

1. (a) Komplexa tal läggs ihopp som vektorer.

$$(3 + 4i) + (5 - i) = 8 + 3i$$

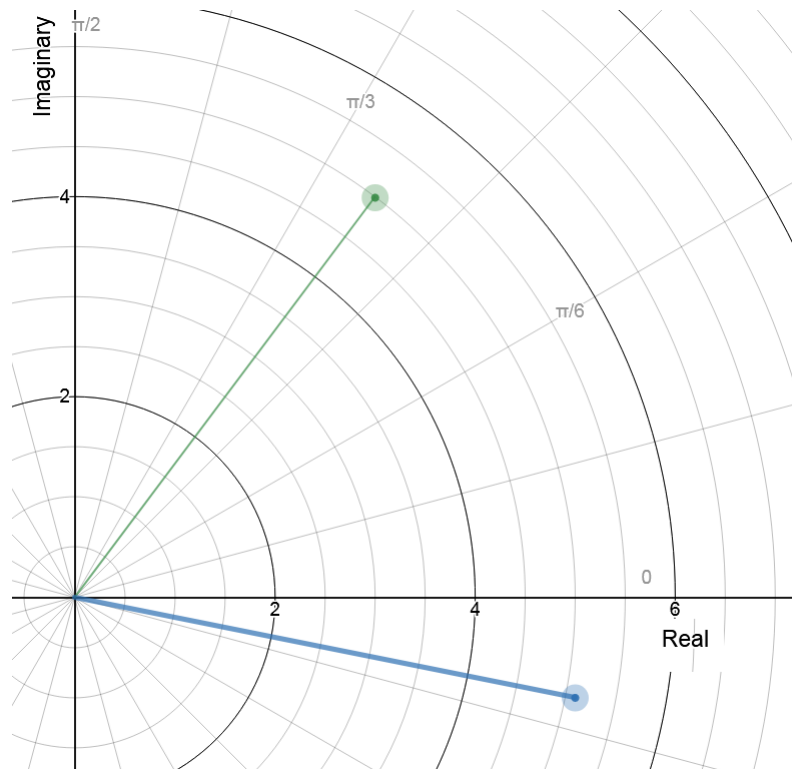
- (b) För z_1 så är radien $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ och för z_2 är $\sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$

Vinkeln räknas ut med den inversa tangent funktionen för lutningen av vektorn som pekar mot talet. För z_1 är denna $\theta = \tan^{-1}(\frac{4}{3})$ och för z_2 är denna $\theta = \tan^{-1}(-\frac{1}{5})$

Så multiplicerar man dom

$$5e^{\tan^{-1}(\frac{4}{3})}\sqrt{26}e^{\tan^{-1}(-\frac{1}{5})} = 5\sqrt{26}e^{\tan^{-1}(4/3)+\tan^{-1}(-1/5)}$$

- (c) från förra uppgiften vet vi att vinkeln för $z_2 = \tan^{-1}(-1/5) = \arg(z_2) \approx -11.31$. Denna vinkel är trovärdig om man kollar på bilden nere.



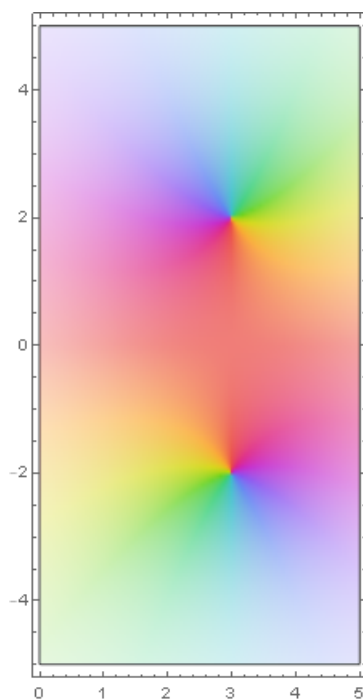
2. (a) Med radien 5 och vinkeln $\pi/3$ så skrivs den som $5e^{i\pi/3}$

(b)

3. denna kan skrivas om som $z^2 - 6z + 13 = 0$ vilket är en simpel andragradsekvation som kan lösas med pq-formeln

$$-\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - 13} = 3 \pm \sqrt{-4} = 3 \pm 2i$$

Grafiskt kan man se detta som två ställen där talen convergerar. Runt de områdena är dom nära noll, och precis vid $3 \pm 2i$ är transformerar den till noll punkten.



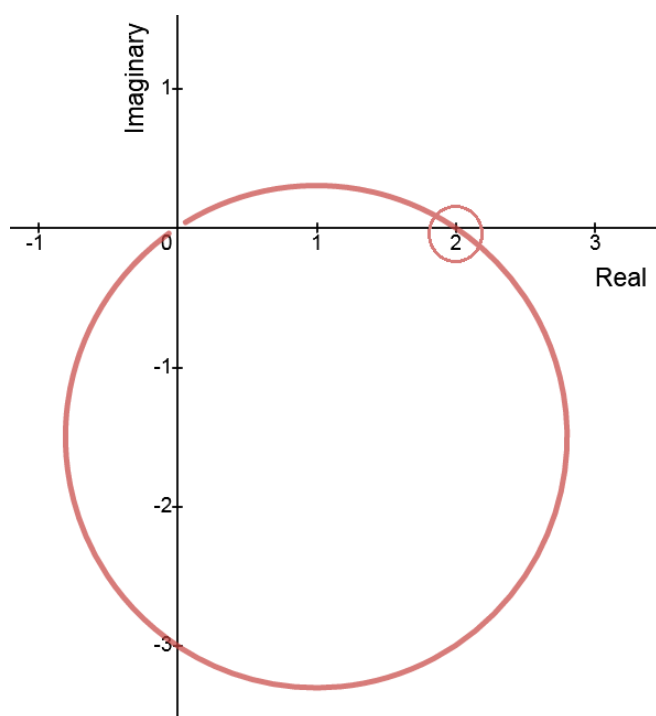
4.

$$\frac{10(1-2i)}{1+2i(1-2i)} = \frac{10-20i}{1+4} = 2-4i$$

5. För att utföra detta skrivs formen om till $a+bi$ form.

$$\frac{(2-3i)(1-ai)}{(1+ai)(1-ai)} = \frac{2-2ai-3i-3a}{1+a^2} = \frac{2-3a}{1+a^2} - \frac{2a+3}{1+a^2}i$$

Vilket bildar en cirkel om man plottar alla värden av a , där punkten $2-3i$ är där $a=0$ och där negativa a bildar den övre-högra delen av cirkeln medans positiva ger dom nere till vänster. Interessant att påpeka hur tvåorna och treorna i ekvationen verkar korrelera med där dess intersektion. Gränsvärdet när a närmar sig oändlighet eller minus oändlighet är 0.



Frågan är, vid vilket a skär den reella linjen d.v.s 2? Man tar man ekvationen och sätter att den imaginära delen är 0.

$$-\frac{2a+3}{1+a^2}i = 0 \Rightarrow -2a = 3 \Rightarrow a = -3/2$$

6. Ekvationen löses som

$$z = \sqrt[3]{i27} = -i3$$

. Från den fundamentala satsen av algebra finns det två rötter till. Vi skriver om då

$$27i = 27e^{i\pi/2} \Rightarrow z = \sqrt[3]{27e^{i\pi/2}} = 3e^{i\pi/6}$$