寄付申告と弾力性について

このプリントでは、主に Intensive Margin について、実証上の推定の問題と理論分析の含意の双方から、サーベイデータで分析した寄付の価格弾力性が、課税申告データで分析した寄付の弾力性よりも大きくなることを示す。

Extensive Margin に関してもあとの方で議論を行っている。

1 寄付申告のコストと申告寄付額について

所得 y_i に対する課税スケジュールを $T(\cdot)$ とすると、寄付申告をしなかったときの納税額は $T(y_i)$、申告をしたときの納税額は $T(y_i, g_i)$ となる。このような設定のもと、申告を行うときに 1 をとり、行わないときに 0 をとる変数を D_i とすると

$$D_i = \begin{cases} 1 \text{ if } T(y_i) - T(y_i, g_i) \geq C_i \\ 0 \text{ if } T(y_i) - T(y_i, g_i) < C_i \end{cases} \tag{1}$$

となることがわかる。g_i, C_i を固定したもとで y_i と D_i の関係を考えると、累進課税制度より、y_i が大きくなると限界税率が増加し、所与の $g_i > 0$ に対して $T(y_i) - T(y_i, g_i)$ が増加する。

そのため、高い限界税率に直面するもとでは寄付申告を積極的に行うことが考えられる。

またこのことから、y_i が高い高所得者のほうが寄付申告を積極的に行うこともわかる。これは、実際には寄付を行っていても、高所得者のほうが寄付申告を積極的に行い、低所得者はあまり寄付申告をしないことを示唆する。

寄付の価格弾力性について

- (1) と整合的な形で予算制約を考えると、私的財を x_i として、

$$y_i - (1 - D_i)T(y_i) - D_i\{T(y_i, g_i) + C_i\} = c_i + g_i \tag{2}$$

と予算制約を書くことができる。

- 予算制約を c_i, g_i について全微分すると $dc_i = -(1 - D_i T'(y_i, g_i))dg_i$ より、 $D_i = 0$ のとき、i の直面する g_i の相対価格は 1 である一方、$D_i = 1$ のときの g_i の相対価格は $1 - T'(y_i, g_i)$ となる。簡単化のため、通常の寄付課税の文脈で仮定されているように $\tau_i = T'(y_i, g_i)$ とし、所得控除制度のもとで τ_i は限界所得税率、税額控除制度のもとで τ_i は税額控除率となる。
- 通常の需要は所得と財の相対価格に依存して決まり、通常は財の相対価格が低下すれば需要が上昇する。そのため、$D_i = 0$ のもとでは $\frac{\partial g_i}{\partial \tau_i} = 0$ となり、$\epsilon_g = \frac{1-\tau}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial 1-\tau_i} = 0$ となる。他方で、$D_i = 1$ のもとでは、$\frac{\partial g_i}{\partial \tau_i} > 0$ となり、$\epsilon_g = \frac{1-\tau}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial 1-\tau_i} < 0$ となる。

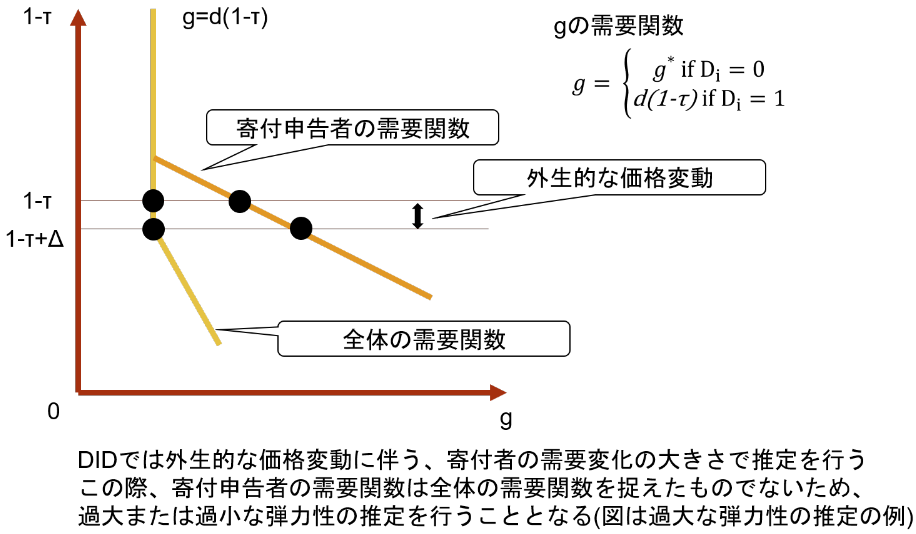

図 1　寄付申告者と全体の需要関数・弾力性の違いと推定手法

- そのため、寄付の申告者は寄付価格について弾力的である一方、非申告者は寄付価格に対して非弾力的であるとわかる。これをまとめたのが図 1 である。

申告コストについて

- $D_i = 1$ と $D_i = 0$ のときに同じ需要関数の形状をもつ、申告コスト C_i が小さいグループと大きいグループとを比べると、申告コストが小さいグループでは $D_i = 1$ が成り立ちやすくなり、積極的に寄付申告を行いやすく、安い寄付価格 $1 - \tau$ を享受できることとなる。他方で、申告コストが大きいグループでは $D_i = 0$ が成り立ちやすく、申告を行わない場合には高い寄付価格に直面することになる。
- このため、申告コストが小さいグループは申告を行い、申告コストが大きいグループは申告を行わないこととなる。
- しかし、弾力性は $\epsilon_g = \frac{1-\tau}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial 1-\tau_i}$ と定義され、寄付申告がひとたびなされると、同じ $\frac{\partial g_i}{\partial 1-\tau_i}$ を持つものについては、寄付が少ないもののほうが弾力的な値を取ることとなる。
- そのため、申告コスト C_i が大きいグループであっても、申告寄付量が少ない場合には、弾力的な寄付の価格弾力性が得られることとなる。これは推定のバイアスに起因する問題ではなく、申告寄付量の多寡に依存する問題であるので、アプリオリには申告コストの大きいグループと申告コストの小さいグループの弾力性の大小の方向はわからない。
- これをまとめたものが図 2 である。

2　推定上の問題点

真の寄付額を g_i、サーベイデータが捉える寄付額を g_i^S、申告データが捉える寄付額を g_i^I とする。

サーベイデータも申告データも真の寄付額とは一致せず、過大ないし過小な寄付額を報告している可能性があるため、これを捉える変数として f_i^S, f_i^I を考え、$g_i = f_i^S g_i^S$、$g_i = f_i^S g_i^S$ となるとする。

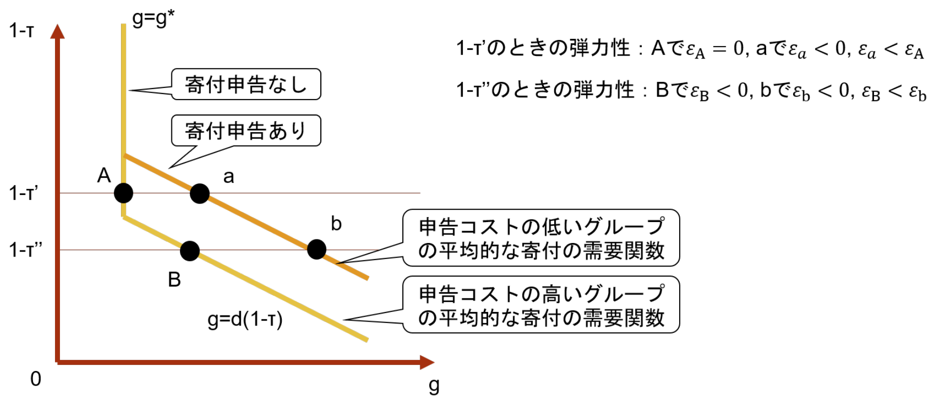

図 2　申告コストの差のみによる需要関数の違いと弾力性の違い

真の寄付額をつかった推計モデルは

$$\ln g_i = \alpha + \beta_\tau \ln(1 - \tau_i) + \beta_y \ln y_i + \epsilon_i \tag{3}$$

となり、β_τ, β_y を正しく推定することが目的となる。

$g_i = f_i^S g_i^S$ と $g_i = f_i^I g_i^I$ を使うと、サーベイデータを使った場合、推計モデルは

$$\begin{aligned} \ln g_i^S &= \alpha + \beta_\tau \ln(1 - \tau_i) + \beta_y \ln y_i - \ln f_i^S + \epsilon_i \\ &= \alpha + \beta_\tau \ln(1 - \tau_i) + \beta_y \ln y_i + e_i \end{aligned} \tag{4}$$

となり、申告データを使った場合、推計モデルは

$$\begin{aligned} \ln g_i^I &= \alpha + \beta_\tau \ln(1 - \tau_i) + \beta_y \ln y_i - \ln f_i^I + \epsilon_i \\ &= \alpha + \beta_\tau \ln(1 - \tau_i) + \beta_y \ln y_i + u_i \end{aligned} \tag{5}$$

となる。

このとき、(4) が正しい推定を行うためには、誤差項 e_i の平均独立が言える必要があり、$\ln f_i^S$ が $\ln(1 - \tau_i)$ や $\ln y_i$ と相関していないことが求められる。

同様に (5) が正しい推定を行うためには、誤差項 u_i の平均独立が言える必要があり、$\ln f_i^I$ が $\ln(1 - \tau_i)$ や $\ln y_i$ と相関していないことが求められる。

しかしながら、実際に寄付を行っていても、高い限界税率に直面する者や高所得者は寄付申告をより多く行い、低所得者は寄付申告をあまり行わないということが示唆されるため、

$$\begin{aligned} &corr(\ln f_i^I, \ln(1 - \tau_i)) < 0 \\ &corr(\ln f_i^I, \ln y_i) > 0 \end{aligned}$$

が考えられる。

そのため推定結果について $\beta_\tau > \hat{\beta_\tau}^I, \beta_y < \hat{\beta_y}^I$ となるバイアスが発生すると予想される[*1]。

[*1] この計算には $\ln y$ と $\ln(1 - \tau_i)$ が相関しないという仮定のもと、$\hat{\beta_\tau} = \beta_\tau + \frac{Cov(\ln(1-\tau), -f_i)}{V(\ln(1-\tau_i))}$ がいえること (Wooldridge, p.81 参照) を使っている。

他方でサーベイデータについてはこのようなバイアスがシステマティックに起こるとは考えにくい。そのため

$$\ln g_i^S = \alpha + \beta_\tau \ln(1-\tau_i) + \beta_y \ln y_i + e_i$$

を分析することによって、正しい推定結果が得られると考えられる。

3 理論上の含意

ここでは Fack and Landais (2016) の枠組みを用いて、理論上の含意を見ていく。*2

- 社会には個人 $i \in I(I$ は個人の集合) が存在し、全人口が 1 となっている。$d\nu_i$ を I 上で定義された個人 i の密度とし、$\int d\nu_i$ は個人の集合 I 全体での和を表す。
- 私的消費を c、所得を z、寄付を g とする。z は労働所得であり、効用は z に関して減少関数であるとする。
- 寄付は実際の寄付量を g(これは効用関数に直接影響)、申告寄付量を g^r、実際の寄付量と申告寄付量の間の差を $g^m = g - g^r$ とする。
- 政府が所得に t を課す一方、寄付に τ の補助を与え、個人への一括還付 R を設定するとする。政府は制度改正などを通じて p という申告コスト (申告の規律) を調整することもできるとする。
- $\bar{G}$ は個々人が行う寄付の平均量を表し、同様に $\bar{G}^m, \bar{G}^r, \bar{Z}$ が一人あたりの平均寄付調整、一人あたり平均申告寄付量、一人あたりの平均労働所得となる。
- 効用関数は $u = u(c, z, g, g^m, G, p)$ であり、効用関数は c について増加関数、(労働の不効用から)z について減少関数となる。
- 個人 i の効用最大化問題は

$$\begin{aligned} \max_{c,z,g,g^m} U^i = u^i(c, z, g, g^m, G, p) \\ \text{s.t. } c + g(1-\tau) \leq z(1-t) + R - \tau g^m \end{aligned} \tag{6}$$

  である。ここで τg^m は寄付申告によって得られる所得である。
- パラメータを所与として、i の間接効用関数を $v^i(1-t, 1-\tau, G, p, R)$、所得を $z^i(1-t, 1-\tau, G, p, R)$、寄付を $g^i(1-t, 1-\tau, G, p, R)$ とする。また、申告寄付額も $g^{m^i}(1-t, 1-\tau, G, p, R)$ と書くことができる。
- ロワの恒等式*3を使うと、間接効用関数について

$$\begin{cases} v^i_{1-t} = z^i v^i_R \\ v^i_{1-\tau} = -(g - g^m) v^i_R \end{cases} \tag{7}$$

  が成り立つ。ただし下添え字つきの変数は当該変数の偏微分を表す。

---

*2 Almunia et al. (2020) の枠組みでの分析も考えたが、

- Almunia et al. (2020) は申告データを使うことそのものの問題点は考えておらず、申告データをもとにした課税弾力性の推定があっているとして話を展開している。
- Almunia et al. (2020) は理論モデルを課税弾力性の推定バイアスではなく、申請コストの金額の推定のために使用している。

という理由から、我々の論文で問題となる話とは違うのではないかと考え、より話が近いと考えられた Fack and Landais (2016) の枠組みで話を進めることとする。

*3 間接効用関数 $V(p_1, p_2, I)$ と通常の需要 $x_j^0(p_1, p_2, I) > 0, j = 1, 2$ について $x_j^0(p_1, p_2, I) = -\frac{\partial V}{\partial p_j} / \frac{\partial V}{\partial I}$ が成り立つ。

3.1 政府の問題

- 政府は t, τ, p を操作し社会厚生最大化を行う。社会厚生関数は

$$W = \int \mu^i v^i(1-t, 1-\tau, G, p, R) d\nu_i$$

ただし、μ^i は i についてのウエイトである。このとき、全体の予算制約は

$$t\bar{Z} \geq R + \tau(\underbrace{\bar{G} - \bar{G}^m}_{\bar{G}^r}) + C(p)$$

で、$C(p)$ は規制 p を強化することによるコストで $C' > 0$ とする。

3.2 General optimal tax formulas

- λ を政府の予算制約の乗数とすると、この乗数は政府資金の限界価値を表す。政府の問題を τ, p, t について解くと、

$$-\int \mu^i [v^i_{1-\tau} + v^i_G \bar{G}_{1-\tau}] d\nu_i + \lambda [t\bar{Z}_{1-\tau} + \bar{G}^r - \tau \bar{G}^r_{1-\tau}] = 0 \tag{8}$$

$$\int \mu^i [v^i_p + v^i_G \bar{G}_p] d\nu_i + \lambda [t\bar{Z}_p - \tau \bar{G}^r_p - C'(p)] = 0 \tag{9}$$

$$\int \mu^i [v^h_{1-t} + v^i_G \bar{G}_{1-t}] d\nu_i + \lambda [-\bar{Z} - t\bar{Z}_{1-t} + \tau \bar{G}_{1-t}] = 0$$

と示すことができ、これらはそれぞれ、寄付への補助、寄付への規制、所得税についての一階条件を表す。このとき、政府は報告された寄付 $\bar{G}^r$ に対して補助を行うことになるので、$\bar{G}^r$ が一階条件として出てくることとなる。
- それぞれの一階条件の第二項 (予算制約についての偏微分) は政策変数が予算を経由して効用に与える間接効果である。
- 実際に p が $\bar{G}^r$ に与える影響について見る。まず、任意の τ の水準で、$\tau\bar{G}^r$ について以下のような式が導ける。

$$\tau \bar{G}^r = \int_0^\tau (\tau \frac{\partial \bar{G}^r}{\partial \tau} + \bar{G}^r) d\tau = \int_0^\tau \bar{G}^r (1 - \frac{\tau}{1-\tau} \varepsilon_{G^r}) d\tau$$

この式を p で微分すると、

$$\tau \bar{G}^r_p = \int_0^\tau [\bar{G}^r_p (1 - \frac{\tau}{1-\tau} \varepsilon_{G^r}) - \bar{G}^r \frac{\tau}{1-\tau} \frac{\partial \varepsilon_{G^r}}{\partial p}] d\tau \tag{10}$$

がいえる。

弾力性と厚生について

- ここから Saez (2004) を参考に上記の式をもとに弾力性と厚生の関係を見ていくことにする。

- ここでは政府による公共財供給が最適の状態で寄付補助 τ が変化したときの厚生変化が 0 となることを利用して分析を行う。この際、寄付補助の変化は公共財供給の変化を通じた厚生変化と政府資金の変化を通じた厚生変化をもたらす。特に後者は主に公的資金の予算制約の変化となるので、厚生の変化の度合いを公的資金 1 単位に換算して評価することで、厚生変化をすべて金銭換算し、変化の合計が 0 となることを考える。

公的資金 1 単位からみた限界効用の整理

- (7) あたりの議論を思い出すと、一括補助 R について、v_R^i は所得への一括補助の限界効用となる。ここで、$\beta^i = \mu^i v_R^i/\lambda$ を公的資金 1 単位で評価した個人 h の限界的な消費の価値とする*4。
- v_R^i が i のもつ所得に依存するので政府がもし再分配を行うなら、β^i は貧しい人には高く、裕福な人には低くなる。一方、政府が再分配を好まないときには ($\mu^i = 0$ より)β^i は全員おなじで 0 になる。つまり公的資金 1 単位からみた β は政府の考える i に行う一括補助の価値である。
- β^i の平均値を $\beta(R) \equiv \int \beta^i d\nu_i$ とすると、これは公的資金 1 単位からみた政府が行う一括補助の価値の平均である。
- 同じように $\bar{G}^r$ についても $\beta(\bar{G}^r) \equiv \int (g - g^m)\beta^i d\nu_i/\bar{G}^r$ という値を定義する。g^i は個人の最適化問題から導出される所得水準・寄付であり、ロワの恒等式から $v_{1-t}^i = -g^i v_R^i$ である。β は $\beta^i = \mu^i v_R^i/\lambda$ の平均であるため、これと同様に公的資金 1 単位からみた $\beta(G)$ は寄付補助 $1-\tau$ による限界効用の平均的な変化をみたものと言える。

最適な公共財供給状態での寄付補助の変化と厚生変化について

- いま、政府も直接的に公共財 G^d を供給でき、さらに一括補助 R が労働供給 z に影響しないとする ($\partial z/\partial R = 0$)。
- 政府の公共財供給量が最適であるとすると、$dG + dG^d = 0$ がいえ、寄付補助 τ の変化が社会厚生に与える限界効果は最適条件において 0 となる。
- そのため、以下では寄付補助 τ の厚生に与える複数の効果の和が 0 であるということを利用する。τ が厚生に与える経路は以下の 4 つのものである。
  1. τ が限界的にふえると、寄付申請が行われた分の政府の財源がへり、政府の直接的な公共財供給がへる。よって $A = -(G - G^m)d\tau$
  2. τ が限界的に増えると、補助が行われることによる公共財の供給増大を経由した厚生の増大がある。これは寄付者が寄付することから感じる効用の増分を表す。この厚生の増大はロワの恒等式から

$$\underbrace{-v_{1-\tau}^i}_{\tau\text{の変化による限界効用}} d\tau = (g - g^m)v_R^i d\tau \tag{11}$$

  なので寄付補助による限界効用の平均的な変化は公的資金 1 単位あたりで

$$\beta(G^r) = \frac{\int (g - g^m)\beta^i d\nu_i}{\bar{G}^r}$$

*4 (μ^i が i の人の厚生ウエイトであるので功利主義的に $\mu^i = 1$ とすると)v_R^i が一括補助金 R に対する限界効用であることから、β^i が公的資金 1 単位 λ で評価した個人 i の限界的な消費の価値と理解できる。

であり、これが補助によって増えた分の申請された公共財の分だけ増えるので $\beta(G^r)\bar{G}^r$ が厚生の増大である。よって $B = \beta(G^r)\bar{G}^r d\tau$

3. τ が限界的に増えると、公共財の供給変化が起こり、その変化分だけ政府予算が減少する。これは $C = -\tau d\bar{G}^r = -\tau(d\bar{G} - d\bar{G}^m)$ と表せる。
   - ここで $d\bar{G}$ と $d\bar{G}^m$ を書き換える。
   - $\bar{G}$ は寄付補助とクラウドアウトを通じた政府の直接的な公共財供給によって変化するので、以下の恒等式が成り立つ

$$d\bar{G} = \underbrace{-\bar{G}_{1-\tau}}_{=\bar{G}_\tau} d\tau - \bar{G}_{G^d} dG^d$$

     ここで $d\bar{G} + dG^d = 0$ を利用すると、$d\bar{G} = \frac{-\bar{G}_{1-\tau}}{1+G_{G^d}} d\tau$ となる。
   - 実際の寄付量と申告寄付量の間の差の変化 $d\bar{G}^m$ はクラウドアウトに関係しないとすると恒等式として $d\bar{G}^m = -\bar{G}^m_{1-\tau} d\tau$ となる。
   - これらの効果を合わせると、$C = -\tau d\bar{G}^r = \tau(\frac{\bar{G}_{1-\tau}}{1+\bar{G}_{G^d}} d\tau - \bar{G}^m_{1-\tau} d\tau)$ になる。
4. τ が限界的に増えると、政府自らが最適な G を調整するコストがかかるので $D = -dG^d = dG = \frac{-G_{1-\tau}}{1+G_{G^d}} d\tau$

- 最適点では τ の変化による厚生変化は 0 となる。よって τ の変化を捉える A, B, C, D の和について $A + B + C + D = 0$ がいえ、

$$-(G - G^m)d\tau + \beta(G^r)\bar{G}^r d\tau + \tau(\frac{\bar{G}_{1-\tau}}{1+\bar{G}_{G^d}} d\tau - \bar{G}^m_{1-\tau} d\tau) - \frac{G_{1-\tau}}{1+G_{G^d}} d\tau = 0$$

となる。

寄付の価格弾力性と社会最適な条件

- ここで $\alpha = \frac{G}{G^r}, \epsilon_G = \frac{1-\tau}{G}\frac{\partial G}{\partial 1-\tau}, \epsilon_{G^r} = \frac{1-\tau}{G^r}\frac{\partial G^r}{\partial 1-\tau}, \epsilon_{G^m} = \frac{1-\tau}{G^m}\frac{\partial G^m}{\partial 1-\tau}$ として

$$-[1-\beta(G^r)] - \frac{G^m}{G^r}\frac{\tau}{1-\tau}\frac{1-\tau}{G^m}\bar{G}^m_{1-\tau} - \alpha\frac{1-\tau}{G}\frac{G_{1-\tau}}{1+G_{G^d}} = 0$$

$$(1-\alpha)\frac{\tau}{1-\tau}\epsilon_{G^m} - \alpha\epsilon_G\frac{1}{1+G_{G^d}} = 1 - \beta(G^r) \tag{12}$$

となる。クラウドアウトが 0、つまり、$G_{G^d} = 0$ とすると、

$$(1-\alpha)\frac{\tau}{1-\tau}\epsilon_{G^m} - \alpha\epsilon_G = 1 - \beta(G^r) \tag{13}$$

がいえる。ここから、正しい寄付の価格弾力性は

$$\begin{aligned}\epsilon_G =& \frac{1}{\alpha}[-1+\beta(G^r)] + \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{\tau}{1-\tau}\epsilon_{G^m} \\ =& \underbrace{\frac{G^r}{G}[-1+\beta(G^r)]}_{>-1} \underbrace{-\frac{G^m}{G}\frac{\tau}{1-\tau}\epsilon_{G^m}}_{<0}\end{aligned}$$

となる。

第二項の符号が負となっているのは、ϵ_{G^m} は申告時の寄付価格が増えたときにどれだけ申告していない

寄付が増えるかというものをみるもので $\epsilon_{G^m} = \frac{1-\tau}{G^m}\frac{\partial G^m}{\partial 1-\tau}$ であるためである。申告寄付価格が高い、つまり、申告時の寄付補助が少ないと、申告コストを払っても申告で得をしない可能性があるため、申告していない寄付が増えると考えられる。このとき $\frac{\partial G^m}{\partial 1-\tau} > 0$ がいえ、$\epsilon_{G^m} > 0$ となる。
ここから、ϵ_G は負で -1 あたりの数を取ることがわかる。

- もしここで $G = G^r$ であれば、$\alpha = 1, G^m = 0$ となり、

$$\epsilon_G = -1 + \beta(G^r)$$

で、$\beta(G^r) = 0$ とすれば、最適な寄付の弾力性が -1 であるという式が導出される。

- $G = G^r + G^m$ なので、$\frac{\partial G}{\partial 1-\tau} = \frac{\partial G^r}{\partial 1-\tau} + \frac{\partial G^m}{\partial 1-\tau}$ であり、

$$\begin{aligned}\epsilon_G &= \frac{1-\tau}{G}\frac{\partial G^r}{\partial 1-\tau} + \frac{1-\tau}{G}\frac{\partial G^m}{\partial 1-\tau} \\ &= \frac{1}{\alpha}\epsilon_{G^r} + \frac{\alpha-1}{\alpha}\epsilon_{G^m}\end{aligned}$$

となるので、(13) に代入すると

$$\begin{aligned}\frac{\tau}{1-\tau}[\epsilon_{G^r} - \alpha\epsilon_G] - \alpha\epsilon_G &= 1 - \beta(G^r) \\ \epsilon_{G^r} &= \frac{1}{\tau}[\alpha\epsilon_G + (1-\beta(G^r))(1-\tau)] \qquad (14)\end{aligned}$$

が成り立つ。

- $\tau < 1$ であるので $\frac{1}{\tau} > 1$ であり、申告された寄付が過小であるときには $\alpha = \frac{G}{G^r} > 1$ となる。
$\epsilon_G = \frac{1-\tau}{G}\frac{\partial G}{\partial 1-\tau}$ は寄付の寄付価格に対する弾力性であり、$\epsilon_G < 0$ であるはずなので、もし $(1-\beta(G^r))(1-\tau) \simeq 0$ ならば

$$\epsilon_{G^r} < \epsilon_G < 0 \qquad (15)$$

が成り立つ。しかし、$(1-\beta(G^r))(1-\tau)$ がある程度大きい値 (具体的には $|\epsilon_G| < \frac{(1-\beta(G^r))(1-\tau)}{\alpha-1}$) を取れば、$\epsilon_{G^r}$ と ϵ_G の大小は Ambiguous である。

- (15) は十分条件 $|\epsilon_G| > \frac{(1-\beta(G^r))(1-\tau)}{\alpha-1}$ が成り立てばいえる条件であるが、この十分条件は
  1. 申告されていない寄付が申告されている寄付よりも多い ($G^m > G^r$ のとき、つまり、$\alpha - 1$ が大きい) とき
  2. 寄付価格 $(1-\tau)$ が低いとき
  3. 寄付者が寄付から感じる効用 $(\beta(G^r))$ が大きいとき

  に成り立ちやすい。

4 Extensive Margin の寄付の価格弾力性について

- いままでの価格弾力性は主に Intensive Margin を念頭において分析を行ったものとなるが、Almunia et al. (2020) では、Extensive Margin に関する価格弾力性についても考えている。
- 実は Extensive Margin に関する「本来の」寄付の価格弾力性は Almunia et al. (2020) が考えているようなモデルからストレートに定義できず、個人の公共財供給が他人の公共財供給量に依存するというようなゲーム的な環境でないと定義できない。

寄付が「私的財」として扱われる場合

- Almunia et al. (2020) の効用関数を一般化し $U_i = c_i + \theta_i v(g_i)$ とし、$y_i = c_i + pg_i$ とおいてみる。p は寄付の相対価格で $1-\tau$ でもよい。
  効用最大化問題は
  $$y_i - pg_i + \theta_i v(g_i)$$
  となる。このとき、一階条件より $\theta_i v'(g_i) = p$ がいえ、$\theta_i > 0$ である限り、$g_i = v'^{-1}(\frac{p}{\theta}) > 0$ となる (ただし v'^{-1} は v' の逆関数である。)。他方で、$\theta_i = 0$ のときには $g_i = 0$ となる。そのため、このモデルでは寄付をするかどうか、$g_i > 0$ かどうかは θ_i が 0 かどうかのみに依存し、p には依存しない。
  そのため、Extensive Margin に関する「本来の」寄付の価格弾力性は Almunia et al. (2020) の使用している準線形の効用関数では常に 0 となる。
- これは準線形の効用関数に限らず、どの効用関数でも成り立つ。このモデルの想定では寄付があたかも私的財のように決められているため、自分の選好しない財 (寄付) を受容しないのは当たり前であり、逆に自分の選好する財を他の財の限界効用と同じになるまで需要するのは当たり前であるからである。

寄付が「公共財」として扱われる場合

- 他方で、個人の公共財供給が他人の公共財供給量に依存するというようなゲーム的な環境を一部許容すると、寄付への選好を持っていても寄付を行わないという行動が見て取れ、価格の変化が寄付をするかしないかに影響する状況が出てくる。
- しかしながら、寄付を行うかどうかという判断は寄付価格以上に、①経済での公共財の供給量、②自分の所得、③ 自らの公共財選好に依存するものが大きくなる。他者の公共財供給が十分多ければ、(私的財的な寄付の選好を表す Warm-glow のパラメタが 0 のとき、) いくら寄付価格が安かろうが、個人は寄付を行わない。そのため、寄付を行うかどうかという判断は、寄付価格よりも、経済での公共財供給量と自らの所得、公共財選好によるものとなる。
- また、Warm-glow のパラメタが正であれば、寄付価格によらず、(私的財的に) 個人は寄付を行うことになるので、Extensive Margin の課税弾力性は 0 となってしまう。
- これらから、Extensive Margin の「本来の」寄付の価格弾力性がどういった含意を持つのかを知るのは容易でない。
- 他方で、Extensive Margin の「申告された」寄付の価格弾力性については、申告するかどうかを問うものなので、定義可能であり、寄付価格にも依存すると考えられる。そのため、Almunia et al. (2020) が推定した Extensive Margin の寄付の価格弾力性は「申告された」寄付の価格弾力性を捉えたものになっていると思われる。
- Kleven (2016) では Extensive Margin が固定費用の存在するもとでは考えられると指摘しており、Hungerman and Ottoni-Wilhelm (2016) も選好が Convex(つまり極端なものより平均が好まれる) ならば Extensive Margin は考えられないと指摘している。