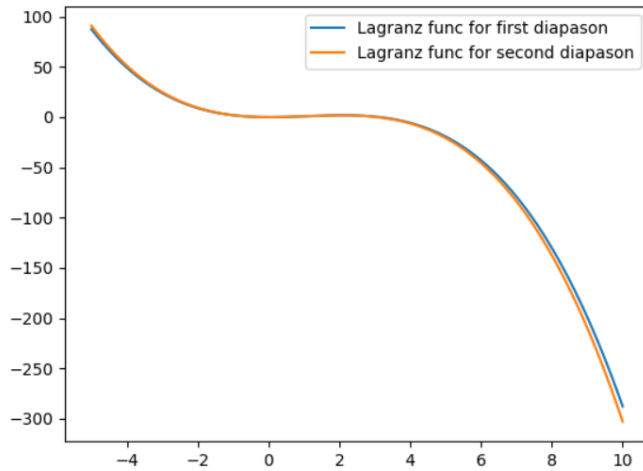
##### Метод Лагранжа

```
X: [0, 0.5235987755982988, 1.3089969389957472, 1.5707963267948966]
Y: [0.0, 0.26179938779914935, 1.2643939499093282, 1.5707963267948966]
L(x) = 0.607927101854026*x*(x - 1.5707963267949)*(x - 1.30899693899575) - 4.69769990545495*x*(x - 1.5707963267949)*(x - 1.30899693899575) + 0.5622868290962346
L(pi/4) = 0.5622868290962346
Абсолютна похибка 0.006926461826438857
```

##### Метод Ньютона

```
X: [0, 0.5235987755982988, 1.3089969389957472, 1.5707963267948966]
Y: [0.0, 0.26179938779914935, 1.2643939499093282, 1.5707963267948966]
N(x) = -0.442210192476767*x*(x - 1.30899693899575)*(x - 0.523598775598299) + 0.593235186944648*x*(x - 0.523598775598299) + 0.5*x*(x - 0.523598775598299)*(x - 1.30899693899575)
N(pi/4) = 0.5622868290962347
Абсолютна похибка 0.006926461826438968
```

## Графіки



Розв'язок задачі в аналітичній формі:

Метод Лагранжа (для прямого краєвого)

$y = x \sin(x)$   $x_i = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$

$y(0) = 0$

$y(\frac{\pi}{6}) = 0,2618$

$y(\frac{\pi}{3}) = 0,9077$

$y(\frac{\pi}{2}) = 1,5708$

x	y	$\frac{\pi}{6} \approx 0,52$
0	0	$\frac{\pi}{3} \approx 1,05$
$\frac{\pi}{6}$	0,2618	$\frac{\pi}{2} \approx 1,57$
$\frac{\pi}{3}$	0,9077	
$\frac{\pi}{2}$	1,5708	

$$L(x) = y_0 \frac{x-x_1}{x_0-x_1} + y_1 \frac{x-x_2}{x_1-x_0} + y_{n+1} \frac{x-x_n}{x_{n+1}-x_n}$$

$$L(x) = 0 + 0,2618 \cdot \frac{(x-0) \cdot (x-1,05) \cdot (x-1,57)}{(0,52-0)(0,52-1,05)(0,52-1,57)} +$$

$$+ 0,9077 \cdot \frac{(x-0)(x-0,52)(x-1,57)}{(1,05-0)(1,05-0,52)(1,05-1,57)} +$$

$$+ 1,5708 \cdot \frac{(x-0)(x-0,52)(x-1,05)}{(1,57-0)(1,57-0,52)(1,57-1,05)} =$$

$$= 0,92x(x-1,57)(x-1,05) - 3,15x(x-1,6)(x-0,53) +$$

$$+ 1,8x(x-1,047)(x-0,52)$$

$L(\frac{\pi}{4}) \approx 0,558$

Абсолютна похибка:

$$\Delta = |0,558 - (\frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{4})| \approx 0,0026$$

Лабораторна (група згуртовано працює)

$y = x \sin(x)$

$X_i = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}$

x	y
0	0
$\frac{\pi}{6}$	0,2618
$\frac{5\pi}{12}$	1,264
$\frac{\pi}{2}$	1,5708

$y(0) = 0$

$y(\frac{\pi}{6}) = 0,2618$

$y(\frac{5\pi}{12}) = 1,264$

$y(\frac{\pi}{2}) = 1,5708$

$f(0) = 0$

$f(\frac{\pi}{6}) = 0,1273$

$f(\frac{5\pi}{12}) = 0,7193$

$f(\frac{\pi}{2}) = 1$

$f[0, \frac{\pi}{6}] = \frac{f(\frac{\pi}{6}) - f(0)}{\frac{\pi}{6} - 0} = \frac{0,1273}{0,5236} = 0,243$

$f[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}] = \frac{f(\frac{5\pi}{12}) - f(\frac{\pi}{6})}{\frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{6}} = 0,9176$

$f[\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}] = \frac{f(\frac{\pi}{2}) - f(\frac{5\pi}{12})}{\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{12}} = 1$

$f[0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}] = \frac{f(\frac{5\pi}{12}) - f[0, \frac{\pi}{6}]}{\frac{5\pi}{12} - 0} = 1,4688$

$f[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}] = \frac{f(\frac{\pi}{2}) - f[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}]}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}} = 0,7062$

$f[0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}] = \frac{f[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}] - f[0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}]}{\frac{\pi}{2} - 0} = -0,2033$

$N(x) = 0 + 0,2430(x-0) + 1,4688(x-0)(x-\frac{\pi}{6}) + 0,7062(x-0)(x-\frac{\pi}{6})(x-\frac{5\pi}{12}) - 0,2033(x-0)(x-\frac{\pi}{6})(x-\frac{5\pi}{12})(x-\frac{\pi}{2})$

$N(\frac{\pi}{4}) = 0 + 0,243(\frac{\pi}{4}-0) + 1,4688(\frac{\pi}{4}-0)(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}) + 0,7062(\frac{\pi}{4}-0)(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6})(\frac{\pi}{4}-\frac{5\pi}{12}) - 0,2033(\frac{\pi}{4}-0)(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6})(\frac{\pi}{4}-\frac{5\pi}{12})(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}) \approx 0,571$

Абсолютна похибка:

$\Delta = |0,571 - (\frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{4})| \approx 0,0031$

Код: <https://github.com/KatiaArkhyp/numerical-methods/blob/main/Lab%202/main.py>

**Висновок:** При виконанні лабораторної роботи я ознайомилась з інтерполяцією функцій за методами Лагранжа і Ньютона; оцінила похибку інтерполяції вказаними методами.