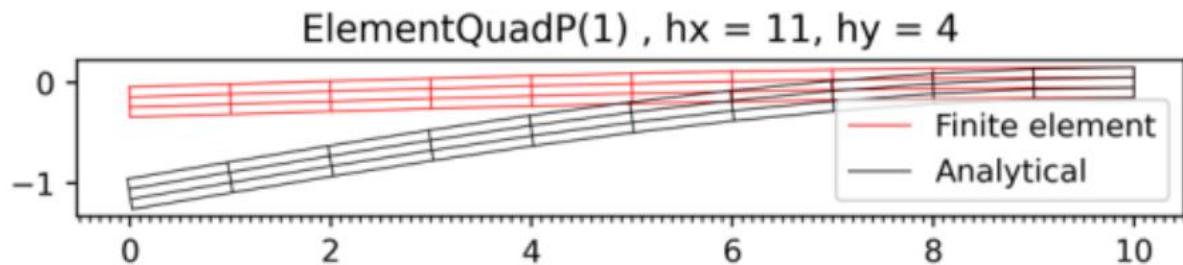


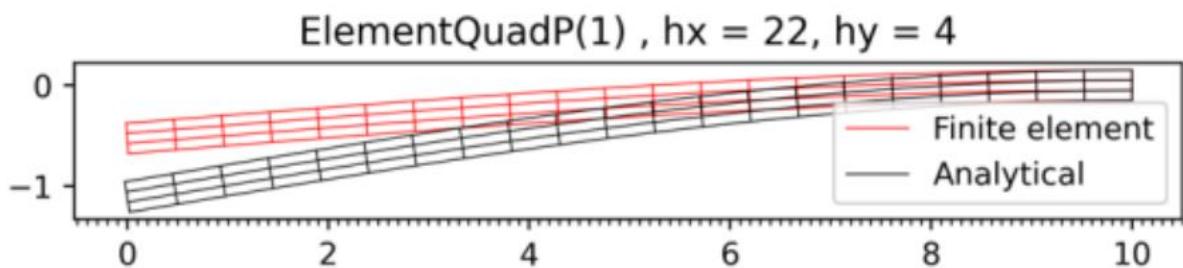
Балка

Кусочно-линейная функция ElementQuadP(1)

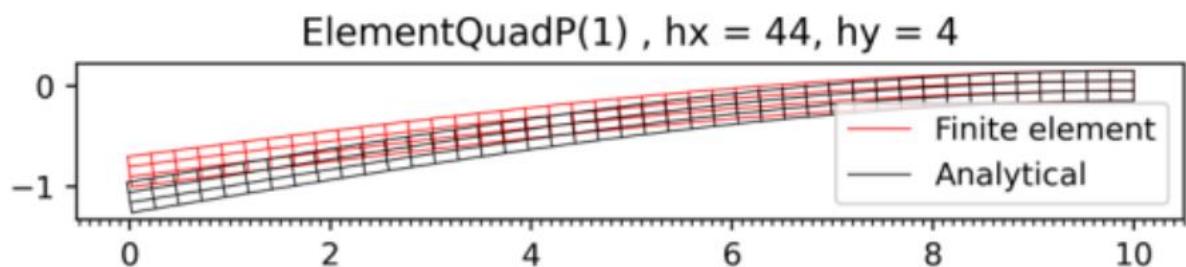
Измельчаем сетку по x в 2 раза:



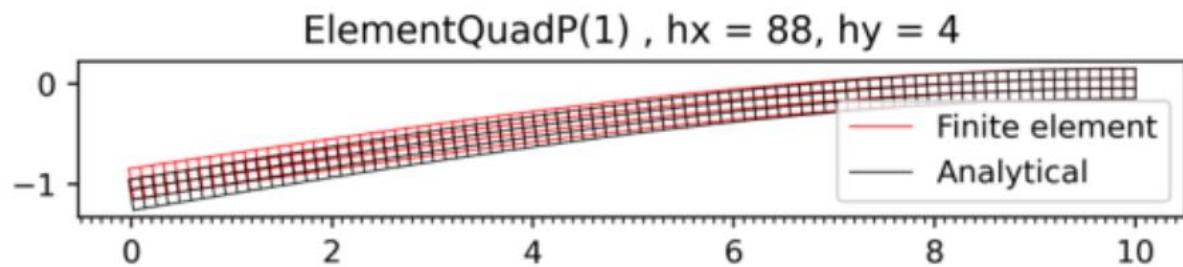
ошибка: 0.914609



ошибка: 0.581541



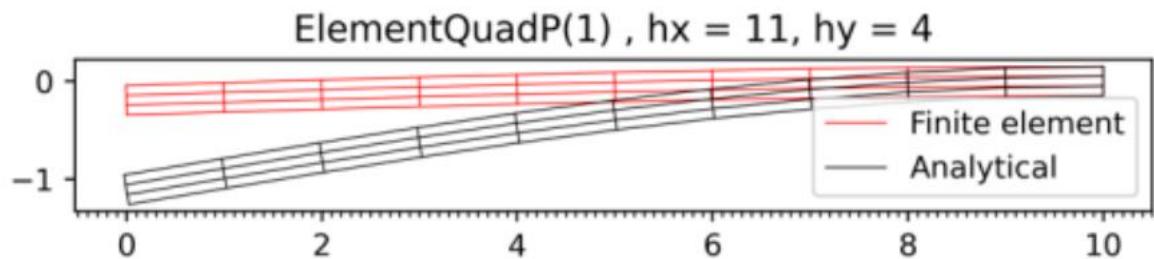
ошибка: 0.25632



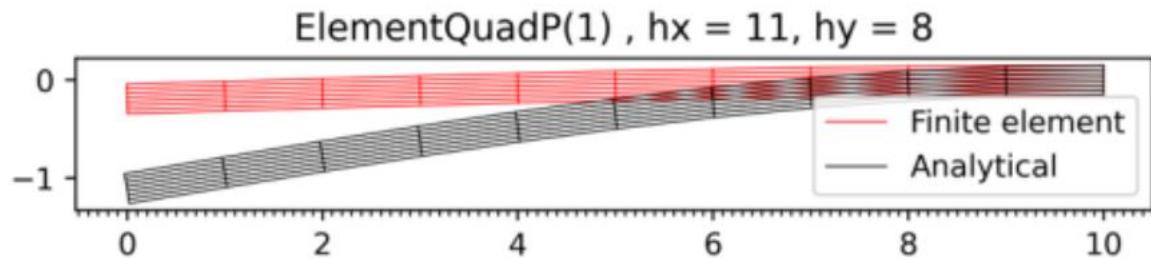
ошибка: 0.11054

При использовании кусочно-линейной функции и измельчении сетки по x ошибка значительно изменяется.

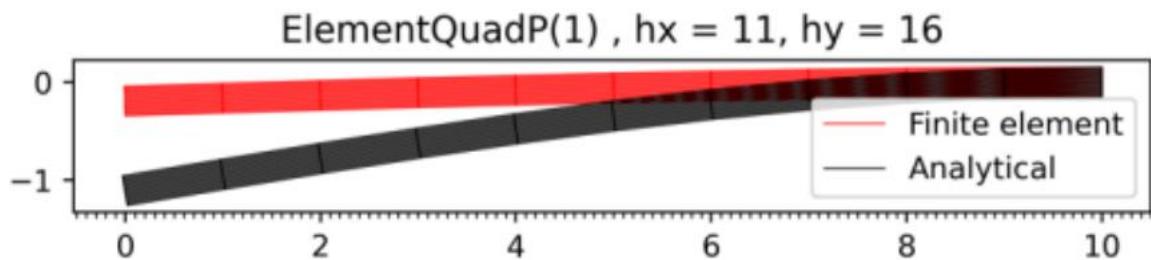
Измельчаем сетку по y в 2 раза:



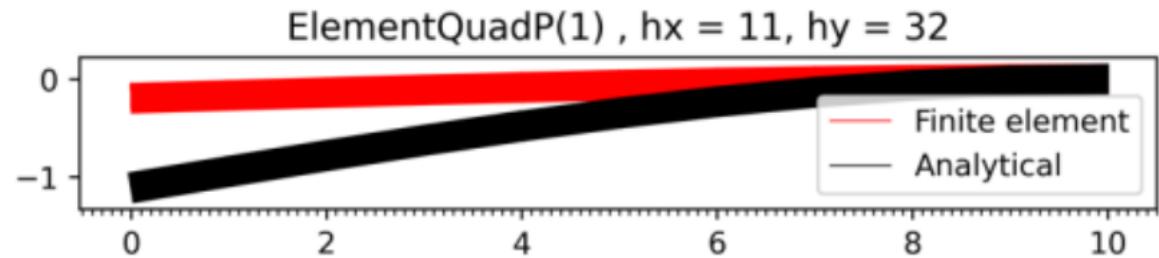
Ошибка: 0.914609



Ошибка: 0.914409



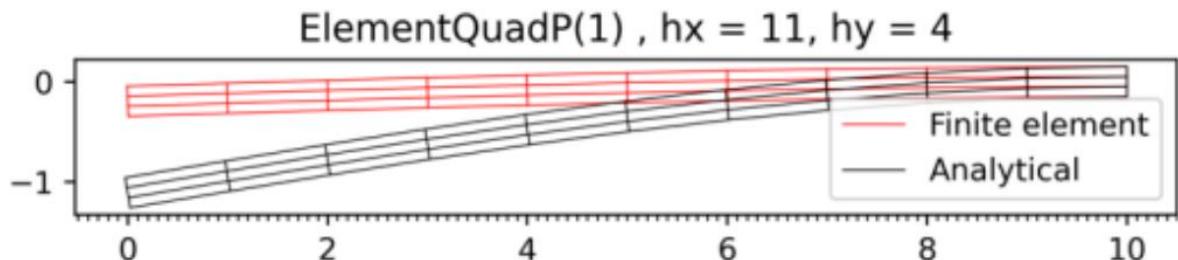
Ошибка: 0.914379



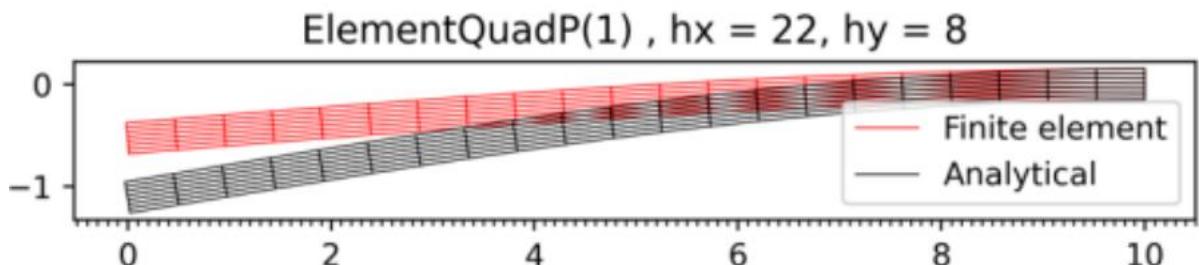
Ошибка: 0.914374

При использовании кусочно-линейной функции и измельчении сетки по y ошибка не изменяется.

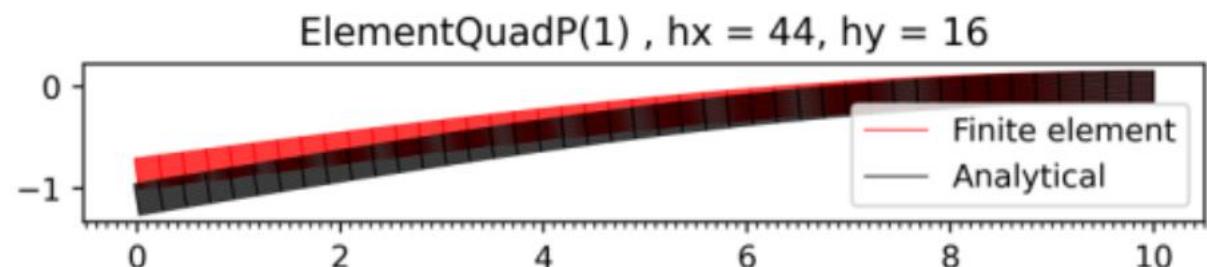
Измельчаем сетку по х и по у в 2 раза:



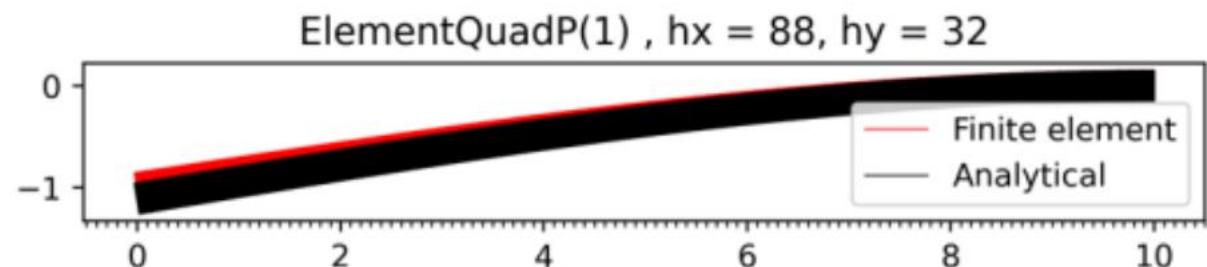
Ошибка: 0.914609



Ошибка: 0.580004



Ошибка: 0.251488

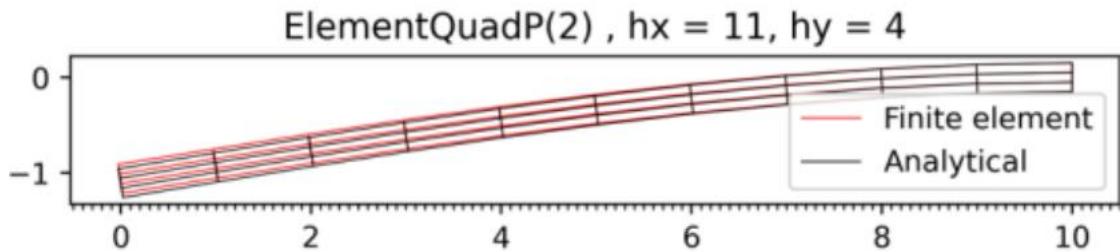


Ошибка: 0.103619

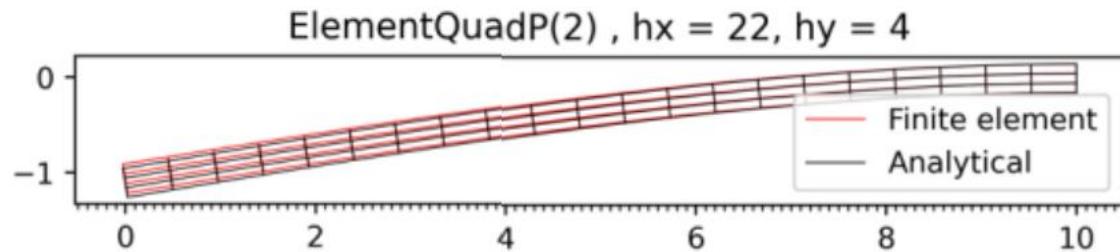
При использовании кусочно-линейной функции и измельчении сетки по х и по у ошибка уменьшается, но не так значительно, как при изменении сетки только по х.

Кусочно-квадратичная функция ElementQuadP(2)

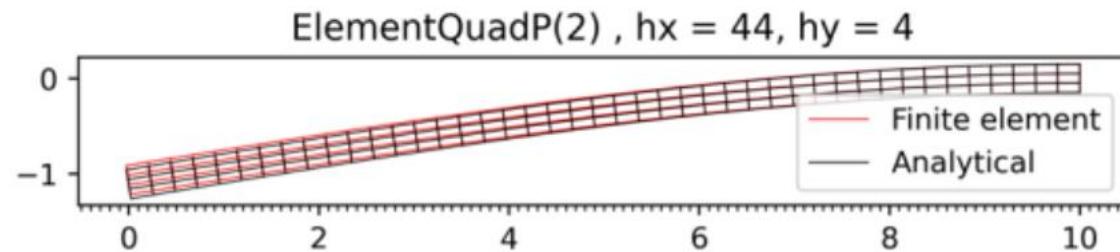
Измельчаем сетку по x в 2 раза:



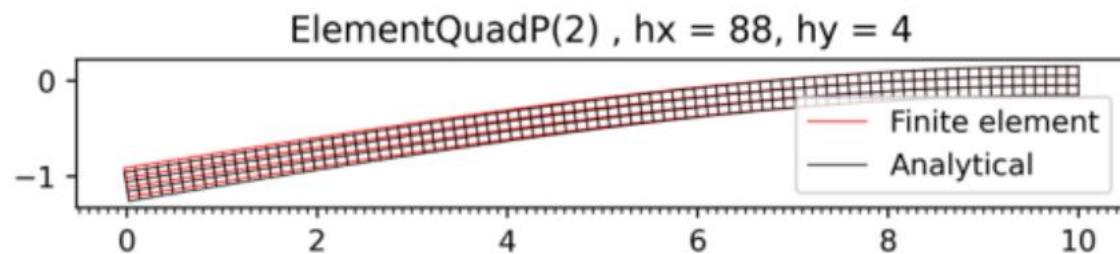
Ошибка: 0.047223



Ошибка: 0.044996



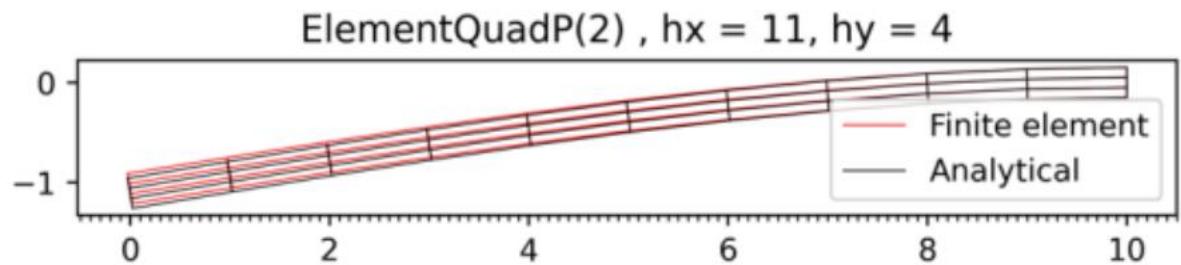
Ошибка: 0.044385



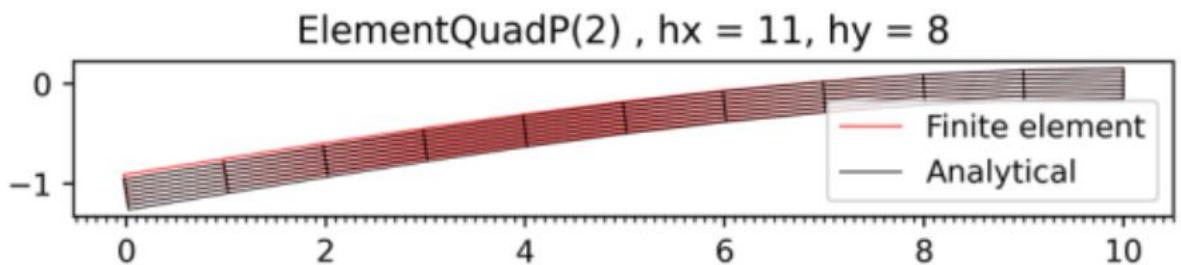
Ошибка: 0.044178

При использовании кусочно-квадратичной функции и измельчении сетки по x ошибка уменьшается незначительно.

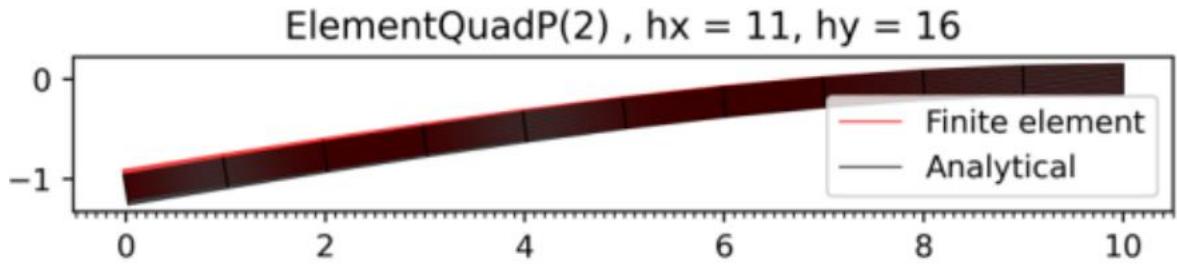
Измельчаем сетку по y в 2 раза:



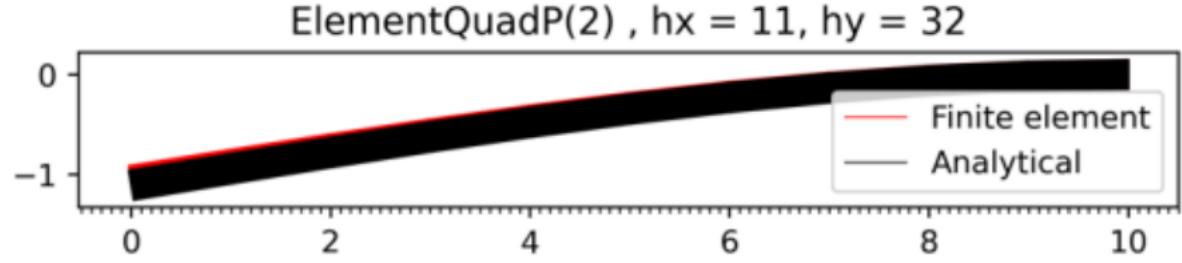
Ошибка: 0.047223



Ошибка: 0.04722



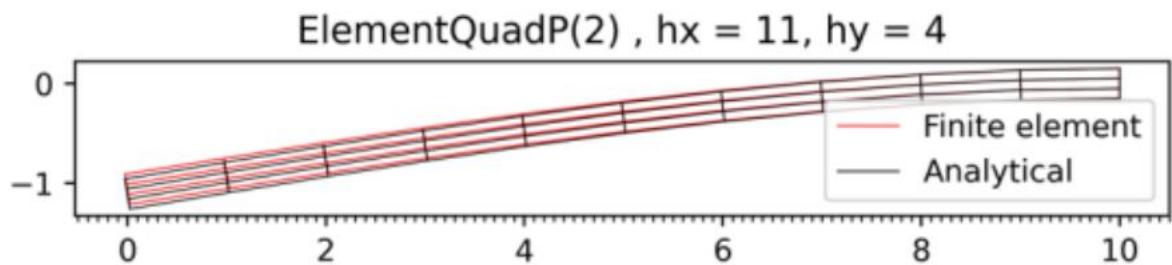
Ошибка: 0.04722



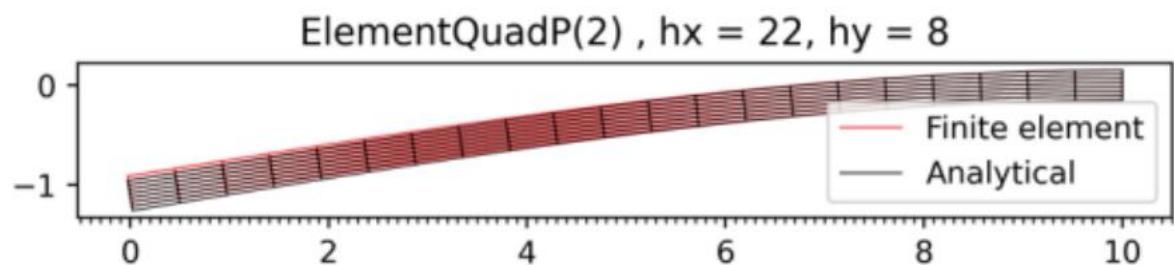
Ошибка: 0.04722

При использовании кусочно-квадратичной функции и измельчении сетки по y ошибка не изменяется.

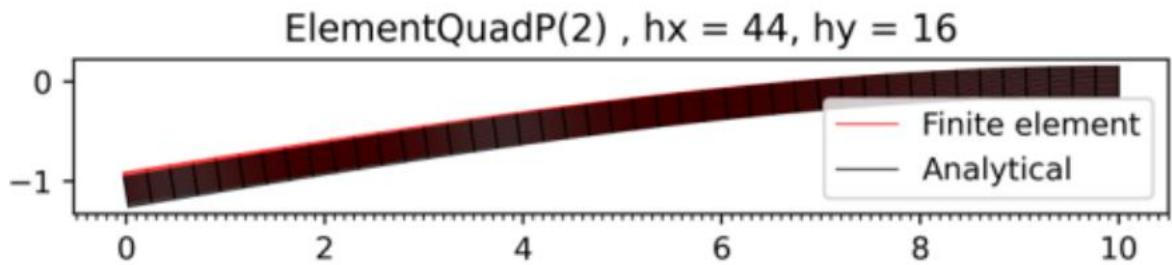
Измельчаем сетку и по х и по у в 2 раза:



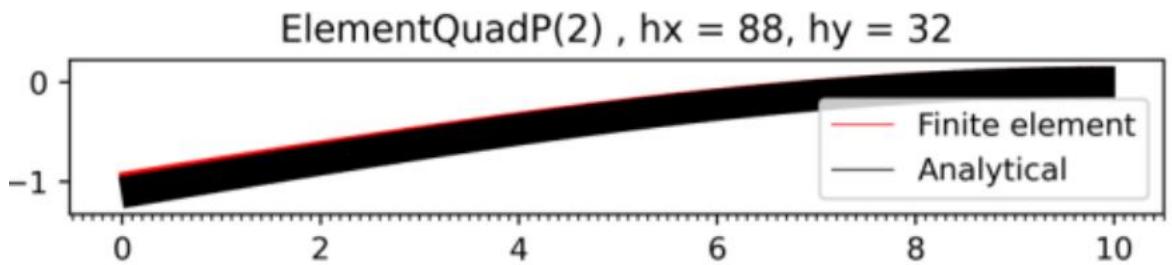
Ошибка: 0.047223



Ошибка: 0.044994



Ошибка: 0.044379

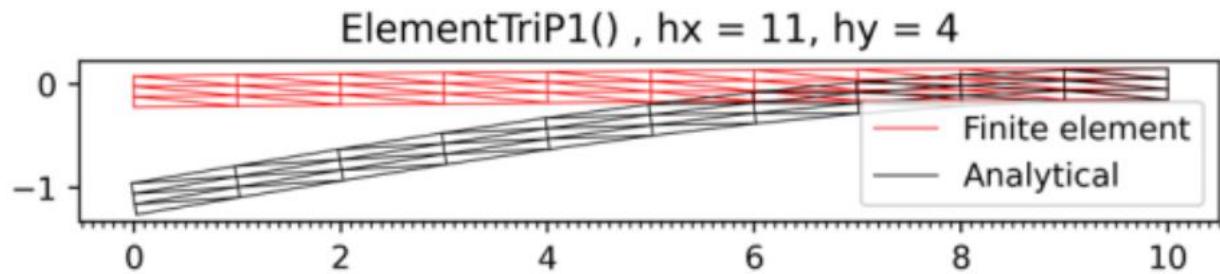


Ошибка: 0.044162

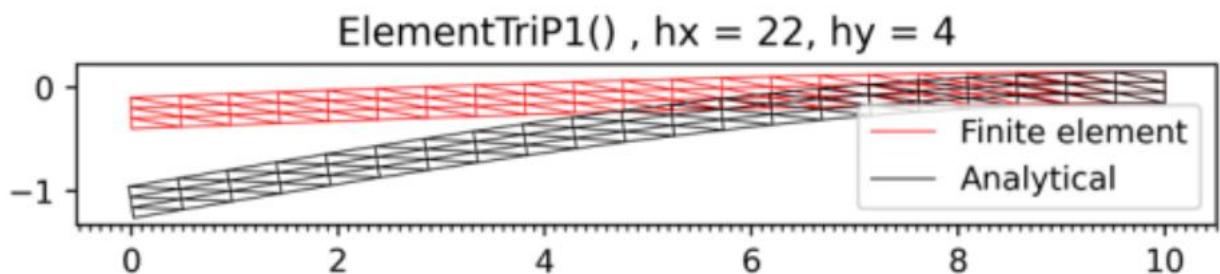
При использовании кусочно-квадратичной функции и измельчении сетки по у ошибка уменьшается незначительно.

Разбиение на треугольную сетку (кусочно-линейная функция)

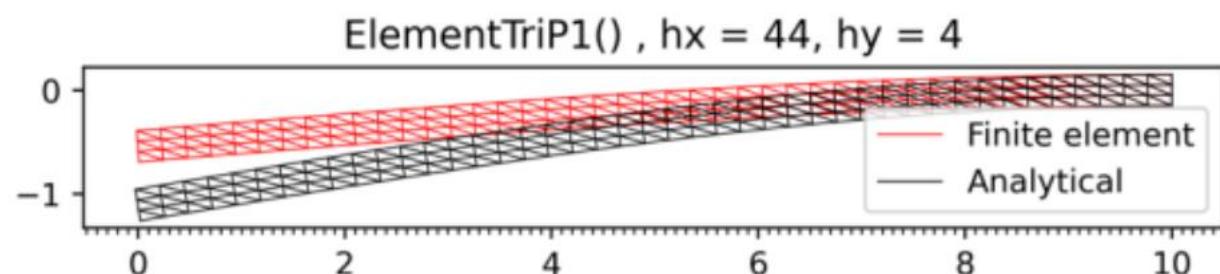
Измельчаем сетку по x в 2 раза:



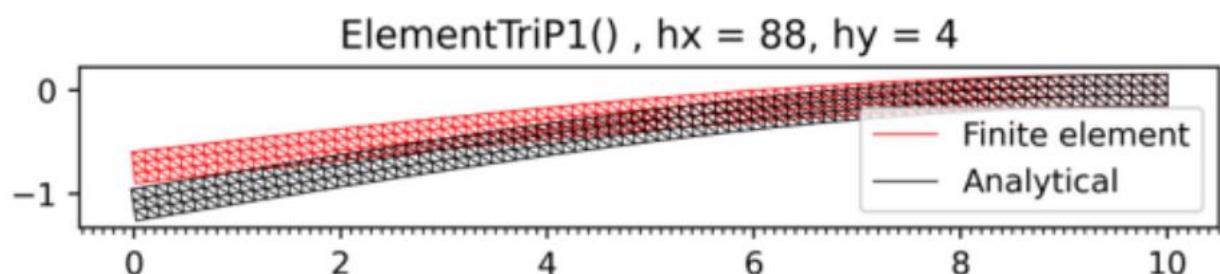
Ошибка: 1.036522



Ошибка: 0.860085



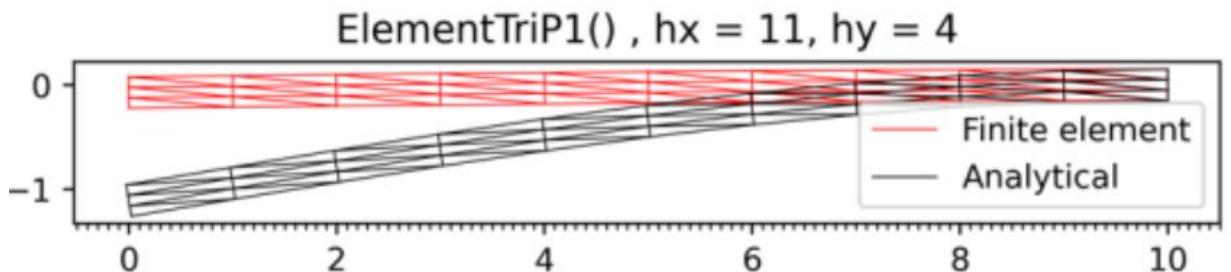
Ошибка: 0.567873



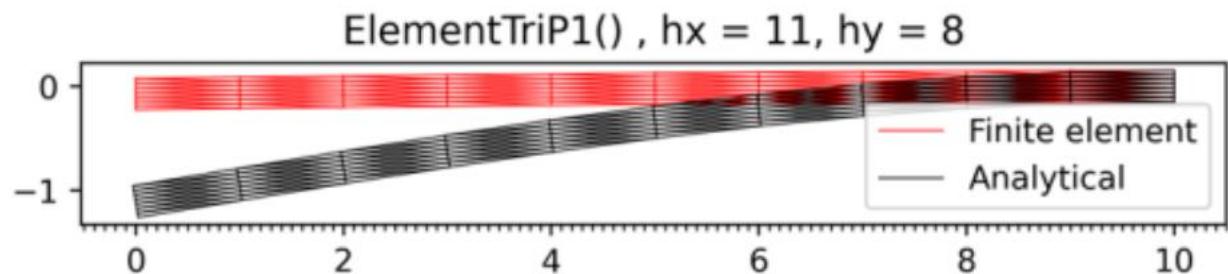
Ошибка: 0.359876

При использовании треугольного разбиения и кусочно-линейной функции измельчении сетки по x ошибка уменьшается.

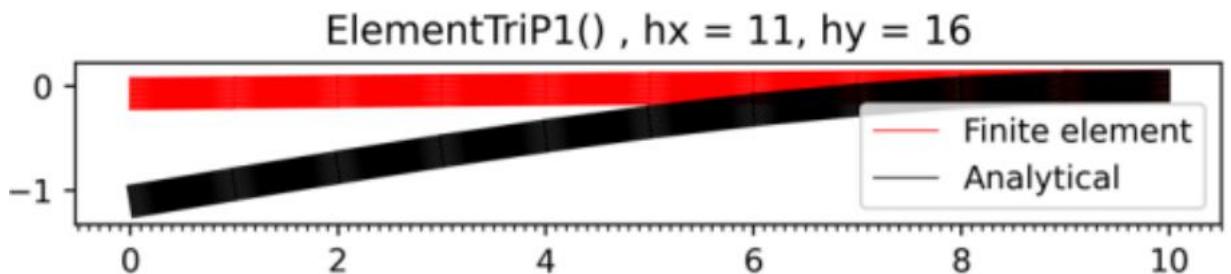
Измельчаем сетку по у в 2 раза:



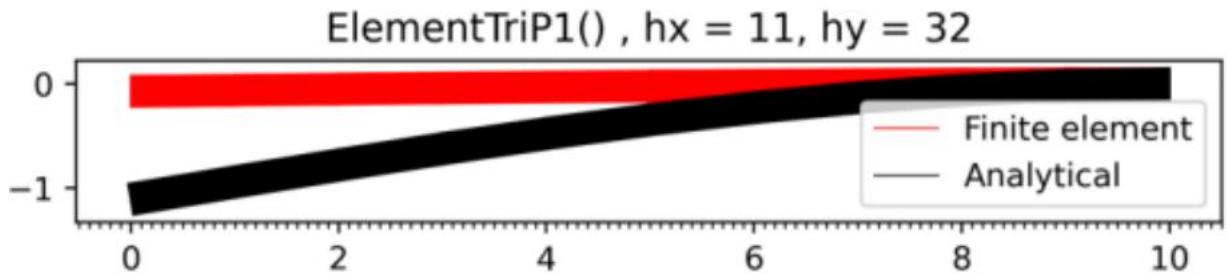
Ошибка: 1.036522



Ошибка: 1.03552



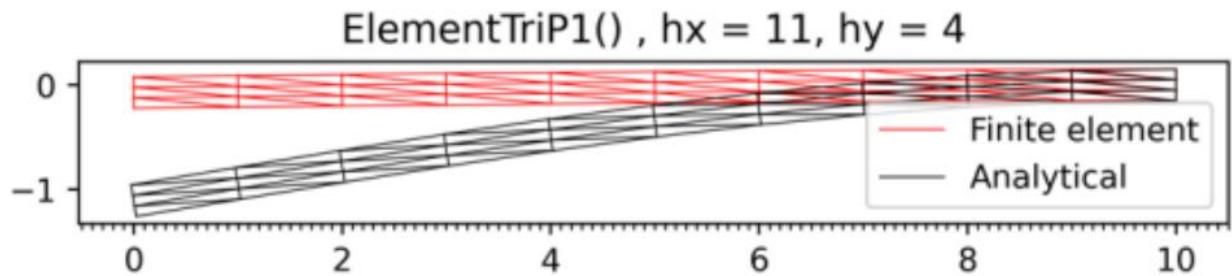
Ошибка: 1.035341



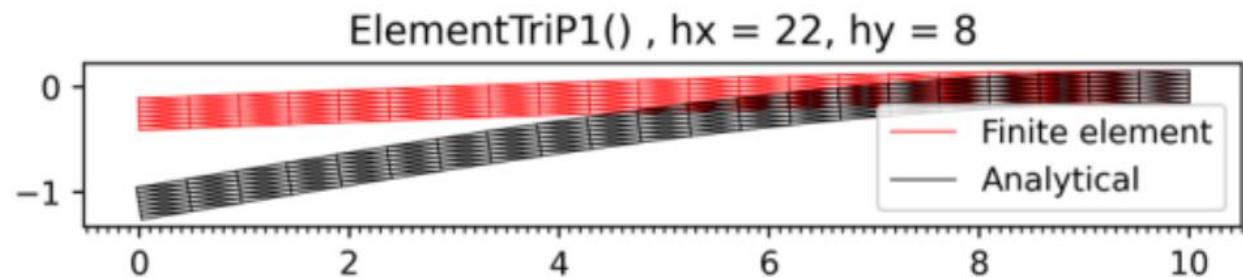
Ошибка: 1.035302

При использовании треугольного разбиения и кусочно-линейной функции измельчении сетки по у ошибка не изменяется.

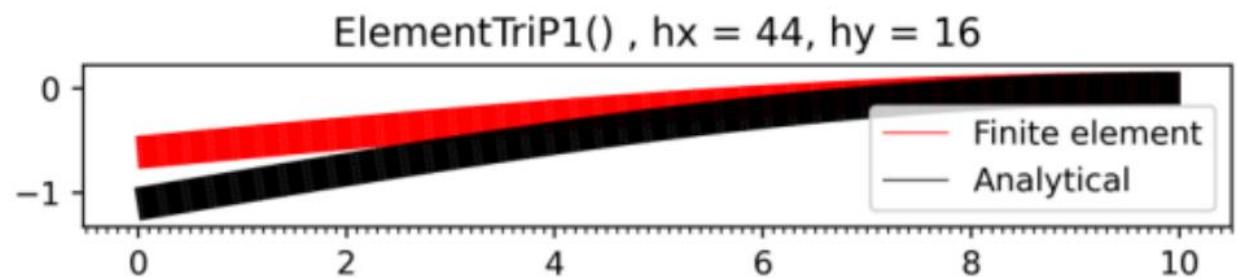
Измельчаем сетку по х и по у в 2 раза:



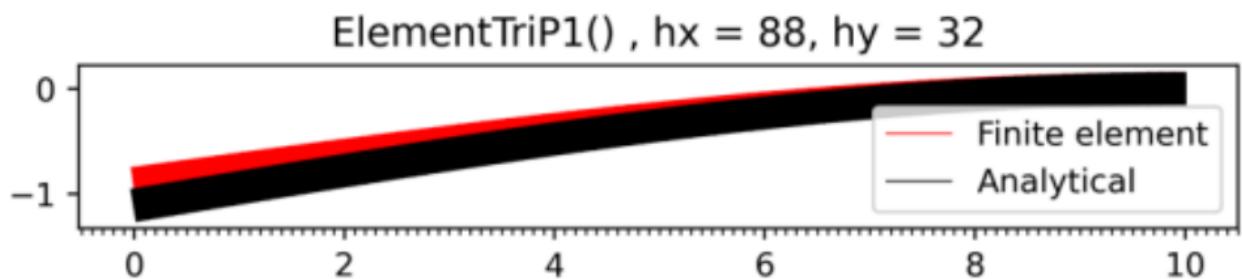
Ошибка: 1.036522



Ошибка: 0.847905



Ошибка: 0.494617



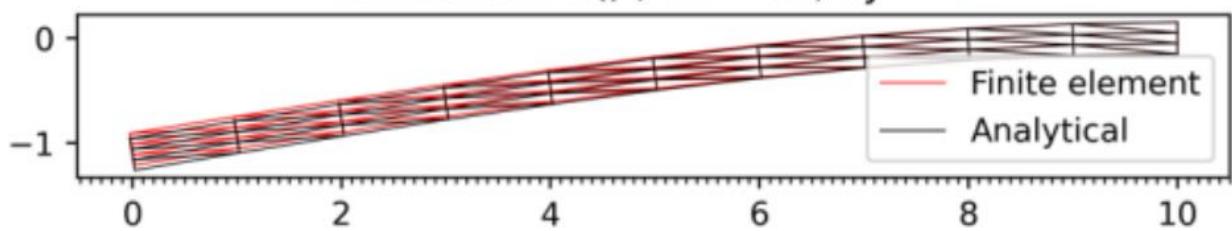
Ошибка: 0.206013

При использовании треугольного разбиения и кусочно-линейной функции измельчении сетки по х и по у ошибка уменьшается.

Разбиение на треугольную сетку (кусочно-квадратичная функция)

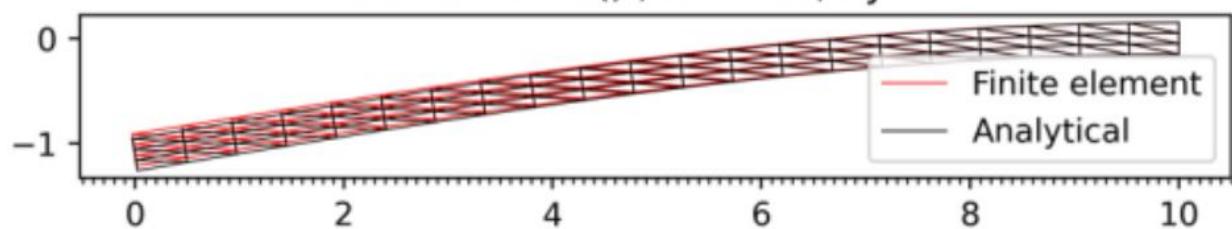
Измельчаем сетку по x в 2 раза:

ElementTriP2() , $hx = 11$, $hy = 4$



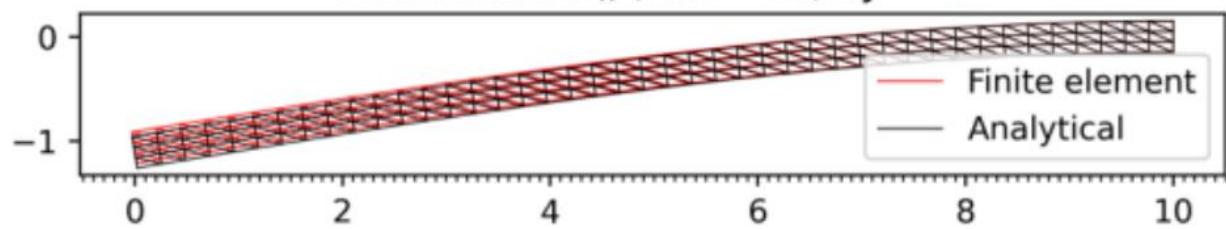
Ошибка: 0.048977

ElementTriP2() , $hx = 22$, $hy = 4$



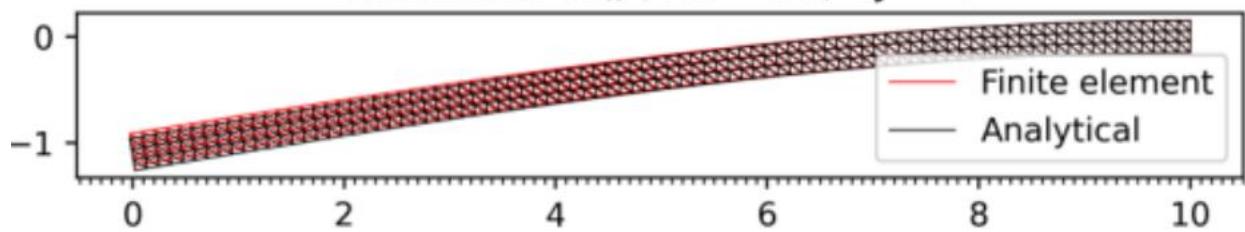
Ошибка: 0.045623

ElementTriP2() , $hx = 44$, $hy = 4$



Ошибка: 0.044628

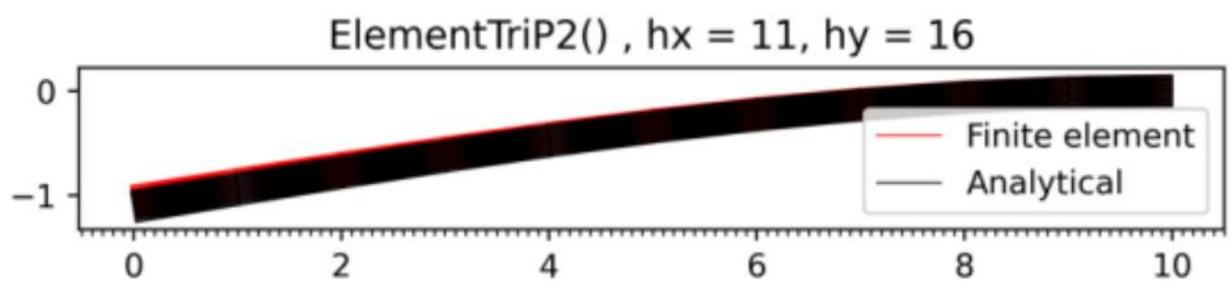
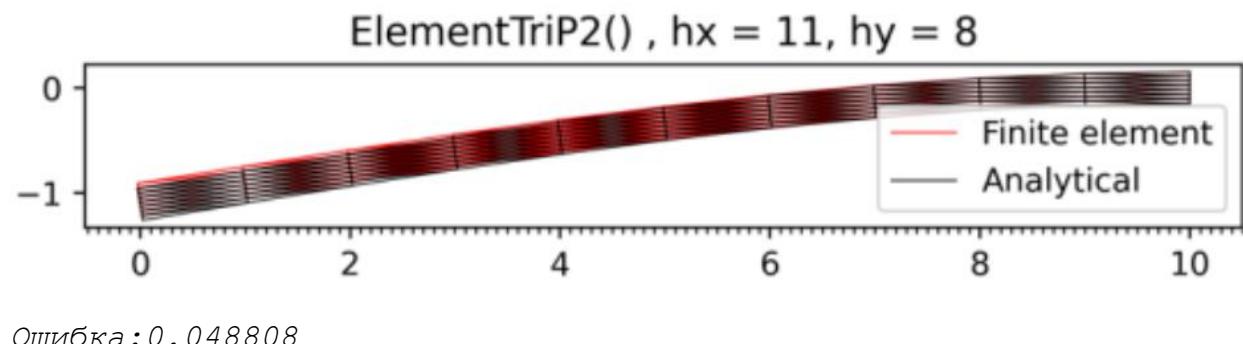
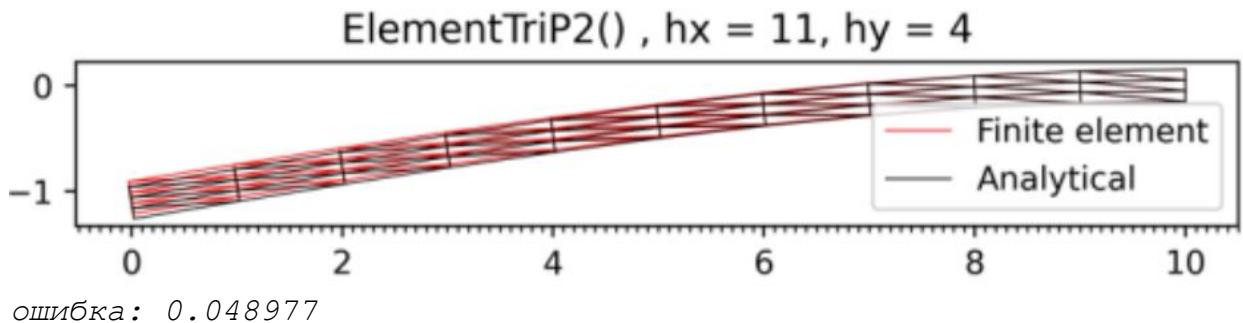
ElementTriP2() , $hx = 88$, $hy = 4$



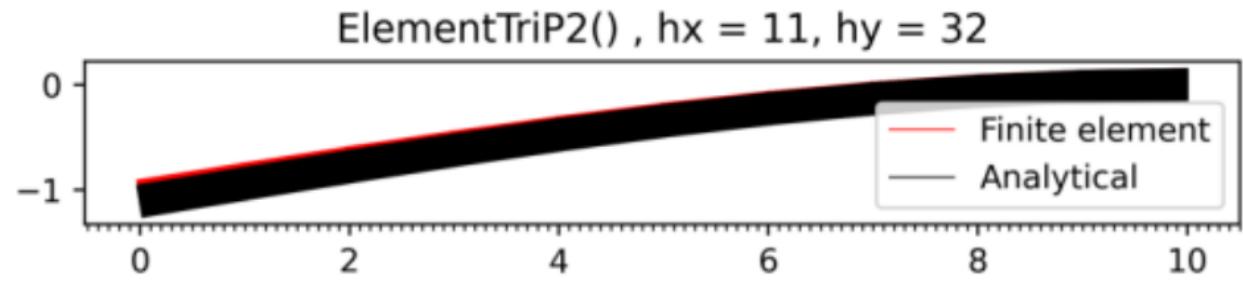
Ошибка: 0.044281

При использовании треугольного разбиения и кусочно-квадратичной функции измельчении сетки по x ошибка уменьшается незначительно.

Измельчаем сетку по у в 2 раза:



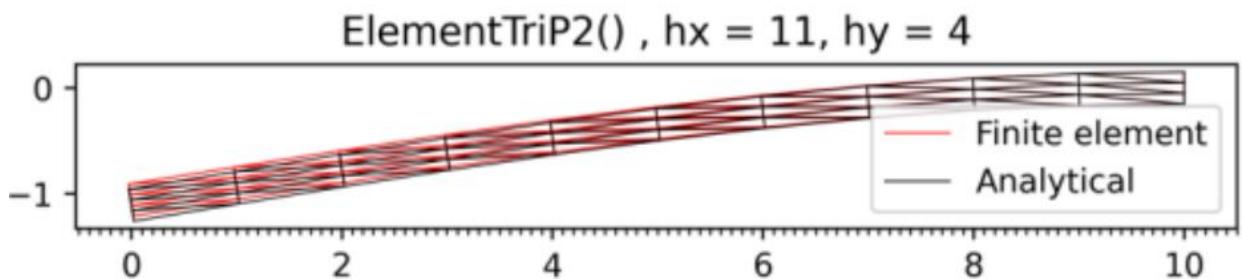
ошибка: 0.048778



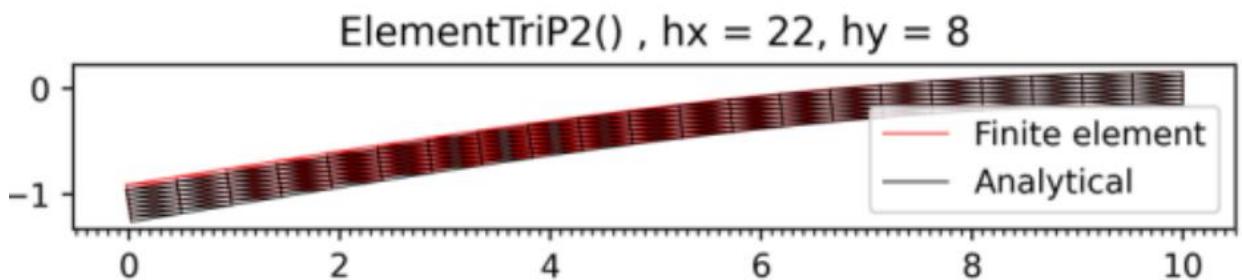
ошибка: 0.048772

При использовании треугольного разбиения и кусочно-квадратичной функции измельчении сетки по у ошибка не изменяется.

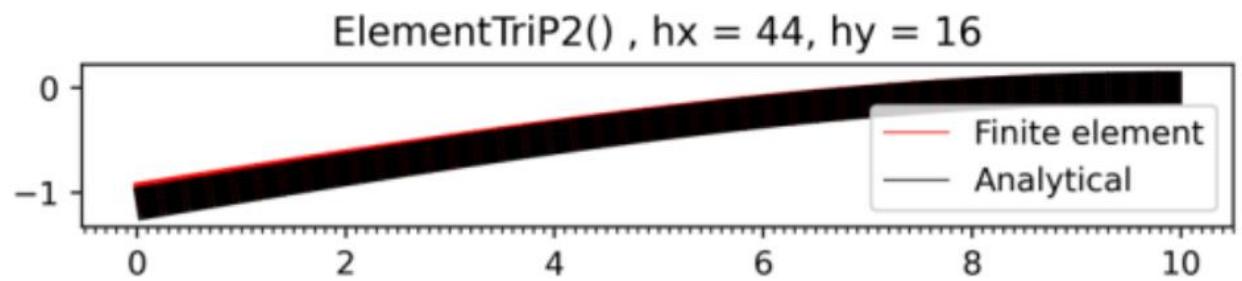
Измельчаем сетку по х и по у в 2 раза:



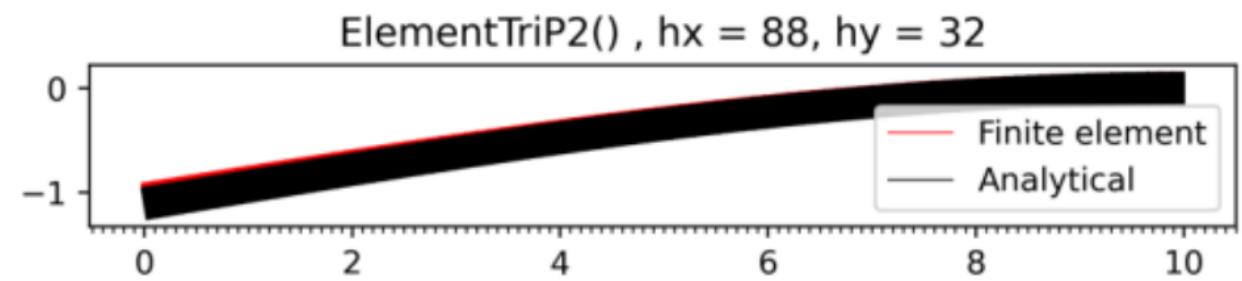
Ошибка: 0.048977



Ошибка: 0.045544



Ошибка: 0.044577



Ошибка: 0.044232

При использовании треугольного разбиения и кусочно-квадратичной функции измельчении сетки по х и по у ошибка уменьшается незначительно.

Выводы:

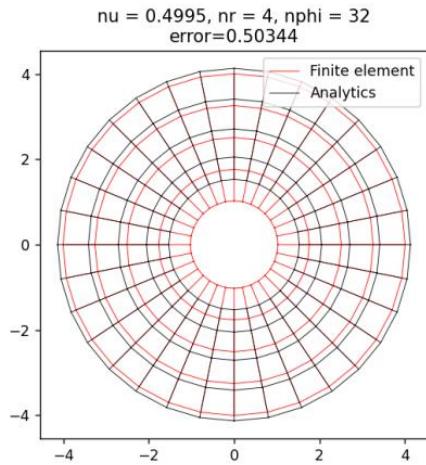
При измельчении сетки обнаружены следующие закономерности. Минимальная полученная ошибка составила 0.04409, но проблема блокировки не была решена. Измельчение сетки по оси u не приводило к изменению ошибки. Переход от прямоугольного разбиения к треугольному практически не влиял на ошибку. При использовании кусочно-квадратичной функции при измельчении сетки ошибка менялась менее значительно, чем при кусочно-линейной, но в целом оказалась значительно меньше.

При измельчении сетки по оси hy для кусочно-линейной интерполяции балка практически не сдвигалась, независимо от прямоугольной или треугольной сетки (блокировка не исчезала). Измельчение по обеим осям одновременно на прямоугольной сетке приближало решение к аналитическому ближе, чем на треугольной. Кусочно-линейная интерполяция с прямоугольной сеткой давала меньшую ошибку, чем с треугольной. Кусочно-квадратичная интерполяция, с точки зрения численного значения ошибки, показывала почти идентичные результаты как на прямоугольной, так и на треугольной сетках.

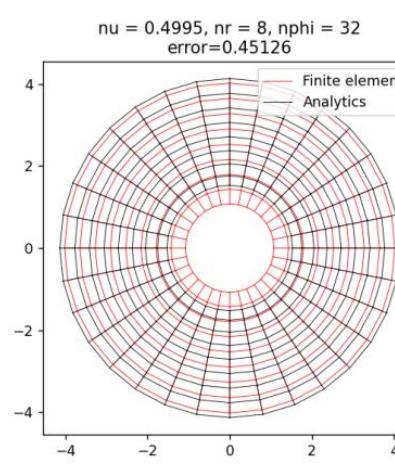
Наименьшая ошибка была достигнута при прямоугольном разбиении сетки с $P2$, $hx = 88$, $hy = 32$, и составила 0.044162.

ElementQuadP1() - кусочно-линейный элемент. Nu = 0.4995

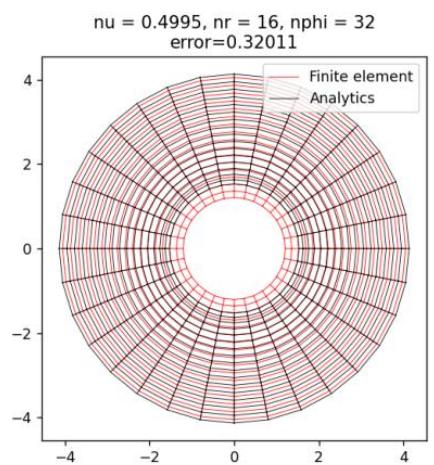
Измельчение сетки по радиусу:



ошибка: 0.50344

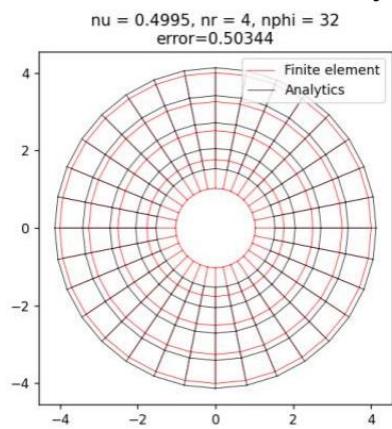


ошибка: 0.45126

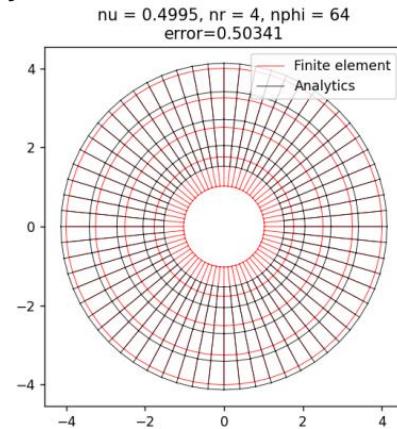


ошибка: 0.32011

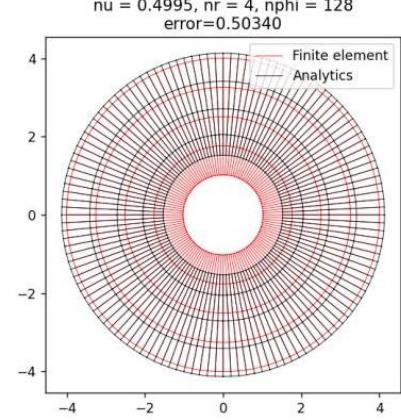
Измельчение сетки по углу:



ошибка: 0.50344

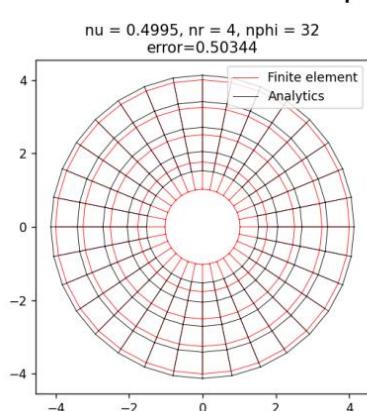


ошибка: 0.50341

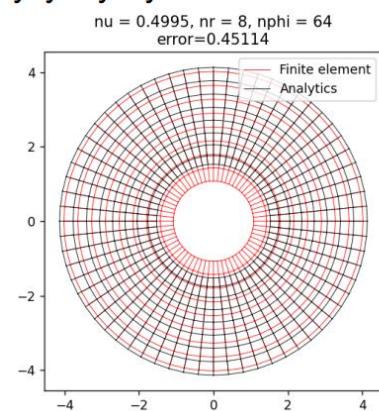


ошибка: 0.50340

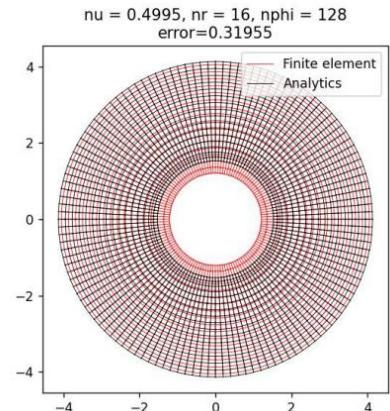
Измельчение сетки по радиусу и углу:



ошибка: 0.50344



ошибка: 0.45114



ошибка: 0.31955

-изначальная ошибка 0.50344

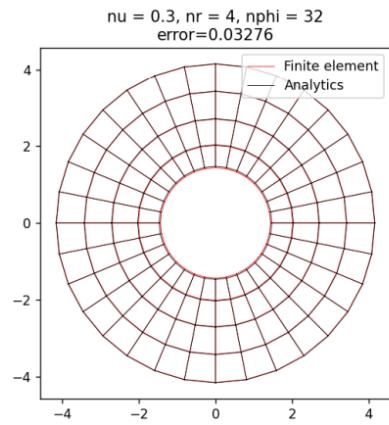
-наименьшая ошибка 0.31955

-изменение сетки по радиусу уменьшает ошибку

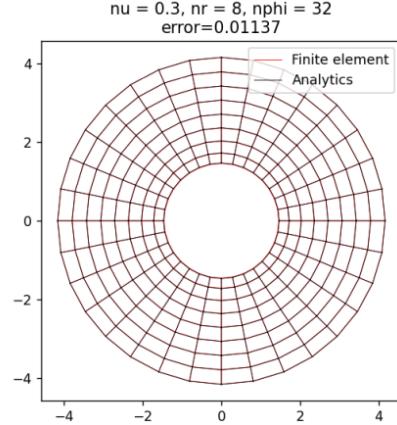
-изменение сетки по углу практически не влияет

ElementQuadP1() - кусочно-линейный элемент. Nu = 0.3

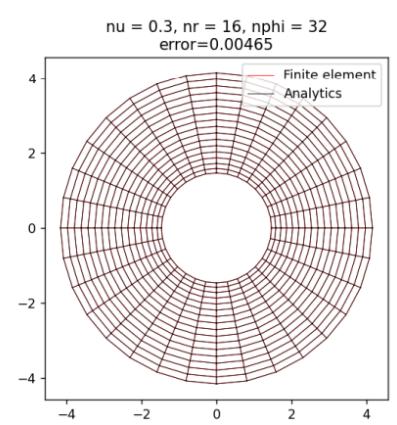
Изменение сетки по радиусу:



ошибка: 0.03276

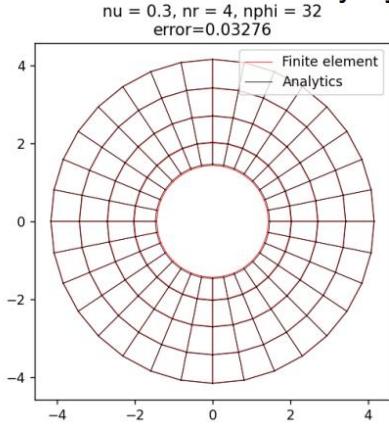


ошибка: 0.01137

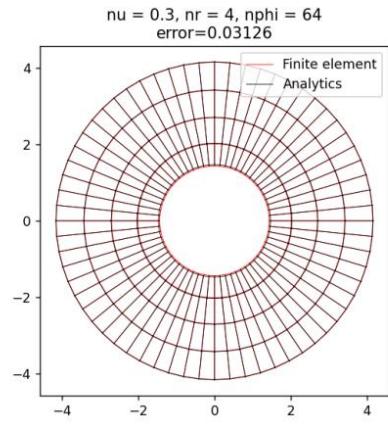


ошибка: 0.00465

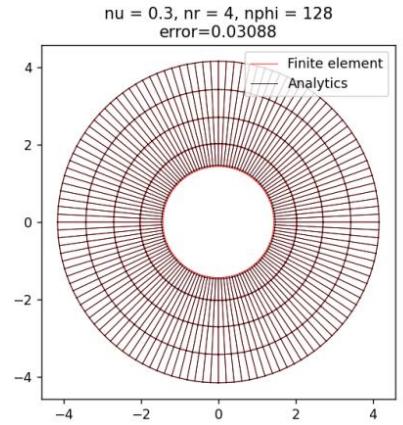
Изменение сетки по углу:



ошибка: 0.03276

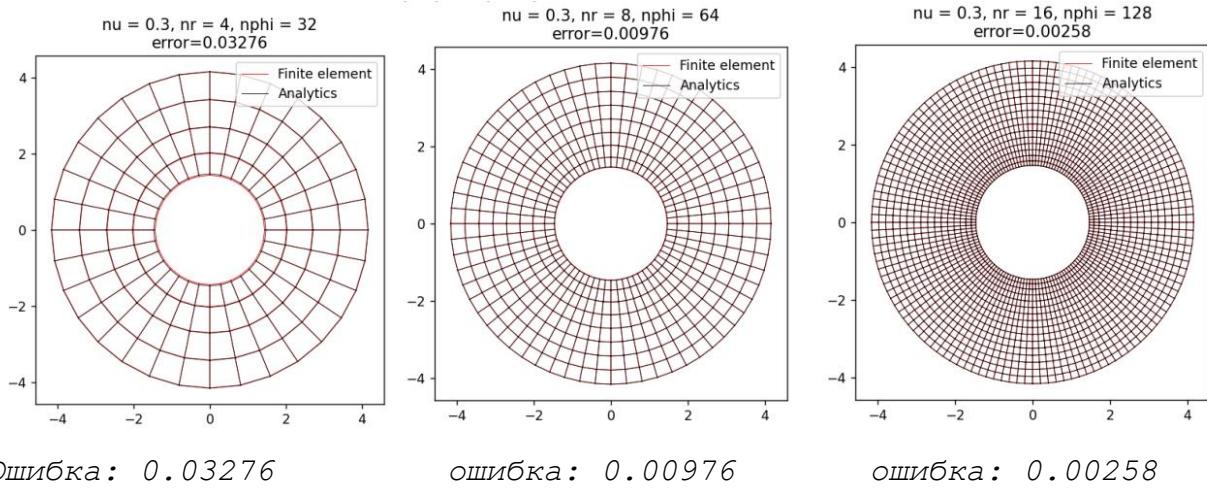


ошибка: 0.03126



ошибка: 0.03088

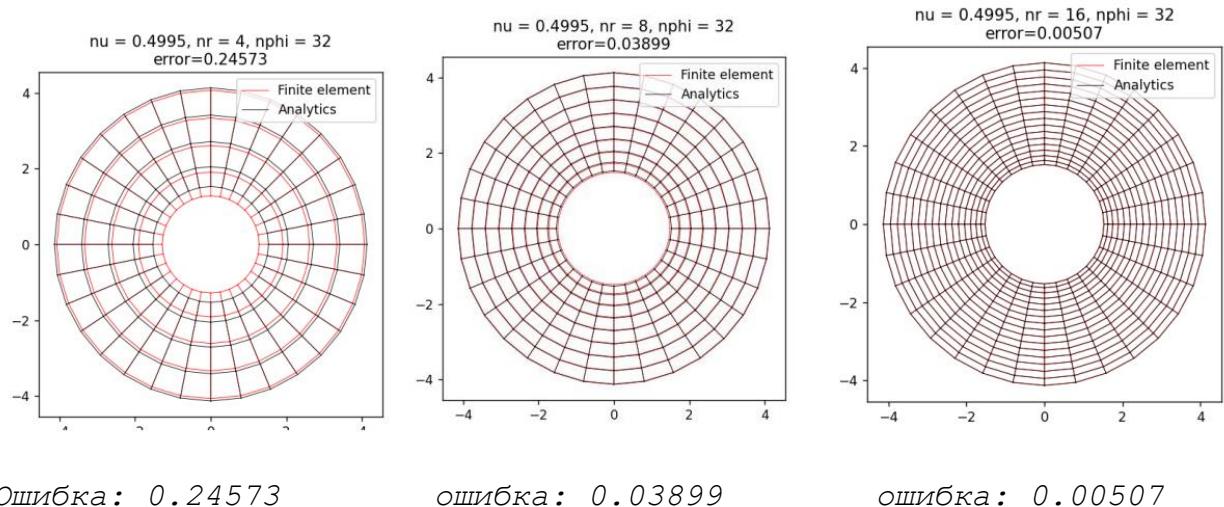
Изменение сетки по радиусу и углу:



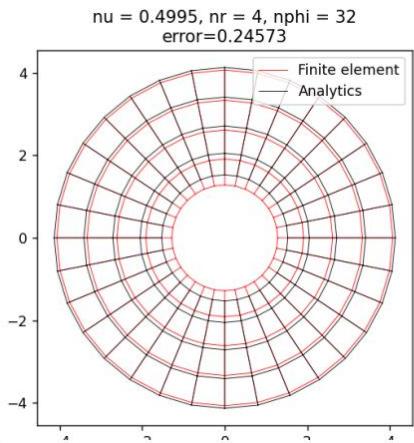
- изначальная ошибка 0.03276
- наименьшая ошибка 0.00258
- измельчение сетки по радиусу уменьшает ошибку
- измельчение сетки по углу уменьшает ошибку незначительно

ElementQuadP2() – кусочно-линейный элемент. Nu = 0.4995

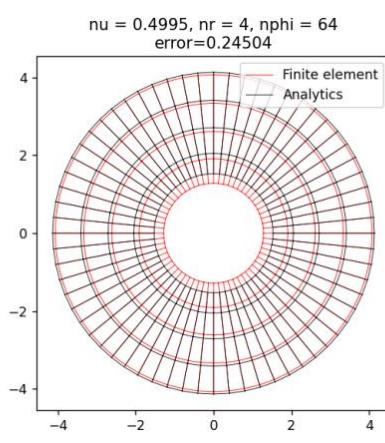
Измельчение сетки по радиусу:



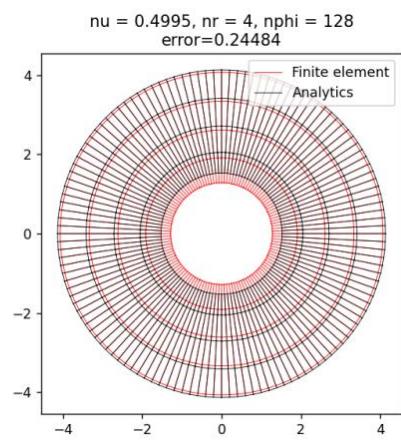
Измельчение сетки по углу:



ошибка: 0.24573

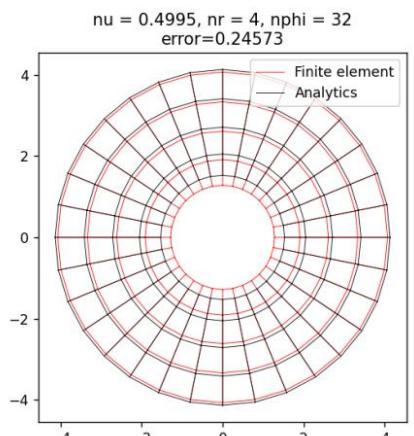


ошибка: 0.24504

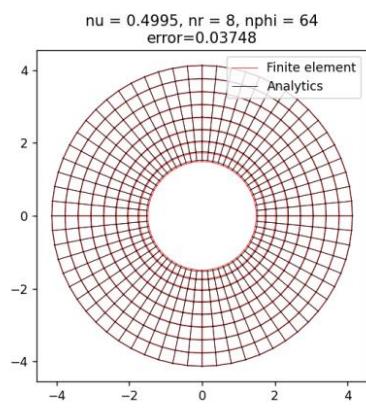


ошибка: 0.24484

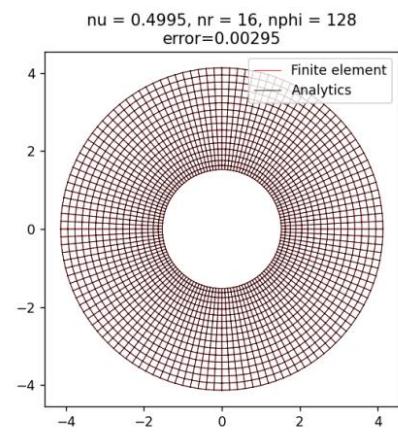
Измельчение сетки по радиусу и углу:



ошибка: 0.24573



ошибка: 0.03748



ошибка: 0.00295

-изначальная ошибка 0.24573

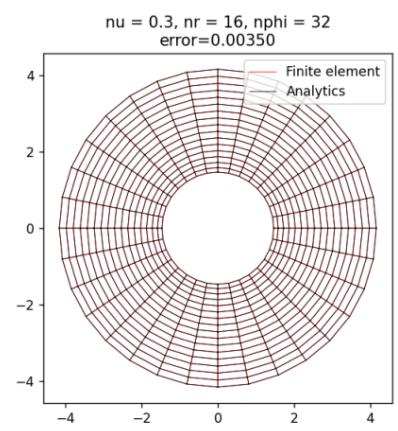
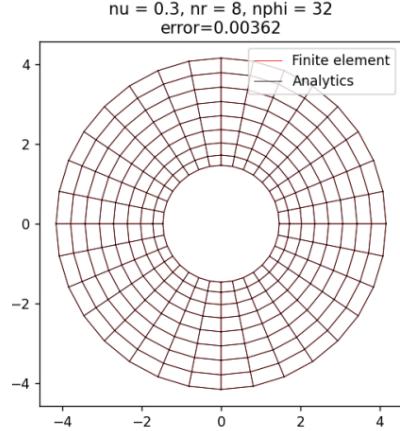
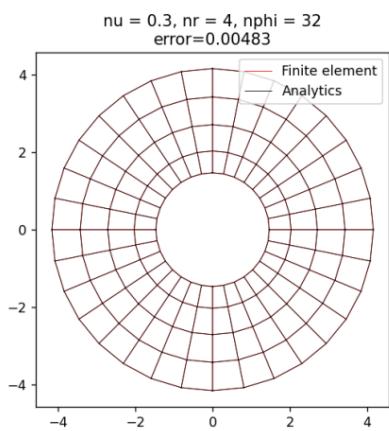
-наименьшая ошибка 0.00295

-измельчение сетки по радиусу уменьшает ошибку

-измельчение сетки по углу незначительно уменьшает ошибку

ElementQuadP2() - кусочно-линейный элемент. Nu = 0.3

Измельчение сетки по радиусу:

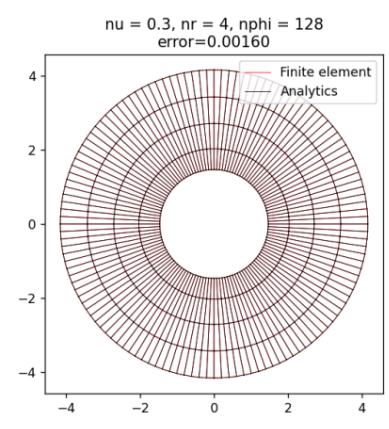
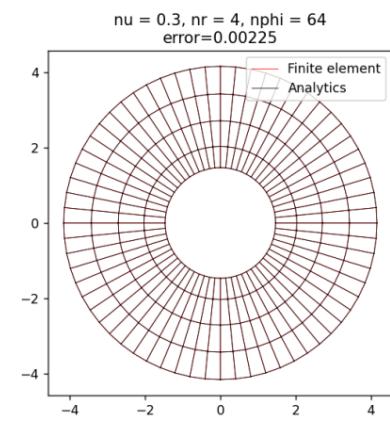
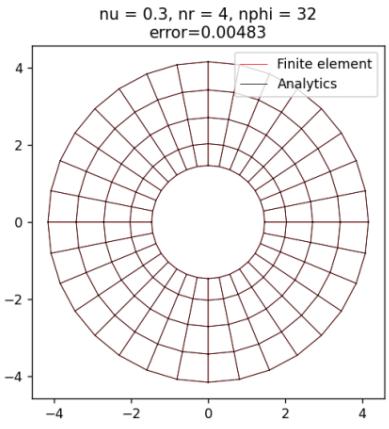


ошибка: 0.00483

ошибка: 0.00362

ошибка: 0.0035

Измельчение сетки по углу:

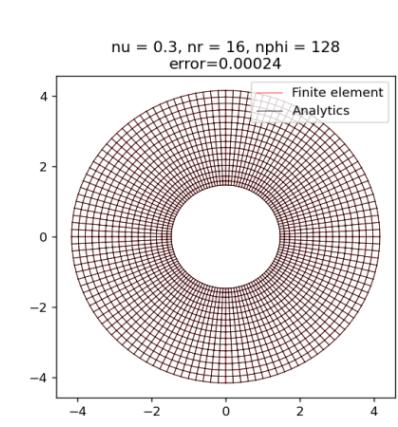
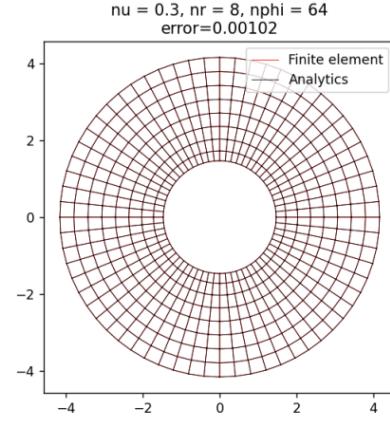
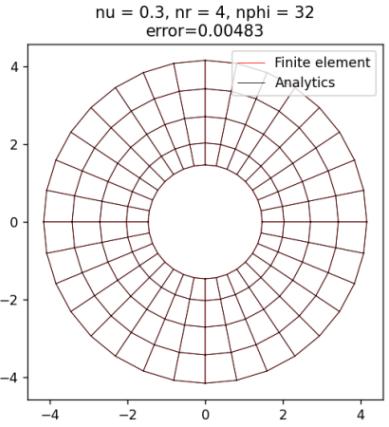


ошибка: 0.00483

ошибка: 0.00225

ошибка: 0.0016

Измельчение сетки по радиусу и углу:



ошибка: 0.00483

ошибка: 0.00102

ошибка: 0.00024

-изначальная ошибка 0.00483

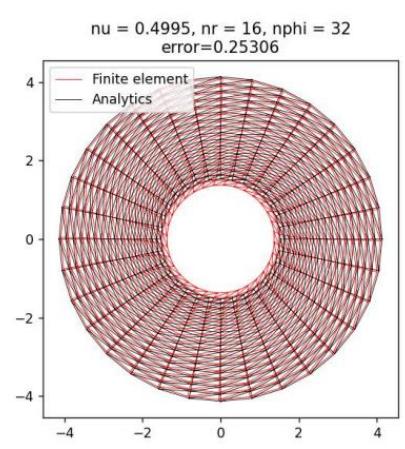
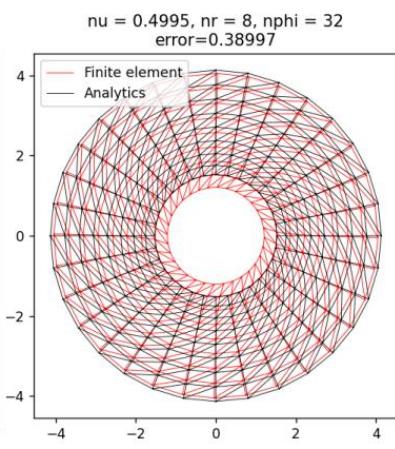
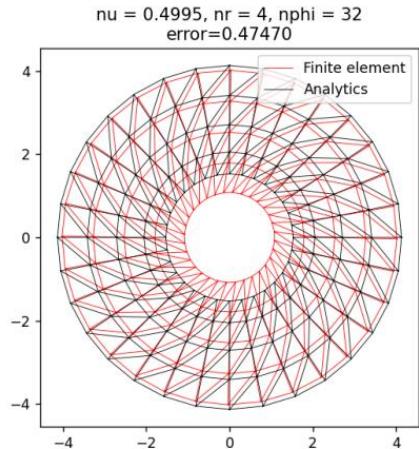
-наименьшая ошибка 0.00024

-измельчение сетки по радиусу уменьшает ошибку

-измельчение сетки по углу мало влияет

ElementTriP1() - Nu = 0.4995

Измельчение сетки по радиусу:

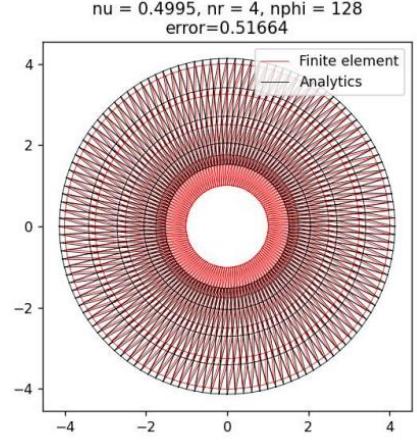
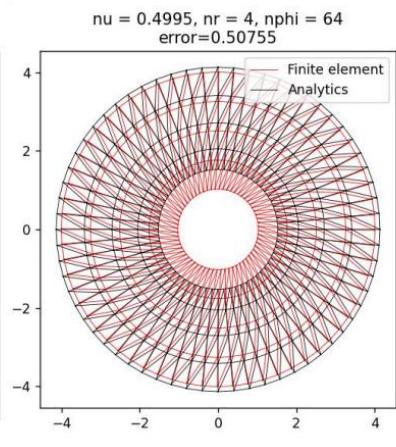
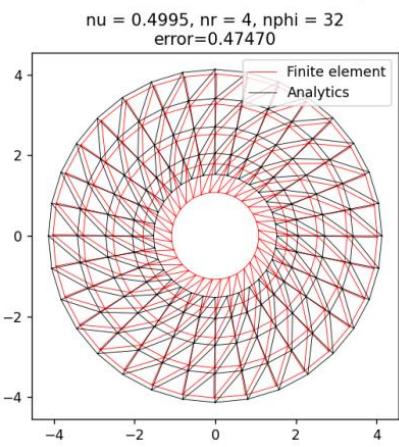


ошибка: 0.4747

ошибка: 0.38997

ошибка: 0.25306

Измельчение сетки по углу:

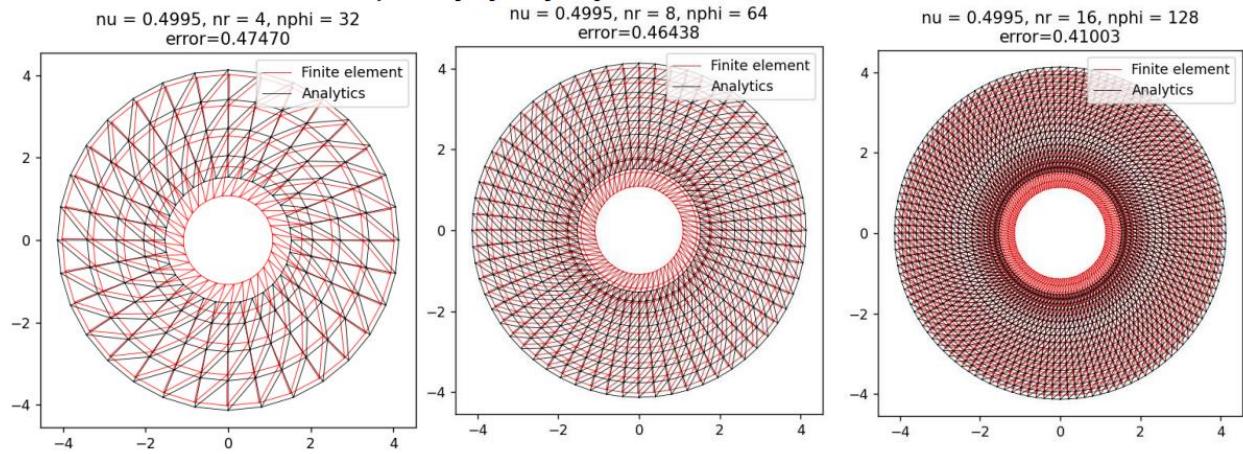


ошибка: 0.4747

ошибка: 0.50755

ошибка: 0.51664

Измельчение сетки по радиусу и углу:



ошибка: 0.4747

ошибка: 0.46438

ошибка: 0.41003

-изначальная ошибка 0.47470

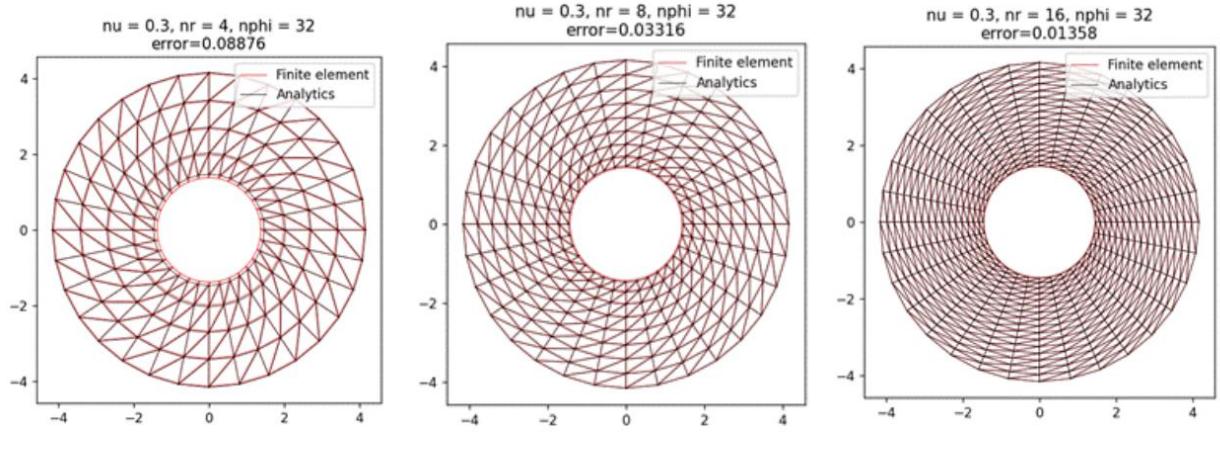
-наименьшая ошибка 0.25306

-измельчение сетки по радиусу уменьшает ошибку

-измельчение сетки по углу увеличивает ошибку

ElementTriP1() - Nu = 0.3

Измельчение сетки по радиусу:

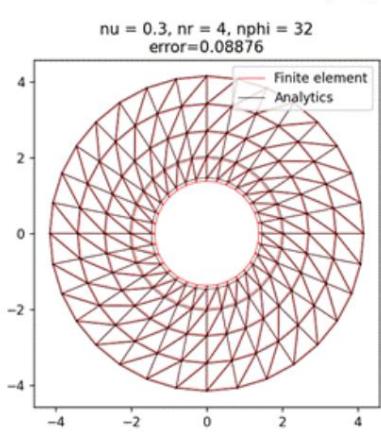


ошибка: 0.08876

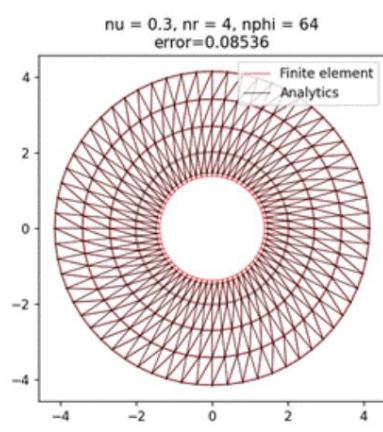
ошибка: 0.03316

ошибка: 0.01358

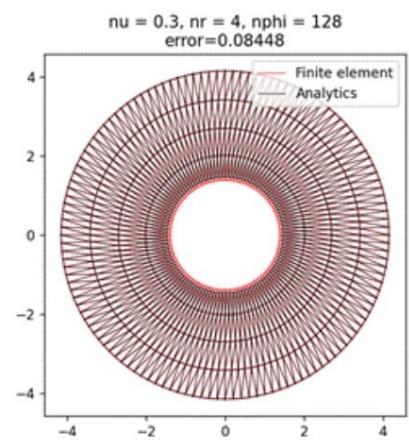
Измельчение сетки по углу:



ошибка: 00.08876

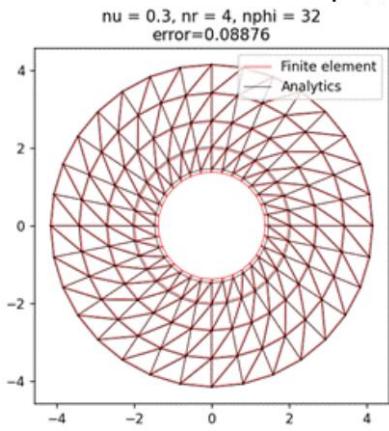


ошибка: 0.08536

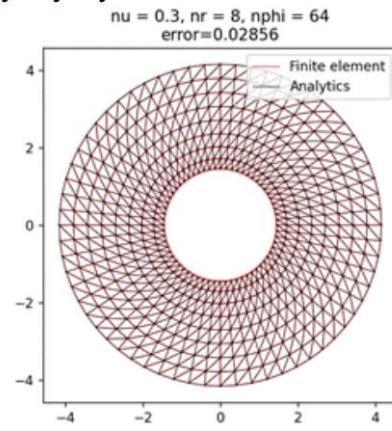


ошибка: 0.08448

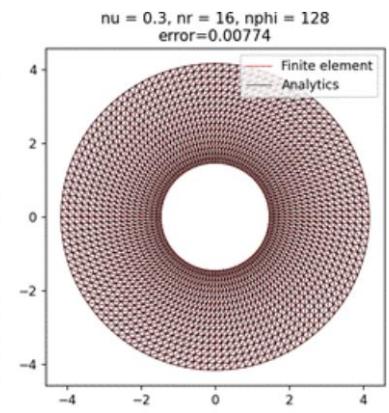
Измельчение сетки по радиусу и углу:



ошибка: 0.08876



ошибка: 0.02856



ошибка: 0.00774

-изначальная ошибка 0.08876

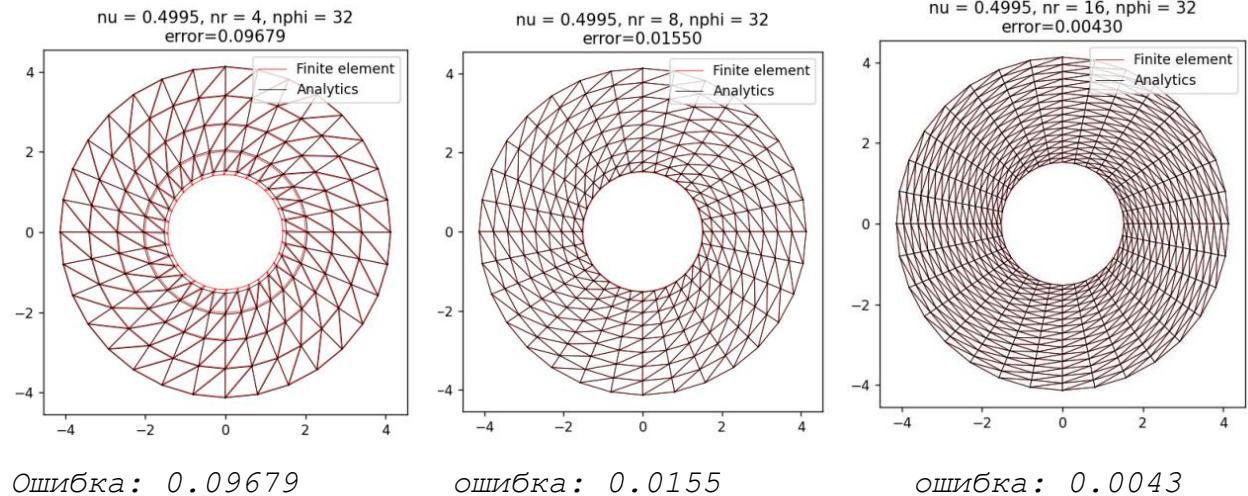
-наименьшая ошибка 0.00774

-измельчение сетки по радиусу уменьшает ошибку

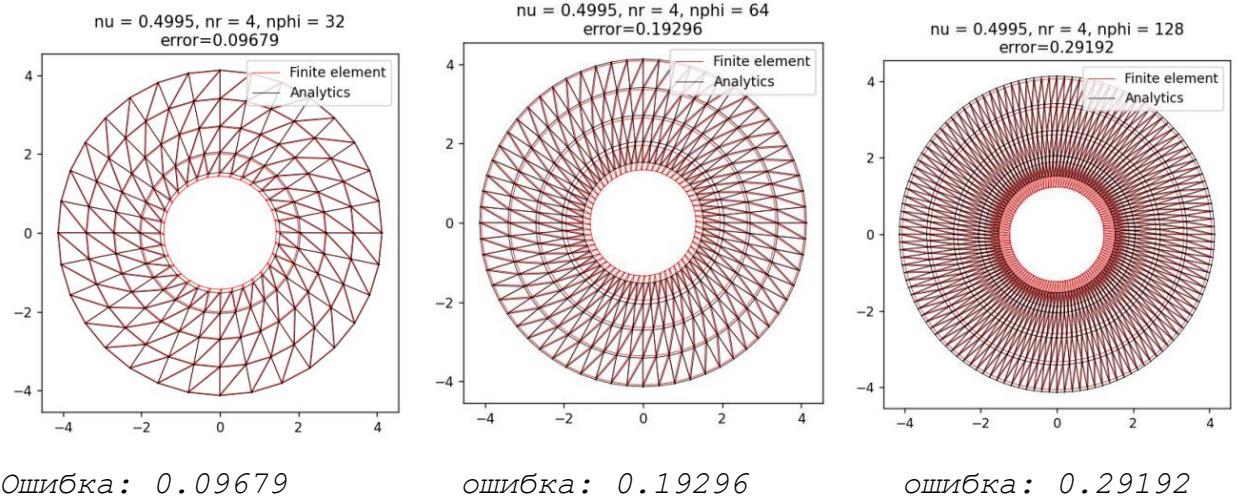
-измельчение сетки по углу немногο уменьшает ошибку

ElementTriP2() - Nu = 0.4995

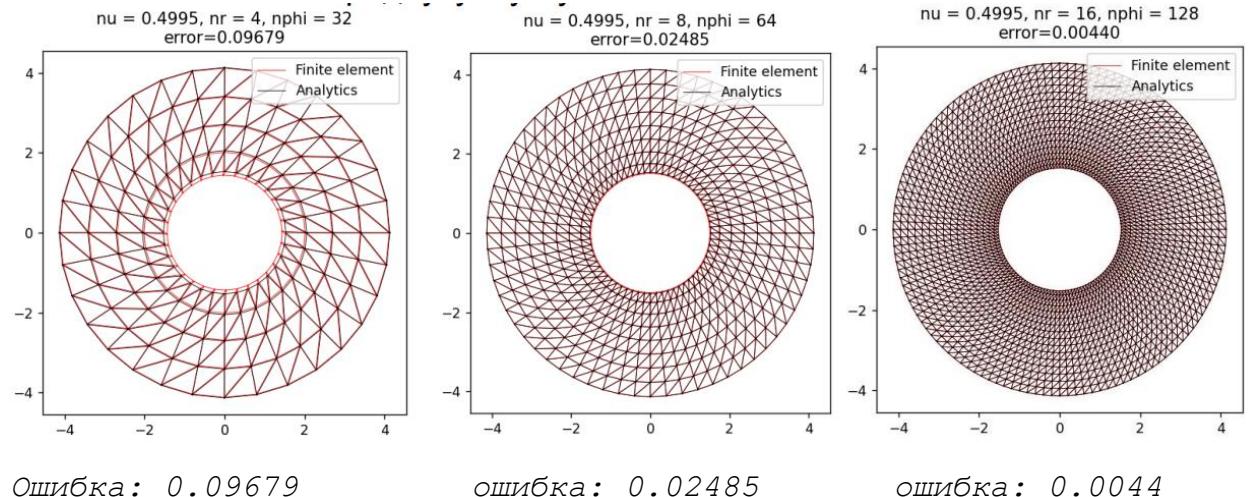
Измельчение сетки по радиусу:



Измельчение сетки по углу:



Измельчение сетки по радиусу и углу:



-изначальная ошибка 0.09679

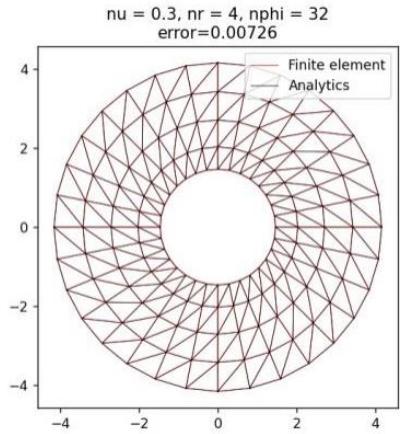
-наименьшая ошибка 0.0043

-измельчение сетки по радиусу уменьшает ошибку

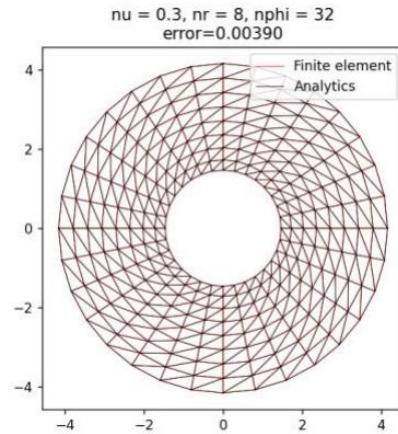
-измельчение сетки по углу увеличивает ошибку

ElementTriP2() - Nu = 0.3

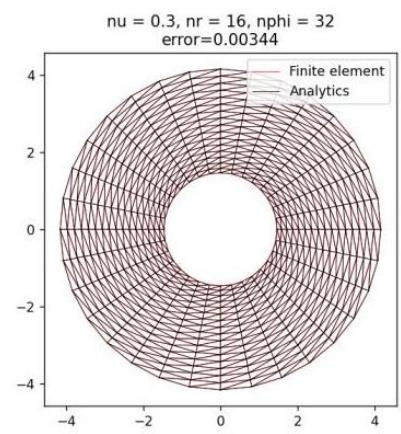
Измельчение сетки по радиусу:



ошибка: 0.00726

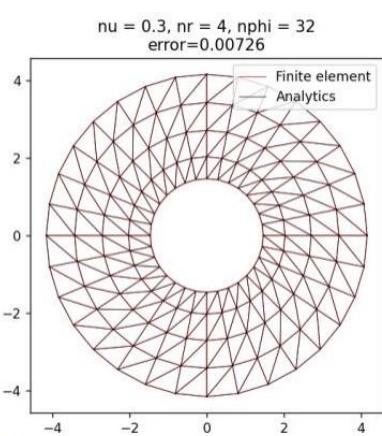


ошибка: 0.0039

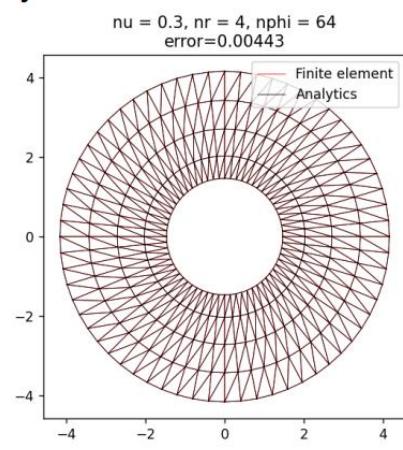


ошибка: 0.00344

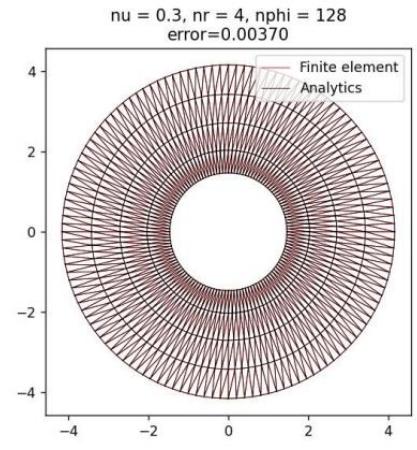
Измельчение сетки по углу:



ошибка: 0.00726

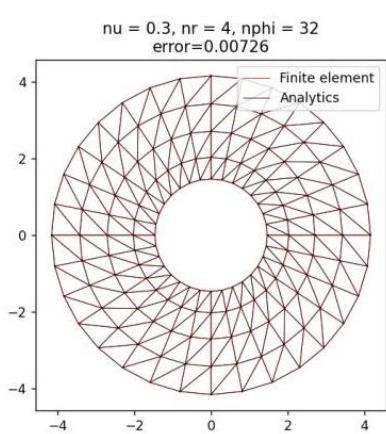


ошибка: 0.00443

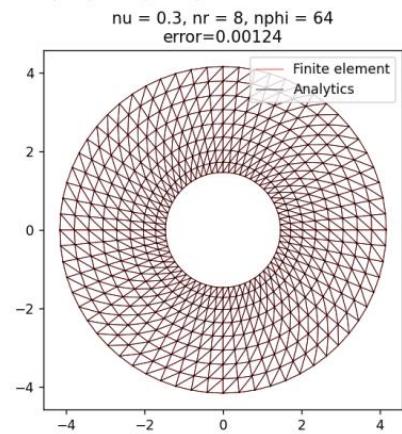


ошибка: 0.0037

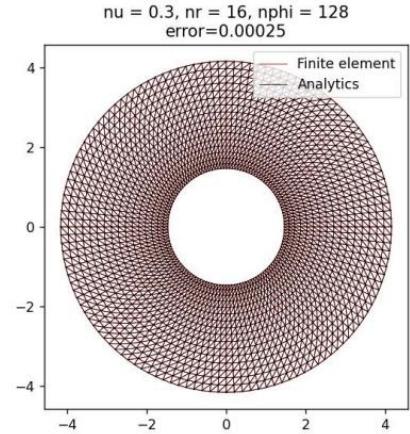
Измельчение сетки по радиусу и углу:



ошибка: 0.00726



ошибка: 0.00124



ошибка: 0.00025

- изначальная ошибка 0.00726

- наименьшая ошибка 0.00025

- изменение сетки по радиусу уменьшает ошибку

- изменение сетки по углу уменьшает ошибку

Выводы:

Минимальная полученная ошибка – 0.00025, достигнута с использованием метода ElementTriP2. При установке значения параметра Poisson's ratio (ν) равным 0.3, начальная ошибка и ошибка после измельчения сетки оказываются меньше, чем при $\nu = 0.4995$. Однако, в некоторых случаях измельчение сетки по углу может либо незначительно изменять ошибку, либо даже приводить к ее увеличению. В таких ситуациях лучшие результаты могут быть достигнуты путем измельчения сетки только по радиусу.

Общий вывод можно представить таблицей:

$\nu = 0.4995$	По углу	По радиусу	По углу и радиусу
Кусочно-линейная	блок.	Нет блок.	Нет блок.
Кусочно-квадратичная	блок	Нет блок.	Нет блок.

$\nu = 0.3$	По углу	По радиусу	По углу и радиусу
Кусочно-линейная	блок.	Нет блок.	Нет блок.
Кусочно-квадратичная	блок	блок.	Нет блок.

Таким образом, на основе таблицы можно утверждать, что совместное измельчение сетки и по углу, и по радиусу дает наилучший результат по уменьшению ошибки и устранению блокировки.