

# Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

## 1. Erklärung der Begriffe

Unter dem Begriff "Spannungsquelle" soll hier ein Gerät verstanden werden, das in der Lage ist, über einen endlichen Zeitraum hinweg eine konstante elektrische Leistung zu liefern. Als Beispiel für eine technische Realisierung seien hier das galvanische Element, der Dynamo und der LC-Generator genannt. Um das Verhalten einer Spannungsquelle innerhalb einer elektrischen Schaltung beschreiben zu können, muss man die beiden in der Überschrift genannten Parameter kennen.

Die Leerlaufspannung<sup>1</sup>  $U_0$  liegt genau dann an den Ausgangsklemmen einer Spannungsquelle an, wenn ihr kein Strom entnommen wird. Sobald über einen äußeren Lastwiderstand  $R_a$  ein endlicher Strom  $I$  fließt, sinkt die sogenannte "Klemmenspannung"  $U_K$  - das ist die Spannung, die man an den Ausgangsbuchsen der belasteten Spannungsquelle abgreifen kann - auf einen Wert unterhalb  $U_0$  ab. Diese Erscheinung kann man formal dadurch erklären, dass man der Spannungsquelle einen Innenwiderstand  $R_i$  zuordnet. Aus dem Zweiten Kirchhoffschen Gesetz (Maschenregel) in der Formulierung: "Die Summe der Leerlaufspannungen ist gleich der Summe aller Spannungsabfälle an den Widerständen  $R_m$  der Masche" also

$$\sum_n U_{0_n} = \sum_m R_m I_m \quad ,$$

folgt für das vorliegende Problem gemäß Abb.1 mit  $U_{0_n} = U_0$ ,  $I_m = I$  für  $m = 1, 2$ ,  $R_1 = R_i$  und  $R_2 = R_a$  die einfache Beziehung

$$U_0 = I R_i + I R_a \quad .$$

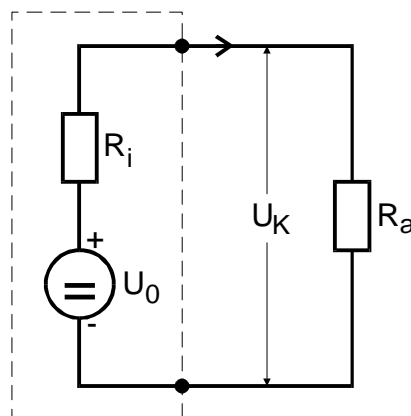


Abb.1: Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle mit Lastwiderstand  $R_a$

Damit ergibt sich für die Klemmenspannung  $U_K$  am Ausgang der Spannungsquelle

<sup>1</sup> Für  $U_0$  sind auch die Bezeichnungen Quell- oder Ursprungsspannung gebräuchlich. Der negative Wert von  $U_0$  trägt häufig die (missverständliche) Bezeichnung „Elektromotorische Kraft“, abgekürzt EMK.

$$(1) \quad U_k = I R_a = U_0 - I R_i .$$

Damit ist das Absinken der Klemmenspannung mit zunehmendem Strom erklärt. Jetzt ist auch ersichtlich, weshalb zur direkten Messung der Leerlaufspannung ein hochohmiges Voltmeter erforderlich ist; wegen des geringen Stromes kann in diesem Fall das Glied  $IR_i$  in Gleichung (1) vernachlässigt werden, sodass gilt  $U_k \approx U_0$ <sup>2</sup>. Den gestrichelt umrandeten Teil in Abb.1 bezeichnet man auch als das **Ersatzschaltbild** einer realen Spannungsquelle. Es dient dazu, das elektrische Verhalten eines realen Objekts durch idealisierte Bauteile, deren Wirkungsweise man genau kennt, zu beschreiben. Im Falle der realen Spannungsquelle benötigt man dazu einen ohmschen Widerstand  $R_i$  und dazu - in Reihe geschaltet - eine sogenannte **ideale Spannungsquelle**<sup>3</sup> (in Abb.1 durch das Kreissymbol gekennzeichnet). Letztere hat die Eigenschaft, eine von äußeren Einflüssen unabhängige Spannung  $U_0$  bei einem Innenwiderstand null zu liefern.

Die Existenz des Innenwiderstandes  $R_i$  bewirkt auch, dass man einer Spannungsquelle nicht eine beliebig hohe elektrische Leistung entnehmen kann. Man berechne hierzu die an  $R_a$  abgegebene Leistung  $N = I^2 R_a$  als Funktion von  $R_a$ . Es zeigt sich, dass  $N = N(R_a)$  ein Maximum durchläuft. Ist  $R_a$  so groß gewählt, dass  $N$  maximal wird, dann spricht man von **Leistungsanpassung**. Hiervon wird in der Nachrichtentechnik und in der Messtechnik viel Gebrauch gemacht. In der Starkstromtechnik findet sie jedoch keine Anwendung, da sie hier verschiedene Nachteile besitzt. Worin bestehen diese?

Auch elektrischen Generatoren (wie z.B. RC-Generatoren, elektronisch geregelten Spannungskonstanthaltern, Dynamos usw.) kann man einen Innenwiderstand zuordnen. Der Innenwiderstand solcher Quellen ist nicht unbedingt durch den Gleichstromwiderstand, der eventuell parallel zu den Ausgangsbuchsen liegt, gegeben, sondern er ist beispielsweise durch einen Rückkopplungsmechanismus festgelegt: Die Änderungen des Belastungsstroms steuern das elektrische Verhalten der Quelle. Es ist notwendig, hier den Innenwiderstand als differentielle Größe einzuführen:

$$R_i = \frac{dU_k}{dI} .$$

## 2. Aufgabe

Man bestimme die Leerlaufspannung und der Innenwiderstand verschiedener Spannungsquellen.

## 3. Messprogramm:

- a) Man messe die Leerlaufspannung einer Monozelle unmittelbar mit einem geeigneten Spannungsmesser. Man notiere seinen Eingangswiderstand  $R_V$ .

<sup>2</sup> Ein besseres Messverfahren arbeitet nach der **Nullmethode** (siehe „Arbeitsmethoden in der Exp. Physik“, Kap.b): Man schließt eine zweite variable Referenzspannung an die Ausgangsklemmen der zu untersuchenden Quelle an und variiert die Referenz solange, bis ein als Nulldetektor geschaltetes (ungeeichtes) Amperemeter keinen Strom mehr anzeigt. In diesem Falle ist die an der Referenzquelle eingestellte Spannung gleich der gesuchten Leerlaufspannung.

<sup>3</sup> Der Vollständigkeit halber sei an dieser Stelle auch noch die ideale Stromquelle erwähnt, die gelegentlich in Ersatzschaltbildern zu finden ist. Sie liefert einen von äußeren Einflüssen unabhängigen Strom  $I_0$  bei einem Innenwiderstand unendlich. Ihr Schaltsymbol besteht aus ineinander verschachtelten Kreisen.

- b) Mit der Schaltung in Abb.2 nehme man die Klemmenspannung  $U_k$  in Abhängigkeit vom Belastungsstrom  $I$  auf. Variationsbereich des Belastungswiderstandes: 0-50  $\Omega$ .
- c) Man lege eine Gegenspannung an die Monozelle (siehe Abb.3), die ca. 2 V größer ist als  $U_0$ . Es wird dann ein Strom in umgekehrter Richtung durch die Schaltung fließen. Die Klemmenspannung beträgt jetzt

$$U_k = U_0 + IR_i \quad .$$

Auch hier messe man  $U_k$  in Abhängigkeit von  $I$ .

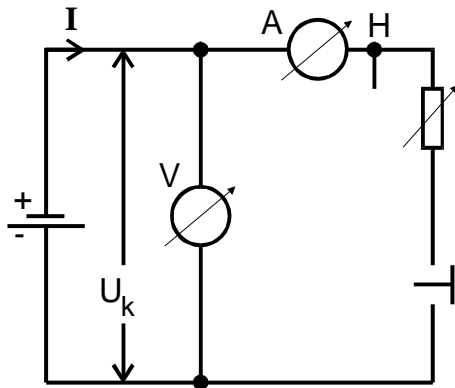


Abb.2: Messschaltung zur Bestimmung von  $U_0$  u.  $R_i$

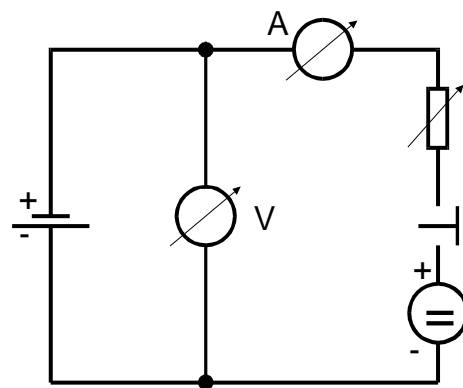


Abb.3: wie Abb.2 jedoch mit Verwendung einer Gegenspannung

- d) Man wiederhole Punkt b), benutze jedoch als Messobjekt den Sinus- und Rechteckausgang eines RC-Generators.
- 1 V-Rechteckausgang: Variationsbereich von  $R_a$ : 20 - 250  $\Omega$
- 1 V-Sinusaussgang : Variationsbereich von  $R_a$ : 0,1 - 5 k $\Omega$
- Man beachte, dass die Eichung der Messinstrumente nur für einen engen Frequenzbereich gültig ist.

#### 4. Auswertung:

- a) Man zeichne die Kurven  $U_k = f(I)$  für die 3 Spannungsquellen.
- b) Man berechne den Innenwiderstand und die Leerlaufspannung der 3 Spannungsquellen mittels einer linearen Ausgleichsrechnung.
- c) Man berechne den systematischen Fehler der unmittelbaren  $U_0$ -Messung 3a, welcher durch den endlichen Eingangswiderstand  $R_V$  des Voltmeters entsteht, aus den Werten für  $R_i$  und  $R_V$ .
- d) Welche systematischen Fehler macht man, wenn man in der Schaltung nach Abb.2 das Voltmeter hinter das reale Amperemeter legt (Punkt: H)?
- e) Man berechne nur für die Monozelle die im Belastungswiderstand umgesetzte Leistung aus den Messdaten  $U_k$  und  $I$  und trage sie in einem Diagramm gegen den Belastungswiderstand  $R_a = U_k/I$  auf. Zusätzlich trage man in dieses Diagramm die aus  $R_i$  und  $U_0$  gerechnete Kurve  $N = f(R_a)$  ein. Liegt die Abweichung zwischen den Messpunkten und der Kurve im Rahmen der Messgenauigkeit, oder sind eventuell systematische Abweichungen zu sehen?