

# GLONASS 航法メッセージによる衛星位置の計算

07-CNS-36-2

June 16, 2006

電子航法研究所

## 1 GLONASS 衛星の位置計算

GLONASS の航法メッセージでは、エフェメリス情報は GLONASS 衛星の位置と速度、加速度として記述されている。航法メッセージに含まれるエフェメリス情報は次のとおり [1]。

| パラメータ             | ビット数 | スケール      | 範囲                       | 単位                | 内容        |
|-------------------|------|-----------|--------------------------|-------------------|-----------|
| $t_b$             | 7    | 15        | 0 ~ 1425                 | min               | エポック時刻    |
| $x_n(t_b)$        | 27   | $2^{-11}$ | $\pm 2.7 \times 10^4$    | km                | 位置 (X 軸)  |
| $y_n(t_b)$        | 27   | $2^{-11}$ | $\pm 2.7 \times 10^4$    | km                | 位置 (Y 軸)  |
| $z_n(t_b)$        | 27   | $2^{-11}$ | $\pm 2.7 \times 10^4$    | km                | 位置 (Z 軸)  |
| $\dot{x}_n(t_b)$  | 24   | $2^{-20}$ | $\pm 4.3$                | km/s              | 速度 (X 軸)  |
| $\dot{y}_n(t_b)$  | 24   | $2^{-20}$ | $\pm 4.3$                | km/s              | 速度 (Y 軸)  |
| $\dot{z}_n(t_b)$  | 24   | $2^{-20}$ | $\pm 4.3$                | km/s              | 速度 (Z 軸)  |
| $\ddot{x}_n(t_b)$ | 5    | $2^{-30}$ | $\pm 6.2 \times 10^{-9}$ | km/s <sup>2</sup> | 加速度 (X 軸) |
| $\ddot{y}_n(t_b)$ | 5    | $2^{-30}$ | $\pm 6.2 \times 10^{-9}$ | km/s <sup>2</sup> | 加速度 (Y 軸) |
| $\ddot{z}_n(t_b)$ | 5    | $2^{-30}$ | $\pm 6.2 \times 10^{-9}$ | km/s <sup>2</sup> | 加速度 (Z 軸) |

座標系は PZ-90 で、地球中心・地球固定座標系 (ECEF) である。位置と速度については PZ-90 による値そのものが得られるが、加速度については太陽・月の重力を含む摂動項のみとされている。なお、座標を表す記号に添えられる「 $n$ 」は、PZ-90 ECEF 座標系を意味する。

エポック時刻以降の衛星位置は、速度および加速度を数値積分することで得る。PZ-90 による計算方法が、GLONASS ICD の付録「A.3.1.2 Simplify of algorithm for re-calculation of ephemeris to current time」に述べられている。まず、速度について

$$\frac{dx}{dt} = v_x \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = v_z \quad (3)$$

と表すことにする。これらの初期値は航法メッセージより得られる。加速度は、

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{\mu_e x}{r^3} - \frac{3}{2} J_0^2 \frac{\mu_e R_e^2}{r^5} \left(1 - \frac{5}{r^2} z^2\right) x + \omega_e^2 x + 2\omega_e v_y + \ddot{x} \quad (4)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{\mu_e y}{r^3} - \frac{3}{2} J_0^2 \frac{\mu_e R_e^2}{r^5} \left(1 - \frac{5}{r^2} z^2\right) y + \omega_e^2 y - 2\omega_e v_x + \ddot{y} \quad (5)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{\mu_e z}{r^3} - \frac{3}{2} J_0^2 \frac{\mu_e R_e^2}{r^5} \left(1 - \frac{5}{r^2} z^2\right) z + \ddot{z} \quad (6)$$

により求める．ここで，動径長  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ，地球重力定数  $\mu_e = 398600.44 \times 10^9 \text{ m}^3/\text{s}^2$ ，地球赤道半径  $R_e = 6378.136 \text{ m}$ ，地球重力ポテンシャルの二次の係数  $J_0^2 = 1082625.7 \times 10^{-9}$ ，地球自転角速度  $\omega_e = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$  である．

これらの式の第一項は向心加速度，第二項は楕円地球による重力ポテンシャルであって，また  $\omega_e$  が現れる項は ECEF 座標系による取扱いのために必要なものである．摂動項  $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$  は一定とみなし，航法メッセージの値を用いる．

各項の大きさは，第一項および  $\omega_e$  が現れる項をあわせて  $\pm 1 \text{ m/s}^2$  のオーダー，また第二項が  $10^{-5} \sim 10^{-4} \text{ m/s}^2$  程度である．航法メッセージに含まれる加速度の範囲は  $\pm 6.2 \times 10^{-9} \text{ km/s}^2 = \pm 6.2 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$  であるが，これは摂動項のみしか含まないからであって，上式の第二項および  $\omega_e$  が現れる項までは含まれていないことに注意が必要である．

## 2 GLONASS ICD の訂正

GLONASS ICD では，式 (5) は実は次のように記載されている．

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{\mu_e y}{r^3} - \frac{3}{2} J_0^2 \frac{\mu_e R_e^2}{r^5} \left( 1 - \frac{5 z^2}{r^2} \right) y + \omega_e^2 y + 2\omega_e v_x + \ddot{y} \quad (7)$$

第 4 項の符号「+」は誤りで，正しくは式 (5) のとおり「-」とすべきである．

試みに，次の航法メッセージ (2004 年 5 月 2 日 00:15:00 エポックの GLONASS Slot 02 衛星) から GLONASS 時刻 00:29:47 および 00:44:47 の衛星位置を計算してみる (GLONASS 時刻にはうるう秒があるので，IGS 精密暦との比較にはその分を差し引く必要がある) ．

```
2 4 5 2 0 15 0.0-0.965911895037D-04-0.909494701773D-12 0.900000000000D+03
0.118643076172D+05 0.263876914978D+00 0.465661287308D-08 0.000000000000D+00
-0.219068496094D+05-0.715940475464D+00-0.931322574616D-09 0.400000000000D+01
0.525530029297D+04-0.349250125885D+01-0.931322574616D-09 0.000000000000D+00
```

2004 年 5 月 2 日 00:15:00 の GLONASS Slot 02 衛星の航法メッセージ (igex1230.04g)

式 (5) および式 (7) による計算結果は，それぞれ

```
1787.00,2,1.1975607051E+007,-2.2388121330E+007,2.1174295609E+006
2687.00,2,1.1865998798E+007,-2.2538334975E+007,-1.1071247066E+006
```

00:29:47 と 00:44:47 の GLONASS Slot 02 衛星の位置 (航法メッセージより式 (5) で計算)

```
1787.00,2,1.1976519133E+007,-2.2368480821E+007,2.1174164639E+006
2687.00,2,1.1870590874E+007,-2.2498500728E+007,-1.1072053005E+006
```

00:29:47 と 00:44:47 の GLONASS Slot 02 衛星の位置 (航法メッセージより式 (7) で計算)

となった．IGS が作成した精密軌道暦では同じ時刻の衛星位置は

```
* 2004 5 2 0 30 .0000
PR 2 11975.645888 -22388.102233 2117.406988 -96.702645

* 2004 5 2 0 45 .0000
PR 2 11866.038462 -22538.315717 -1107.171064 -96.700820
```

00:29:47 と 00:44:47 の GLONASS Slot 02 衛星の位置 (IGS 精密軌道暦)

であって，これらの比較より式 (5) が正しいことがわかる．

## 参考文献

- [1] *Global Navigation Satellite System GLONASS Interface Control Document*, Version 5.0, 2002.

担当：CNS 領域 坂井 (END)