# Лабораторна робота № 8

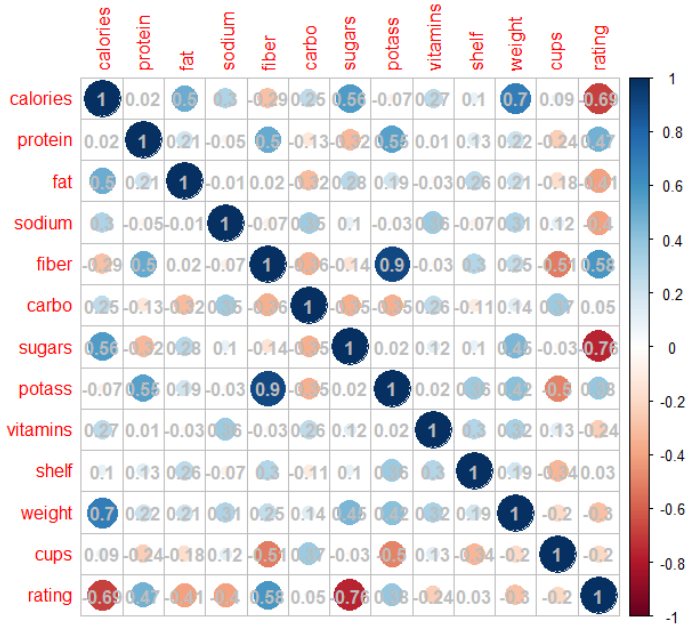
**Завдання 1: Перевірити дані на мультиколінеарність.**

**(A) Представити залежність таблично (round(cor(data), 2))**

```
> round(cor(data), 2)
          calories protein   fat sodium fiber carbo sugars potass vitamins shelf weight  cups rating
calories      1.00    0.02  0.50   0.30 -0.29  0.25   0.56  -0.07     0.27  0.10   0.70  0.09  -0.69
protein       0.02    1.00  0.21  -0.05  0.50 -0.13  -0.32   0.55     0.01  0.13   0.22 -0.24   0.47
fat           0.50    0.21  1.00  -0.01  0.02 -0.32   0.28   0.19    -0.03  0.26   0.21 -0.18  -0.41
sodium        0.30   -0.05 -0.01   1.00 -0.07  0.35   0.10  -0.03     0.36 -0.07   0.31  0.12  -0.40
fiber        -0.29    0.50  0.02  -0.07  1.00 -0.36  -0.14   0.90    -0.03  0.30   0.25 -0.51   0.58
carbo         0.25   -0.13 -0.32   0.35 -0.36  1.00  -0.35  -0.35     0.26 -0.11   0.14  0.37   0.05
sugars        0.56   -0.32  0.28   0.10 -0.14 -0.35   1.00   0.02     0.12  0.10   0.45 -0.03  -0.76
potass       -0.07    0.55  0.19  -0.03  0.90 -0.35   0.02   1.00     0.02  0.36   0.42 -0.50   0.38
vitamins      0.27    0.01 -0.03   0.36 -0.03  0.26   0.12   0.02     1.00  0.30   0.32  0.13  -0.24
shelf         0.10    0.13  0.26  -0.07  0.30 -0.11   0.10   0.36     0.30  1.00   0.19 -0.34   0.03
weight        0.70    0.22  0.21   0.31  0.25  0.14   0.45   0.42     0.32  0.19   1.00 -0.20  -0.30
cups          0.09   -0.24 -0.18   0.12 -0.51  0.37  -0.03  -0.50     0.13 -0.34  -0.20  1.00  -0.20
rating       -0.69    0.47 -0.41  -0.40  0.58  0.05  -0.76   0.38    -0.24  0.03  -0.30 -0.20   1.00
```

*Найбільші значення мають calories і weight(0.7) та potass і fiber(0.9). На залежну змінну rating дуже впливають змінні calories, sugar.*

**(B) Представити залежність графічно (corrplot::corrplot(cor(wine), addCoef.col = "grey")).**




*З графічного представлення гарно видно, що найбільші значення мають calories і weight(0.7) та potass і fiber(0.9).*

**(C) За допомогою обчислення коефіцієнта Variance Inflation Factor (VIF) перевірити змінні на мультиколінеарність. Рекомендується видалити фактор з показником VIF, який вказує на мультиколінеарність.**

```
> mod1 <- lm(rating ~ . ,data=data)
> car::vif(mod1)
 calories   protein       fat    sodium     fiber     carbo    sugars    potass  vitamins     shelf    weight      cups
10.569914  2.609154  3.361555  1.418710  8.722383  5.270084  6.142944  9.112915  1.521816  1.584918  5.045702  1.647828
```

*Великі значення коефіцієнта Variance Inflation Factor (VIF) мають такі змінні: calories, fiber, potass, weight. Оскільки fiber і potass сильно корелюють і potass має більший VIF коефіцієнт, то можемо видалити змінну potass з моделі. Між calories і weight, варто видалити weight оскільки вона має менший вплив на залежну змінну.*

```
> mod2 <- lm(rating ~ . - weight - potass,data=data)
> car::vif(mod2)
calories  protein      fat   sodium    fiber    carbo   sugars vitamins    shelf     cups
6.989867 2.358504 2.848037 1.413279 2.214568 5.149188 5.704046 1.484507 1.551987 1.590333
```

*Після видалення змінних weight і potass, значення коефіцієнтів зменшилися, однак коефіцієнт calories все одно великий. Проте видалення його чи інших змінних (окрім незначущих) призведе до сильного пониження adjusted R^2 та F критерію.*

**(D) Порівняти моделі mod_1(y~x1+x2+x3+x4), з мультиколінеарністю, та mod_2(y~x1+x2+x3), без мультиколінеарності, використовуючи car::compareCoefs(mod_1, mod_2), confint(*) та summary(*).**

```
lm(formula = rating ~ ., data = data)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.076552 -0.011151 -0.000473  0.010169  0.046746

Coefficients:
             Estimate Std. Error   t value Pr(>|t|)
(Intercept)  5.489e+01  2.554e-02  2148.907   <2e-16 ***
calories    -2.256e-01  4.098e-04  -550.540   <2e-16 ***
protein      3.285e+00  3.624e-03   906.678   <2e-16 ***
fat         -1.664e+00  4.474e-03  -371.935   <2e-16 ***
sodium      -5.449e-02  3.489e-05 -1561.551   <2e-16 ***
fiber        3.453e+00  3.043e-03  1134.635   <2e-16 ***
carbo        1.110e+00  1.332e-03   833.277   <2e-16 ***
sugars      -7.090e-01  1.376e-03  -515.140   <2e-16 ***
potass      -3.418e-02  1.040e-04  -328.440   <2e-16 ***
vitamins    -5.134e-02  1.356e-04  -378.589   <2e-16 ***
shelf        5.698e-03  3.714e-03     1.534   0.1299
weight      -7.916e-02  3.666e-02    -2.159   0.0346 *
cups        -1.566e-02  1.355e-02    -1.156   0.2519
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.02141 on 64 degrees of freedom
Multiple R-squared:      1,     Adjusted R-squared:      1
F-statistic: 2.726e+06 on 12 and 64 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

```
> summary(mod2)

Call:
lm(formula = rating ~ . - weight - potass, data = data)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.96924 -0.57367 -0.07974  0.48874  2.52648

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 56.330051   0.951921  59.175  < 2e-16 ***
calories    -0.222484   0.013979 -15.916  < 2e-16 ***
protein      2.903702   0.144514  20.093  < 2e-16 ***
fat         -1.953599   0.172740 -11.309  < 2e-16 ***
sodium      -0.054256   0.001461 -37.139  < 2e-16 ***
fiber        2.568692   0.064325  39.933  < 2e-16 ***
carbo        1.044772   0.055236  18.915  < 2e-16 ***
sugars      -0.830484   0.055630 -14.929  < 2e-16 ***
vitamins    -0.050644   0.005618  -9.015  4.1e-13 ***
shelf       -0.119640   0.154159  -0.776    0.440
cups         0.034732   0.558264   0.062    0.951
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.8981 on 66 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9965,    Adjusted R-squared:  0.9959
F-statistic:  1853 on 10 and 66 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

*З summery видно, що F статистика, adjusted R^2 і RSE краще у перший моделі з мультиколінеарністю .*

```
> car::compareCoefs(mod1, mod2)
Calls:
1: lm(formula = rating ~ ., data = data)
2: lm(formula = rating ~ . - weight - potass, data = data)

             Model 1   Model 2
(Intercept)  54.8871   56.3301
SE            0.0255    0.9519

calories     -0.22561  -0.22248
SE            0.00041   0.01398

protein       3.28542   2.90370
SE            0.00362   0.14451

fat          -1.66401  -1.95360
SE            0.00447   0.17274

sodium       -5.45e-02 -5.43e-02
SE            3.49e-05  1.46e-03

fiber         3.45305   2.56869
SE            0.00304   0.06432

carbo         1.11006   1.04477
SE            0.00133   0.05524

sugars       -0.70898  -0.83048
SE            0.00138   0.05563

potass       -0.034175
SE            0.000104

vitamins     -0.051338 -0.050644
SE            0.000136  0.005618

shelf         0.00570  -0.11964
SE            0.00371   0.15416

weight       -0.0792
SE            0.0367

cups         -0.0157    0.0347
SE            0.0135    0.5583
```

*Якщо порівнювати коефіцієнти, то видно, що у всіх змінних з першої моделі похибка менше.*

```
> confint(mod1)
                    2.5 %       97.5 %
(Intercept) 54.836082521 54.938134046
calories    -0.226431146 -0.224793798
protein      3.278183564  3.292661445
fat         -1.672943645 -1.655068316
sodium      -0.054558944 -0.054419525
fiber        3.446966124  3.459125549
carbo        1.107396171  1.112718757
sugars      -0.711724659 -0.706225797
potass      -0.034383188 -0.033967447
vitamins    -0.051608557 -0.051066762
shelf       -0.001721773  0.013116813
weight      -0.152399005 -0.005919414
cups        -0.042727270  0.011399898
> confint(mod2)
                   2.5 %      97.5 %
(Intercept) 54.42947999 58.23062159
calories    -0.25039440 -0.19457446
protein      2.61517090  3.19223395
fat         -2.29848554 -1.60871189
sodium      -0.05717308 -0.05133946
fiber        2.44026403  2.69712013
carbo        0.93449013  1.15505335
sugars      -0.94155426 -0.71941467
vitamins    -0.06186067 -0.03942729
shelf       -0.42742854  0.18814933
cups        -1.07987932  1.14934245
```

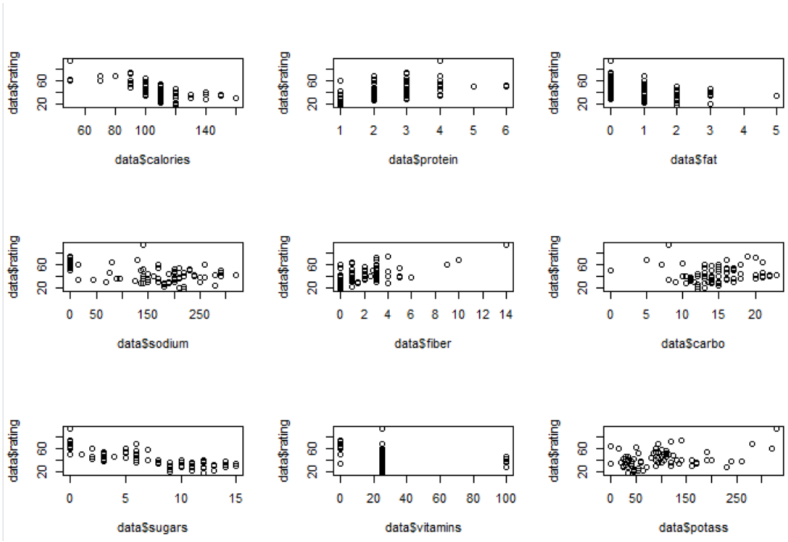
*Обидві моделі мають незначущі коефіцієнти cups і shelf.*

**(E) Зробити висновки, яка модель краща mod_1 чи mod_2.**

*По всім параметрам краще модель перша.*

## Завдання 2: Перевірити дані на гомоскедастичність.

**(A) Графічно представити залежність між залежною та незалежними змінними (plot(data$y, data$x_i));**

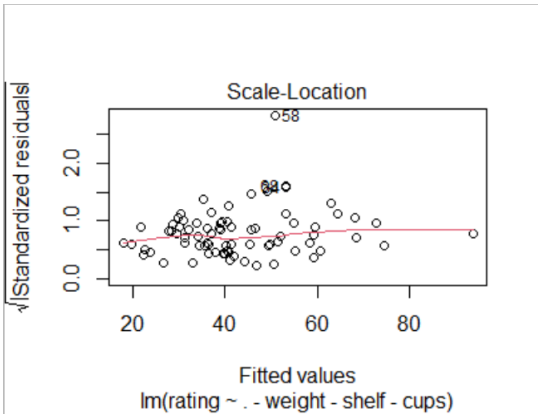



**(B) Для перевірки на гомоскедастичність використати тест Брейша-Пагана (car::ncvTest(mod));**

```
> mod <- lm(rating ~ . - weight -shelf - cups,data=data)
> car::ncvTest(mod)
Non-constant Variance Score Test
Variance formula: ~ fitted.values
Chisquare = 4.033236, Df = 1, p = 0.044612
```

*Оскільки p-value = 0,044612 < 0,05, то це означає що присутня слабка гетероскедастичність.*

**(C) Перевірити дані на гомоскедастичність за допомогою графічного методу plot(*, 3)**



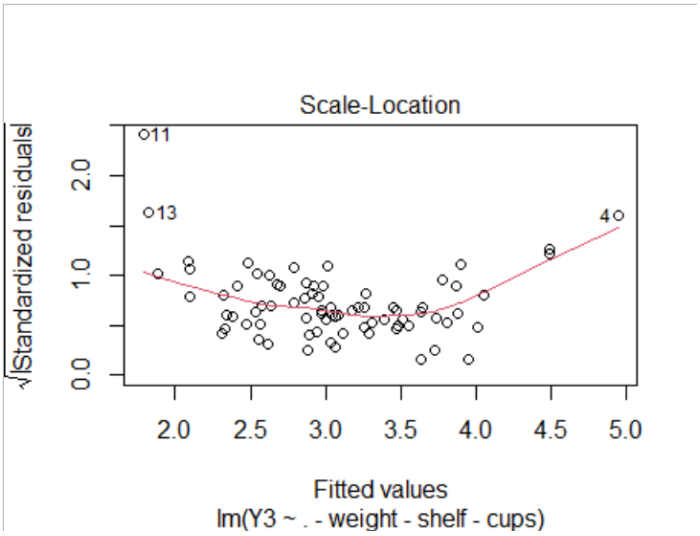

*Червона лінія розташована горизонтально, що добре, проте значення не однаково розподілені, що може вказувати на те що гетероскедастичність присутня.*

**(D) Виконати перетворення для залежної змінної Y1 <- log(abs(Y)) та Y2 <- sqrt(abs(Y)). Порівняти за тестом Брейша-Пагана моделі із залежними змінними Y1 та Y2;**

```
> Y1 <- log(abs(data$rating))
> Y2 <- sqrt(abs(data$rating))
> modY1 <- lm(Y1 ~ . - weight -shelf - cups,data=data)
> modY2 <- lm(Y2 ~ . - weight -shelf - cups,data=data)
> car::ncvTest(modY1)
Non-constant Variance Score Test
Variance formula: ~ fitted.values
Chisquare = 0.1001926, Df = 1, p = 0.7516
> car::ncvTest(modY2)
Non-constant Variance Score Test
Variance formula: ~ fitted.values
Chisquare = 3.548512, Df = 1, p = 0.059599
```

*Бачимо що у моделі де Y1 <- log(abs(Y)) значення p-value набагато більше, тому це перетворення краще. Обидва перетворення мають p-value > 0.05, що означає, що залишки є гомоскедастичними.*

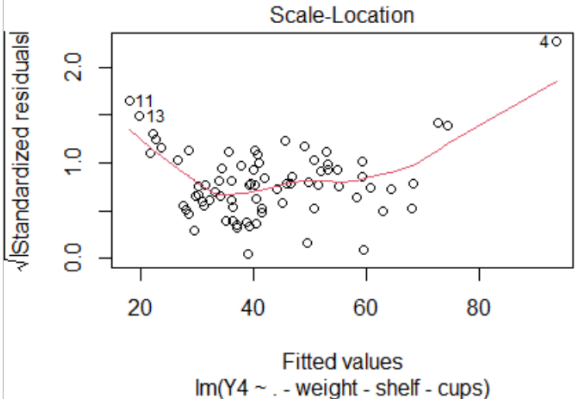
**(E) Трансформація Бокса-Кокса за допомогою зсуву Y3 <- log(Y + m)). Порівняти за тестом Брейша-Пагана модель із трансформованою залежною змінною Y3;**




```
> # Зміщений і перетворенийD
> delta <- 1 # Це налаштовується
> m <- -min(data$rating) + delta
> Y3 <- log(data$rating + m)
> modY3 <- lm(Y3 ~ . - weight -shelf - cups,data=data)
> plot(modY3, 3)
> car::ncvTest(modY3)
Non-constant Variance Score Test
Variance formula: ~ fitted.values
Chisquare = 35.78558, Df = 1, p = 2.2027e-09
```

*Це перетворення спрацювало гірше ніж попередні, тому що за тестом ми маємо дуже маленьке значення p-value і це означає, що присутня сильна гетероскедастичність.*

**(F) Трансформація за Йо-Джонсоном Y4. Порівняти за тестом Брейша-Пагана модель із трансформованою залежною змінною Y4;**




```
> # Оптимальна лямбда для Йо-Джонсона
> YJ <- car::powerTransform(mod, family = "yjPower")
> (lambdaYJ <- YJ$lambda)
       Y1
0.9992163
> # Трансформація Йо-Джонсона
> Y4 <- car::yjPower(U = data$rating, lambda = lambdaYJ)
> modY4 <- lm(Y4 ~ . - weight -shelf - cups,data=data)
> plot(modY4, 3)
> car::ncvTest(modY4)
Non-constant Variance Score Test
Variance formula: ~ fitted.values
Chisquare = 12.87157, Df = 1, p = 0.00033361
```

*Це перетворення краще ніж Бокса-Кокса, проте однаково p-value<0.05 і це означає, що присутня гетероскедастичність*

**Завдання 3: Метод головних компонент (Principal Component Analysis – PCA).**

**(A) Підготовка до методу PCA (всі змінні мають тип num);**

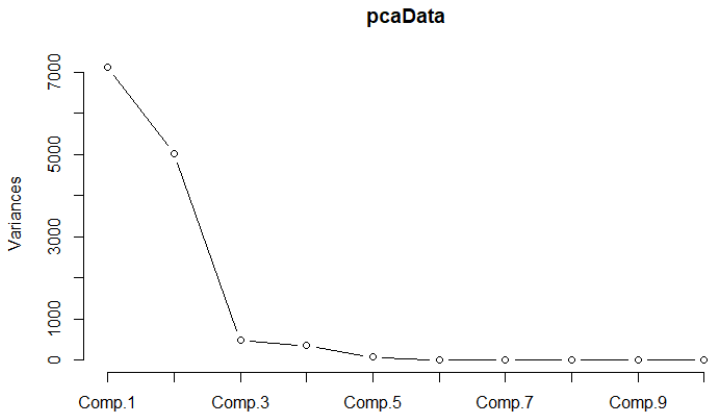
```
#### (A) ####

rownames(secondData) <- secondData$name
secondData$name <- NULL
secondData$mfr <- NULL
secondData$type <- NULL
```

**(B) Метод PCA тобто princomp(data, fix_sign = TRUE);**

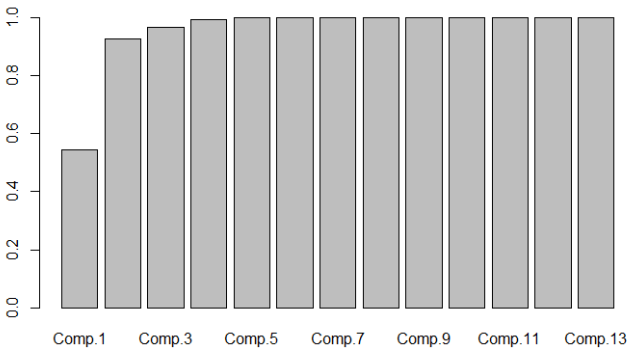
```
Importance of components:
                          Comp.1     Comp.2      Comp.3      Comp.4      Comp.5       Comp.6       Comp.7       Comp.8       Comp.9
Standard deviation     84.2759519 70.8716334 22.23210885 18.74352131 8.571598000 2.2697014511 2.0591916331 8.003354e-01 6.836657e-01
Proportion of Variance  0.5440361  0.3847381  0.03786009  0.02691056 0.005627869 0.0003946007 0.0003247984 4.906416e-05 3.580206e-05
Cumulative Proportion   0.5440361  0.9287742  0.96663430  0.99354486 0.999172729 0.9995673293 0.9998921277 9.999412e-01 9.999770e-01
                         Comp.10      Comp.11      Comp.12      Comp.13
Standard deviation     5.122623e-01 1.830804e-01 6.634331e-02 3.670147e-03
Proportion of Variance 2.010042e-05 2.567462e-06 3.371434e-07 1.031780e-09
Cumulative Proportion  9.999971e-01 9.999997e-01 1.000000e+00 1.000000e+00
```

**(C) Діаграма дисперсій кожної компоненти plot(mod_pca, type = "l"). Зробити висновок про кількість основних компонент, які варто брати до уваги;**




*За діаграмою можна зробити висновок, що варто брати 5 компонент оскільки далі усі однакові.*

*(D)* **Альтернативна діаграма сукупної відсоткової дисперсії barplot(cumsum(mod_pca$sdev^2) / sum(mod_pca$sdev^2));**




*Альтернативна діаграм підтверджує, що варто брати з 1 по 5 компоненти*

**(E) Відновлення даних з усіх основних компонентів;**

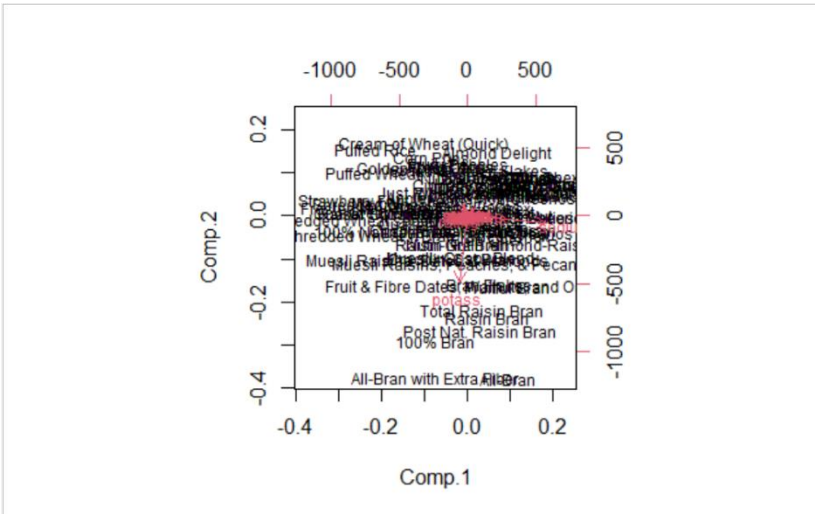
```
> head(
+   sweep(pcaData$scores %*% t(pcaData$loadings), 2, pcaData$center, "+")
+ )
                        calories protein           fat sodium fiber carbo      sugars       potass      vitamins shelf
100% Bran                     70       4  1.000000e+00    130  10.0   5.0 6.00000e+00 2.800000e+02  2.500000e+01     3
100% Natural Bran            120       3  5.000000e+00     15   2.0   8.0 8.00000e+00 1.350000e+02 -1.065814e-14     3
All-Bran                      70       4  1.000000e+00    260   9.0   7.0 5.00000e+00 3.200000e+02  2.500000e+01     3
All-Bran with Extra Fiber     50       4 -9.325873e-15    140  14.0   8.0 1.24345e-14 3.300000e+02  2.500000e+01     3
Almond Delight               110       2  2.000000e+00    200   1.0  14.0 8.00000e+00 1.421085e-14  2.500000e+01     3
Apple Cinnamon Cheerios      110       2  2.000000e+00    180   1.5  10.5 1.00000e+01 7.000000e+01  2.500000e+01     1
                        weight cups   rating
100% Bran                     1 0.33 68.40297
100% Natural Bran             1 1.00 33.98368
All-Bran                      1 0.33 59.42550
All-Bran with Extra Fiber     1 0.50 93.70491
Almond Delight                1 0.75 34.38484
Apple Cinnamon Cheerios       1 0.75 29.50954
```

**(F) Метод PCA для стандартизованих змінних princomp(x = laliga, cor = TRUE, fix_sign = TRUE)**

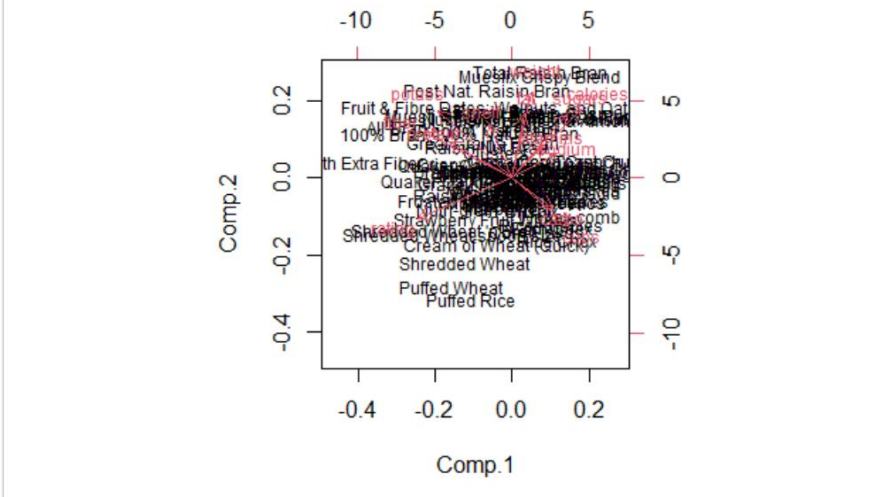
```
Importance of components:
                          Comp.1    Comp.2    Comp.3     Comp.4     Comp.5    Comp.6     Comp.7     Comp.8     Comp.9     Comp.10
Standard deviation     1.899373 1.7729437 1.3516946 1.03047078 0.98583329 0.8477371 0.81993803 0.66920840 0.55108684 0.351057758
Proportion of Variance 0.277509 0.2417946 0.1405445 0.08168231 0.07475902 0.0552814 0.05171526 0.03444922 0.02336129 0.009480119
Cumulative Proportion  0.277509 0.5193036 0.6598481 0.74153036 0.81628938 0.8715708 0.92328604 0.95773527 0.98109655 0.990576670
                          Comp.11     Comp.12      Comp.13
Standard deviation     0.269925285 0.222806101 1.035318e-03
Proportion of Variance 0.005604589 0.003818658 8.245251e-08
Cumulative Proportion  0.996181259 0.999999918 1.000000e+00
```

**(G) Графічне подання змінних через 2-ві перші основні компоненти для звичайних даних та стандартизованих biplot(*, cex = 0.75);**

**Звичайні дані:**




**Стандартизовані:**




*Для стандартизованих даних добре зрозуміло, як розподілені стрілочки, а для звичайних -ні.*

*(H)* **Для Data_X<- subset(data, select = -c(Y)) створити основні компоненти pca_data_X <- princomp(x = Data_X, cor = TRUE, fix_sign = TRUE). За 2-ма компонентами побудувати модель modPCA <- lm(Y ~ Comp.1 + Comp.2, data).**

```
> Data_X<- subset(secondData, select = -c(rating))
> pca_data_X <- princomp(x = Data_X, cor = TRUE, fix_sign = TRUE)
> dataPCA <- data.frame("Rating" = secondData$rating, pca_data_X$scores)
> modPCA <- lm(Rating ~ Comp.1 + Comp.2, dataPCA)
> summary(modPCA)
```

```
Call:
lm(formula = Rating ~ Comp.1 + Comp.2, data = dataPCA)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-14.2974  -7.1766  -0.1868   6.8973  16.5622

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  42.6657     0.9324  45.761  < 2e-16 ***
Comp.1        1.9617     0.5159   3.802 0.000292 ***
Comp.2       -6.6217     0.5687 -11.644  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 8.181 on 74 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6697,    Adjusted R-squared:  0.6608
F-statistic: 75.03 on 2 and 74 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

*Коефіцієнти при компонентах є значущі, модель має нормальне значення R-squared і F-statistic. Для більшого значення R-squared і F-statistic варто додати більше компонент( по 5).*