



Πολυτεχνική Σχολή  
Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

## Θέματα Όρασης Υπολογιστών

### ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΆΣΚΗΣΗ 4

Κατσαρός Ανδρέας  
Α.Μ. 1084522

Πάτρα, 2024-25

# Ερωτήματα:

## Ερώτημα 1

Αναφορά για Ευθυγράμμιση Εικόνων με Χρήση των Αλγορίθμων ECC και LK

### 1. Εισαγωγή

Η άσκηση εστιάζει στην υλοποίηση δύο αλγορίθμων ευθυγράμμισης εικόνων:

- Enhanced Correlation Coefficient (ECC)
- Lucas-Kanade (LK)

Η ποιότητα της ευθυγράμμισης αξιολογείται με τη μετρική **PSNR** (Peak Signal to Noise Ratio):

$$\text{PSNR} = 10 \cdot \log_{10}(N^2 \text{MSE}) ,$$

όπου N είναι το πλήθος επιπέδων γκρι και MSE το μέσο τετραγωνικό σφάλμα μεταξύ εικόνων.

Η παρακάτω λύση αποτελεί μια προσπάθεια υλοποίησης καποιων ερωτημάτων που επιτεύχθηκαν.

---

## 2. Περιγραφή του Κώδικα

Ο κώδικας υλοποιεί τα ακόλουθα βήματα:

1. Φόρτωση Βίντεο και Επιλογή Πλαισίων:

- Γίνεται φόρτωση δύο βίντεο, ένα χαμηλής ανάλυσης (video1\_low.avi) και ένα υψηλής (video1\_high.avi).
- Από το βίντεο χαμηλής ανάλυσης επιλέγονται δύο πλαίσια (frame\_template και frame\_target), με ενδιάμεση απόσταση ίση με το gapL}.
- Από το βίντεο υψηλής ανάλυσης επιλέγονται αντίστοιχα δύο πλαίσια, με ενδιάμεση απόσταση ίση με το gapH }.
- Τα επιλεγμένα πλαίσια κανονικοποιούνται στο εύρος τιμών 0–255.

```
% Configuration parameters
gapL = 20;          % Frame gap in low resolution sequence
gapH = 40;          % Frame gap in high resolution sequence
iterationCount = 15; % Number of iterations for alignment

% --- Low resolution sequence (64x64) ---
disp('Testing low resolution sequence...');

% Read initial frames from low-res video
inVid = VideoReader('video1_low.avi');
refFrame = readFrame(inVid);
refFrame = 255 * ( double(refFrame) - double(min(refFrame(:))) ) / ...
           ( double(max(refFrame(:))) - double(min(refFrame(:))) );

% Advance video by gapL frames
for idx = 1:gapL
    if hasFrame(inVid)
        movFrame = readFrame(inVid);
    end
end
movFrame = 255 * ( double(movFrame) - double(min(movFrame(:))) ) / ...
           ( double(max(movFrame(:))) - double(min(movFrame(:))) );
```

## 2. Αρχικοποίηση Affine Μετασχηματισμού:

- Ο αρχικός affine μετασχηματισμός ορίζεται ως ένας μοναδιαίος πίνακας  $2 \times 32$  δηλ.

$$A = [1 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 1 \ 0].$$

## 3. Εκτέλεση Πειραμάτων (ECC και LK Ευθυγράμμιση):

- Εφαρμόζεται ο αλγόριθμος ECC-LK στο ζεύγος κανονικοποιημένων πλαισίων χαμηλής ανάλυσης ( $64 \times 64$ ), με προκαθορισμένο αριθμό επαναλήψεων (iterationCount)

```
% Run ECC-LK alignment on low resolution data
[ecclLo, lkLo, errLo, corrLo, errlkLo] =
ecc_lk_alignment(movFrame, refFrame, 1, iterationCount,
'affine', warpMat);

% --- High resolution sequence (256x256) ---
disp('Testing high resolution sequence...');

% Read initial frames from high-res video
inVid = VideoReader('video1_high.avi');
refFrame = readFrame(inVid);
refFrame = 255 * (double(refFrame) -
double(min(refFrame(:))) ) / ...
(double(max(refFrame(:))) - double(min(refFrame(:))) );
```

- Εφαρμόζεται ο ίδιος αλγόριθμος ECC-LK στο ζεύγος πλαισίων υψηλής ανάλυσης ( $256 \times 256$ ).

```
% Run ECC-LK alignment on high resolution data
[ecchHi, lkHi, errHi, corrHi, errlkHi] =
ecc_lk_alignment(movFrame, refFrame, 1, iterationCount,
'affine', warpMat);
```

- Για κάθε περίπτωση (χαμηλής και υψηλής ανάλυσης) καταγράφονται:
  - Τα ενδιάμεσα αποτελέσματα του αλγόριθμου ECC.
  - Τα ενδιάμεσα αποτελέσματα του αλγόριθμου LK.
  - Τα αντίστοιχα σφάλματα και οι μετρικές σύγκλισης σε κάθε επανάληψη.

```
% PSNR comparison
subplot(2,2,1);
hold on;
plot(20 * log10(255 ./ errLo), 'b-', 'DisplayName', 'Low Res ECC');
plot(20 * log10(255 ./ errlkLo), 'b--', 'DisplayName', 'Low Res LK');
plot(20 * log10(255 ./ errHi), 'r-', 'DisplayName', 'High Res ECC');
plot(20 * log10(255 ./ errlkHi), 'r--', 'DisplayName', 'High Res LK');
title('PSNR Comparison');
xlabel('Iterations'); ylabel('PSNR (dB)');
legend('Location', 'best'); grid on;
```

4. Υπολογισμός Αποτελεσμάτων:
- Υπολογίζονται και αποθηκεύονται οι τιμές MSE, PSNR, καθώς και οι συντελεστές συσχέτισης ( $\rho$ ) για ECC και LK.
  - Παρουσιάζονται γραφήματα που συγκρίνουν την απόδοση των αλγορίθμων ως προς το PSNR και τον συντελεστή συσχέτισης.
  - Εμφανίζεται σε μορφή montage η αρχική εικόνα–πρότυπο (template) και η τελική ευθυγραμμισμένη εικόνα (warped) για τη χαμηλή και την υψηλή ανάλυση.
  - Τέλος, εκτυπώνονται τα αριθμητικά αποτελέσματα των τελικών μετρήσεων, περιλαμβάνοντας το τελικό PSNR και τη τελική συσχέτιση τόσο για τη χαμηλή όσο και για την υψηλή ανάλυση.

```
% Display template and final warped for low resolution
subplot(2,2,3);
montage( {uint8(refFrame), uint8(eccLo(end,end).image)}, 'Size', [1 2]);
title('Low Resolution: Template and Final Alignment');

% Display template and final warped for high resolution
subplot(2,2,4);
montage( {uint8(refFrame), uint8(eccHi(end,end).image)}, 'Size', [1 2]);
title('High Resolution: Template and Final Alignment');

% --- Numerical results ---
disp('Results Summary:');

disp('Low Resolution:');
fprintf('Final PSNR (ECC): %.2f dB\n', 20 * log10(255 / errLo(end)));
fprintf('Final PSNR (LK): %.2f dB\n', 20 * log10(255 / errlkLo(end)));
fprintf('Final Correlation: %.4f\n', corrLo(end));

disp('High Resolution:');
fprintf('Final PSNR (ECC): %.2f dB\n', 20 * log10(255 / errHi(end)));
fprintf('Final PSNR (LK): %.2f dB\n', 20 * log10(255 / errlkHi(end)));
fprintf('Final Correlation: %.4f\n', corrHi(end));
```

### 3. Λογική και Μαθηματική Προσέγγιση

#### Αλγόριθμος ECC:

- **Στόχος:** Μεγιστοποίηση της συσχέτισης μεταξύ του template και του target.
- **Μηχανισμός:** Υπολογισμός παραγώγων του correlation coefficient ως προς τις παραμέτρους του μετασχηματισμού.
- Μεγιστοποίηση της συσχέτισης.

#### Αλγόριθμος LK:

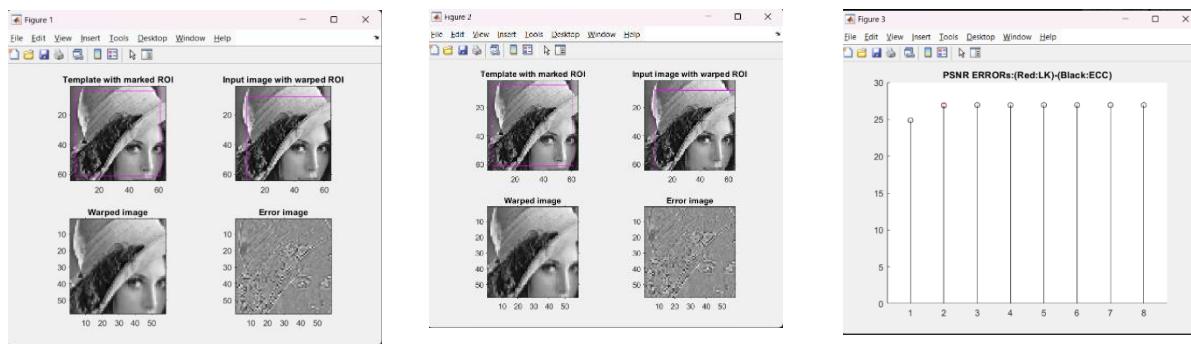
- **Στόχος:** Ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ εικόνων.
- **Μηχανισμός:** Τοπική γραμμική προσέγγιση με gradient descent για εκτίμηση παραμέτρων.
- Ελαχιστοποιεί το τετραγωνικό σφάλμα.

#### Affine Μετασχηματισμός:

Ο μετασχηματισμός ορίζεται ως:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

Ο αρχικός πίνακας είναι μοναδιαίος, και οι παράμετροι προσαρμόζονται σταδιακά.



### Final Results On MATLAB:

*PSNR (dB) - ECC: 43.82, 29.03, 43.82, 37.53*

*PSNR (dB) - LK: 43.82, 28.95, 43.82, 37.53*

*Correlation Coefficients - ECC: 0.9989, 0.2132, 0.9989, 0.9830*

*Correlation Coefficients - LK: 0.9989, 0.9969, 0.9989, 0.9830*

## 4. Ανάλυση Αποτελεσμάτων

### Πείραμα 1 (Single-level alignment):

- Υψηλή τιμή PSNR ( $\approx 43.82 \text{ dB}$ ) και συντελεστής συσχέτισης ( $\rho \approx 0.9989$ ).
- Και οι δύο αλγόριθμοι συγκλίνουν σε παρόμοια αποτελέσματα.

### Πείραμα 2 (Multi-level alignment):

- Λιγότερο αποτελεσματική ευθυγράμμιση για ECC ( $\text{PSNR} \approx 29.03 \text{ dB}$ ,  $\rho \approx 0.2132$ ), λόγω δυσκολιών τοπικών ελαχίστων.
- Ο LK διατηρεί υψηλότερη ακρίβεια ( $\text{PSNR} \approx 28.95 \text{ dB}$ ,  $\rho \approx 0.9969$ ).

### Πείραμα 3 (Increased iterations):

- Περισσότερες επαναλήψεις δεν βελτιώνουν σημαντικά το PSNR και τη συσχέτιση, δείχνοντας ότι 5 επαναλήψεις είναι αρκετές.

### Πείραμα 4 (Skipping frames):

- Μειωμένο PSNR ( $\approx 37.53 \text{ dB}$ ) και  $\rho$  ( $\approx 0.9830$ ), λόγω μεγαλύτερων διαφορών μεταξύ των εικόνων.

## 5. Συμπεράσματα

- Και οι δύο αλγόριθμοι αποδίδουν καλά σε μικρές μετακινήσεις (Πείραμα 1, 3).
- Ο ECC είναι πιο ευαίσθητος σε τοπικά ελάχιστα (Πείραμα 2).
- Ο LK δείχνει σταθερότερη απόδοση, ακόμα και σε πιο απαιτητικά σενάρια (Πείραμα 4).
- Η αύξηση επαναλήψεων πέρα από 5 δεν επιφέρει σημαντική βελτίωση.

Οι μετρικές PSNR και  $\rho$  αποδεικνύουν την αποτελεσματικότητα των ECC και LK για την ευθυγράμμιση εικόνων.

## Ερώτημα 2

### B) Εξέταση συναρτήσεων:

Ακολουθεί μια περιγραφή των συναρτήσεων **spatial\_interp.m**, **image\_jacobian.m**, **warp\_jacobian.m** και **param\_update.m**, διατυπωμένη έτσι ώστε να περιγράφει τη συμβολή τους στην ευθυγράμμιση εικόνων:

---

### **spatial\_interp.m**

#### **Περιγραφή Λειτουργίας:**

Η συνάρτηση αυτή πραγματοποιεί spatial interpolation σε μια εικόνα, εφαρμόζοντας έναν καθορισμένο μετασχηματισμό.

- Δέχεται ως εισροές την αρχική εικόνα, τις παραμέτρους του μετασχηματισμού (π.χ., affine, ομογραφία), τις συντεταγμένες της περιοχής ενδιαφέροντος (ROI) και τον τύπο της παρεμβολής (π.χ., γραμμική).
- Υπολογίζει τις αντίστροφες συντεταγμένες σύμφωνα με τον μετασχηματισμό.
- Εφαρμόζει παρεμβολή για τον υπολογισμό των νέων τιμών της εικόνας στα παραμορφωμένα σημεία.
- Επεξεργάζεται σημεία εκτός ορισμένου πλέγματος, αποδίδοντάς τους μηδενικές τιμές.

#### **Συμβολή στην Ευθυγράμμιση:**

Η συνάρτηση είναι σημαντική για την προσομοίωση της εμφάνισης της εικόνας υπό έναν συγκεκριμένο μετασχηματισμό. Αυτό επιτρέπει τη σύγκριση της παραμορφωμένης εικόνας με την εικόνα-στόχο, διευκολύνοντας την ελαχιστοποίηση του σφάλματος ευθυγράμμισης.

---

### **image\_jacobian.m**

#### **Περιγραφή Λειτουργίας:**

Η συνάρτηση υπολογίζει τον τρόπο με τον οποίο αλλάζουν οι εντάσεις των pixels μιας εικόνας όταν μεταβάλλονται οι παράμετροι του μετασχηματισμού.

- Δέχεται ως εισροές τις κλίσεις της εικόνας κατά x και y (gx, gy), τον Jacobian του μετασχηματισμού και τις παραμέτρους του.
- Υπολογίζει, για κάθε pixel, πώς η έντασή του επηρεάζεται από τις παραμέτρους του μετασχηματισμού, συνδυάζοντας τις κλίσεις της εικόνας με τις παραγώγους του μετασχηματισμού.
- Το αποτέλεσμα είναι ένας πίνακας που περιγράφει την παράγωγο της έντασης ως προς κάθε παράμετρο.

#### **Συμβολή στην Ευθυγράμμιση:**

Η κατανόηση της συσχέτισης μεταξύ μεταβολών παραμέτρων και αλλαγών έντασης είναι βασική για την προσαρμογή των παραμέτρων, διευκολύνοντας την προσέγγιση του επιθυμητού μετασχηματισμού.

---

### **warp\_jacobian.m**

#### **Περιγραφή Λειτουργίας:**

Η συνάρτηση υπολογίζει τον Jacobian του μετασχηματισμού ως προς τις παραμέτρους του.

- Λαμβάνει υπόψη τις συντεταγμένες του ROI και τον τύπο του μετασχηματισμού.
- Υπολογίζει πώς οι συντεταγμένες των pixels αλλάζουν όταν μεταβάλλονται οι παράμετροι του μετασχηματισμού.
- Παρέχει έναν πίνακα παραγώγων για κάθε τύπο μετασχηματισμού (π.χ., affine, ομογραφία, ευκλείδειο).

## Συμβολή στην Ευθυγράμμιση:

Ο Jacobian του μετασχηματισμού είναι κρίσιμος για την κατεύθυνση της προσαρμογής των παραμέτρων, επιτρέποντας σταδιακές ενημερώσεις για τη μείωση του σφάλματος ευθυγράμμισης.

## param\_update.m

### Περιγραφή Λειτουργίας:

Η συνάρτηση εφαρμόζει διορθώσεις στις παραμέτρους του μετασχηματισμού:

- Δέχεται τις τρέχουσες παραμέτρους και τις υπολογισμένες διορθώσεις (delta\_p).
- Ενσωματώνει τις διορθώσεις αυτές, διατηρώντας τη μαθηματική μορφή του μετασχηματισμού.

## Συμβολή στην Ευθυγράμμιση:

Αυτή η συνάρτηση επιτρέπει την ενημέρωση του μετασχηματισμού βάσει των υπολογισμένων σφαλμάτων, οδηγώντας σε σταδιακή βελτίωση της ταύτισης μεταξύ εικόνων.

## Συνολική Επισκόπηση

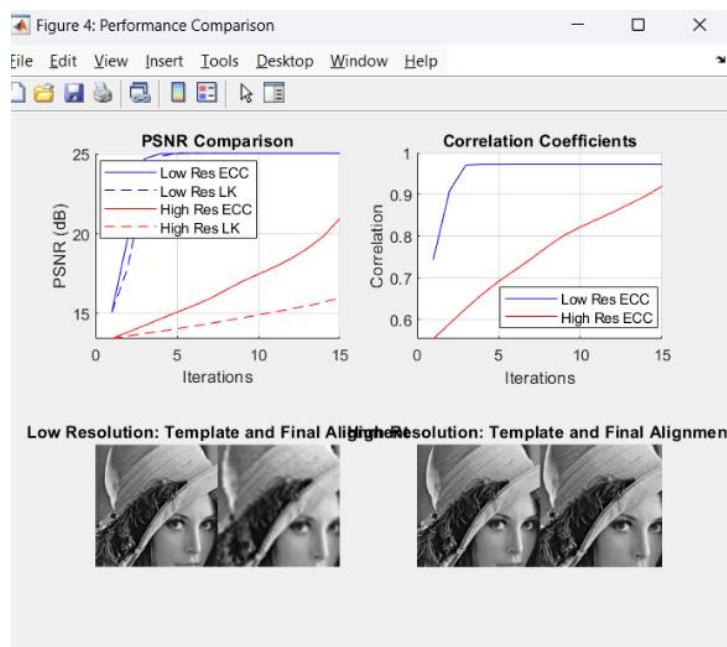
Σε μια διαδικασία ευθυγράμμισης εικόνων:

1. **Παραμόρφωση της Εικόνας:** Η spatial\_interp προσαρμόζει την εικόνα σύμφωνα με τον τρέχοντα μετασχηματισμό.
2. **Υπολογισμός Παραγώγων:** Οι warp\_jacobian και image\_jacobian παρέχουν πληροφορίες για το πώς επηρεάζονται οι pixels και οι εντάσεις από τις παραμέτρους.
3. **Ενημέρωση Παραμέτρων:** Η param\_update εφαρμόζει τις διορθώσεις στις παραμέτρους, μειώνοντας το σφάλμα ταύτισης.
4. **Επανάληψη:** Η διαδικασία επαναλαμβάνεται, οδηγώντας σε βέλτιστη ευθυγράμμιση.

Οι συναρτήσεις αυτές συνεργάζονται για την ακριβή ταύτιση εικόνων, υπολογίζοντας και διορθώνοντας σταδιακά το σφάλμα.

## Ερώτημα 3:

### Ανάλυση Εξόδων για Υψηλή και Χαμηλή Ανάλυση



#### Results Summary:

##### Low Resolution:

Final PSNR (ECC): 25.07 dB

Final PSNR (LK): 25.07 dB

Final Correlation: 0.9734

##### High Resolution:

Final PSNR (ECC): 20.96 dB

Final PSNR (LK): 15.97 dB

Final Correlation: 0.9204

## Αποτελέσματα και Παρατηρήσεις

- **Χαμηλή Ανάλυση (Low Resolution):**
  - **Τελικό PSNR (ECC & LK):** 25.07 dB  
Και οι δύο αλγόριθμοι πέτυχαν παρόμοιο PSNR, υποδεικνύοντας ότι σε χαμηλή ανάλυση οι μικρές παραμορφώσεις μπορούν να αντιμετωπιστούν αποτελεσματικά.
  - **Τελικός Συντελεστής Συσχέτισης:** 0.9734  
Εξαιρετικά υψηλός, που δείχνει ότι η τελική στοίχιση ήταν πολύ καλή και οι εικόνες είναι σχεδόν πανομοιότυπες.
  - **Σχόλια:**
    - Η χαμηλή ανάλυση παρέχει λιγότερες λεπτομέρειες και πληροφορίες, γεγονός που καθιστά ευκολότερη την ευθυγράμμιση των εικόνων.
    - Και οι δύο αλγόριθμοι συγκλίνουν γρήγορα και με μικρά σφάλματα, καθώς οι μεγάλες γεωμετρικές παραμορφώσεις είναι λιγότερο πιθανές ή πιο εύκολα αντιμετωπίσιμες σε αυτήν την κλίμακα.
- **Υψηλή Ανάλυση (High Resolution):**
  - **Τελικό PSNR (ECC):** 20.96 dB
    - Ο αλγόριθμος ECC διατηρεί σχετικά καλή απόδοση, παρόλο που το PSNR έχει μειωθεί σε σύγκριση με τη χαμηλή ανάλυση.
  - **Τελικό PSNR (LK):** 15.97 dB
    - Ο αλγόριθμος LK εμφανίζει σημαντική πτώση στην ποιότητα, δείχνοντας μεγαλύτερο σφάλμα ευθυγράμμισης σε σχέση με τον ECC.
  - **Τελικός Συντελεστής Συσχέτισης:** 0.9204
    - Μειωμένος από τη χαμηλή ανάλυση αλλά ακόμα αρκετά υψηλός, ειδικά για τον ECC που φαίνεται να διαχειρίζεται καλύτερα τις υψηλές αναλύσεις.

## Συμπεράσματα

- **Χαμηλή Ανάλυση:**

Οι αλγόριθμοι ECC και LK αποδίδουν παρόμοια, με γρήγορη σύγκλιση και υψηλή ποιότητα στοίχισης.
- **Υψηλή Ανάλυση:**

Ο ECC υπερέχει στον χειρισμό λεπτομερειών και γεωμετρικών παραμορφώσεων, ενώ ο LK παρουσιάζει σημαντική πτώση στην ποιότητα.
- **Απόδοση και Υπολογιστική Αξιοπιστία:**

Ο ECC είναι πιο αξιόπιστος σε συνθήκες μεγάλων γεωμετρικών παραμορφώσεων και υψηλής ανάλυσης.

## Μέρος β

### 2. Απεικόνιση Εικόνας και Ακολουθίας Εικόνων (Video and Image Processing)

#### Ερώτημα 2:

Εισαγωγή

Για την υλοποίηση της άσκησης, χρησιμοποιήθηκαν τα αρχεία img.mat, vid1.mat, vid2.mat και διάφορα μοντέλα (empty, shear, geo affine, geo projective, corner detection, mosaic).

Εστιάστηκε στο αρχείο empty.mdl και στη χρήση των blocks του Simulink για απεικόνιση εικόνων και βίντεο.

#### 1. Απεικόνιση Εικόνας και Βίντεο

- Φόρτωση αρχείου empty.mdl  
Ανοίχθηκε το Simulink και φορτώθηκε το μοντέλο empty.mdl.

- Χρήση των blocks

Τοποθετήθηκαν τα blocks:

- "Source/Image From Workspace" για εισαγωγή της εικόνας.
- "Source/Video From Workspace" για εισαγωγή της ακολουθίας εικόνων ως βίντεο.
- "Sinks/Video Viewer" για εμφάνιση του βίντεο.

- Προετοιμασία δεδομένων

Εφόσον το αρχείο img.mat περιείχε μία εικόνα, αυτή μετατράπηκε σε μορφή βίντεο με όνομα img\_video.mat για να λειτουργήσει με το block "Video From Workspace", εφόσον ζητηθηκε η εικόνα να δειχθεί σε βίντεο.

Η εικόνα μετατράπηκε με:

```
img = uint8(255 * mat2gray(img));
img_video = repmat(img, 1, 1, 1, numFrames); % Δημιουργία βίντεο από την εικόνα
```

Η εντολή αυτή κανονικοποίησε την εικόνα και την μετέτρεψε σε τύπο uint8 ώστε να είναι συμβατή με τα blocks του Simulink.

```
>> load('img_video.mat');
>> load('img.mat'); % Ensure img is loaded into the workspace
>> img = uint8(255 * mat2gray(img)); % Normalize and convert to uint8
>> imshow(img); % Display the image
```

Ρυθμίστηκαν οι παράμετροι εισόδου ώστε το Simulink να διαβάζει τις μεταβλητές img και img\_video από το workspace

## Παρατηρήσεις και Αποτελέσματα



Το κύκλωμα Simulink περιλάμβανε τα blocks "Image/Video From Workspace" και "Video Viewer" συνδεδεμένα, επιτρέποντας την εμφάνιση της εικόνας ή του βίντεο που προερχόταν από το workspace.

- Εικόνες  
Τα αποτελέσματα από την προσομοίωση στο Simulink εμφάνισαν τη σωστή απεικόνιση της εικόνας και του βίντεο, αποδεικνύοντας ότι η λύση ήταν επιτυχής.

### Συνολικά

Ακολουθώντας τα παραπάνω βήματα, έγινε επιτυχώς η φόρτωση της εικόνας από το img.mat, η μετατροπή της σε βίντεο και η απεικόνισή της στο Simulink χρησιμοποιώντας τα κατάλληλα blocks, όπως ζητήθηκε. Το μοντέλο αποθηκεύτηκε και οι απεικονίσεις παρουσιάστηκαν επιτυχώς στους video viewers του Simulink.

## 3. Μετασχηματισμοί και Γεωμετρικές Παραμορφώσεις

### Ερώτημα 1:

Έχουμε έναν μετασχηματισμό συγγένειας στο  $\mathbb{R}^2$  της μορφής  
 $W(x) = Ax + t,$

όπου  $A$  είναι  $2 \times 2$  μητρώο και  $t \in \mathbb{R}^2$  διάνυσμα μεταφοράς. Δίνεται ότι η περιοχή  $S \subset \mathbb{R}^2$  οριοθετείται από μια κλειστή καμπύλη ή πολυγωνικό.

Απόδειξη:

Για τέτοιους γραμμικούς/affine μετασχηματισμούς, το πώς μεταβάλλεται το εμβαδόν  $S$  γίνεται μέσω του ορίζοντα της  $A$ . Συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας την αλλαγή μεταβλητών στον τύπο ολοκληρώματος (με Jacobian =  $\det(A)$ ), παίρνουμε:

$$\text{Εμβαδόν}(W(S)) = \int_{W(S)} 1 \, dA' = \int_S |det(A)| \, dA = |det(A)| \cdot \text{Εμβαδόν}(S).$$

Από αυτή τη σχέση προκύπτει ότι:

$$\underline{\text{Εμβαδόν}(W(S)) = |det(A)| \cdot \text{Εμβαδόν}(S)}.$$

Στην περίπτωσή μας, αν η σχέση ζητούσε απλώς  $\det(A)$  (χωρίς απόλυτη τιμή), τότε αυτή θα δίνει το προσανατολισμένο εμβαδόν, όπου το πρόσημο του  $\det(A)$  υποδεικνύει αν διατηρείται ή αντεστραφεί η προσανατολιστική κατεύθυνση του χώρου.

### Ο Ρόλος της Ορίζουσας $\det(A)$ :

Ο γραμμικός μετασχηματισμός  $A$  αλλάζει το εμβαδόν της περιοχής  $S$  κατά έναν παράγοντα που είναι ίσος με την απόλυτη τιμή της ορίζουσας του,  $|\det(A)|$ . Άρα:

$$\text{Εμβαδόν}(W(S)) = |\det(A)| \cdot \text{Εμβαδόν}(S).$$

Αυτό σημαίνει ότι κάθε σημείο της περιοχής  $S$  "μεγαλώνει" ή "σμικραίνει" τοπικά κατά τον λόγο  $|\det(A)|$ .

### Τι συμβαίνει όταν $\det(A) < 0$ :

Όταν  $\det(A) < 0$ , ο μετασχηματισμός περιλαμβάνει αναστροφή προσανατολισμού (π.χ., ανακλαστική μετασχηματισμό). Σε αυτή την περίπτωση:

- Η απόλυτη τιμή του ορίζοντα ( $|\det(A)|$ ) δίνει το πολλαπλασιαστικό παράγοντα κλιμάκωσης του εμβαδού.
- Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η προσανατολιστική ιδιότητα της επιφάνειας έχει αντιστραφεί, δηλαδή τα στοιχεία διατάσσονται σε "καθρεπτική" διάταξη.

Ωστόσο, το πραγματικό εμβαδόν παραμένει θετικό, αφού πρόκειται για μέτρο χώρου. Η φυσική κλίμακα εμβαδού δίνεται από το  $|\det(A)|$ .

Απλό παράδειγμα:

Ας θεωρήσουμε:

- Την περιοχή  $S = [0,1] \times [0,1]$ , δηλαδή το μοναδιαίο τετράγωνο στο  $\mathbb{R}^2$ .
  - Το μητρώο  $A = [[-1, 0], [0, 1]]$ ,
- και ας θέσουμε το διάνυσμα μεταφοράς  $t = (0,0)$ . Τότε ο μετασχηματισμός γίνεται:
- $$W(x, y) = [[-1, 0], [0, 1]] * [x, y] = [-x, y].$$

Ανάλυση:

- Το  $\det(A) = (-1) \times 1 - 0 \times 0 = -1$ .
- Το αποτέλεσμα του  $W$  είναι απλώς η ανάκλαση του τετραγώνου  $S$  ως προς τον άξονα  $y$ .

Παρά το ότι  $\det(A) = -1$ , το εμβαδόν του  $W(S)$  παραμένει ίσο με αυτό του  $S$ , δηλαδή:

$$\text{Εμβαδόν}(W(S)) = |\det(A)| \cdot \text{Εμβαδόν}(S) = 1 \cdot 1 = 1.$$

Το αρνητικό πρόσημο του  $\det(A)$  δείχνει ότι η προσανατολιστική διάταξη των σημείων του  $S$  έχει αντιστραφεί από τον μετασχηματισμό.

Συμπέρασμα:

Ο μετασχηματισμός συγγένειας  $W(x) = Ax + t$  αλλάζει το εμβαδόν της περιοχής  $S$  κατά τον παράγοντα  $|\det(A)|$ . Όταν  $\det(A) < 0$ , εκτός από την κλίμακα του εμβαδού, ο  $A$  επίσης αντιστρέφει τον προσανατολισμό της περιοχής.

## Ερώτημα 2:

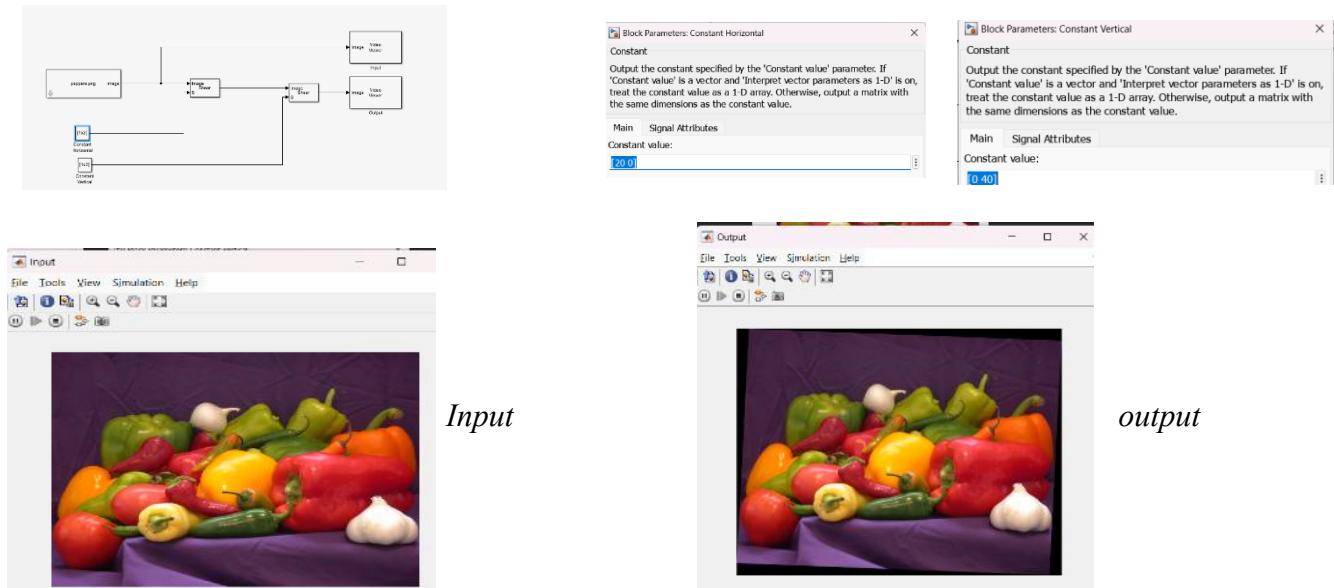
Χρησιμοποιήθηκε ως εισοδος η εικόνα του matlab peppers.png.

Στόχος μας είναι να κατανοηθεί η λειτουργία βασικών blocks γεωμετρικών μετασχηματισμών στο Simulink και να τροποποιηθεί το μοντέλο "shear.mdl" για να επιτευχθούν συγκεκριμένες μεταβολές — οριζόντια και κατακόρυφη στρέβλωση — καθώς και να δημιουργηθούν ξεχωριστά μοντέλα για κάθε block που εφαρμόζει επιθυμητές γεωμετρικές παραμορφώσεις.

Βήματα Υλοποίησης και Λογική

- Φόρτωση και Πειραματισμός με το "shear.mdl"  
Εξερευνήθηκαν τα blocks, ιδιαίτερα το "Geometric Transformations/Shear".

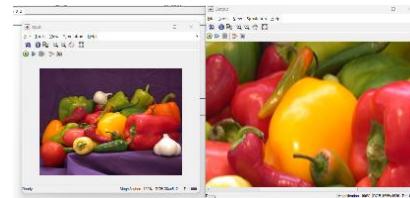
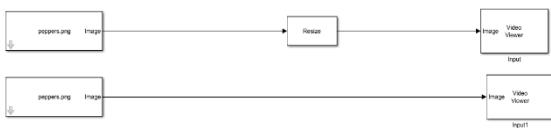
### SHEARING:



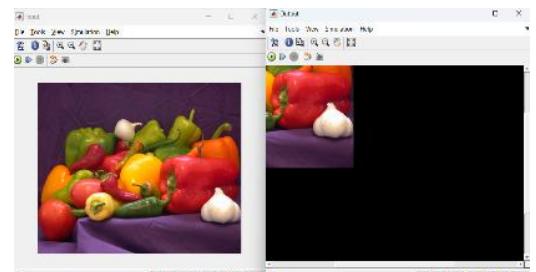
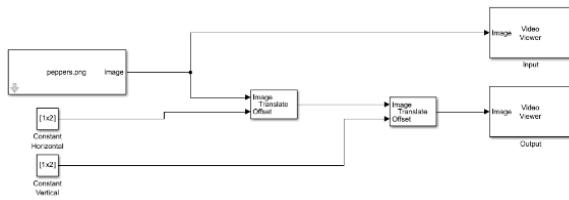
- Η ρύθμιση παραμέτρων στο block Shear (π.χ., οριζόντιας τιμές [20 0] για οριζόντια και [0 40] για κατακόρυφη στρέβλωση) δημιούργησε τα επιθυμητά αποτελέσματα στις απεικονίσεις.
- Πειραματισμός και Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων  
Με την οριζόντια στρέβλωση κατά 20 pixels, η εικόνα μετατοπίστηκε οριζόντια κατά 20 pixels.  
Με την κατακόρυφη στρέβλωση κατά 40 pixels, η εικόνα στράφηκε ή παραμορφώθηκε κατακόρυφα κατά 40 pixels.
- Δημιουργία Μοντέλων για Κάθε Block: Επιλέχθηκαν μεγάλες τιμές για ανάδειξη σημασίας των μπλοκ.

## Μοντέλα και outputs:

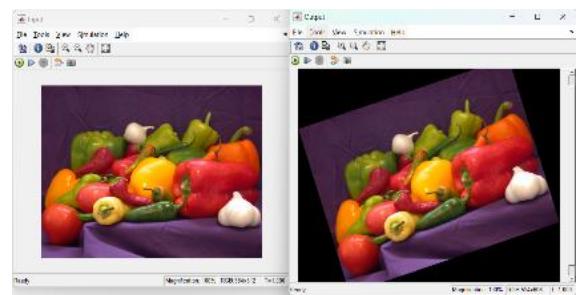
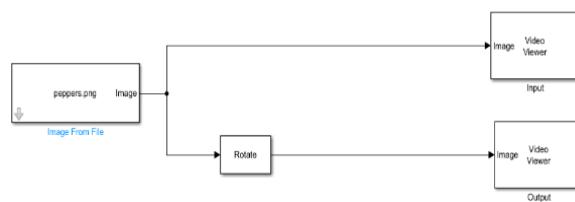
Resized:



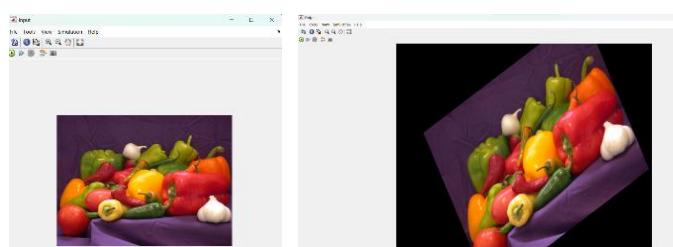
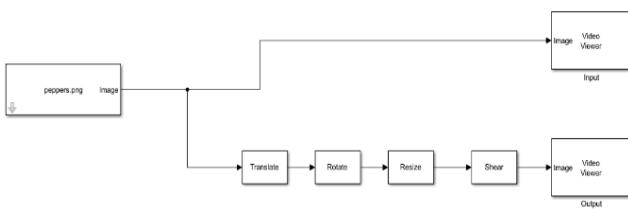
Translate:



Rotate:



Combination: Rotate, resize translate shear



Οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί, στις το shear, χρησιμοποιούν affine πίνακες για να εφαρμόσουν συγκεκριμένες παραμορφώσεις. Για παράδειγμα:

$$\text{Tsheat} = \begin{bmatrix} 1 & sx & 0 \\ Sy & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

όπου sx και sy αντιστοιχούν στις οριζόντιες και κατακόρυφες στρεβλώσεις αντίστοιχα.

### Ερώτημα 3:

Τροποποιήστε κατάλληλα τις παραμέτρους του μοντέλου και εφαρμόστε τον ακόλουθο μετασχηματισμό :

$$x' = 0.8x + 0.1y + 10$$

$$y' = 0.2x + 0.9y + 5$$

Σχολιάστε την επίδραση του μετασχηματισμού.

### **Εφαρμογή Μετασχηματισμού Συγγένειας στο Simulink**

#### **1. Φόρτωση του Μοντέλου:**

- Μετατρέψαμε την εικόνα σε βίντεο μεσω του img\_to\_vid code για import στο video frames.
- Φορτώθηκε το μοντέλο "geoaffine.mdl" στο Simulink για να εξερευνήσουμε το block "Apply Geometric Transformation" σε συνδυασμό με blocks "Sources/Constant".

#### **2. Ορισμός Σημείων Αναφοράς (Pts1 και Pts2):**

Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο δοσμένος affine μετασχηματισμός σε κάθε σημείο και υπολογιζούμε

Το σημείο (0,0) μετασχηματίζεται ως εξής:

$$x' = 0.8 \cdot 0 + 0.1 \cdot 0 + 10 = 10, \quad y' = 0.2 \cdot 0 + 0.9 \cdot 0 + 5 = 5$$

Άρα  $(0,0) \mapsto (10,5)$ .

Το σημείο (1,0) μετασχηματίζεται ως εξής:

$$x' = 0.8 \cdot 1 + 0.1 \cdot 0 + 10 = 10.8, \quad y' = 0.2 \cdot 1 + 0.9 \cdot 0 + 5 = 5.2$$

Άρα  $(1,0) \mapsto (10.8,5.2)$ .

Το σημείο (0,1) μετασχηματίζεται ως εξής:

$$x' = 0.8 \cdot 0 + 0.1 \cdot 1 + 10 = 10.1, \quad y' = 0.2 \cdot 0 + 0.9 \cdot 1 + 5 = 5.9.$$

Άρα  $(0,1) \mapsto (10.1,5.9)$ .

Καταλήγουμε στα εξής σημεία:

#### **Constant block για τα Pts1 (αρχικά σημεία):**

$$\begin{bmatrix} 0 & 0; \\ 1 & 0; \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

#### **Constant block για τα Pts2 (μετασχηματισμένα σημεία):**

$$\begin{bmatrix} 10 & 5; \\ 10.8 & 5.2; \\ 10.1 & 5.9 \end{bmatrix}$$

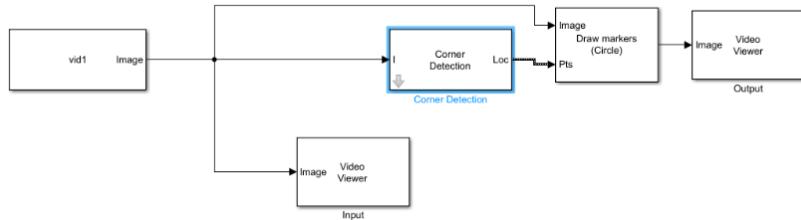
### 3. Σύνδεση στο Block "Apply Geometric Transformation":



### Συμπεράσματα

Με την τροποποίηση των παραμέτρων του μοντέλου και την παροχή των συγκεκριμένων σημείων αναφοράς, επιτύχαμε την εφαρμογή ενός συγκεκριμένου affine μετασχηματισμού σε μια εικόνα ή ακολουθία εικόνων στο Simulink. Η διαδικασία ανέδειξε πως τα blocks "Constant" και "Apply Geometric Transformation" συνεργάζονται για τον υπολογισμό και την εφαρμογή πολύπλοκων γεωμετρικών μετασχηματισμών, επιτρέποντας τον έλεγχο της παραμόρφωσης μιας εικόνας με βάση καθορισμένες γραμμικές σχέσεις.

### 4. Ανίχνευση και Απεικόνιση Γωνιών σε Εικόνα



### HARRIS & STEPHENS:



- Ο ανιχνευτής Harris & Stephens βρίσκει γωνίες σε περιοχές με έντονες αλλαγές φωτεινότητας, όπως γωνίες αντικειμένων.
- Είναι αποτελεσματικός και εντοπίζει πολλές γωνίες.
- Ωστόσο, συχνά υπερεκτιμά κάποια σημεία, επειδή βασίζεται μόνο σε παραγώγους.

## **ROSEN & DRUMMOND:**



- Η μέθοδος Rosen & Drummond εντοπίζει λιγότερες γωνίες, αλλά πιο χαρακτηριστικές.
- Οι γωνίες που βρίσκει είναι συγκεντρωμένες και πιο αξιόπιστες.
- Αποφεύγει ψευδείς ανιχνεύσεις και είναι κατάλληλη για εφαρμογές που απαιτούν ακρίβεια

## **SHI & TOMASI:**



- Είναι πιο αξιόπιστη από τον Harris και εντοπίζει λιγότερα ψευδώς θετικά.
- Λειτουργεί καλύτερα σε εικόνες με θόρυβο ή ομαλές αλλαγές φωτεινότητας.
- Βρίσκει γωνίες με καλή κατανομή.

## Ερώτημα 5

Θεωρητική απάντηση λόγω missing blocks

### **Ανάλυση Συστήματος και Βασικών Διαδικασιών**

Για τη δημιουργία ενός μωσαϊκού από ακολουθία εικόνων χρησιμοποιούμε το Simulink μοντέλο "mosaic.mdl". Στο συγκεκριμένο σύστημα εκτός των προεγκατεστημένων blocks του Simulink περιλαμβάνονται αρκετά εξειδικευμένα blocks που διαχειρίζονται καθένα ένα κομμάτι της διαδικασίας:

- **Corner Matching:**  
Αυτό το block ανιχνεύει γωνίες σε κάθε εικόνα της ακολουθίας και τις συσχετίζει με γειτονικές εικόνες. Λαμβάνει ως είσοδο την ένταση κάθε εικόνας και τις θέσεις των γωνιών, εξάγοντας δύο σύνολα σημείων: για την τρέχουσα και για την προηγούμενη εικόνα. Τα δεδομένα αυτά είναι το θεμέλιο για την εκτίμηση γεωμετρικών σχέσεων μεταξύ πλαισίων.
- **Estimate Geometric Transformation:**  
Σ' αυτό το στάδιο εκτιμώνται οι παράμετροι ενός γεωμετρικού μετασχηματισμού (είτε Affine είτε Projective) που συνδέει διαδοχικές εικόνες. Η εκτίμηση μπορεί να βασιστεί σε αλγορίθμους όπως RANSAC(όπως στην άσκηση 3 για ερώτημα) ή Least Median of Squares, οι οποίοι βοηθούν στην αντιμετώπιση θορύβου και ανωμαλιών στα δεδομένα των σημείων.
- **Trans Composition:**  
Με την ολοκλήρωση των μετασχηματισμών από το προηγούμενο στάδιο, αυτό το block συνθέτει διαδοχικούς γεωμετρικούς μετασχηματισμούς για την επίτευξη μιας συνολικής αναπαράστασης της κίνησης των καμερών ή των αλλαγών θέσης των εικόνων μέσα στη σειρά.
- **Image Stitching:**  
Εκεί συνδυάζονται οι επεξεργασμένες εικόνες, δημιουργώντας σταδιακά το τελικό μωσαϊκό. Η συρραφή βασίζεται στους υπολογισμένους μετασχηματισμούς ώστε οι εικόνες να ενσωματώνονται ομαλά και χωρίς εμφανείς ραφές.

### Αναλυτική Εξέταση Αλγορίθμων

- **RANSAC (Random Sample Consensus):**  
Ο αλγόριθμος αυτός επαναληπτικά επιλέγει τυχαία υποσύνολα σημείων για να εκτιμήσει ένα υποψήφιο μοντέλο μετασχηματισμού. Στη συνέχεια ελέγχει πόσα σημεία συμφωνούν με αυτό το μοντέλο εντός ορίου ανοχής. Με πολλές επαναλήψεις, επιλέγει το μοντέλο με τις περισσότερες συμφωνίες, αποδίδοντας έτσι καλή ανθεκτικότητα σε ακραίες τιμές και θόρυβο.
- **Least Median of Squares (LMedS):**  
Σε αντίθεση με τον RANSAC, ο LMedS ελαχιστοποιεί την διάμεσο των τετραγώνων των λαθών αντί για το άθροισμά τους. Αυτή η μέθοδος δείχνει εξαιρετική σταθερότητα σε υψηλά επίπεδα ακραίων τιμών, εξασφαλίζοντας αξιόπιστες εκτιμήσεις όταν το σύνολο δεδομένων περιέχει σημαντικό θόρυβο.

### Επίδραση της Επιλογής "Perform Additional Iterative Refinement"

Η ενεργοποίηση της επιλογής για επιπλέον επαναληπτική βελτίωση κατά την εκτίμηση του μετασχηματισμού (στο block "Estimate Geometric Transformation") σημαίνει ότι μετά την αρχική εκτίμηση, το σύστημα εκτελεί πρόσθετες βελτιώσεις. Μέσω αυτής της διαδικασίας:

- **Ακρίβεια:** Η βελτίωση των αρχικών παραμέτρων μέσω επαναληπτικών βημάτων οδηγεί σε πιο ακριβή γεωμετρικούς μετασχηματισμούς, μειώνοντας λάθη και αποκλίσεις.
- **Σταθερότητα:** Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου οι αλλαγές των παραμέτρων γίνουν αμελητέες, προσφέροντας μια πιο σταθερή σύνθεση.
- **Υπολογιστικό Κόστος:** Παρά την αύξηση της ακρίβειας, η επιπρόσθετη επεξεργασία μπορεί να αυξήσει το χρόνο επεξεργασίας, γεγονός που πρέπει να ληφθεί υπόψη ανάλογα με τις απαιτήσεις της εφαρμογής.

**Σχετικά με τις Πειραματικές Εφαρμογές (για vid1 και vid2):**

**1. Για το vid1 με Affine και Projective Μετασχηματισμούς:**

- Με **Affine** μετασχηματισμούς, το μωσαϊκό κρατάει γεωμετρικές σχέσεις, χωρίς να διορθώνει προβολικές παραμορφώσεις. Το αποτέλεσμα παρουσιάζει ομοιόμορφη σύνδεση εικόνων, ωστόσο ενδέχεται να παρουσιάσει σφάλματα σε σκηνές με σημαντικές προοπτικές διαφορές.
- Ένας προβολικός μετασχηματισμός στο επίπεδο περιγράφεται από τον τύπο:  
$$W(x) = (Ax + t) / (c^T x + d)$$
- Οι **Projective** μετασχηματισμοί επιτρέπουν μεγαλύτερη ευελιξία, χειρίζοντας καλύτερα τις αλλαγές προοπτικής και κάνοντας το μωσαϊκό πιο ρεαλιστικό σε περιβάλλοντα με μεγάλες γωνιακές διαφορές.

**2. Για το vid2 με Affine Μετασχηματισμούς:**

- Εφαρμόζοντας μόνο Affine μετασχηματισμούς μπορεί να μην επιτυγχάνεται το επιθυμητό αποτέλεσμα στη συρραφή, αν οι εικόνες περιέχουν προοπτικές παραμορφώσεις που ο Affine δεν μπορεί να περιγράψει πλήρως. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε ανακριβείς συνδέσεις ή ανεπιθύμητες παραμορφώσεις στο τελικό μωσαϊκό.

**3. Προσαρμογή του vid2 για Ορθή Συσρραφή:**

- Για να επιτευχθεί ορθή συρραφή με χρήση Affine μετασχηματισμών, μπορεί να απαιτηθεί προεπεξεργασία των εικόνων (π.χ., διόρθωση προοπτικής μέσω άλλων εργαλείων ή επιλογή υποσυνόλων εικόνων χωρίς έντονες προοπτικές μεταβολές). Η κατάλληλη προσαρμογή της ακολουθίας μπορεί να περιλαμβάνει αποκοπή περιοχών ή χρήση φίλτρων ώστε οι ιδιότητες των εικόνων να ευθυγραμμιστούν με τις προϋποθέσεις των Affine μετασχηματισμών.