V103 Biegung elastischer Stäbe

Katharina Brägelmann Tobias Janßen
katharina.braegelmann@tu-dortmund.de
tobias2.janssen@tu-dortmund.de

Durchführung: 10. November 2017, Abgabe: 17. November 2017

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung **3**

2 Theorie **3**
2.1 Einseitige Einspannung 3
2.2 Zweiseitige Auflage 4

3 Aufbau und Durchführung **7**
3.1 Einseitige Einspannung 7
3.2 Zweiseitige Einspannung 7

4 Auswertung **7**
4.1 Bestimmung der Dichten der Stäbe 7
4.1.1 Eckiger Stab 7
4.1.2 Runder Stab 8
4.2 Bestimmung der Durchbiegung D(x) 9
4.3 Bestimmung des Elastizitätmoduls E bei einseitiger Einspannung 16
4.3.1 Eckiger Stab 16
4.3.2 Runder Stab 17
4.4 Bestimmung des Elastizitätmoduls E bei beidseitiger Einspannung 17

5 Diskussion **19**

Literatur **20**

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es das Elastizitätsmodul eines zuvor verifizierten Metalles zu bestimmen und mit den Literaturdaten zu vergleichen.

2 Theorie

Gestalts- und Volumen- veränderungen können durch das wirken äußerer Kräfte auf einen Körper herbei geführt werden. Die senkrecht zur Oberfläche wirkende Kraft wird als Normalspannung σ bezeichnet und steht in linearem Zusammenhang zu der Deformation $\frac{\Delta L}{L}$.

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta L}{L}. \tag{1}$$

Das Hooksche Gesetz (1) beinhaltet zusätzlich noch den Proportionalitätsfaktor E (Elastizitätsmodul).

2.1 Einseitige Einspannung

Durch das wirken einer Kraft F auf einen einseitig eingespannten stabförmigen Probekörper entsteht eine Durchbiegung D(x).

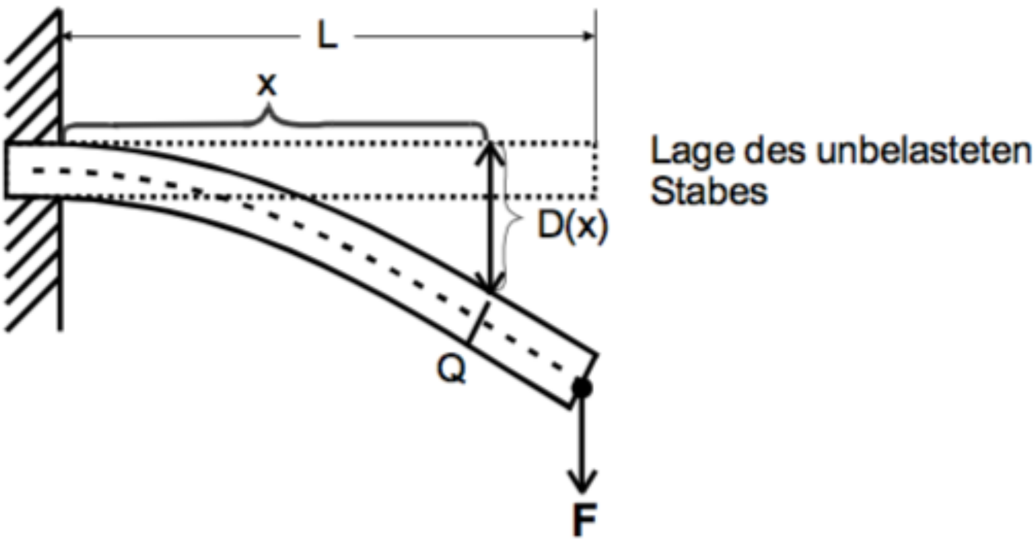


Abbildung 1: Durchbiegung eines einseitig eingespannten Stabs [1]

Im Körper wirken Zug- und Druckspannung entgegen der Kraft F sodass ein Gleichgewicht eintsteht.

$$M_F = M_\sigma. \tag{2}$$

Das Drehmoment M_σ der Spannungen lässt sich über die Integration über den Querschnitt Q bestimmen.

$$M_\sigma = \int_Q y\sigma(y)dq. \tag{3}$$

y ist der Abstand des Flächenelements dq, auf welche die Spannung wirkt, zur neutralen nicht gedehnten Faser. Das Drehmoment M_F der Kraft F auf das Flächenelement Q läst sich mit

$$M_F = F(L - x). \tag{4}$$

berechnen. L ist dabei die Länge des Stabes und x der Abstand des Messpunktes zum Anfang des Stabes. Durch einsätzen in (3) ergiebt sich nun

$$\int_Q y\sigma(y)dq = F(L - x). \tag{5}$$

Für $\sigma(y)$ wird das Hooksche Gesetz(1) verwendet. Durch einiger Überlegungen ergiebt sich für $\sigma(y)$ so die Formel

$$\sigma(y) = Ey\frac{d^2D}{dx^2}. \tag{6}$$

Durch einsetzen in (5) ergiebt sich

$$E\frac{d^2D}{dx^2}\int_Q y^2dq = F(L - x). \tag{7}$$

Wobei I mit

$$I = \int_Q y^2dq. \tag{8}$$

als Flächenträgheitsmoment bereichnet werden kann. Durch die Integration von (7) ergiebt sich

$$D(x) = \frac{F}{2EI}(Lx^2 - \frac{x^3}{3}). \tag{9}$$

2.2 Zweiseitige Auflage

Der Stab wird nun auf beiden Seiten aufgelegt.
Die Kraft F wirkt daher auf die Mitte das Stabes. Dadurch läst sich der Stab in zwei Bereiche unterteilen.
1. Der erste Bereich für $0 \leq x \leq L/2$
2. Der zweite Bereich für $L/2 \leq x \leq L$

Das Dremoment für den ersten Bereich ist

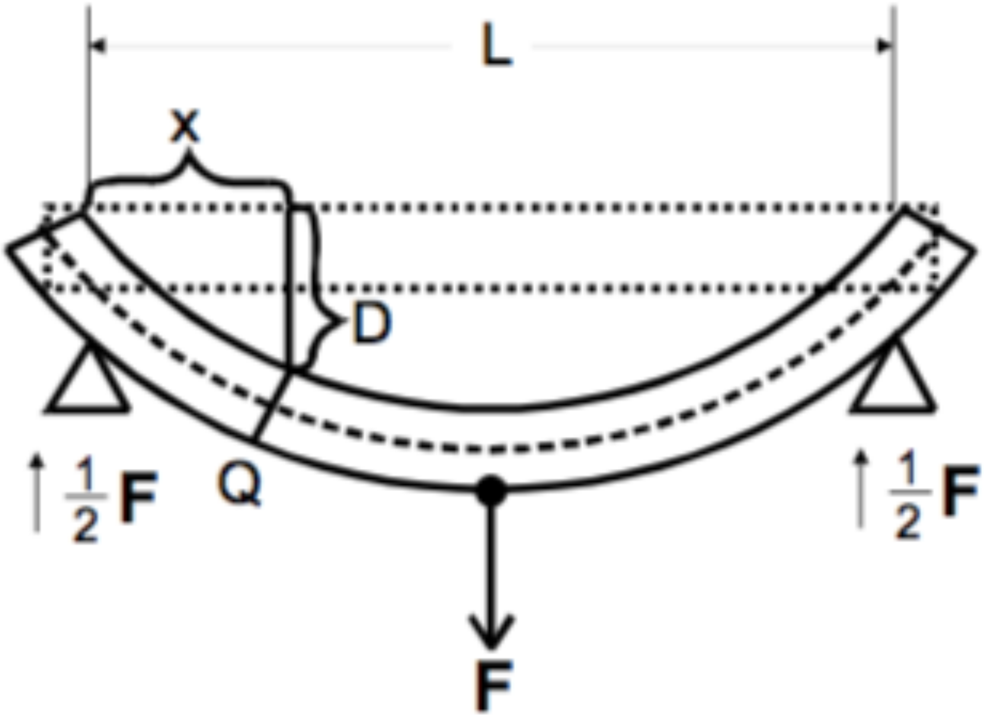


Abbildung 2: Durchbiegung eines beidseitig eingespannten Stabs [1]

$$M_{F1} = -\frac{f}{2}x. \tag{10}$$

Für M_{F2} dementsprächend

$$M_{F2} = -\frac{F}{2}(L - x). \tag{11}$$

Durch einsetzten in (7) ergiebt sich
1.

$$\frac{d^2D}{dx^2} = -\frac{F}{EI}\frac{x}{2}. \tag{12}$$

2.

$$\frac{d^2D}{dx^2} = -\frac{1}{2}\frac{F}{EI}(L - x). \tag{13}$$

Nach der Integration haben die Gleichungen die Gestalt
1.

$$\frac{dD}{dx} = -\frac{F}{EI}\frac{x^2}{4} + C. \tag{14}$$

2.

$$\frac{D(x)}{dx} = -\frac{1}{2}\frac{F}{EI}(Lx - \frac{x^2}{2}) + C\acute{}. \tag{15}$$

Die Integrationskonstante für C´ hat die Form

$$C\acute{} = -\frac{3}{16}\frac{F}{EI}L^2. \tag{16}$$

Für M_{F1} ergiebt sich durch eine weitere Integration die Formel

$$D(x) = \frac{F}{48EI}(3L^2x - 4x^3). \tag{17}$$

M_{F2} hat mit C´ dann die Form

$$D(x) = \frac{F}{48EI}(4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3). \tag{18}$$

3 Aufbau und Durchführung

Als Erstes werden die versuchsabhängigen Konstanten gemessen. Darzu zählen die Breite und die Höhe des eckigen Stabes sowie der Durchmesser des runden. Zusätzlich das Gewicht des Stabes und das Gewicht der zu verwendenen Masse. Desweiteren wird die Länge der Stäbe und der Abstand zwischen Gewicht und Auflagepunkt benötigt.

3.1 Einseitige Einspannung

Der eckige Stab wird auf einer Seite der Apparatur eingespannt. Mit Hilfe von Messuhren wird zunächst an 10 Stellen eine Nullmessung durchgeführt. Anschließend wird ein Gewicht angehangen und die Messung zur bestimmung der Durchbiegung wiederholt. Die selbe Messung wird nun für einen runden Stab durchgeführt.

3.2 Zweiseitige Einspannung

Der eckige Stab wird auf beiden Seiten aufgelegt. Nach der Nullmessung wird wieder ein Gewicht angehangen, diesmal in die Mitte der Länge des Stabes.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Dichten der Stäbe

4.1.1 Eckiger Stab

Der Mittelwert der zehn gemessenen Breiten d_e (Tab. 2) des eckigen Stabs errechnete sich durch:

$$\mu_e = \frac{1}{10}\sum_{n=1}^{10} d_{e,n} \tag{19}$$

und wurde als

$$\mu_e = 0.01012\text{m}$$

errechnet.
Die zugehörige Standardabweichung wurde mithilfe der folgenden Formel ermittelt:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{10}\sum_{n=1}^{10}(d_{e,n} - \mu_e)^2} \tag{20}$$

und ergab sich als

$$\sigma_e = 1.32665 \cdot 10^{-4}\text{m}.$$

Die Varianz wurde folgendermaßen ermittelt:

$$V_e = \frac{\sigma_e}{\sqrt{10}}. \tag{21}$$

Die Varianz ist

$$V_e = 1.32665\sqrt{10} \cdot 10^{-5}\text{m}.$$
Somit ergibt sich als verwendete Breite des eckigen Stabes
$$a = (1.012 \pm 1.3267\sqrt{10} \cdot 10^{-3}) \cdot 10^{-2}\text{m}.$$
Das Volumen des eckigen Stabs wurde daraufhin mit

$$Vol_e = a^2 \cdot l_e \tag{22}$$

errechnet und ergab mit $l_e = 0.6$m:
$$Vol_e = (6.14486 \pm 1.056 \cdot 10^{-4}) \cdot 10^{-5}\text{m}^3.$$
Die Dichte des eckigen Stabs wurde dann mit $m_e = 0.5024$kg mit folgender Formel ermittelt:

$$\rho_e = \frac{m_e}{Vol_e}. \tag{23}$$

Die Dichte wurde als
$$\rho_e = (8175.93359 \pm 0.14050)\tfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$
bestimmt.

4.1.2 Runder Stab

Der Mittelwert der zehn gemessenen Radien d_r (Tabelle 2) des runden Stabs wurde durch folgende Gleichung ermittelt:

$$\mu_r = \frac{1}{10}\sum_{n=1}^{10} d_r \tag{24}$$

und ergab sich zu
$$\mu_r = 0.0049975\text{m}.$$
Die entsprechende Standardabweichung wurde folgendermaßen errechnet:

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1}{10}\sum_{n=1}^{10}(d_{r,n} - \mu_r)^2}. \tag{25}$$

Die Standardabweichung wurde als
$$\sigma_r = 7.50000 \cdot 10^{-6}\text{m errechnet.}$$
Die Varianz wurde folgendermaßen ermittelt:

$$V_r = \frac{\sigma_r}{\sqrt{10}}. \tag{26}$$

Die Varianz für den runden Stab ist
$$V_r = 7.50000\sqrt{10} \cdot 10^{-7}\text{m}.$$
Der verwendete Radius des runden Stabs beläuft sich entsprechend auf
$$r = (4.9975 \pm 7.5\sqrt{10} \cdot 10^{-4}) \cdot 10^{-3}\text{m}.$$
Der runde Stab hat ein Volumen, das über folgende Formel berechnet wurde

$$Vol_r = \pi r^2 \cdot l_r \tag{27}$$

und sich mit $l_r = 0.55\text{m}$ als
$$Vol_r = (4.31537 \pm 9.71930 \cdot 10^{-8}) \cdot 10^{-5}\text{m}^3$$
ergab.
Die Dichte des runden Stabs wurde unter Nutzung von $m_r = 0.3605\text{kg}$ mit dieser Formel errechnet:
$$\rho_r = \frac{m_r}{Vol_r} \tag{28}$$

Die Dichte
$$\rho_r = (8353.8582 \pm 0.0019)\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$
wurde ermittelt.

Tabelle 1: Messdaten: Abmessungen der Stäbe

d_e m	d_r m
0.005	0.01010
0.004975	0.01005
0.005	0.01000
0.005	0.01005
0.005	0.01035
0.005	0.01030
0.005	0.01030
0.005	0.01000
0.005	0.01000
0.005	0.01005

4.2 Bestimmung der Durchbiegung D(x)

Zunächst wurden die y-Werte der Messreihen von den jeweiligen Nullmessungen abgezogen um die entsprechenden Werte D(x) zu erhalten.

$$D(x) = y_{Nullmessung} - y_{Messreihe} \tag{29}$$

Die Funktionen für die jeweiligen Elastizitätsmodule wurden in Hilfsfunktionen zerlegt. Für das Elastizitätmodul des eckigen Stabs bei der einseitigen Einspannung wurde die Hilfsfunktion
$$g_e(x) = l_e \cdot x^2 - \frac{x^3}{3} \tag{30}$$

definiert.

Die Hilfsfunktion des Elastizitätsmoduls des runden Stabs bei der einseitigen Einspannung lautet:

$$g_r(x) = l_r \cdot x^2 - \frac{x^3}{3} \tag{31}$$

Für die beidseitige Einspannung sind zwei verschiedene Hilfsfunktionen erforderlich.

$$g_{br}(x) = 3l_e \cdot x^2 - 4x^3 \tag{32}$$

gilt für den Bereich $\frac{l_e}{2} \geq x \geq 0$, während

$$g_{bl}(x) = 4x^3 - 12l_e \cdot x^2 + 9l_e^2 \cdot x - l_e^3 \tag{33}$$

für den Bereich $l_e \geq x \geq \frac{l_e}{2}$ gilt.
Nun wurden die Werte von D(x) gegen die Werte von g(x) für den einseitig eingespannten eckigen Stab, für den einseitig eingespannten runden Stab, für die rechte Seite ($\frac{l_e}{2} \geq x \geq 0$) des beidseitig eingespannten eckigen Stab und für die linke Seite ($l_e \geq x \geq \frac{l_e}{2}$) des beidseitig eingespannten eckigen Stab aufgetragen.
Die verwendete Formel für die lineare Regression lautet

$$y = n \cdot x + b. \tag{34}$$

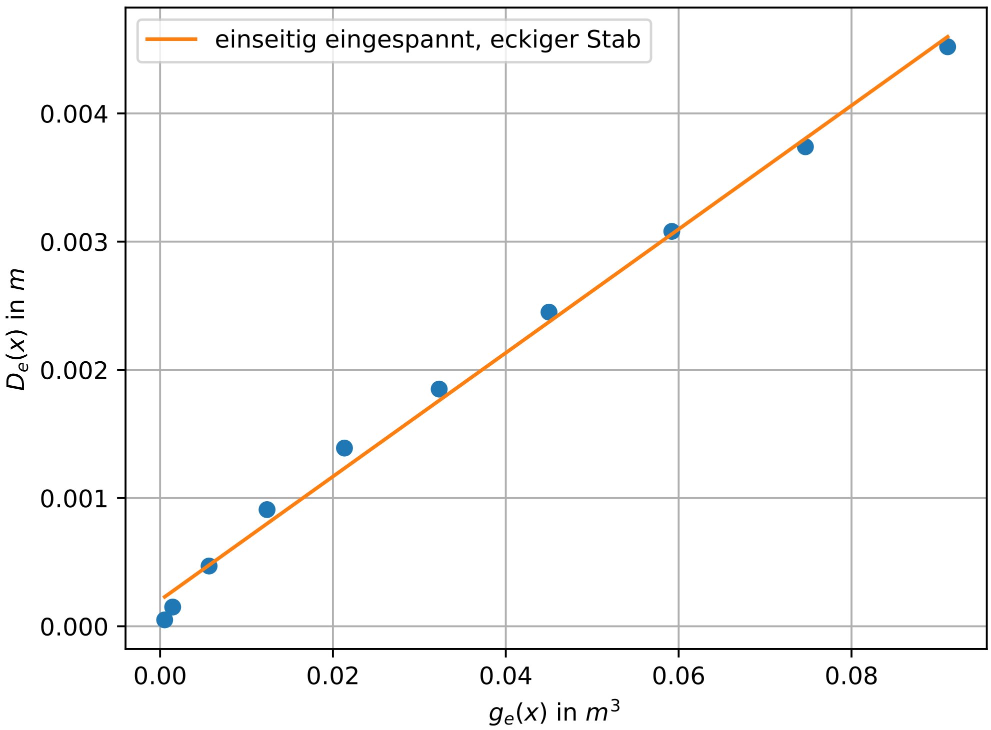


Abbildung 3: $g_e(x)$ gegen $D_e(x)$

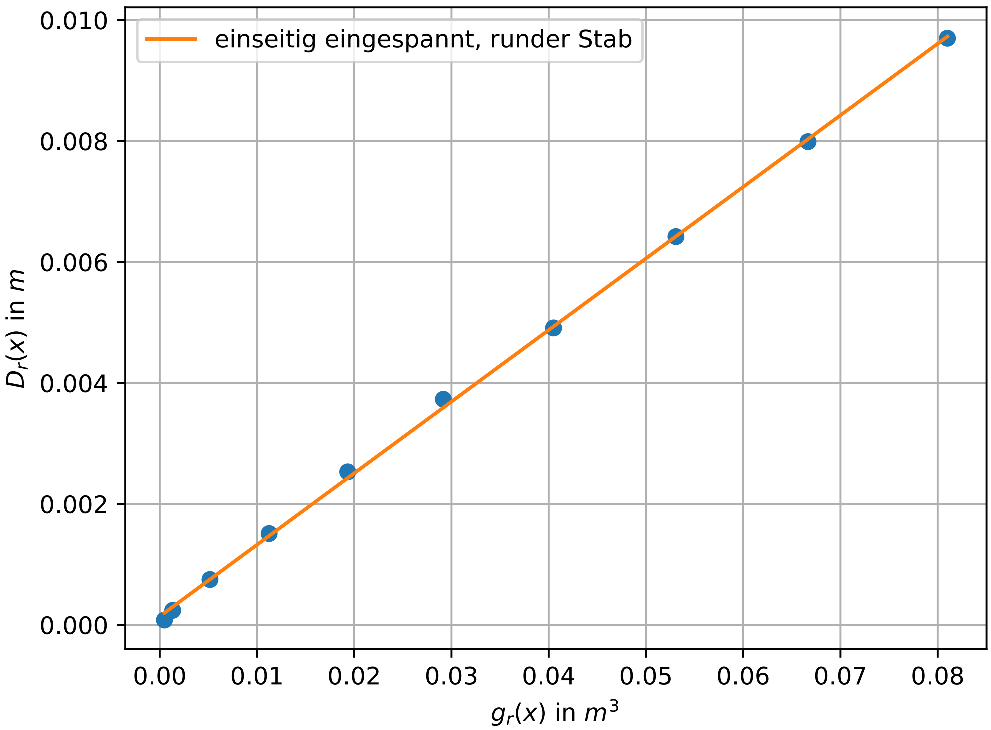


Abbildung 4: $g_r(x)$ gegen $D_r(x)$

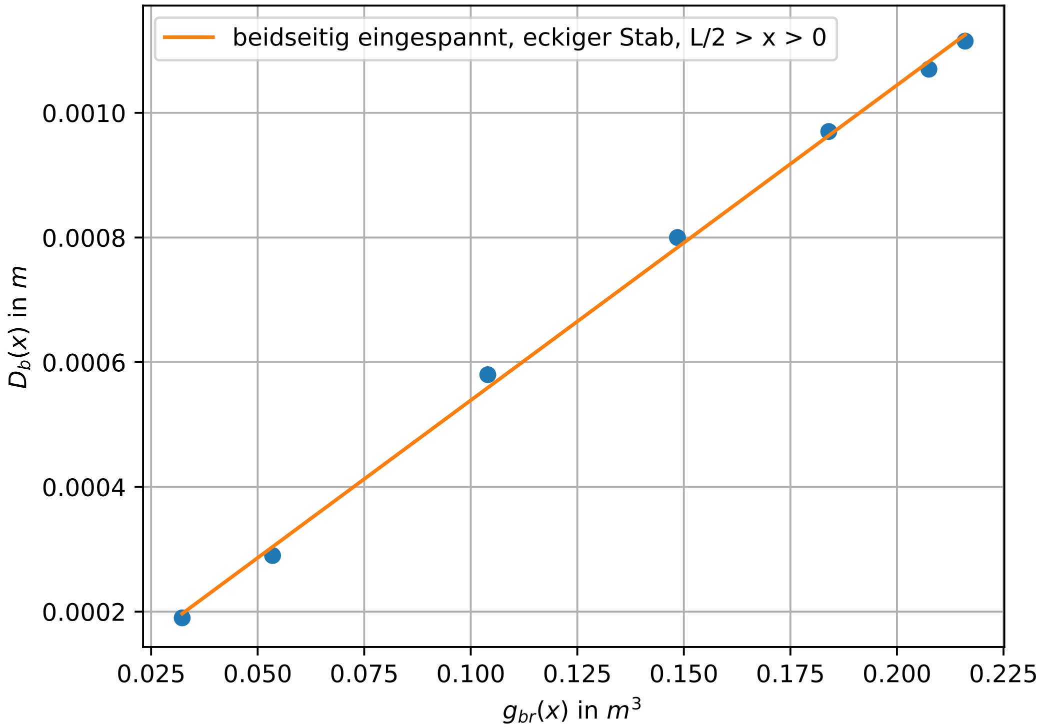


Abbildung 5: $g_{br}(x)$ gegen $D_{br}(x)$

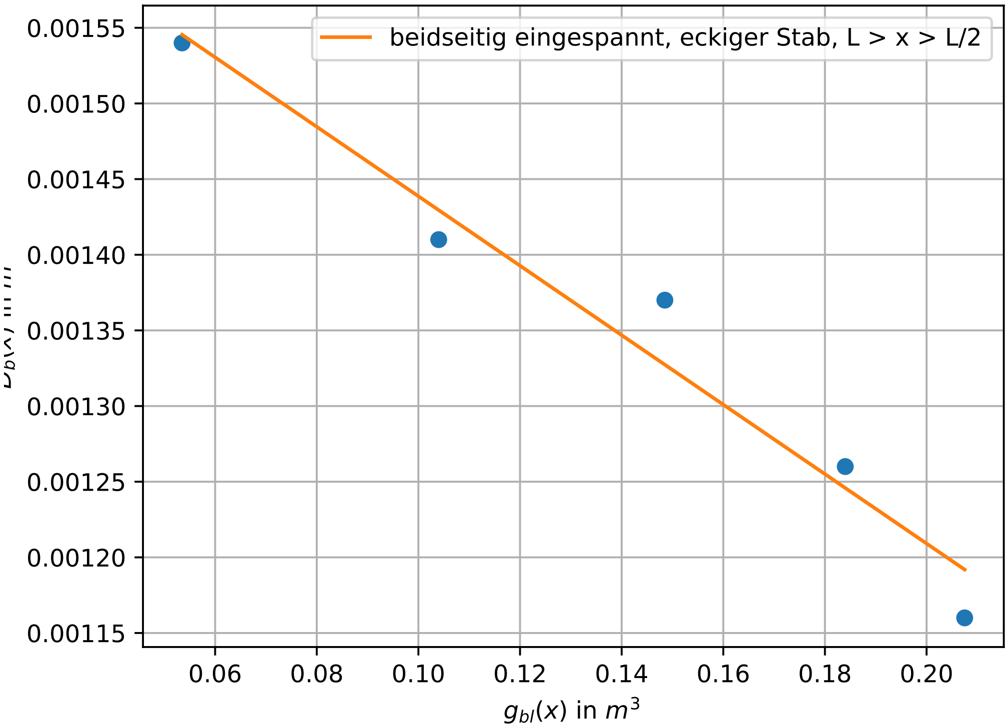


Abbildung 6: $g_{bl}(x)$ gegen $D_{bl}(x)$

Tabelle 2: Messdaten: Breiten der Stäbe

x m	$D_e(x)$ mm	$g_e(x)$ m^3	$D_r(x)$ mm	$g_r(x)$ m^3	$D_b(x)$ mm	$g_{br}(x)$ m^3	$g_{bl}(x)$ m^3
0.03	0.05	0.000531	0.08	0.000486	0.19	0.032292	-
0.05	0.15	0.0014583	0.24	0.0013333	0.29	0.0535000	-
0.010	0.47	0.0056667	0.75	0.0051667	0.58	0.1040000	-
0.015	0.91	0.012375	1.51	0.0112500	0.8	0.1485000	-
0.020	1.39	0.0213333	2.53	0.0193333	0.97	0.1840000	-
0.025	1.85	0.0322917	3.73	0.0291667	1.07	0.2075000	-
0.030	2.45	0.045	4.91	0.0405	1.115	0.2160000	-
0.035	3.08	0.0592083	6.42	0.0530833	1.16	-	0.2075000
0.040	3.74	0.0746667	7.99	0.0666667	1.26	-	0.184
0.045	4.52	0.091125	9.7	0.0810000	1.37	-	0.1485000
0.050	-	-	-	-	1.41	-	0.1040000
0.055	-	-	-	-	1.54	-	0.0535000

Die Parameter der einzelnen linearen Regressionen wurden mittels Python bestimmt und lauten:

$$n_e = (0{,}048\,23 \pm 1{,}465\,100\,33 \cdot 10^{-6})\mathrm{m}^{-2}$$
$$b_e = (0{,}000\,20 \pm 3{,}090\,633\,35 \cdot 10^{-9})\mathrm{m}$$
(Abb. 3)

$$n_r = (0{,}118\,37 \pm 8{,}652\,087\,68 \cdot 10^{-7})\mathrm{m}^{-2}$$
$$b_r = (0{,}000\,14 \pm 1{,}457\,295\,15 \cdot 10^{-9})\mathrm{m}$$
(Abb. 4)

$$n_{br} = (0{,}005\,05 \pm 7{,}524\,451\,83 \cdot 10^{-9})\mathrm{m}^{-2}$$
$$b_{br} = (0{,}000\,03 \pm 1{,}723\,545\,98 \cdot 10^{-10})\mathrm{m}$$
(Abb. 5)

$$n_{bl} = (-0{,}002\,30 \pm 7{,}489\,948\,52 \cdot 10^{-8})\mathrm{m}^{-2}$$
$$b_{bl} = (0{,}001\,67 \pm 1{,}687\,376\,78 \cdot 10^{-9})\mathrm{m}$$
(Abb. 6)

4.3 Bestimmung des Elastizitätmoduls E bei einseitiger Einspannung

Die Flächenträgheitsmomente berechneten sich aus

$$I_e = \frac{a^4}{12} \tag{35}$$

und

$$I_r = \frac{\pi \cdot r^4}{4}. \tag{36}$$

Die Fehler errechnen sich über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta I_e = \sqrt{(\tfrac{dI_e}{da})^2 \cdot (\Delta a)^2}$$
$$\Delta I_r = \sqrt{(\tfrac{dI_r}{dr})^2 \cdot (\Delta r)^2}$$

Für den eckigen Stab ergab sich

$$I_e = (8{,}744\,05 \pm 0{,}144\,984\,558\,028\,736\,57)10^{-10}\mathrm{m}^4.$$

Das Flächenträgheitsmoment des runden Stabs belief sich auf

$$I_r = (4{,}898\,93 \pm 0{,}009\,299\,712\,968\,528\,236)10^{-10}\mathrm{m}^4.$$

4.3.1 Eckiger Stab

Das Elastizitätsmodul des eckigen Stabs berechnete sich aus:

$$E_e = \frac{m_g \cdot g}{2 \cdot I_e} \cdot \frac{g_e(x)}{D_e(x)} = \frac{m_g \cdot g}{2 \cdot I_e} \cdot \frac{1}{n_e}. \tag{37}$$

Der Fehler für E_e wurde durch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$\Delta E_e = \sqrt{(\frac{dE_e}{dI_e})^2 \cdot (\Delta I_e)^2 + (\frac{dE_e}{dn_e})^2 \cdot (\Delta n_e)^2} \tag{38}$$

Mit $m_g = 1.1994$ kg und $g = 9.81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ ergab sich

$$E_e = (139.51543 \pm 2.3133006815566998) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

4.3.2 Runder Stab

Das Elastizitätsmodul des runden Stabs wurde durch

$$E_r = \frac{m_g \cdot g}{2 \cdot I_r} \cdot \frac{g_r(x)}{D_r(x)} = \frac{m_g \cdot g}{2 \cdot I_r} \cdot \frac{1}{n_r} \tag{39}$$

bestimmt. Der Fehler für E_r berechnete sich durch

$$\Delta E_r = \sqrt{(\frac{dE_r}{dI_r})^2 \cdot (\Delta I_r)^2 + (\frac{dE_r}{dn_r})^2 \cdot (\Delta n_r)^2}. \tag{40}$$

Das Elastizitätsmodul belief sich mit $m_g = 1.1994$ kg und $g = 9.81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ auf

$$E_r = (101.45513 \pm 0.19259523452377298) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

4.4 Bestimmung des Elastizitätmoduls E bei beidseitiger Einspannung

Für $\frac{l_e}{2} \geq x \geq 0$ gilt

$$E_{br} = \frac{m_G \cdot g}{48 \cdot I_e} \cdot \frac{g_{br}(x)}{D_{br}(x)} = \frac{m_G \cdot g}{48 \cdot I_e} \cdot \frac{1}{n_{br}}. \tag{41}$$

Der Fehler für E_{br} wurde mittels

$$\Delta E_{br} = \sqrt{(\frac{dE_{br}}{dI_e})^2 \cdot (\Delta I_e)^2 + (\frac{dE_{br}}{dn_{br}})^2 \cdot (\Delta n_{br})^2}. \tag{42}$$

E_{br} wurde mit $m_g = 2.370$ kg als

$$E_{br} = (109.60296 \pm 1.8173199640937347) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

errechnet.
Die Formel

$$E_{bl} = \frac{m_G \cdot g}{48 \cdot I_e} \cdot \frac{g_{bl}(x)}{D_{bl}(x)} = \frac{m_G \cdot g}{48 \cdot I_e} \cdot \frac{1}{n_{bl}} \tag{43}$$

beschreibt das Elastizitätmodul für $l_e \geq x \geq \frac{l_e}{2}$ und hat den Wert

$$E_{bl} = (241.32550 \pm 4.001411094967138) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

Dabei war das negative Vorzeichen der Steigung n_{bl} vernachlässigbar.
Der Fehler wurde mithilfe folgender Formel errechnet:

$$\Delta E_{bl} = \sqrt{(\frac{dE_{bl}}{dI_e})^2 \cdot (\Delta I_e)^2 + (\frac{dE_{bl}}{dn_{bl}})^2 \cdot (\Delta n_{bl})^2}. \tag{44}$$

5 Diskussion

Der eckige Stab und der runde Stab können beide als Messinglegierung bestimmt werden. Der Literaturwert für Messing [2] wird als 8100 bis 8700 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ angegeben. Beide Dichten der Stäbe liegen mit

$$\rho_e = (8175.93359 \pm 0.14050)\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

und

$$\rho_r = (8353.8582 \pm 0.0019)\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

innerhalb dieses Bereiches.

Der verwendete Literaturwert [3] für das Elastizitätsmodul von Messing ist 78 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{mm}^2}$ bis 123 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{mm}^2}$. Das entspricht $78 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$ bis $123 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$.
Das errechnete Elastizitätsmodul über die einseitige Einspannung für den eckigen Stab ist nicht in dem Bereich des Literaturwertes.

$$E_e = (139.51543 \pm 81.14634) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

ist 13,43% größer als die obere Grenze des Literaturwerts.
Das errechnete Elastizitätsmodul für den runden Stab mit der Methode der einseitigen Einspannung liegt mit

$$E_r = (101.45513 \pm 1.30440) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

innerhalb der Grenzen des Literaturwerts und nur knapp neben der Mitte der Grenzen.
Für den eckigen Stab wurde bei der Methode mit der beidseitigen Einspannung das Elastizitätsmodul

$$E_{br} = (109.60296 \pm 63.71674) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

ermittelt, das innerhalb der Grenzen des Literaturwert und ist 12,2% kleiner als der oberste Literaturwert.
Das Elastizitätsmodul für die linke Seite ist mit

$$E_{bl} = (241.32550 \pm 143.15275) \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

etwa 196 mal größer als die obere Grenze des Literaturwerts und damit außerhalb der Grenzen des Literaturwerts.

Unter den Messungen der einseitig eingespannten Stäbe liefert der runde Stab das bessere Ergebnis. Im Gegensatz zum eckigen Stab ist das Elastizitätsmodul des runden Stabs in den Grenzen des Literaturwerts. Das Elastizitätsmodul des eckigen Stabs ist 37,51% größer als das des runden Stabs. Desweiteren ist der Fehler des Elastizitätsmoduls des eckigen Stabs 62.21 mal größer als der Fehler des Elastizitätsmoduls des runden Stabs.
Die Elastizitätsmodule des beidseitig eingespannten Stabs sind sehr unterschiedlich. Der Wert für die rechte Seite($l_e \geq x \geq \frac{l_e}{2}$) ist 45,4% kleiner als der für die linke Seite ($\frac{l_e}{2} \geq x \geq 0$). Der Fehler für die rechte Seite ist 44.5 % kleiner als der Fehler für die linke Seite.

Die Gründe für diese Abweichungen können vielfältig sein. Zunächst ist die Messunsicherheit einer Schieblehre recht groß, im Verhältnis zu anderen Messmethoden. Mit der

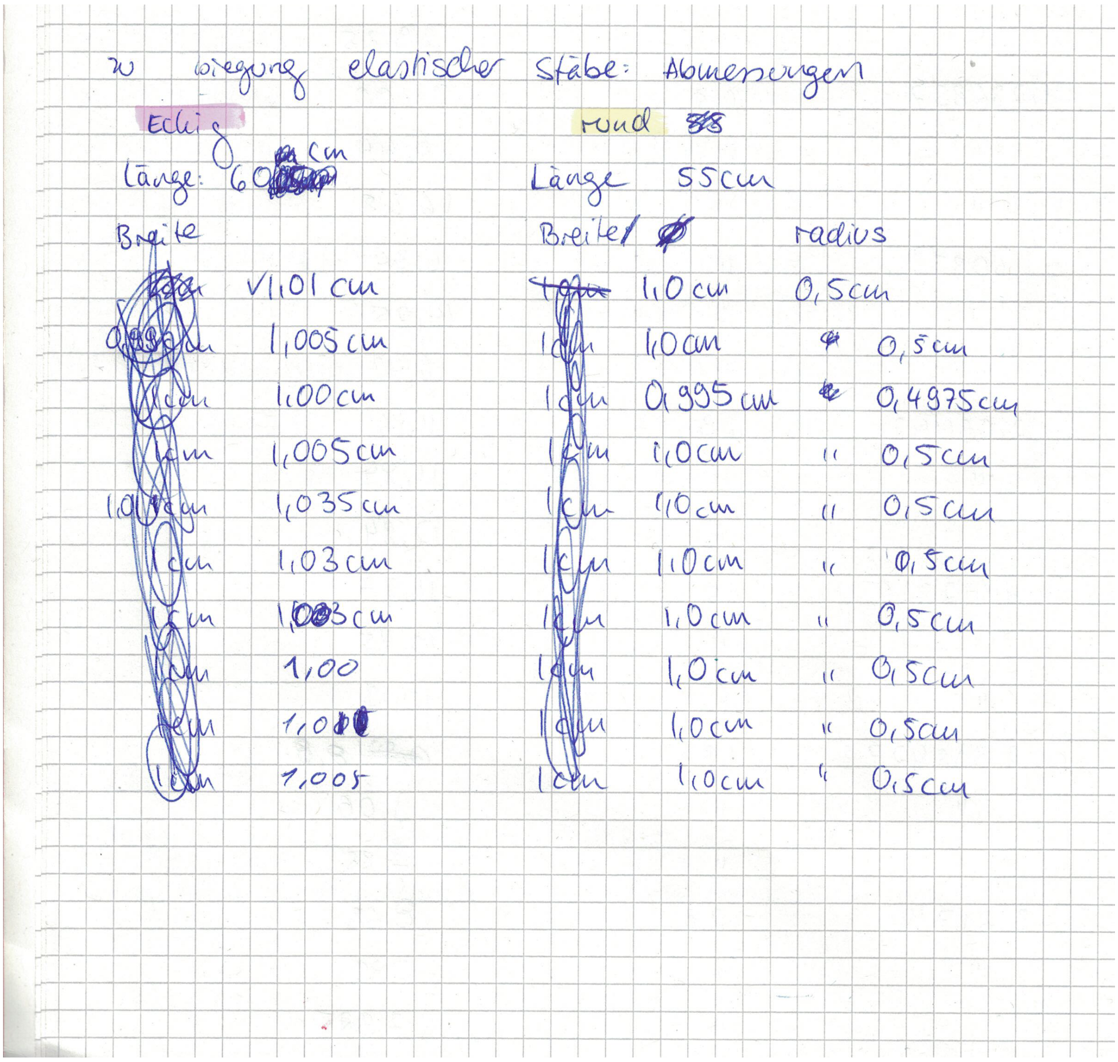
Schieblehre wurden die Stäbe vermessen, entsprechend könnte hier ein falsches Element bestimmt worden sein. Desweiteren hatte die Messuhr eine Messunsicherheit. Zwischenzeitlich konnte beobachtet werden, wie der Zeiger ohne Einwirkung um 0.2mm vor- oder zurücksprang und äußerst sensibel auf Erschütterungen reagierte. Die Messuhr sprang auch bei dem Zurückschieben auf den ersten x-Wert nicht wieder auf 0. Es ist nicht auszuschließen, dass die Messuhr ungenau verschoben wurde und die x-Werte entsprechend verfälscht wurden. Ebenso ist es möglich, dass das Abwiegen der Massen der Stäbe und der Gewichte nicht genau war.

Literatur

[1] TU Dortmund. In: *Versuchsanleitung V103*.

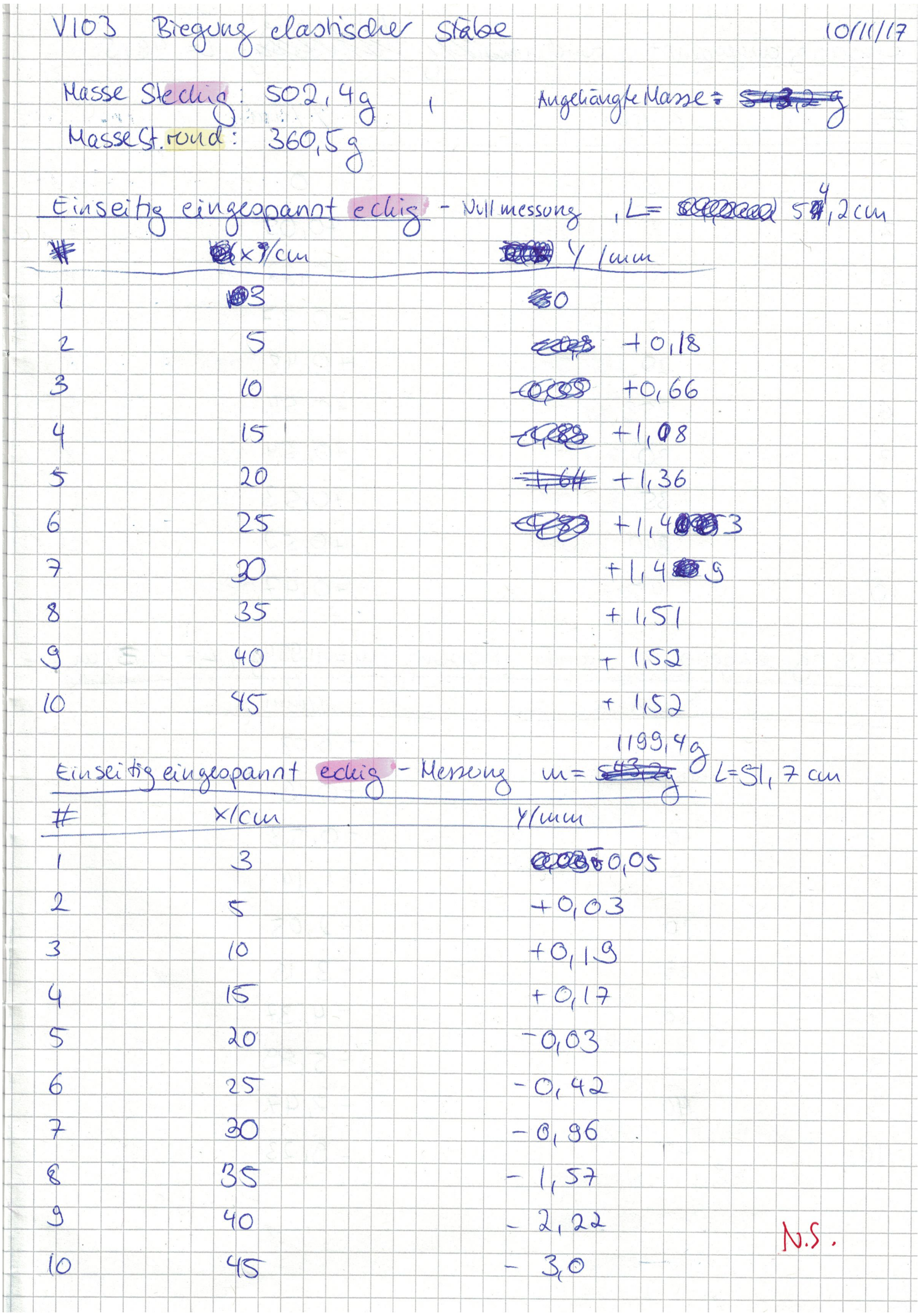
[2] Wikibooks. In: *Tabellensammlung Chemie/ Dichte fester Stoffe*. URL: `https://de.wikibooks.org/wiki/Tabellensammlung_Chemie/_Dichte_fester_Stoffe`.

[3] Wikipedia. In: *Elastizitätsmodul - Definition - Typische Zahlenwerte*. URL: `https://de.wikipedia.org/wiki/Elastizit%C3%A4tsmodul`.


zu Biegung elastischer Stäbe: Abmessungen

Eckig		rund		
Länge:	60 cm	Länge	55cm	
Breite		Breite/ ∅		radius
	V1,01 cm		1,0 cm	0,5cm
	1,005 cm	1cm	1,0 cm	0,5cm
	1,00 cm	1cm	0,995 cm	0,4975cm
	1,005 cm	1cm	1,0 cm	0,5cm
	1,035 cm	1cm	1,0 cm	0,5cm
	1,03 cm	1cm	1,0 cm	0,5cm
	1,0[illegible]3 cm	1cm	1,0 cm	0,5cm
	1,00	1cm	1,0 cm	0,5cm
	1,0[illegible]	1cm	1,0 cm	0,5cm
	1,005	1cm	1,0 cm	0,5cm

Abbildung 7: Originale Messdaten



V103 Biegung elastischer Stäbe 10/11/17

Masse St. eckig: 502,4 g Angehängte Masse: ~~543,2 g~~

Masse St. rund: 360,5 g

Einseitig eingespannt eckig - Nullmessung, L = 54,2 cm

#	x/cm	Y/mm
1	3	0
2	5	+0,18
3	10	+0,66
4	15	+1,08
5	20	+1,36
6	25	+1,43
7	30	+1,49
8	35	+1,51
9	40	+1,52
10	45	+1,52

Einseitig eingespannt eckig - Messung m = ~~543,2 g~~ 1199,4 g L = 51,7 cm

#	x/cm	Y/mm
1	3	-0,05
2	5	+0,03
3	10	+0,19
4	15	+0,17
5	20	-0,03
6	25	-0,42
7	30	-0,96
8	35	-1,57
9	40	-2,22
10	45	-3,0

N.S.

Abbildung 8: Originale Messdaten

Einseitig eingespannt rund, ~~Messung~~ Nullmessung, L= 49,5

#	x /cm	y /mm
1	3	0
2	5	+0,05
3	10	+0,22
4	15	+0,37
5	20	+0,48
6	25	+0,54
7	30	+0,54
8	35	+0,53
9	40	+0,52
10	45	+0,47

Einseitig eingespannt rund, Messung m= 1199,4g, L= 49,3 cm

#	x/cm	y/mm
1	3	-0,08
2	5	-0,19
3	10	-0,53
4	15	-1,14
5	20	-2,05
6	25	-3,19
7	30	-4,37
8	35	-5,89
9	40	-7,47
10	45	-9,23

M.S.

Abbildung 9: Originale Messdaten

Beidseitig eingespannt eckig Nullmessung

#	x/cm	y/mm
1	3	0
2	5	-0,03
3	10	-0,13
4	15	-0,2
5	20	-0,23
6	25	-0,31
7	30	-0,35
8	35	-0,44
9	40	-0,49
10	45	-0,5
11	50	-0,64
12	55	-0,73

Beidseitig eingespannt eckig Messung m = 2370g, L = 55cm

#	x/cm	y/mm
1	3	-0,19
2	5	-0,32
3	10	-0,71
4	15	-1,0
5	20	-1,2
6	25	-1,38
7	30	-1,55
8	35	-1,6
9	40	-1,74
10	45	~~-1,09~~ -1,87
11	50	-2,05
12	55	-2,27

nicole.schindler@tu-

N.S.

Abbildung 10: Originale Messdaten