寄付申告と弾力性について

1　申告データを用いるときの問題点

1.1　寄付申告のコストと申告寄付額について

所得 y_i に対する課税スケジュールを $T(\cdot)$ とすると、寄付申告をしなかったときの納税額は $T(y_i)$、申告をしたときの納税額は $T(y_i, g_i)$ となる。このような設定のもと、申告を行うときに 1 をとり、行わないときに 0 をとる変数を D_i とすると

$$D_i = \begin{cases} 1 \text{ if } T(y_i) - T(y_i, g_i) \geq C_i \\ 0 \text{ if } T(y_i) - T(y_i, g_i) < C_i \end{cases} \tag{1}$$

となることがわかる。g_i, C_i を固定したもとで y_i と D_i の関係を考えると、累進課税制度より、y_i が大きくなると限界税率が増加し、所与の $g_i > 0$ に対して $T(y_i) - T(y_i, g_i)$ が増加する。

そのため、高い限界税率に直面するもとでは寄付申告を積極的に行うことが考えられる。

またこのことから、y_i が高い高所得者のほうが寄付申告を積極的に行うこともわかる。これは、実際には寄付を行っていても、高所得者のほうが寄付申告を積極的に行い、低所得者はあまり寄付申告をしないことを示唆する。

2　推定上の問題点

真の寄付額を g_i、サーベイデータが捉える寄付額を g_i^S、申告データが捉える寄付額を g_i^I とする。

サーベイデータも申告データも真の寄付額とは一致せず、過大ないし過小な寄付額を報告している可能性があるため、これを捉える変数として f_i^S, f_i^I を考え、$g_i = f_i^S g_i^S$、$g_i = f_i^S g_i^S$ となるとする。

真の寄付額をつかった推計モデルは

$$\ln g_i = \alpha + \beta_\tau \ln(1 - \tau_i) + \beta_y \ln y_i + \epsilon_i \tag{2}$$

となり、β_τ, β_y を正しく推定することが目的となる。

$g_i = f_i^S g_i^S$ と $g_i = f_i^I g_i^I$ を使うと、サーベイデータを使った場合、推計モデルは

$$\begin{aligned} \ln g_i^S &= \alpha + \beta_\tau \ln(1 - \tau_i) + \beta_y \ln y_i - \ln f_i^S + \epsilon_i \\ &= \alpha + \beta_\tau \ln(1 - \tau_i) + \beta_y \ln y_i + e_i \end{aligned} \tag{3}$$

となり、申告データを使った場合、推計モデルは

$$\begin{aligned} \ln g_i^I &= \alpha + \beta_\tau \ln(1 - \tau_i) + \beta_y \ln y_i - \ln f_i^I + \epsilon_i \\ &= \alpha + \beta_\tau \ln(1 - \tau_i) + \beta_y \ln y_i + u_i \end{aligned} \tag{4}$$

となる。

このとき、(3) が正しい推定を行うためには、誤差項 e_i の平均独立が言える必要があり、$\ln f_i^S$ が $\ln(1-\tau_i)$ や $\ln y_i$ と相関していないことが求められる。

同様に (4) が正しい推定を行うためには、誤差項 u_i の平均独立が言える必要があり、$\ln f_i^I$ が $\ln(1-\tau_i)$ や $\ln y_i$ と相関していないことが求められる。

しかしながら、実際に寄付を行っていても、高い限界税率に直面する者や高所得者は寄付申告をより多く行い、低所得者は寄付申告をあまり行わないということが示唆されるため、

$$corr(\ln f_i^I, \ln(1-\tau_i)) < 0$$
$$corr(\ln f_i^I, \ln y_i) > 0$$

が考えられる。

そのため推定結果について $\beta_\tau > \hat{\beta_\tau}^I, \beta_y < \hat{\beta_y}^I$ となるバイアスが発生すると予想される[*1]。

他方でサーベイデータについてはこのようなバイアスがシステマティックに起こるとは考えにくい。そのため

$$\ln g_i^S = \alpha + \beta_\tau \ln(1-\tau_i) + \beta_y \ln y_i + e_i$$

を分析することによって、正しい推定結果が得られると考えられる。

3　理論上の含意

ここでは Fack and Landais (2016) の枠組みを用いて、理論上の含意を見ていく。[*2]

- 社会には個人 $i \in I$(I は個人の集合) が存在し、全人口が 1 となっている。$d\nu_i$ を I 上で定義された個人 i の密度とし、$\int dv_i$ は個人の集合 I 全体での和を表す。
- 私的消費を c、所得を z、寄付を g とする。z は労働所得であり、効用は z に関して減少関数であるとする。
- 寄付は実際の寄付量を g(これは効用関数に直接影響)、申告寄付量を g^r、実際の寄付量と申告寄付量の間の差を $g^m = g - g^r$ とする。
- 政府が所得に t を課す一方、寄付に τ の補助を与え、個人への一括還付 R を設定するとする。政府は制度改正などを通じて p という申告コスト (申告の規律) を調整することもできるとする。
- $\bar{G}$ は個々人が行う寄付の平均量を表し、同様に $\bar{G}^m, \bar{G}^r, \bar{Z}$ が一人あたりの平均寄付調整、一人あたり平均申告寄付量、一人あたりの平均労働所得となる。
- 効用関数は $u = u(c, z, g, g^m, G, p)$ であり、効用関数は c について増加関数、(労働の不効用から)z について減少関数となる。

[*1] この計算には $\ln y$ と $\ln(1-\tau_i)$ が相関しないという仮定のもと、$\hat{\beta_\tau} = \beta_\tau + \frac{Cov(\ln(1-\tau), -f_i)}{V(\ln(1-\tau_i))}$ がいえること (Wooldridge, p.81 参照) を使っている。

[*2] Almunia et al. (2020) の枠組みでの分析も考えたが、

- Almunia et al. (2020) は申告データを使うことそのものの問題点は考えておらず、申告データをもとにした課税弾力性の推定があっているとして話を展開している。
- Almunia et al. (2020) は理論モデルを課税弾力性の推定バイアスではなく、申請コストの金額の推定のために使用している。

という理由から、我々の論文で問題となる話とは違うのではないかと考え、より話が近いと考えられた Fack and Landais (2016) の枠組みで話を進めることとする。

- 個人 i の効用最大化問題は

$$\max_{c,z,g,g^m} U^i = u^i(c,z,g,g^m,G,p) \tag{5}$$
$$\text{s.t. } c + g(1-\tau) \leq z(1-t) + R - \tau g^m$$

である。ここで τg^m は寄付申告によって得られる所得である。

- パラメータを所与として、i の間接効用関数を $v^i(1-t,1-\tau,G,p,R)$、所得を $z^i(1-t,1-\tau,G,p,R)$、寄付を $g^i(1-t,1-\tau,G,p,R)$ とする。また、申告寄付額も $g^{m^i}(1-t,1-\tau,G,p,R)$ と書くことができる。
- ロワの恒等式[*3]を使うと、間接効用関数について

$$\begin{cases} v^i_{1-t} = z^i v^i_R \\ v^i_{1-\tau} = -(g-g^m)v^i_R \end{cases} \tag{6}$$

が成り立つ。ただし下添え字つきの変数は当該変数の偏微分を表す。

3.1 政府の問題

- 政府は t,τ,p を操作し社会厚生最大化を行う。社会厚生関数は

$$W = \int \mu^i v^i(1-t,1-\tau,G,p,R)d\nu_i$$

ただし、μ^i は i についてのウエイトである。このとき、全体の予算制約は

$$t\bar{Z} \geq R + \tau(\underbrace{\bar{G}-\bar{G}^m}_{\bar{G}^r}) + C(p)$$

で、$C(p)$ は規制 p を強化することによるコストで $C' > 0$ とする。

3.2 General optimal tax formulas

- λ を政府の予算制約の乗数とすると、この乗数は政府資金の限界価値を表す。政府の問題を τ,p,t について解くと、

$$-\int \mu^i[v^i_{1-\tau} + v^i_G\bar{G}_{1-\tau}]d\nu_i + \lambda[t\bar{Z}_{1-\tau} + \bar{G}^r - \tau\bar{G}^r_{1-\tau}] = 0 \tag{7}$$
$$\int \mu^i[v^i_p + v^i_G\bar{G}_p]d\nu_i + \lambda[t\bar{Z}_p - \tau\bar{G}^r_p - C'(p)] = 0 \tag{8}$$
$$\int \mu^i[v^h_{1-t} + v^i_G\bar{G}_{1-t}]d\nu_i + \lambda[-\bar{Z} - t\bar{Z}_{1-t} + \tau\bar{G}_{1-t}] = 0$$

と示すことができ、これらはそれぞれ、寄付への補助、寄付への規制、所得税についての一階条件を表す。このとき、政府は報告された寄付 $\bar{G}^r$ に対して補助を行うことになるので、$\bar{G}^r$ が一階条件として出てくることとなる。

[*3] 間接効用関数 $V(p_1,p_2,I)$ と通常の需要 $x^0_j(p_1,p_2,I) > 0, j = 1,2$ について $x^0_j(p_1,p_2,I) = -\frac{\partial V}{\partial p_j}/\frac{\partial V}{\partial I}$ が成り立つ。

- それぞれの一階条件の第二項 (予算制約についての偏微分) は政策変数が予算を経由して効用に与える間接効果である。
- 実際に p が $\bar{G}^r$ に与える影響について見る。まず、任意の τ の水準で、$\tau\bar{G}^r$ について以下のような式が導ける。

$$\tau\bar{G}^r = \int_0^\tau (\tau\frac{\partial\bar{G}^r}{\partial\tau} + \bar{G}^r)d\tau = \int_0^\tau \bar{G}^r(1 - \frac{\tau}{1-\tau}\varepsilon_{G^r})d\tau$$

この式を p で微分すると、

$$\tau\bar{G}^r_p = \int_0^\tau [\bar{G}^r_p(1 - \frac{\tau}{1-\tau}\varepsilon_{G^r}) - \bar{G}^r\frac{\tau}{1-\tau}\frac{\partial\varepsilon_{G^r}}{\partial p}]d\tau \tag{9}$$

がいえる。

弾力性と厚生について

- ここから Saez (2004) を参考に上記の式をもとに弾力性と厚生の関係を見ていくことにする。
- ここでは政府による公共財供給が最適の状態で寄付補助 τ が変化したときの厚生変化が 0 となることを利用して分析を行う。この際、寄付補助の変化は公共財供給の変化を通じた厚生変化と政府資金の変化を通じた厚生変化をもたらす。特に後者は主に公的資金の予算制約の変化となるので、厚生の変化の度合いを公的資金 1 単位に換算して評価することで、厚生変化をすべて金銭換算し、変化の合計が 0 となることを考える。

公的資金 1 単位からみた限界効用の整理

- (6) あたりの議論を思い出すと、一括補助 R について、v^i_R は所得への一括補助の限界効用となる。ここで、$\beta^i = \mu^i v^i_R/\lambda$ を公的資金 1 単位で評価した個人 h の限界的な消費の価値とする*4。
- v^i_R が i のもつ所得に依存するので政府がもし再分配を行うなら、β^i は貧しい人には高く、裕福な人には低くなる。一方、政府が再分配を好まないときには ($\mu^i = 0$ より)β^i は全員おなじで 0 になる。つまり公的資金 1 単位からみた β は政府の考える i に行う一括補助の価値である。
- β^i の平均値を $\beta(R) \equiv \int \beta^i d\nu_i$ とすると、これは公的資金 1 単位からみた政府が行う一括補助の価値の平均である。
- 同じように $\bar{G}^r$ についても $\beta(\bar{G}^r) \equiv \int(g - g^m)\beta^i d\nu_i/\bar{G}^r$ という値を定義する。g^i は個人の最適化問題から導出される所得水準・寄付であり、ロワの恒等式から $v^i_{1-t} = -g^i v^i_R$ である。β は $\beta^i = \mu^i v^i_R/\lambda$ の平均であるため、これと同様に公的資金 1 単位からみた $\beta(G)$ は寄付補助 $1-\tau$ による限界効用の平均的な変化をみたものと言える。

最適な公共財供給状態での寄付補助の変化と厚生変化について

- いま、政府も直接的に公共財 G^d を供給でき、さらに一括補助 R が労働供給 z に影響しないとする ($\partial z/\partial R = 0$)。

*4 (μ^i が i の人の厚生ウエイトであるので功利主義的に $\mu^i = 1$ とすると)v^i_R が一括補助金 R に対する限界効用であることから、β^i が公的資金 1 単位 λ で評価した個人 i の限界的な消費の価値と理解できる。

- 政府の公共財供給量が最適であるとすると、$dG + dG^d = 0$ がいえ、寄付補助 τ の変化が社会厚生に与える限界効果は最適条件において 0 となる。
- そのため、以下では寄付補助 τ の厚生に与える複数の効果の和が 0 であるということを利用する。τ が厚生に与える経路は以下の 4 つのものである。
  1. τ が限界的にふえると、寄付申請が行われた分の政府の財源がへり、政府の直接的な公共財供給がへる。よって $A = -(G - G^m)d\tau$
  2. τ が限界的に増えると、補助が行われることによる公共財の供給増大を経由した厚生の増大がある。この厚生の増大はロワの恒等式から
$$\underbrace{-v^i_{1-\tau}}_{\tau\text{の変化による限界効用}} d\tau = (g - g^m)v^i_R d\tau \tag{10}$$
     なので寄付補助による限界効用の平均的な変化は公的資金 1 単位あたりで
$$\beta(G^r) = \frac{\int (g - g^m)\beta^i d\nu_i}{\bar{G}^r}$$
     であり、これが補助によって増えた分の申請された公共財の分だけ増えるので $\beta(G^r)\bar{G}^r$ が厚生の増大である。よって $B = \beta(G^r)\bar{G}^r d\tau$
  3. τ が限界的に増えると、公共財の供給変化が起こり、その変化分だけ政府予算が減少する。これは $C = -\tau d\bar{G}^r = -\tau(d\bar{G} - d\bar{G}^m)$ と表せる。
     - ここで $d\bar{G}$ と $d\bar{G}^m$ を書き換える。
     - $\bar{G}$ は寄付補助とクラウドアウトを通じた政府の直接的な公共財供給によって変化するので、以下の恒等式が成り立つ
$$d\bar{G} = \underbrace{-\bar{G}_{1-\tau}}_{=\bar{G}_\tau} d\tau - \bar{G}_{G^d} dG^d$$
       ここで $d\bar{G} + dG^d = 0$ を利用すると、$d\bar{G} = \frac{-\bar{G}_{1-\tau}}{1+\bar{G}_{G^d}} d\tau$ となる。
     - 実際の寄付量と申告寄付量の間の差の変化 $d\bar{G}^m$ はクラウドアウトに関係しないとすると恒等式として $d\bar{G}^m = -\bar{G}^m_{1-\tau} d\tau$ となる。
     - これらの効果を合わせると、$C = -\tau d\bar{G}^r = \tau(\frac{\bar{G}_{1-\tau}}{1+\bar{G}_{G^d}} d\tau - \bar{G}^m_{1-\tau} d\tau)$ になる。
  4. τ が限界的に増えると、政府自らが最適な G を調整するコストがかかるので $D = -dG^d = dG = \frac{-G_{1-\tau}}{1+G_{G^d}} d\tau$
- 最適点では τ の変化による厚生変化は 0 となる。よって τ の変化を捉える A, B, C, D の和について $A + B + C + D = 0$ がいえ、
$$-(G - G^m)d\tau + \beta(G^r)\bar{G}^r d\tau + \tau(\frac{\bar{G}_{1-\tau}}{1+\bar{G}_{G^d}} d\tau - \bar{G}^m_{1-\tau} d\tau) - \frac{G_{1-\tau}}{1+G_{G^d}} d\tau = 0$$
  となる。

寄付の価格弾力性と社会最適な条件

- ここで $\alpha = \frac{G}{G^r}, \epsilon_G = \frac{1-\tau}{G}\frac{\partial G}{\partial 1-\tau}, \epsilon_{G^r} = \frac{1-\tau}{G^r}\frac{\partial G^r}{\partial 1-\tau}, \epsilon_{G^m} = \frac{1-\tau}{G^m}\frac{\partial G^m}{\partial 1-\tau}$ として

$$-[1-\beta(G^r)] - \frac{G^m}{G^r}\frac{\tau}{1-\tau}\frac{1-\tau}{G^m}\bar{G}^m_{1-\tau} - \alpha\frac{1-\tau}{G}\frac{G_{1-\tau}}{1+G_{G^d}} = 0$$
$$(1-\alpha)\frac{\tau}{1-\tau}\epsilon_{G^m} - \alpha\epsilon_G\frac{1}{1+G_{G^d}} = 1-\beta(G^r) \tag{11}$$

となる。クラウドアウトが 0、つまり、$G_{G^d} = 0$ とすると、

$$(1-\alpha)\frac{\tau}{1-\tau}\epsilon_{G^m} - \alpha\epsilon_G = 1-\beta(G^r) \tag{12}$$

がいえる。

- $G = G^r + G^m$ なので、$\frac{\partial G}{\partial 1-\tau} = \frac{\partial G^r}{\partial 1-\tau} + \frac{\partial G^m}{\partial 1-\tau}$ であり、

$$\begin{aligned}\epsilon_G &= \frac{1-\tau}{G}\frac{\partial G^r}{\partial 1-\tau} + \frac{1-\tau}{G}\frac{\partial G^m}{\partial 1-\tau}\\ &= \frac{1}{\alpha}\epsilon_{G^r} + \frac{\alpha-1}{\alpha}\epsilon_{G^m}\end{aligned}$$

となるので、(12) に代入すると

$$\frac{\tau}{1-\tau}[\epsilon_{G^r} - \alpha\epsilon_G] - \alpha\epsilon_G = 1-\beta(G^r)$$
$$\epsilon_{G^r} = \frac{\alpha}{\tau}\epsilon_G + (1-\beta(G^r))\frac{1-\tau}{\tau} \tag{13}$$

が成り立つ。

- $\tau < 1$ であるので $\frac{1}{\tau} > 1$ であり、申告された寄付が過小であるときには $\alpha = \frac{G}{G^r} > 1$ となる。そのため、$\frac{\alpha}{\tau} > 1$ であり、寄付の過小申告がなされている場合の最適状態では

$$\epsilon_{G^r} > \epsilon_G \tag{14}$$

が成り立つ。これが言えていれば公共財供給は最適であるとわかる。