

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen [1]</b>	<b>3</b>
2.1	Güteziffer . . . . .	3
2.2	Massendurchsatz . . . . .	4
2.3	Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung $N_{\text{mech}}$ . . . . .	4
2.4	Prinzipieller Aufbau der Wärmepumpe . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>7</b>
4.1	Bestimmung der Güteziffer . . . . .	7
4.1.1	Aufg. a: Messdaten und Diagramm . . . . .	7
4.1.2	Aufg. b: Bestimmung der Parameter der Näherungsfunktion . . . . .	9
4.1.3	Aufg. c: Bestimmung der Differentialquotienten . . . . .	10
4.1.4	Aufg. d: Bestimmung der Güteziffer . . . . .	11
4.2	Bestimmung des Massendurchsatzes / Aufg. e . . . . .	12
4.3	Bestimmung der mechanischen Kompressorleistng $N_{\text{mech}}$ / Aufg. f . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Fehlerrechnung</b>	<b>15</b>
5.1	Gauß-Fehler für eine fehlerbehaftete Größe . . . . .	16
5.2	Gauß-Fehler mehrere Unabhängige . . . . .	16
5.3	Lineare Regression . . . . .	16
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>17</b>
	<b>Literatur</b>	<b>18</b>

# 1 Zielsetzung

Mit dem Versuch über die Wärmepumpe soll der Transport von Wärmeenergien entgegen der Richtung des Wärmeflusses untersucht werden. Um eine Aussage über die Qualität der Wärmepumpe treffen zu können werden Merkmale wie die Güteziffer und der Massendurchsatz untersucht.

## 2 Theoretische Grundlagen [1]

Nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik ist bekannt, dass Wärme von einem wärmeren zu einem kälteren Reservoir fließt. In diesem Experiment soll dieser Prozess umgekehrt werden: Dazu benötigt es weitere Energie, zum Beispiel in Form von mechanischer Arbeit.

### 2.1 Güteziffer

Die Güteziffer  $\nu$  bezeichnet dabei ein Verhältnis zwischen transportierter Wärmemenge  $Q_{\text{transp}}$  und zu verrichtender Arbeit  $A$ :

$$\nu = \frac{Q_{\text{transp}}}{A} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} v_{\text{id}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (1)$$

, dessen Legitimation sich aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik ergibt.

Aus der Irreversibilität der ablaufenden Prozesse, dem Zweiten Hauptsatz der Thermodynamik<sup>1</sup> sowie der Grundannahme, dass sich bei der Wärmeübertragung die Temperaturen der Reservoirs nicht ändern, folgt für realitätsgebundene Berechnungen:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0 \quad (2)$$

Damit folgt eine einfache Kausalität: Je kleiner die Temperaturdifferenz zwischen den Reservoirs ist, desto kleiner ist der Arbeitsaufwand für die Pumpe.

Da über eine Näherungsfunktion eine Ausgleichsrechnung betrieben wurde, werden statt der Differenzenquotienten Differentialquotienten eingesetzt.

---

<sup>1</sup>für die Entropie gilt bei irreversiblen Prozessen:  $\Delta s > 0$ . Bei einem reversiblen Prozess wären die Summanden betragsmäßig gleich, da der Prozess umkehrbar sein muss.

Die reale Güteziffer  $\nu$  bestimmt sich aus dem Differentialquotienten  $\frac{dT_1}{dt}$  für ein Zeitintervall  $dt$ . Daraus berechnet sich die Wärmemenge  $\frac{dQ_1}{dt}$  zu:

$$\frac{dQ_1}{dt} = (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{dT_1}{dt} \quad (3)$$

mit  $m_1 c_w$  für die Wärmekapazität des Wassers in Reservoir 1 und  $m_k c_k$  für die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Eimers. Daraus folgt für die Güteziffer  $\nu$ :

$$\nu = \frac{dQ_1}{dt N} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{dT_1}{dt} \cdot \frac{1}{N} \quad (4)$$

mit  $N :=$  gemittelte Leistungsaufnahme des Kompressors.

## 2.2 Massendurchsatz

Der Massendurchsatz berechnet sich nach [1, S. 5] über den Differentialquotienten über:

$$\frac{dQ_2}{dt} = (m_2 c_w + m_k c_k) \frac{dT_2}{dt} \quad (5)$$

und

$$\frac{dQ_2}{dt} = L \frac{dm}{dt} \quad (6)$$

mit (5) in (6) zu:

$$(m_2 c_w + m_k c_k) \frac{dT_2}{dt} = L \frac{dm}{dt} \Leftrightarrow \frac{dm}{dt} = (m_2 c_w + m_k c_k) \frac{dT_2}{dt \cdot L} \quad (7)$$

mit bekannter Verdampfungswärme  $L$ .

## 2.3 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung $N_{\text{mech}}$

Für die Arbeit  $A_m$  gilt bei Verringerung des Gasvolumens von  $V_a$  auf  $V_b$ :

$$A_m = - \int_{V_a}^{V_b} p dV$$

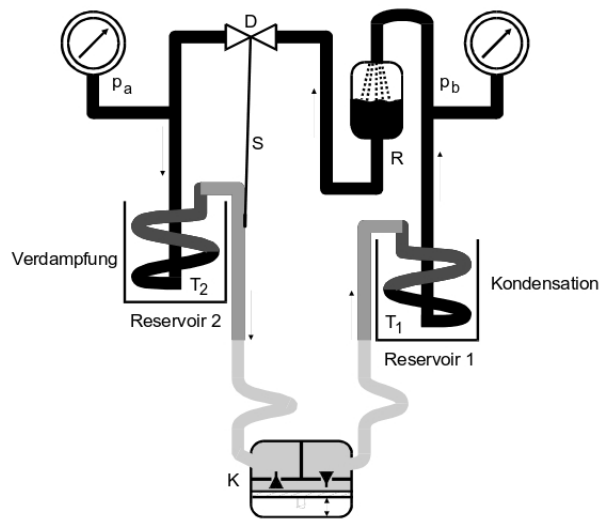
Aus der adiabatischen Kompression des Kompressors (näheres in Kapitel 2.4) folgt mit der Poissonschen Gleichung und  $N_{\text{mech}} = \frac{dA_m}{dt}$ :

$$N_{\text{mech}} = \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_b \sqrt{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{dV_a}{dt} = \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_b \sqrt{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{dm}{dt} \quad (8)$$

mit der Dichte  $\rho$  des Gases und dem Druck  $p_a$ .

## 2.4 Prinzipieller Aufbau der Wärmepumpe

Für das durchzuführende Experiment wird eine Wärmepumpe genutzt, dessen Funktion nun näher beschrieben werden soll. Eine Wärmepumpe kann schematisch wie folgt dargestellt werden:



**Abbildung 1:** prinzipieller Aufbau einer Wärmepumpe[1, S. 3]

Für die Wärmepumpe wird ein reales Gas benutzt, das ähnlich dem Wasserdampf in der Lage ist Wärme während des Verdampfens aufzunehmen und bei der Kondensation abzugeben. Der Fachterminus dazu lautet „Phasenumwandlungsenergie“, einer transportablen Energie des Gases. Daraus folgt, dass das Gas eine möglichst hohe Kondensationswärme besitzen sollte, damit die Wärmepumpe ideal arbeiten kann.

Der Kompressor K sorgt für eine adiabatische Kompression, also eine Zustandsänderung ohne Wärmeverluste an die Umgebung, und einen Kreislauf. Zwischen den Reservoiren ist ein Drosselventil D angebracht, das druckreguliert das Gas durchströmen lässt. Dort findet sich ein Druckgradient durch die Druckunterschiede in den Reservoiren vor.

Das Gas mit dem Druck  $p_b$  und der Temperatur  $T_1$  ist flüssig, während es auf der anderen Seite bei  $p_a$  mit der Temperatur  $T_2$  gasförmig ist. Wenn sich das Drosselventil D

öffnet, entzieht das Gas dem Wasser in Reservoir 2 die Verdampfungswärme  $L$ , also einer Wärmemenge zwischen den Aggregatzuständen ohne Temperaturänderung<sup>2</sup>. Daraus folgt, dass das linke Reservoir (Reservoir 2) das kältere, wärmespendende Gefäß ist.

Das Gas strömt durch den Kompressor K, wird komprimiert und erwärmt sich somit. Dadurch steigt der Druck im Reservoir  $p_a$ , bis sich das Gas verflüssigt und somit Wärme an das Gefäß abgibt.

Mittels weiterer Apparaturen, wie dem „Reiniger“ R werden Blasen durch die Entfernung von Gasresten entfernt, oder der Steuervorrichtung S, welche das Drosselventil D reguliert. Dadurch wird sichergestellt, dass nur Gase in den Kompressor gelangen.

### 3 Durchführung

Die Messappatur hat folgende schematische Darstellung:

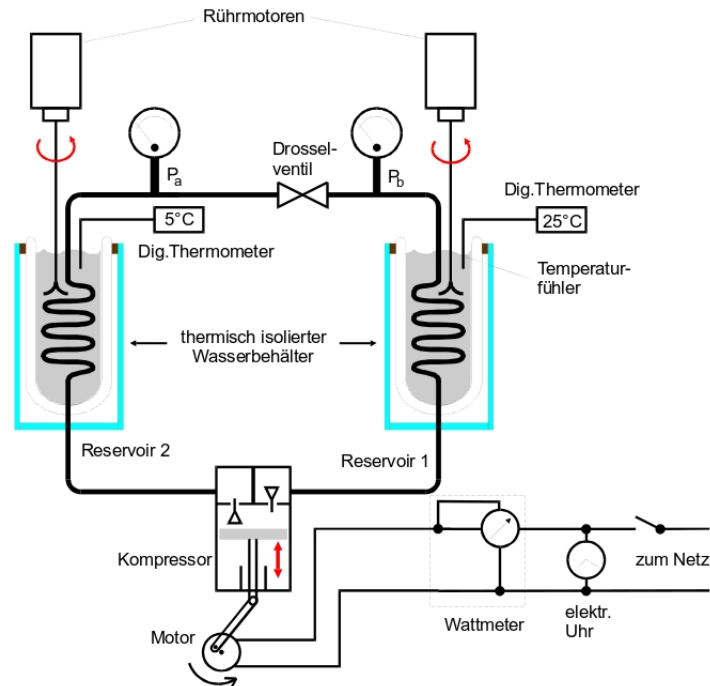


Abbildung 2: Apparatur zur Messreihe[1, S. 4]

Zu Beginn der Messung sind Anfangsdrücke, Temperaturen, sowie die spezifische Wärmekapazität des Kupfers aufzunehmen. Sodann werden die Behälter mit 4 Liter Wasser

<sup>2</sup>Vergleiche V203

befüllt und die Rührmotoren angeschaltet, um die Wassertemperatur auf ein konstantes Niveau zu bringen. Sodann wird der Netzschalter des Kompressors umgelegt, fortan sind im Minutentakt die Messdaten der Mano- und Thermometer, sowie die Zeit und die Leistungsaufnahme des Kompressors zu notieren. Diese Messreihe wurde beendet, als der Rührmotor des kälteren Reservoirs durch das Gefrieren des Wassers ausgefallen war.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist, dass die Reservoirs sowohl an den Schläuchen als auch an den Eimern wärmeisoliert sind, um Wärmeverluste zu minimieren.

Für die Auswertung sind nun die Güteziffer, der Massendurchsatz  $\frac{dm}{dt}$  und der Wirkungsgrad zu bestimmen.

## 4 Ergebnisse

### 4.1 Bestimmung der Güteziffer

#### 4.1.1 Aufg. a: Messdaten und Diagramm

Die aufgenommenen Werte folgen tabellarisch, wobei alle gemessenen Größen in SI-Einheiten umgerechnet, die Temperatur noch reziprok dargestellt, der Druck  $p_b$  für die Berechnung logarithmisch aufgetragen und die Zeit für die Ausgleichsrechnung quadriert wurde. Zudem wurde nach Anleitung[1, S. 6] 1 bar, also 100000 Pa, addiert:

**Tabelle 1:** Messgrößen und berechnete Werte

Zeit t (s)	$t^2(s^2)$	$p_a$ (bar)	$p_b$ (bar)	$p_{a+}$ (Pa)	$p_{b+}$ (Pa)	$T_1$ (°C)	$T_2$ (°C)	$T_1$ (K)	$T_2$ (K)	P (W)	$1/T_1$ (1/K)	$\ln\left(\frac{p_b}{p_0}\right)$
0	0	4,61	4,50	561000,00	550000,00	19,60	19,60	292,75	292,75	0,00	0,0034	1,705
60	3600	3,80	5,00	480000,00	600000,00	20,80	19,00	293,95	292,15	120,00	0,0034	1,792
120	14400	3,60	5,40	460000,00	640000,00	22,20	18,00	295,35	291,15	115,00	0,0034	1,856
180	32400	3,45	5,60	445000,00	660000,00	23,60	17,00	296,75	290,15	117,50	0,0034	1,887
240	57600	3,30	5,90	430000,00	690000,00	24,90	15,80	298,05	288,95	120,00	0,0034	1,932
300	90000	3,15	6,10	415000,00	710000,00	26,30	14,90	299,45	288,05	120,00	0,0033	1,960
360	129600	3,18	6,50	418000,00	750000,00	27,60	13,80	300,75	286,95	120,00	0,0033	2,015
420	176400	3,00	6,70	400000,00	770000,00	28,80	12,80	301,95	285,95	120,00	0,0033	2,041
480	230400	2,98	6,90	398000,00	790000,00	29,90	11,80	303,05	284,95	120,00	0,0033	2,067
540	291600	2,85	7,10	385000,00	810000,00	31,10	10,90	304,25	284,05	120,00	0,0033	2,092
600	360000	2,70	7,50	370000,00	850000,00	32,20	10,00	305,35	283,15	120,00	0,0033	2,140
660	435600	2,70	7,60	370000,00	860000,00	33,20	9,10	306,35	282,25	122,50	0,0033	2,152
720	518400	2,60	8,00	360000,00	900000,00	34,30	8,20	307,45	281,35	122,50	0,0033	2,197
780	608400	2,50	8,10	350000,00	910000,00	35,20	7,40	308,35	280,55	115,50	0,0032	2,208
840	705600	2,40	8,50	340000,00	950000,00	36,10	6,60	309,25	279,75	110,00	0,0032	2,251
900	810000	2,38	8,60	338000,00	960000,00	37,00	5,90	310,15	279,05	112,50	0,0032	2,262
960	921600	2,30	8,80	330000,00	980000,00	37,90	5,20	311,05	278,35	112,50	0,0032	2,282
1020	1040400	2,20	9,00	320000,00	1000000,00	38,70	4,60	311,85	277,75	110,00	0,0032	2,303
1080	1166400	2,20	9,20	320000,00	1020000,00	39,50	3,80	312,65	276,95	110,00	0,0032	2,322
1140	1299600	2,08	9,50	308000,00	1050000,00	40,30	3,20	313,45	276,35	110,00	0,0032	2,351
1200	1440000	2,03	9,70	303000,00	1070000,00	41,00	2,60	314,15	275,75	110,00	0,0032	2,370
1260	1587600	2,00	9,80	300000,00	1080000,00	41,70	2,10	314,85	275,25	110,00	0,0032	2,380
1320	1742400	1,98	10,00	298000,00	1100000,00	42,40	1,40	315,55	274,55	110,00	0,0032	2,398
1380	1904400	1,93	10,20	293000,00	1120000,00	43,10	0,90	316,25	274,05	110,00	0,0032	2,416
1440	2073600	1,81	10,50	281000,00	1150000,00	43,70	0,40	316,85	273,55	110,00	0,0032	2,442
1500	2250000	1,81	10,60	281000,00	1160000,00	44,30	-0,10	317,45	273,05	110,00	0,0032	2,451
1560	2433600	1,80	10,80	280000,00	1180000,00	44,90	-0,70	318,05	272,45	110,00	0,0031	2,468
1620	2624400	1,80	10,90	280000,00	1190000,00	45,50	-1,10	318,65	272,05	110,00	0,0031	2,477
1680	2822400	1,63	11,20	263000,00	1220000,00	46,10	-1,50	319,25	271,65	107,50	0,0031	2,501
1740	3027600	1,62	11,30	262000,00	1230000,00	46,60	-2,00	319,75	271,15	107,50	0,0031	2,510
1800	3240000	1,61	11,30	261000,00	1230000,00	47,20	-2,40	320,35	270,75	110,00	0,0031	2,510
1860	3459600	1,60	11,80	260000,00	1280000,00	47,70	-2,80	320,85	270,35	107,50	0,0031	2,549
1920	3686400	1,60	13,00	260000,00	1400000,00	48,20	-3,20	321,35	269,95	110,00	0,0031	2,639

Nun sollen die Temperaturverläufe in einem Diagramm dargestellt werden:

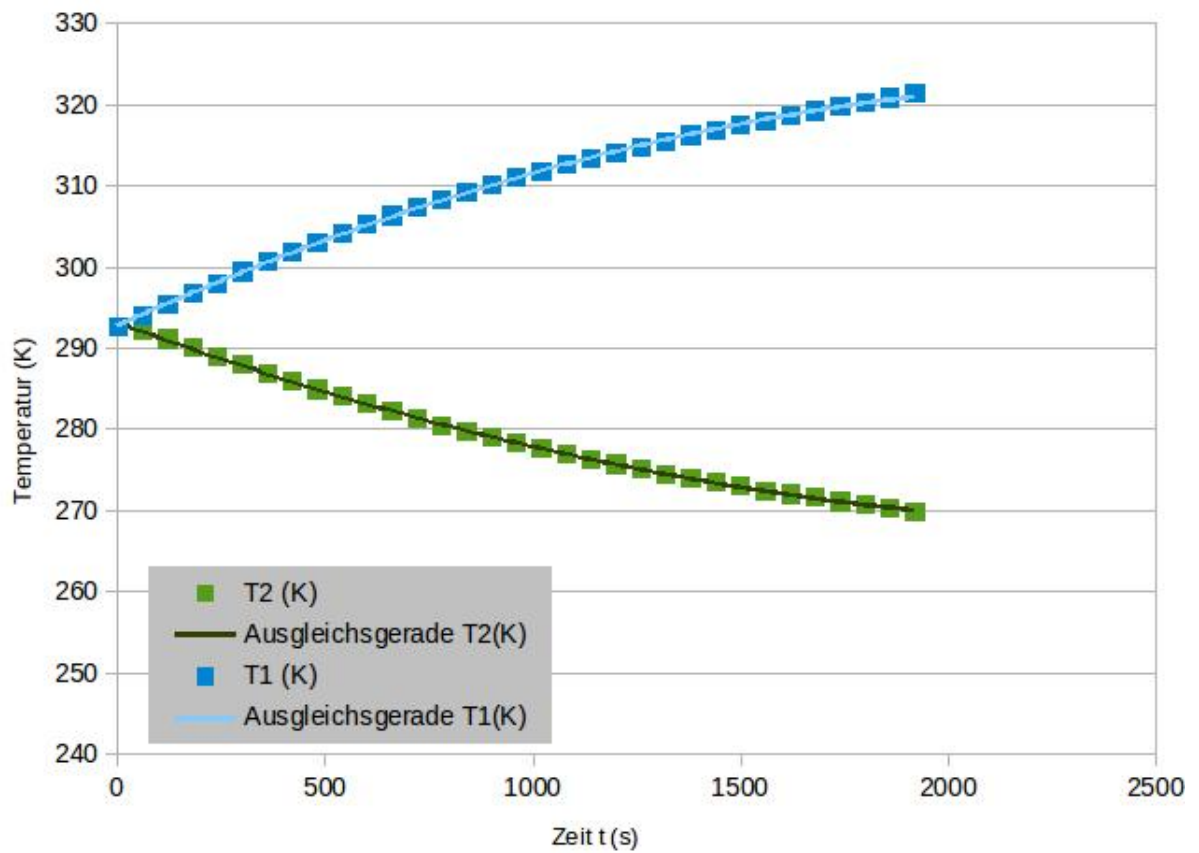


Abbildung 3: Temperaturverlauf während der Messung

Die Fehler ergeben sich zu:

Das Volumen betrug 4l und  $c_k m_k$  von Kupfer  $c_k m_k = 750 \frac{J}{K}$ .

#### 4.1.2 Aufg. b: Bestimmung der Parameter der Näherungsfunktion

Eine nicht-lineare Ausgleichsrechnung der Temperaturverläufe mittels EXCEL mithilfe der Näherungsfunktion

$$T(t) = At^2 + Bt + C$$



**Tabelle 2:** Fehler der berechneten Werte

Mittelwert	113,766
Standardabweichung	5,085
Ungenauigkeit	0,899

ergibt die folgenden Parameter für  $T_2$  (K):

$$A = (3,3497 \pm 0,1) \mu \frac{K}{s^2}$$

$$B = (-0,0187 \pm 0,0002) \frac{K}{s}$$

$$C = (293,1758 \pm 0,06) K$$

und für  $T_1$  (K):

$$A = (-4,4409 \pm 0,1) \mu \frac{K}{s^2}$$

$$B = (0,0232 \pm 0,0002) \frac{K}{s}$$

$$C = (292,818 \pm 0,08) K$$

#### 4.1.3 Aufg. c: Bestimmung der Differentialquotienten

Aus der Funktion sollen nun die Differentialquotienten  $\frac{dT_1}{dt}$  und  $\frac{dT_2}{dt}$  für vier verschiedene Temperaturen berechnet werden. Wir entschieden uns für die Temperaturen bei 420s, 660s, 900s und 1380s.

Aus dem Graphen werden nun die entsprechenden Steigungen über die Ableitungen der Näherungsfunktion entnommen:

$$\frac{dT}{dt} = 2At + B$$

für  $T_1$  ergaben sich folgende Steigungen:

**Tabelle 3:** Aufgabenteil c: Differentialquotienten für  $T_1$ 

Zeit t (s)	T1	$dT_1/dt$	Gauß-Fehler nach (15)
420	301,95	0,019	0,0002
660	306,35	0,017	0,0002
900	310,15	0,015	0,0003
1380	316,25	0,011	0,0003
Mittelwert		0,016	
Standardabweichung		0,004	
Ungenauigkeit		0,002	

und analog für  $T_2$ :

**Tabelle 4:** Aufgabenteil c: Differentialquotienten für  $T_2$ 

Zeit t (s)	T2	$dT_2/dt$	Gauß-Fehler nach (15)
420	285,95	-0,016	0,0002
660	282,25	-0,014	0,0002
900	279,05	-0,012	0,0002
1380	274,05	-0,009	0,0003
Mittelwert		-0,013	
Standardabweichung		0,003	
Ungenauigkeit		0,001	

#### 4.1.4 Aufg. d: Bestimmung der Güteziffer

Sodann soll aus diesen Temperaturen die Güteziffer  $\nu$  nach Gleichung (4) berechnet werden.

Die Wärmekapazität des Kupfers wurde bereits oben (Kapitel 4.1.1) erwähnt. Der  $c_w m_w$ -Wert von Wasser berechnet sich durch Multiplikation der Masse mit der spezifischen Wärmekapazität des Wassers zu  $c_w m_w = 16744 \frac{J}{K}$ .

Für die ideale Güteziffer nach Gleichung (1) und die empirische Güteziffer nach (4) ergibt sich mit dem Temperaturen aus Kapitel 4.1.3 für  $T_1$ :

Die Güteziffer für  $T_2$  wurde nicht erneut betrachtet, da diese im Idealfall gleich sein müsste, hier aber geringer war.

**Tabelle 5:** Aufgabenteil d: Bestimmung der Güteziffer aus Messreihe  $T_1$ 

Zeit t (s)	Güteziffer (empirisch)	Gauß-Fehler	Güteziffer (Theorie)	Abweichungen %
420	2,996	0,0238	18,872	84,123
660	2,668	0,0212	12,712	79,008
900	2,341	0,0187	9,973	76,529
1380	1,685	0,0135	7,494	77,515

Es fällt auf, dass die Güteziffer stark von der idealen Güteziffer abweicht. Gründe dafür sind die Irreversibilität des Prozesses, obwohl bei der Berechnung der Güteziffer von einem reversiblen Prozess ausgegangen wurde. Außerdem kommt es durch Reibung zu Energieverlusten. Es wird weiter davon ausgegangen, dass der Kompressor adiabatisch komprimiert, was aufgrund natürlicher Umstände nicht möglich ist. Weitere Ursachenherde finden sich in der Diskussion.

## 4.2 Bestimmung des Massendurchsatzes / Aufg. e

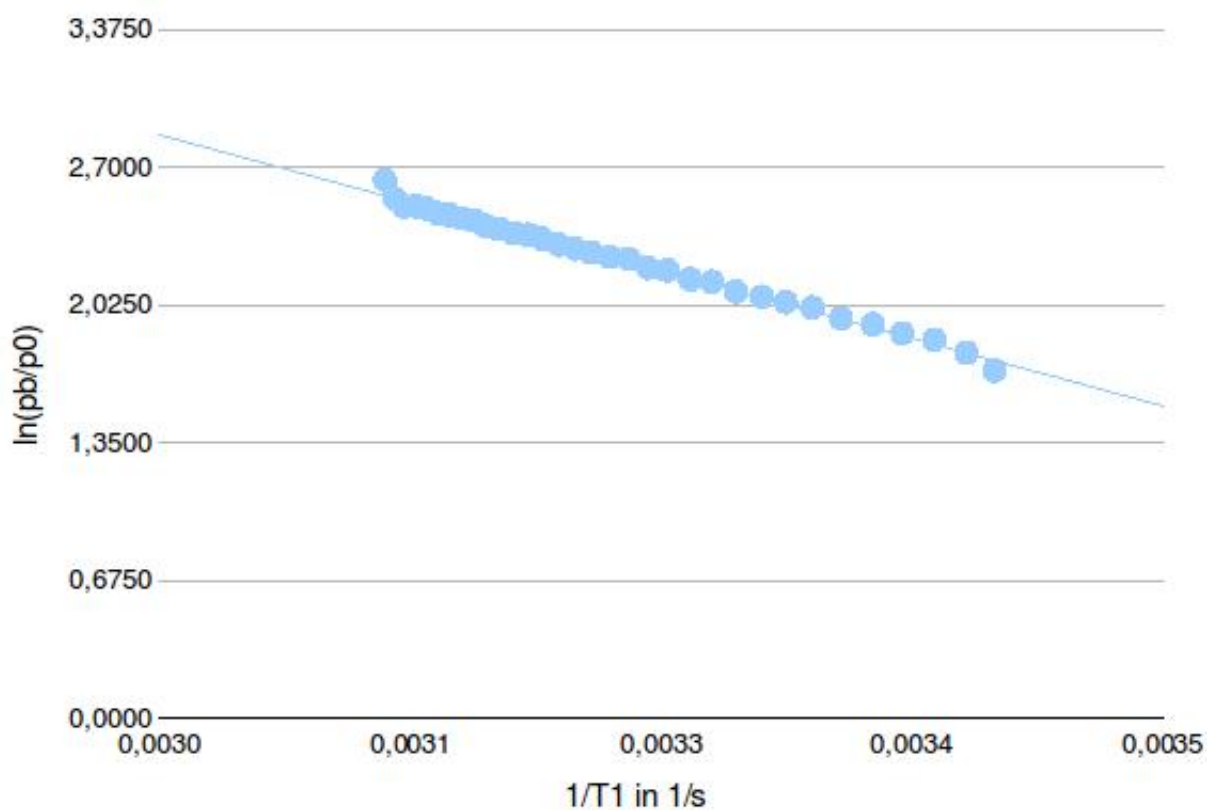
Für die Berechnung des Massendurchsatzes muss die Verdampfungswärme  $L$  bestimmt werden. Dazu wird aus den Wertepaaren  $(p,T)$  und einer linearen Ausgleichsrechnung durch die RGP()-Funktion von Microsoft Excel [2] oder der linearen Regression nach Kapitel 5 ergibt:

**Tabelle 6:** Aufgabenteil e: Massendurchsatz (Steigung)

	Wert	Abweichung
Steigung m	-2646,42	38,26
Achsenabschnitt n	10,80	0,12

$L = -m \cdot R$ , wobei  $m$  die Steigung der Geraden und  $R$  die allgemeine Gaskonstante ist. Das Minuszeichen rührt aus der negativen Steigung. Der Fehler der Verdampfungswärme ergibt sich nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung aus dem Fehler der Steigung der Funktion und dem Fehler der allgemeinen Gaskonstanten[4]. Nach Gleichung (15) ergibt sich somit:  $L = (22002,332 \pm 318,11) \frac{\text{Js}}{\text{molK}}$ .

Der Graph schaut wie folgt aus:



**Abbildung 4:** Graph zur Bestimmung der Verdampfungswärme  $L$

Der Massendurchsatz berechnet sich nach Gleichung (7) zu:

**Tabelle 7:** Aufgabenteil e: Bestimmung des Massendurchsatzes  $dm/dt$

Zeit $t$	$dQ_2/dt$	Gauß-Fehler	$dm/dt$ (mol/s)	Gauß-Fehler	$dm/dt$ (g/s)	Gauß-Fehler
420	-276,444	-entfällt-	-0,0126	0,00092	1,5190	0,11173
900	-247,079		0,0112	0,00092	1,3577	0,11130
1380	-217,714		0,0099	0,00092	1,1963	0,11091
1920	-158,984		0,0072	0,00091	0,8736	0,11028

Der Massendurchsatz hat nun die Einheit  $\frac{\text{mol}}{\text{s}}$ . Für die weiteren Berechnungen wurde diese nun noch in SI-Einheiten umgewandelt: Dafür wurde mit der molaren Masse  $M$  multipliziert. Diese ergibt sich durch Addition der molaren Massen der einzelnen Stoffe des Gases zu  $120,9 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ .

### 4.3 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung $N_{\text{mech}}$ / Aufg. f

$\rho$  lässt sich aus dem in der Versuchsanleitung[1, S. 7] angegebenen Wert  $\rho_0=5,514 \text{ g/l}$  ( $\text{Cl}_2\text{F}_2\text{C}$  - Dichlordifluormethan) und der idealen Gasgleichung berechnen:

$$pV = nRT \Leftrightarrow \frac{pV}{T} = nR$$

mit  $R = 8,3144621 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$ , sowie  $p_0 = 1 \text{ bar}$ ,  $\kappa = 1,14$  und  $T_0 = 0^\circ\text{C} = 273,15\text{K}$ .

Mit  $nR = \text{konstant}$ , also  $n_1R = n_2R$ , folgt:

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Mit  $\rho V = m \Leftrightarrow V = \frac{m}{\rho}$  folgt:

$$\frac{p_0 m}{\rho_0 T_0} = \frac{p_2 m}{T_2 \rho_2}$$

Somit folgt mit  $\rho_2 = \rho$  und  $p_2 = p_a$  schließlich:

$$\frac{p_0}{\rho_0 T_0} = \frac{p_a}{T_2 \rho} \Leftrightarrow \rho = \frac{\rho_0 T_0 p_a}{T_2 p_0} \quad (9)$$

Damit folgt aus Gleichung (8):

$$N_{\text{mech}} = \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_b \sqrt{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\frac{\rho_0 T_0 p_a}{T_2 p_0}} \frac{dm}{dt} \Leftrightarrow \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_b \sqrt{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{T_2 p_0}{\rho_0 T_0 p_a} \frac{dm}{dt}$$

Die mechanische Leistung des Kompressors und zugehöriger Fehler betragen somit:

**Tabelle 8:** Aufgabenteil f: Bestimmung des mechanischen Leistung

Zeit t	Dichte $\rho$ / g/m <sup>3</sup>	Leistung N / W
420	21,053	17,265
660	18,230	24,593
900	16,091	27,853
1380	14,496	25,706

**Tabelle 9:** Aufgabenteil f: Fehlerwerte

Fehler	Wert
Mittelwert	23,854
Standardabweichung	4,596
Ungenauigkeit	2,298

Schließlich wird – auch wenn nicht ausdrücklich in der Anleitung gefordert – der Wirkungsgrad berechnet. Dieser berechnet sich nach  $\frac{N_{\text{wirk,mittel}}}{N_{\text{kompressor,mittel}}} * 100$  zu 20,97%. Dieser niedrige Wert ist durch die in der Diskussion (Kap. 6) erwähnten Punkte zu erklären.

## 5 Fehlerrechnung

Der Mittelwert errechnet sich nach:

$$\overline{v_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (10)$$

Analog die Standardabweichung:

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (v_j - \overline{v_i})^2} \quad (11)$$

mit zufälligen Fehlern behafteten Werten  $v_j$  mit  $j = 1, \dots, N$

Ferner die Streuung der Mittelwerte oder Unsicherheit  $\sigma_i$  mit  $i = 1, \dots, N$ :

$$\sigma_i = \frac{s_i}{\sqrt{N}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (v_j - \bar{v}_i)^2}}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (v_j - \bar{v}_i)^2}{N(N-1)}} \quad (12)$$

Somit ergibt sich für den Gauß-Fehler:

## 5.1 Gauß-Fehler für eine fehlerbehaftete Größe

$$\Delta x_k = \frac{df}{dk} \cdot \sigma_k \quad (13)$$

f sei die fehlerbehaftete Funktion und k die fehlerbehaftete Größe.  $\sigma_k$  die Ungenauigkeit der fehlerbehafteten Größe.

Der relative Gauß-Fehler kann somit angegeben werden mithilfe von:

$$\Delta x_{k,rel} = 1 \pm \frac{\Delta x_k}{|x|} \cdot 100\% \quad (14)$$

## 5.2 Gauß-Fehler mehrere Unabhängige

Bei mehreren unabhängigen Größen ergibt sich der (absolute) Gauß-Fehler wie folgt:

$$\Delta x_i = \sqrt{\left(\frac{df}{dk_1} \cdot \sigma_{k_1}\right)^2 + \left(\frac{df}{dk_2} \cdot \sigma_{k_2}\right)^2 + \dots} \quad (15)$$

## 5.3 Lineare Regression

Die lineare Regression berechnet sich nach [3] zu:

$$\sigma^2 = \sum_{k=1}^N [y_k - (\bar{B}x_k + \bar{A})]^2 \quad (16)$$

, wobei  $\bar{B} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$  die Steigung der Geraden und  $\bar{A} = \bar{y} - \bar{B}\bar{x}$  den Schnittpunkt mit der Ordinate beschreibt. Bei einer linearen Funktion

$$y = mx + b \quad (17)$$

ist  $\bar{B} := m$  und  $\bar{A} := b$ .  $\sigma^2$  beschreibt somit die mittlere quadratische Abweichung der Messwerte von der Geradengleichung. Damit folgt der Fehler von  $m$  mit  $N := \text{Anzahl der Messwerte}$ :

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{N(\bar{y}^2 - \bar{x}^2)} \quad (18)$$

## 6 Diskussion

Bereits bei der Messung fiel auf, dass die Leistung des Kompressors durch Anstupsen des Gerätes abfiel. Außerdem wird angemerkt, dass die Isolierungen nicht den Wärmeaustausch mit der Umgebung vollständig verhindern. Ferner waren die Deckel der Apparatur nicht vollständig auf den Eimern und der Propeller des Rührmotors fiel bereits vor der Messung ab. Ebenso waren die Skalen auf den Manometern teilweise sehr grob gegliedert, sodass eine genaue Abmessung kaum möglich war. Das Netzteil für den Kompressor war außerdem nicht geeicht. Die Temperatur des kälteren Gefäßes steigt durch die geöffneten Eimer also, während die Temperatur des wärmeren Gefäßes sinkt. Es kommt somit zu Druckverlusten, bzw. -zunahmen, was Auswirkungen auf den Wert der Verdampfungswärme und schließlich den Massendurchsatz hat. Ebenso wird die Gütezahl und natürlich die berechnete mechanische Kompressorleistung beeinflusst.



## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Experiment V206 - Die Wärmepumpe*. 2014.
- [2] Microsoft Excel. *lineare Ausgleichsrechnung*. Aufruf vom 17.12.2014. URL: <http://office.microsoft.com/de-de/excel-help/rgp-HP005209155.aspx>.
- [3] Uni Magdeburg. *lineare Regression*. Aufruf vom 14.11.2014. URL: [http://www.uni-magdeburg.de/exph/mathe\\_gl/regression.pdf](http://www.uni-magdeburg.de/exph/mathe_gl/regression.pdf).
- [4] Wikipedia. *Allgemeine Gaskonstante*. Aufruf vom 29.12.2014. URL: <http://de.wikipedia.org/wiki/Gaskonstante>.