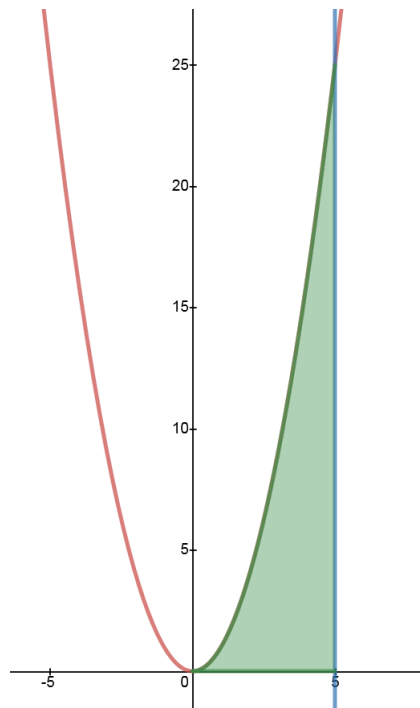


1. I uppgiften görs ett antagande att den även begränsas av y-axeln.



Eftersom rotationen sker kring x-axeln så blir värdet på y radien, och då används formeln

$$\pi \int_a^b f(x)^2 dx$$

I figuren så kan man observera att integralen går från 0 till 5

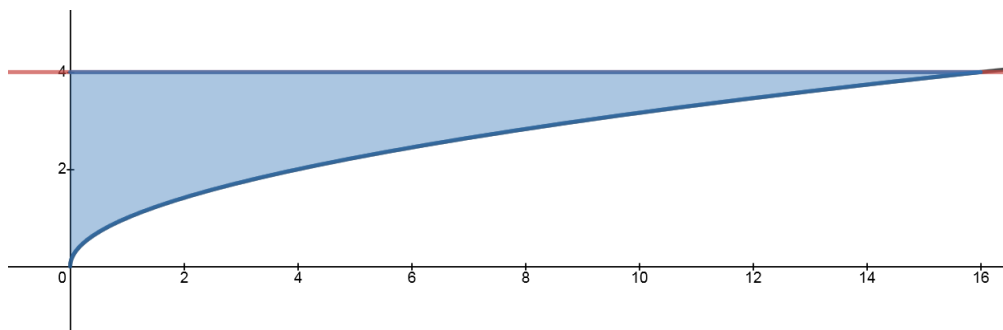
$$\pi \int_0^5 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^5 x^4 dx$$

Som då integreras

$$\Rightarrow \pi \left(\frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^5 = \pi 5^5 / 5 = \pi 625 v.e$$

2. Radien i denna uppgift blir istället radien x . Då hamnar x på $x = y^2$. Vilket grafiskt kan tänkas som att funktionerna x^2 och \sqrt{x} har en rotationel symetri. Då används formeln

$$\pi \int_a^b f(y)^2 dy$$

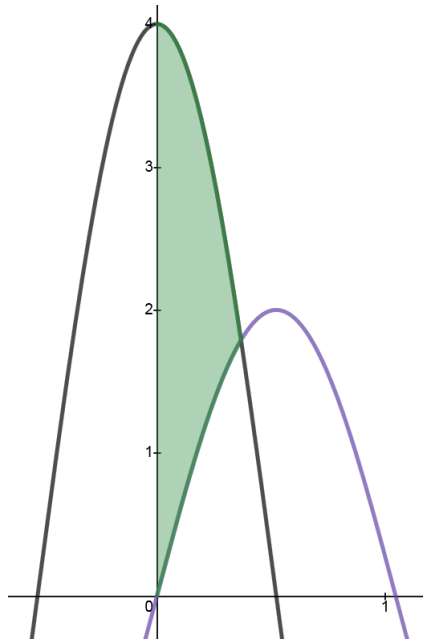


I figuren ser vi att integralen går från 0 till 4.

$$\pi \int_0^4 (y^2)^2 dy = \pi \int_0^4 y^4 dy$$

$$\Rightarrow \pi \frac{y^5}{5} \Big|_0^4 = \pi \frac{4^5}{5} = \pi \frac{1024}{5} \text{ v.e}$$

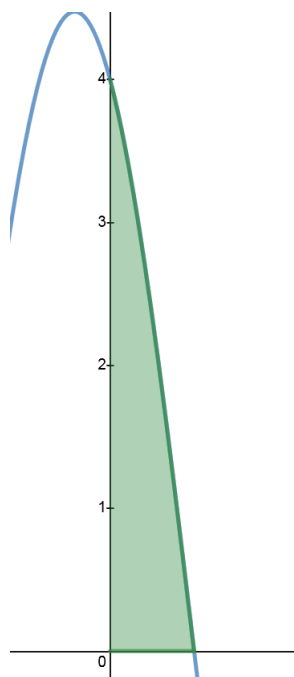
3. Följande area ska utberäknas



Med sådana integraler räknar man rektanglarna mellan funktionerna, dvs $g(x) - f(x)$, och integrerar sedan över den nya funktionen som i detta fall blir

$$4\cos(3x) - 2\sin(3x)$$

Som då blir den här arean



Integralen som räknas ut blir då mellan 0 och intersektionspunkten. Intersektionspunkten är när

$$4\cos(3x) = 2\sin(3x) \Rightarrow 2 = \frac{\sin(3x)}{\cos(3x)} = \tan(3x) \Rightarrow x = \frac{\tan^{-1}(2)}{3}$$

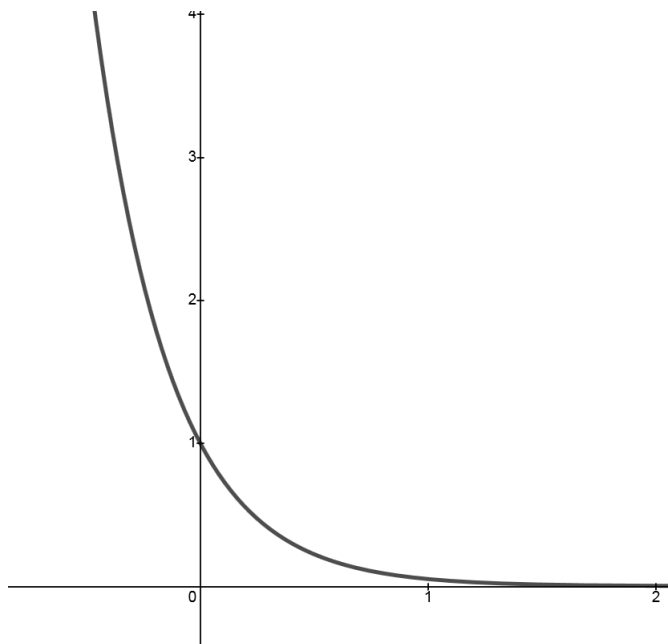
$$\begin{aligned} \int_0^{\tan^{-1}(2)/3} 4\cos(3x) - 2\sin(3x) dx &= \left. \frac{4\sin(3x) + 2\cos(3x)}{3} \right|_0^{\tan^{-1}(2)/3} \\ &= \frac{4\sin(\tan^{-1}(2)) + 2\cos(\tan^{-1}(2)) - 2}{3} \approx \frac{4\sin(1.11) + 2\cos(1.11) - 2}{3} \approx 0.824a.e \end{aligned}$$

Detta är rimligt med tanke på att området är väldigt tunt.

4. Differentialekvationen kan skrivas om som $y' = -3y$. Som då kan integreras och lösas ut som

$$dx = \frac{1}{-3y} dy \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \ln(y) + C$$

Funktionen den här bildar är väldigt lik en bakvänd e^x funktion



Löser man ut y får man ekvationen.

$$x - C = -\frac{1}{3} \ln(y) \Rightarrow 3C - 3x = \ln(y) \Rightarrow y = e^{3c-3x}$$

Antar man att $c=0$ så blir konstanten $a = -3$.

5.

6.

