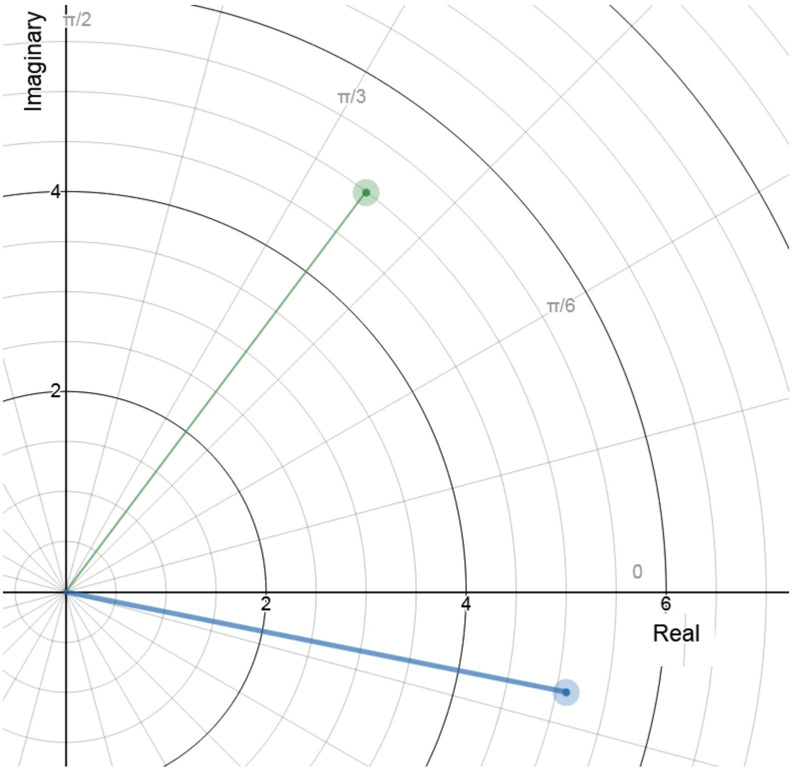
1. (a) Komplexa tal läggs ihopp som vektorer.

$$(3+4i)+(5-i)=8+3i$$

(b) För z_1 så är radien $\sqrt{3^2+4^2}=5$ och för z_2 är $\sqrt{5^2+1^2}=\sqrt{26}$
Vinkeln räknas ut med den inversa tangent funktionen för lutningen av vektorn som pekar mot talet. För z_1 är denna $\theta=tan^{-1}(\frac{4}{3})$ och för z_2 är denna $\theta=tan^{-1}(-\frac{1}{5})$
Så multiplicerar man dom

$$5e^{tan^{-1}(\frac{4}{3})}\sqrt{26}e^{tan^{-1}(-\frac{1}{5})}=5\sqrt{26}e^{tan^{-1}(4/3)+tan^{-1}(-1/5)}$$

(c) från förra uppgiften vet vi att vineln för $z_2=tan^{-1}(-1/5)=arg(z_2)\approx-11.31$. Denna vinkel är trovärdig om man kollar på bilden nere.



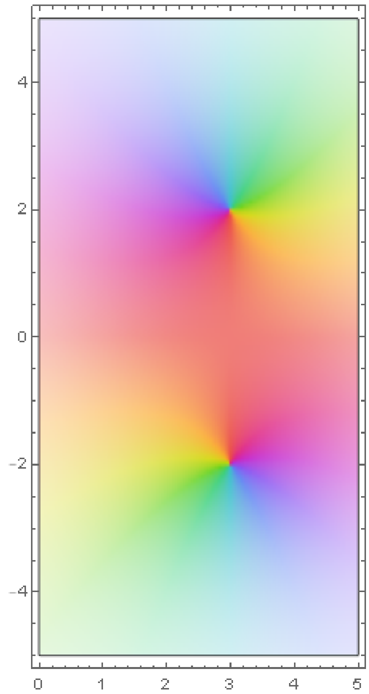
2. (a) Med radien 5 och vinkeln $\pi/3$ så skrivs den som $5e^{i\pi/3}$

(b)

3. denna kan skrivas om som $z^2-6z+13=0$ vilket är en simpel andragradsekvation som kan lösas med pq-formeln

$$-\frac{-6}{2}\pm\sqrt{(\frac{-6}{2})^2-13}=3\pm\sqrt{-4}=3\pm2i$$

Grafiskt kan man se detta som två ställen där talen convergerar. Runt de områderna är dom nära noll, och presis vid $3\pm2i$ är transformeras den till noll punkten.



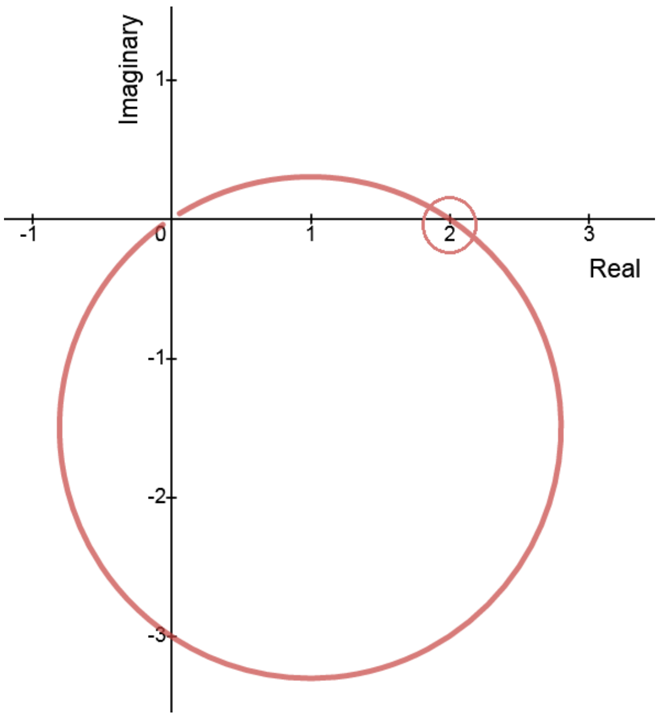
4.

$$\frac{10(1-2i)}{1+2i(1-2i)} = \frac{10-20i}{1+4} = 2-4i$$

5. För att utföra detta skrivs formen om till a+bi form.

$$\frac{(2-3i)(1-ai)}{(1+ai)(1-ai)} = \frac{2-2ai-3i-3a}{1+a^2} = \frac{2-3a}{1+a^2} - \frac{2a+3}{1+a^2}i$$

Vilket bildar en cirkel om man plottar alla värden av a, där punkten 2-3i är där a=0 och där negativa a bildar den övre-högra delen av cirkeln medans positiva ger dom nere till vänster. Interestant att påpeka hur tvåorna och treorna i ekvationen verkar korrelera med där dess intersektion. Gränsvärdet när a närmar sig oändlighet eller minus oändlighet är 0.



Frågan är, vid vilket a skär den reella linjen d.v.s 2? Man tar man ekvationen och sätter att den imaginära delen är 0.

$$-\frac{2a+3}{1+a^2}i = 0 \Rightarrow -2a = 3 \Rightarrow a = -3/2$$

6. Ekvationen löses som

$$z = \sqrt[3]{i27} = -i3$$

. Från den fundamentala satsen av algebra finns det två rötter till. Vi skriver om då

$$27i = 27e^{i\pi/2} \Rightarrow z = \sqrt[3]{27e^{i\pi/2}} = 3e^{i\pi/6}$$

7.

$$z_1 = 2e^{-5\pi/18}$$

$$z_2 = 3e^{4\pi/18}$$

$$arg(3z_1 \cdot 2z_2) = 2 \cdot 3e^{-5\pi/18+4\pi/18} = 6e^{-\pi/18}$$

8.