

# Раскраска графа

Шамакова Екатерина

shamaich0168@gmail.com

# План:

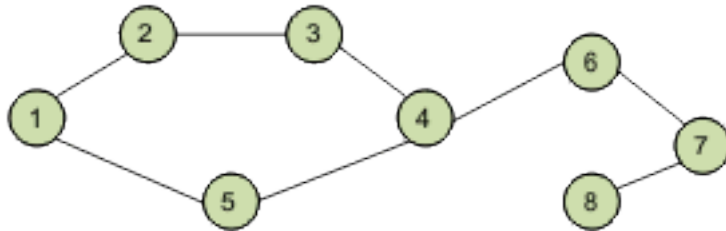
- ▶ Что такое граф и основные определения, связанные с ним
- ▶ Постановка задачи
- ▶ Алгоритмы реализации раскраски графа
  - ▶ Полный перебор
  - ▶ Жадный алгоритм
- ▶ Инструкция пользователя
- ▶ Выводы

# Основные определения

Графом называют математическую модель, представляющую собой множество вершин и набор рёбер

Вершины: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Рёбра: 1-2, 1-5, 2-3, 3-4, 5-4 ...



Две вершины считаются **смежными**, если имеют хотя бы одно общее ребро

# Основные определения

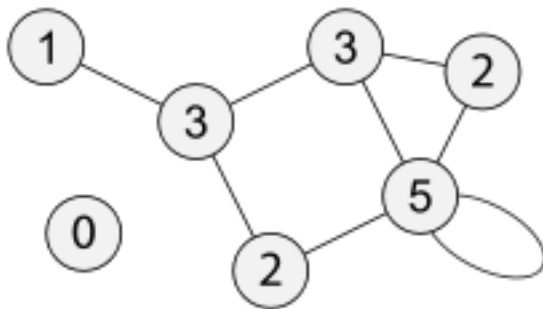


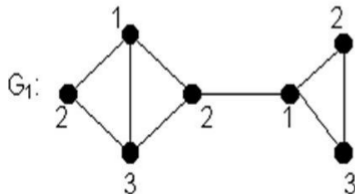
Рис.: Граф, на вершинах которого отмечены степени

**Степень** или **валентность** вершины графа — это число ребер, входящих в эту вершину.

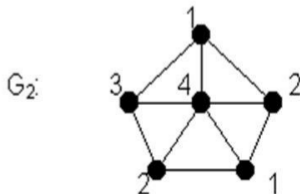
# Основные определения

Наименьшее число красок, необходимое для правильной раскраски графа  $G$  называется **хроматическим числом** графа  $G$ . Хроматическое число обозначается через  $\chi(G)$ .

## Пример



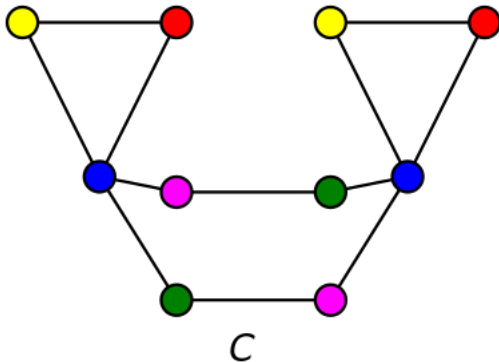
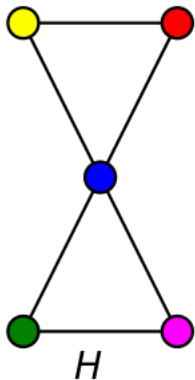
$$\chi(G_1) = 3$$



$$\chi(G_2) = 4$$

# Раскраска графа

- ▶ Раскрасить вершины графа
- ▶ Любые 2 смежные вершины имеют разные цвета
- ▶ Используя минимальное количество цветов



# Алгоритмы раскраски графа

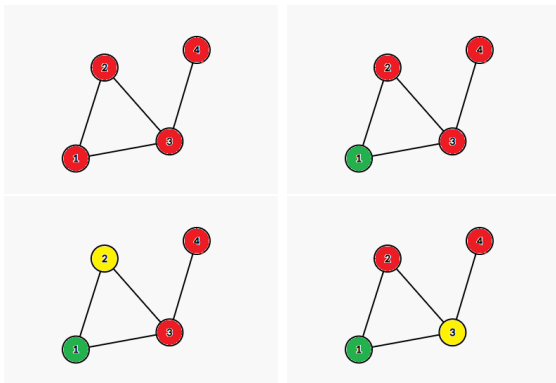
- ▶ Полный перебор
- ▶ Жадный алгоритм

## Полный Перебор

Рассматривает  $k^n$  комбинаций цветов в графе, где  $k$  – количество цветов в графе( хроматическое число ), а  $n$  – количество вершин графа

Затем проверяет каждый вариант на корректность

Сложность данного алгоритма в худшем случае составит  $O(n^n)$





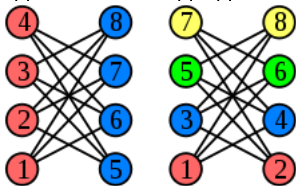
# Полный Перебор ( псевдокод )

```
void f(int k) {  
    if (k == n) {  
        for (по всем вершинам графа)  
            for (по всем вершинам графа) {  
                if (цвета совпадают и имеется общее ребро) {  
                    //увеличиваем счётчик  
                }  
            }  
        if (счётчик равен 0) {  
            //считаем количество используемых цветов  
            if (количество цветов минимально)  
                //запоминаем комбинацию цветов  
        }  
        //обнуляем счётчик  
    }  
    else {  
        for (от 0 до количества вершин) {  
            for (от k до n) {  
                f(k + 1);  
                //меняем элементы местами  
            }  
        }  
    }  
}
```

# Жадный алгоритм

1. Сортируем вершины по их степеням в порядке убывания
2. Последовательно окрашиваем вершины в выбранный цвет. Если у вершины уже есть смежная вершины с выбранный цветом, то оставляем ее неокрашенной.
3. Если остались неокрашенные вершины, то выбираем следующий цвет и возвращаемся ко 2 пункту

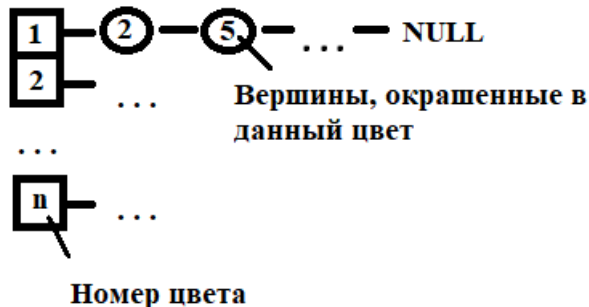
Качество полученной раскраски зависит от выбранного порядка. Жадный не всегда даёт оптимальное решение.



Например:

## Жадный алгоритм

Способ хранения раскрашенных вершин: `vector< list< int > >`  
table



## Жадный алгоритм ( псевдокод )

```
//сортируем вершины по их степеням в порядке убывания
for (int i = 0; i < n; i++) {
    if (вершина не раскрашена) {
        //добавляем её в список ( присваиваем ей цвет)
        for (int j = i + 1; j < n; j++) {
            if (вершина не окрашена) {
                for (по списку вершин, принадлежащих одному цвету) {
                    //если не смежна ни с одной из них
                    //добавляем вершину в список ( присваиваем ей цвет )
                }
            }
        }
        //переходим к следующему цвету
    }
}
```

$O(n^3)$

# Инструкция пользователя

Необходимо ввести: in.txt out.gv algNum

- ▶ in.txt: текстовый файл, в котором первой строкой записано количество вершин графа, а далее – матрица смежности через пробел
- ▶ out.gv: файл, в который запишется раскрашенный граф в формате graphviz
- ▶ algNum: 0-полный перебор, 1-жадный алгоритм

Пример файла in.txt:

```
3
0  1  1
1  0  1
1  1  0
```

Далее в ходе выполнения программы необходимо будет ввести указанное количество цветов на английском языке через "Enter"

# Вывод

Название алгоритма	Сложность	Качество
Жадный алгоритм	$O(n^3)$	есть контр. пример
Полный перебор	$O(n^n)$	оптимальный