3　経験料率

3.1　経験料率算定法

3.1.1　経験料率の意義

保険契約集団の中でも不均質に存在している場合, 契約者の公平性を保つために, リスクに応じて各リスクをグループ分けし, 各グループ毎に保険料を課するのが一般的である.
しかし, グループ内でも更に不均質が発生した時に, 更にグループを細分化すると, グループが小さくなりすぎて分析に耐えられなくなることが予想される.
これに対処する方法が 経験料率法 である. これの例としては, 無事故割引や料率見直しなどがある.
経験料率法には, 遡及的なものと将来的なものがある. 例えば, 無事故割引は将来の運転者の経験に依存しているので将来的, 過去の成績に応じて払い戻しをする際にはこれは遡及的である.

3.1.2　無事故割引

例えば自動車保険を年齢や車種や走行距離数によりグループ分けをしたとしても, 個々の技能によってリスクは不均質になる. ここで個々の事故経験にウェイトを置くことによりリスクの不均質を無くすことができる.
このように個々の事故経験を料率算定要素として取り入れたものが無事故割引制度である.
無事故割引を導入するメリットとしては, 個々のリスクに適切に保険料を賦課し, また小さな事故に対して保険料が上がることを恐れた契約者が報告しないという心理を利用し, クレームの報告数を減らすことや, そもそも契約者の安全運転を促すこともできるという面がある.
一方で無事故割引は当初は優良な契約を自社で保有するという目的で導入された. 我が国でも 1951 年ごろに導入され, 最初は 10% から 15% という小さなものであったが, 自動車の普及に伴い,65 年には最高で 50% にまで拡大された.
しかし, 他社からの切り替え契約の際も割引を継承する制度が広まったため優良契約を保有する手段ではなくなってしまった.
ここで, 今までにも述べたとおり, クレームを報告し割引率が下がると保険料は多くなり, 契約者に対してペナルティとして働く. このペナルティが, 報告しなかった場合と報告した場合でどれだけ異なるかというのを求めるのは契約者としての 1 つの関心である. それを例で考えてみよう.

例　等級ごとに $0:0\%,\ 1:30\%,\ 2:40\%,\ 3:50\%,\ 4:60\%$ という割引率が用意され,1 年無事故だった場合 1 等級上がる, 事故を起こすと 2 等級下がるという場合を考える.
最初,2 等級だった人が事故を起こしたとすると, 割引率は,$0 \to 30 \to 40 \to 50 \to 60$ という風に変遷し, それを報告しなかった場合 $50 \to 60 \to 60 \to 60 \to 60$ となる.
この場合, 各年ごとの割引率の差は $50 + 30 + 20 + 10 + 0$ となり合計で 110 損している.
一方で 3 等級だった人が事故を起こしたとすると, 割引率は,$30 \to 40 \to 50 \to 60 \to 60$ という風に変遷し, それを報告しなかった場合 $60 \to 60 \to 60 \to 60 \to 60$ となる.
この場合, 各年ごとの割引率の差は $30 + 20 + 10 + 0 + 0$ となり合計で 60 損している. という風になり, 等級ごとでこのペナルティは大きく異る.

例　同様に,1 年で無事故の場合,20 保険料が下がり, 事故を起こした場合 20 上がる例を考える. 最低でも保険料は 40 であるとすると,
現在保険料が 160 である人と 40 である人のペナルティは,260 と 20 となり大きく異る.

一方でこのような割引率を設定した場合に, 平均どれだけの割引をしなければならないのかというのは, 保険会社の関心であり, これは, 等級がどれだけ変化していくかを漸化式で表すことにより分かる.
詳しくは教科書.

3.1.3　グループ経験料率

更に企業のように多くの機械を保有している場合は, グループとして保険に加入し, グループ全体での事故経験を料率に反映させていくグループ経験料率が採用されている.

3.2　信頼性理論

3.2.1　信頼性理論の概念

クレームの実績データに基づき料率算定を行う際にその信頼度によって他のデータを採用するというのは, データ数不足の場合などにとられる行為である.

信頼性理論では, 実際のデータ T と別途利用可能なデータ M を容易し, それを重み Z で加重平均した値を用いる. つまり実際の値 C は

$$C = ZT - (1 - Z)M$$

となる. この場合 $Z = 1$ とは手元にあるデータのみに信頼をおき, それ以外では他のデータも必要とするという考え方である.
信頼性理論の目標となるのは, 信頼度 Z を算出することである. これらについて 3 つの方法を述べる.

3.2.2 有限変動信頼性理論

実績データ $X_1, ..., X_n$ が手に入ったこの時の分散 $\frac{\sigma^2}{n}$ はデータによって変わる.
この時に保険会社が採用する方法は,(1) 分散は小さいとして, 安定したデータであるとみなし,$\overline{X}$ を採用する.(2) 分散は大きく, 不安定なデータであるとして, 他から得られたデータを採用する.
という 2 つの方法がある. これらのどちらを採用するかを決定する方法が有限変動信頼性理論である.
ここでは,$T = X_1 + \cdots + X_N$ として,T が 95% の確率で真のクレームコストの 10% 以内に収まれば全信頼する. とする.

$$P(0.90E(T) < T < 1.10E(T)) = 0.95$$

という式を解くことにする.
ここでは,$E(T) = E(N)E(X) = nm$,$V(T) = E(N)V(X) + V(N)E(X)^2 = n(\sigma^2 + m^2)$ である.
これを解くと,$n = 384(1 + (\sigma/m)^2)$ となり, これだけのクレーム件数を集めればいいことになる.

3.2.3 ベイズ方法論

ベイズ方法論とは,”事故歴 x”と”全体的傾向 $\pi(\theta)$ から各運転者の事故発生傾向 θ を推定する手段である.
$x = (x_1, \cdots, x_n)$ という実現値で, 確率密度関数 $f_{X_i|\Theta}(x_i|\theta)$ に従っているとする.
θ は $\pi(\theta)$ という密度関数を持つ, 確率変数の実現値である.

$$f_{X,\Theta}(x, \theta) = \pi(\theta) \prod_{i=1}^{n} f_{X_i|\Theta}(x_i|\theta)$$

であり,

$$f_X = \int (x,\theta) = \pi(\theta) \prod_{i=1}^{n} f_{X_i|\Theta}(x_i|\theta) d\theta$$

により得られる.
ここで,$X = x$ と観測された場合の,$\Theta = \theta$ となる確率は,

$$\pi_{\Theta|X}(\theta|x) = \frac{\pi(\theta) \prod_{i=1}^{n} f_{X_i|\Theta}(x_i|\theta)}{f_X(x)}$$

として求められる.

3.2.4 Buhlmannn 理論

個別のリスクの経験値が得られている場合, この分散が大きいとは, 個別のリスクが多様化しているということであり, そちらの方に重きをおいたほうがいいということである.
これを数学的にモデル化したのが Buhlmann モデルである.

定理 3.1 あるリスクの各年ごとのコストは $X_1, X_2, \cdots, X_n$ である.
X_i :はあるパラメータ Θ によっており,θ の条件付き確率,$E[X_i|\Theta = \theta] = \mu(\theta),\ V[X_i|\Theta = \theta] = \sigma^2(\theta)$
Θ はある分布 U に従い,$\mu(\Theta)$ の期待値は μ である.
$E[\{\mu(\Theta) - (Z\overline{X} + (1-Z)\mu)\}^2]$ を最小とするのは,$Z = \frac{V[\mu(\Theta)]}{V[\overline{X}]}$

これは $V[\mu(\Theta)]$ が小さくなり,Z は小さくなり, 純保険料はロスコストに近づくことを示している.