Successione

~ by Katsu Curry 

→ Confronto a 2

Dati a_n, b_n successioni, $a_n \leq b_n$ def.^{nte}

- Se $a_n \to a$, $b_n \to b$ $\Rightarrow$ $a \leq b$
- Se $a_n \to +\infty$ $\Rightarrow$ $b_n \to +\infty$
- Se $a_n \to -\infty$ $\Rightarrow$ $b_n \to -\infty$

→ Confronto a 3

Dati a_n, b_n, c_n successioni t.c. $a_n \leq b_n \leq c_n$ def.^{nte} e $a_n \to \ell$, $c_n \to \ell$ $\Rightarrow$ $b_n \to \ell$

Teoremi algebrici

1. $\forall \alpha > 0 \quad n^\alpha \to +\infty$
2. $\forall \alpha < 0 \quad n^\alpha \to 0$
3. $\lim\limits_{n \to +\infty} a^n = +\infty \qquad a > 1$
4. $\lim\limits_{n \to +\infty} a^n = 0 \qquad 0 < a < 1$
5. $\lim\limits_{n \to +\infty} a^{\frac{1}{n}} = 1 \qquad a > 1$

Criterio del rapporto

Sia a_n una successione def^{nte} positiva (>0). Supponiamo che

→ Se $\ell < 1$, $a_n \to 0$

→ Se $\ell > 1$ (oppure $\ell = +\infty$), $a_n \to +\infty$

→ Se $\ell = 1$, il criterio non funziona.

Gerarchia degli infiniti

$\ln^\alpha n < n^\beta < \gamma^n < n! < n^n$ def.^{nte} $\forall \alpha > 0, \forall \beta > 0, \forall \gamma > 1$

Successioni monotone

- Debolmente CRESCENTE → a_n ha limite in $\mathbb{R} \cup \{+\infty\}$
  ↳ ovvero $a_n \to \ell = \sup\{a_n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- Debolmente DECRESCENTE → a_n ha limite in $\mathbb{R} \cup \{+\infty\}$
  ↳ ovvero $a_n \to \ell = \inf\{a_n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Limite notevole → $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$