

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theoretische Grundlagen	3
2.1 Schub- und Normalspannung	3
2.2 Biegung	4
2.3 Biegung durch beidseitige Aufhängung	6
3 Durchführung	7
3.1 Biegung mit einseitiger Aufhängung	7
3.2 Biegung mit beidseitiger Aufhängung	7
4 Fehlerrechnung	8
4.0.1 Relativer Gauß-Fehler	8
5 Ergebnisse	8
5.1 Ermittlung des Elastizitätsmoduls / Aufg. a	8
5.1.1 Flächenträgheitsmoment der Stäbe	9
5.1.2 Einseitige Aufhängung des eckigen Stabes (Tabelle 2) – silberfarben	9
5.1.3 Einseitige Aufhängung des runden Stabes (Tabelle 3) – goldfarben	11
5.1.4 Beidseitige Aufhängung, runder Stab (Tabelle 4)– silberfarben . .	12
6 Diskussion	14
6.1 Literaturwerte	14
Literatur	15

Anhang

1 Zielsetzung

Mit dem letzten Versuch der Mechanikreihe soll die Biegung elastischer Stäbe untersucht werden. Zudem wird eine Materialverifizierung über die Dichte durchgeführt.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Schub- und Normalspannung

Greifen an der Oberfläche elastischer Körper Kräfte an, kommt es zu Verformungen. Dadurch ändert sich die Gestalt und das Volumen des Körpers. Anschaulich kann dies damit verdeutlicht werden, dass an einer Teilfläche des Körpers (z.B. eines Gummiballes) mit einer Kraft F gezogen wird. Diese „Zugkraft“, die der Proband dabei verspürt, wird als Spannung bezeichnet. Die senkrecht zur Oberfläche stehende Komponente nennt sich Normalspannung σ oder Druck. Diejenige Komponente, die parallel zur Oberfläche steht, heißt Schubspannung σ_1 .

Folgende Grafik soll den Sachverhalt verdeutlichen:

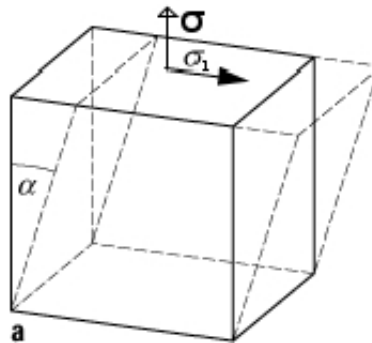


Abbildung 1: a: schematische Verdeutlichung der Schub- und Normalspannung[8]

Wird ein Quader mit einer Höhe h an zwei Angriffspunkten (in folgender Abbildung durch die Anfänge der Pfeile dargestellt) in entgegengesetzte Richtungen „gezogen“, wirken also entsprechende Kräfte, verformt sich das Quader (in diesem Fall nimmt die Länge L zu). Diese Längenänderung sei mit ΔL bezeichnet.

Ist die relative Längenänderung $\frac{\Delta L}{L}$ hinreichend klein, so kann von einem linearen Zusammenhang zwischen $\frac{\Delta L}{L}$ und σ gesprochen werden. Der jeweilige Faktor ist durch

die Proportionalitätskonstante oder den „Elastizitätsmodul“ E zum Hookschen Gesetz beschrieben:

$$\sigma = E \frac{\Delta L}{L} \quad (1)$$

Insbesondere bei Metallen mit niedrigen Schmelzpunkt kann es zu „elastischen Nachwirkungen“ kommen. Dies bedeutet, dass die Körper nach der Verformung noch unter geringfügigen Deformation stehen, also noch „nachwirken“. Diese Erscheinung gilt auch bei der „Rückformung“ in den Ursprungszustand, [2, S. 4] und [4]. Bei anderen Materialien ohne diesen Effekt kann den Elastizitätsmodul E bei hinreichend kleiner Längenänderung aus Dehnung (oder Stauchung) entnommen werden.

2.2 Biegung

Eine leichter umzusetzende Variante ist die Biegung, da eine messbare Änderung bereits bei relativ geringen Kräften beobachtet werden kann. Dabei muss $D \gg \Delta L$ gelten.

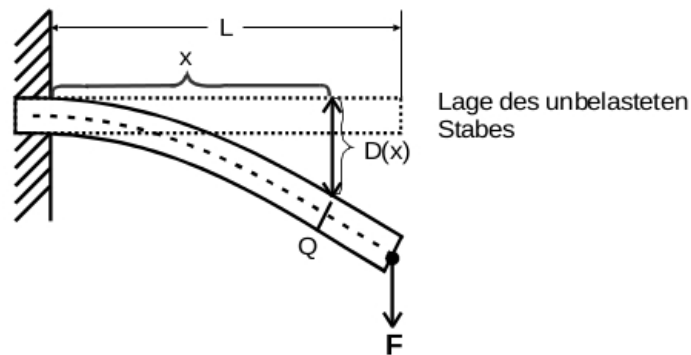


Abbildung 2: schematische Verdeutlichung der Biegung [3, S. 2], Strichelung: „neutrale Faser“ ¹

Der in Abb. 2 gezeigte Stab wird nach unten gebogen. Der Querschnitt Q ist dabei nicht konstant – bei entsprechender Stauchung wird dieser sogar negativ.

¹(Nulllinie) – bezeichnet diejenige Schicht, deren Länge sich bei der Verbiegung nicht ändert [7]

Die Durchbiegung(-sfunktion) $D(x)$, also die Verschiebung des Oberflächenpunktes bei x während der Verbiegung, wird empirisch ermittelt. Bei der Biegung kommt es zur Stauchung der unteren und zur Streckung der oberen Schichten. Anschaulich kann dies durch Alufolie gemacht werden, die auf der Stauchungsseite an Anfang und Ende des Stabes geklebt wird.

Dadurch kommt es im Körper durch senkrecht zur Deformation wirkende Kräfte zu „Normalspannungen“, die der Deformation entgegenwirken. An der Stauchungsseite kommt es Druckspannungen und auf der Streckungsseite zu Zugspannungen, welche betraglich gleich sind. Das Drehmoment M_F entsteht durch die Kräfte auf beiden Seiten.

Nun wird die Deformation so eingestellt, dass die Drehmomente M_F und M_G übereinstimmen. Dass durch das Eigengewicht der Probe entstehende Drehmoment wird vernachlässigt.

Mit der Berücksichtigung des Hebarmes, dem Hook'schen Gesetz nach (1) und der Beziehung $\delta x \ll \Delta x$ ergibt sich mit δx als Längenänderung, Δx als Ausgangslänge und R als Krümmungsradius:

$$\delta x = y \Delta \varphi = y \frac{\Delta x}{R}$$

Schließlich ergibt sich mit der Annäherung an geringe Kurvenkrümmungen:

$$E \frac{d^2 D}{dx^2} \int_Q y^2 dq = F(L - x) \quad (2)$$

und dem Ausdruck

$$I := \int y^2 dq(y) \quad (3)$$

das Flächenträgheitsmoment mit y als dem Abstand von der neutralen Faser.

Somit ergibt sich die Durchbiegungsfunktion zu:

$$D(x) = \frac{F_g}{2EI} \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} \right) \quad (4)$$

für $0 \leq x \leq L$. F_g ist die Gewichtskraft und L der Abstand zwischen Anhäng- und Auflagepunkt.

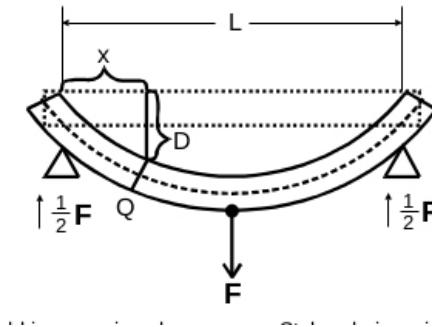


Abbildung 3: Durchbiegung bei zweiseitiger Auflage [3, S. 5]

2.3 Biegung durch beidseitige Aufhängung

Nun wird der Stab auf beiden Seiten nach Abb. 3 aufgehängt. Die Kraft verteilt sich nun auf beide Seiten gleichmäßig.

Damit gilt

$$M_F = -\frac{F_x}{2}$$

für $0 \leq x \leq L/2$ und

Damit gilt

$$M_F = -\frac{F(L-x)}{2}$$

für $L/2 \leq x \leq L$.

Mithilfe der Annäherung aus Kap. 2.2, mehrfacher Integration und Einführung einer horizontalen Tangente C ergibt sich für den linken Bereich:

$$D(x) = \frac{F_g}{48EI} (3L^2x - 4x^3) \quad (5)$$

($0 \leq x \leq L/2$)

und analog

$$D(x) = \frac{F_g}{48EI} (4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3) \quad (6)$$

($L/2 \leq x \leq L$)

mit F_g als Gewichtskraft und L als der Abstand zwischen Anhänge- und Auflagepunkt.

3 Durchführung

Mithilfe folgender Apparatur wird der Stab eingespannt:

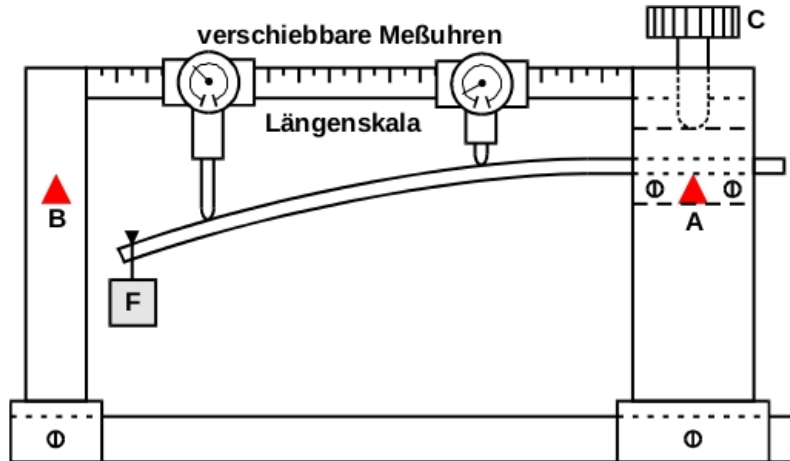


Abbildung 4: Apparatur zur Vermessung elastisch gebogener Stäbe[3, S. 6]

Von den eckigen Stäben haben wir die Breite und Höhe bestimmt, für den runden Stab entsprechend den Durchmesser. Für alle Stäbe außerdem ihre Massen und Längen, sowie der Abstand zwischen Anhäng- und Auflagepunkt der Stäbe.

3.1 Biegung mit einseitiger Aufhängung

Der Stab wird an der Spannvorrichtung C aus Abb. 4 eingeklemmt. Mithilfe der Messuhren wird die Verbiegung und Abstände zuerst ohne, dann mit einem Gewicht gemessen. Diese Messreihe wurde 30-fach für einen runden und einen eckigen Probestab durchgeführt.

3.2 Biegung mit beidseitiger Aufhängung

Der Stab wird an den Fußpunkten A und B aus Abb. 4 fest montiert.

Erneut werden wie in Kapitel 3.1 die Verbiegungen und Abstände eines runden Stabes ohne und mit Gewicht gemessen.

4 Fehlerrechnung

Der Mittelwert errechnet sich nach:

$$\overline{v}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (7)$$

Ferner die Streuung der Mittelwerte oder Unsicherheit σ_i mit $i = 1, \dots, n$:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (v_j - \overline{v}_i)^2}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (v_j - \overline{v}_i)^2}{n(n-1)}} = \frac{s_i}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

mit s_i als Standardabweichung.

Bei mehreren unabhängigen Größen ergibt sich der Gauß-Fehler wie folgt:

$$\Delta x_i = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial k_1} \cdot \sigma_{k_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial k_2} \cdot \sigma_{k_2} \right)^2 + \dots} \quad (9)$$

4.0.1 Relativer Gauß-Fehler

$$\frac{\Delta x_i}{x_i} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{k_1}}{k_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{k_2}}{k_2} \right)^2 + \dots} \cdot 100\% \quad (10)$$

5 Ergebnisse

5.1 Ermittlung des Elastizitätsmoduls / Aufg. a

Die Durchbiegung ergibt sich aus der Differenz der Durchbiegung bei Belastung und der Anfangsbiegung. Zu Beginn wird der Probestab ohne Last gemessen. Anschließend wird das Gewicht angehängen und die Messung wie in Kapitel 3.1 für gleiche Abstände x 30-fach wiederholt. Alle Messergebnisse finden sich der Übersichtlichkeit halber im Anhang.

5.1.1 Flächenträgheitsmoment der Stäbe

Das Flächenträgheitsmoment für den runden Stab (Tabellen 3 und 4, s. Anhang) ergibt sich nach [6] zu

$$I_{\text{rund}} = \frac{\pi r^4}{4} \Leftrightarrow \frac{\pi D^4}{64} \quad (11)$$

Damit ergibt sich:

$$I_{\text{rund,St2}} = (4,83 \cdot 10^{-10} \pm 4,52 \cdot 10^{-13}) \text{m}^4$$

$$I_{\text{rund,St3}} = (4,88 \cdot 10^{-10} \pm 3,79 \cdot 10^{-13}) \text{m}^4$$

mit dem Fehler $\Delta I_{\text{rund}} = \pi r^3 \cdot \sigma_r$.

Für den rechteckigen Stab (Tabelle 2, s. Anhang) gilt analog [6]

$$I_{\text{eck}} = \frac{ab^3}{12} \quad (12)$$

Somit ist:

$$I_{\text{eck,St1}} = (8,23 \cdot 10^{-10} \pm 1,32 \cdot 10^{-12}) \text{m}^4$$

mit dem Fehler $\Delta I_{\text{eck}} = \sqrt{\left(\frac{b^3}{12} \sigma_a\right)^2 + \left(\frac{b^2 a}{4} \cdot \sigma_b\right)^2}$.

Die Messreihen und Maßen der Stäbe finden sich im Anhang.

Zur Vereinfachung der Rechnung, bzw. Linearisierung der Ausgleichsgeraden werden die Durchbiegungsfunktionen $D(x)$ gegen $Lx^2 - x^3/3$, bzw. $L^2x - 4x^3$ und $4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3$ aufgetragen.

5.1.2 Einseitige Aufhängung des eckigen Stabes (Tabelle 2) – silberfarben

Der Abstand zwischen Anhänge- und Auflagepunkt beträgt $L = 49,5 \text{cm}$. Die Dichte des Stabes berechnet sich nach $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{a \cdot b \cdot l}$ mit den fehlerbehafteten Größen a (Höhe) und b (Breite), womit sich der Gaußsche Fehler ergibt:

$$\Delta \rho_{\text{Stab 1}} = \sqrt{\left(\frac{-m}{a^2 b l} \cdot \sigma_a\right)^2 + \left(\frac{-m}{a b^2 l} \cdot \sigma_b\right)^2}$$

Die Dichte ρ beträgt somit:

$\rho = (3,02 \cdot 10^3 \pm 4,74) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, was in etwa auf Aluminium (vgl. Kapitel 6.1) zutrifft.

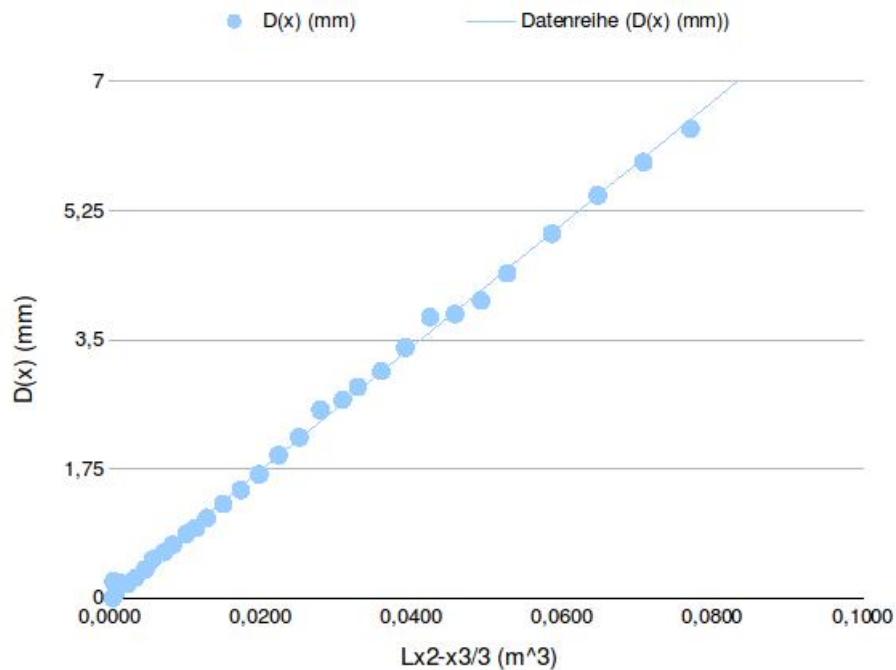


Abbildung 5: $D(x)$ gegen $Lx^2 - x^3/3$ für Stab 1

Eine lineare Ausgleichsrechnung mittels der Funktion mit EXCEL[5] ergibt:

$f(x) = ax + b$ führt zu folgenden Parametern:

$$a = (83,28 \pm 0,62) \frac{10^{-3}}{m^2}$$

$$b = (0,052 \pm 0,021) 10^{-3} m$$

Nach Gleichung (4) gilt für die ersten beiden Stäbe:

$$D(x) = \underbrace{\frac{F}{2EI}}_{\text{Steigung}} \overbrace{\left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)}^{\text{Abszissenwerte}} \Rightarrow a = \frac{F}{2EI} \Leftrightarrow E = \frac{F}{2aI}$$

Somit ist E für den ersten Stab mit dem Fehler $\Delta E_{\text{Stab 1}} = \sqrt{\left(\frac{-F}{2J^2 \cdot a} \cdot \sigma_J\right)^2 + \left(\frac{-F}{2J \cdot a^2} \cdot \sigma_a\right)^2}$:

$$E_{\text{Stab 1}} = (7,31 \cdot 10^{10} \pm 5,58 \cdot 10^8) \frac{N}{m^2} \text{ mit einem prozentualen Fehler von } 0,76\%.$$

5.1.3 Einseitige Aufhängung des runden Stabes (Tabelle 3) – goldfarben

Der Abstand zwischen Anhänge- und Auflagepunkt beträgt $L = 49,5\text{cm}$.

Die Dichte des Stabes berechnet sich nach $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{\pi r^2 l}$ mit den fehlerbehafteten Größen r (Radius), womit sich der Gaußsche Fehler ergibt:

$$\Delta\rho_{\text{Stab 2}} = -\frac{2m}{\pi r^3 l} \cdot \sigma_r.$$

Somit ist $\rho = (8,97 \cdot 10^3 \pm 4,20) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, was was in etwa auf Messing (vgl. Kapitel 6.1) zutrifft.

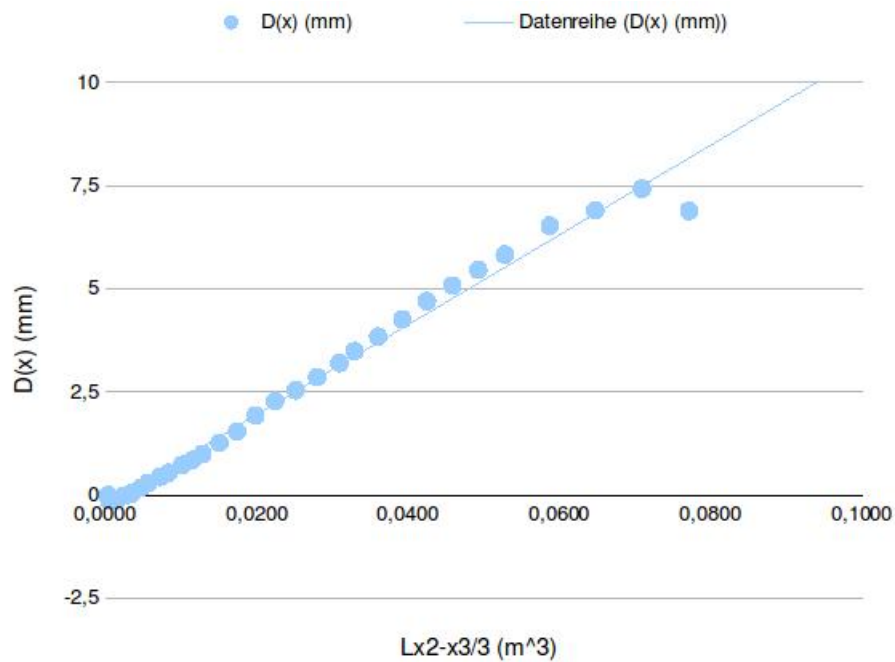


Abbildung 6: $D(x)$ gegen $Lx^2 - x^3/3$ für Stab 2

Eine analoge, lineare Ausgleichsrechnung ergibt folgende Parameter für das Diagramm von Stab 2:

$$a = (108,57 \pm 2,36) \frac{10^{-3}}{m^2}$$

$$b = (-0,221 \pm 0,08) 10^{-3} m$$

Für den zweiten Stab ergibt sich analog nach Kap. 5.1.2:

$$E_{\text{Stab 2}} = (6,92 \cdot 10^{10} \pm 1,50 \cdot 10^9) \frac{N}{m^2} \text{ mit einem prozentualen Fehler von } 2,17\%.$$

5.1.4 Beidseitige Aufhängung, runder Stab (Tabelle 4)– silberfarben

Die Dichte berechnet sich analog nach Kap. 5.1.3 zu: $\rho = (2,82 \cdot 10^3 \pm 1,10) \frac{kg}{m^3}$, was ebenfalls etwa Aluminium (vgl. Kapitel 6.1) zutrifft. Der Abstand zwischen Anhängen- und Auflagepunkt beträgt $L = 55cm$.

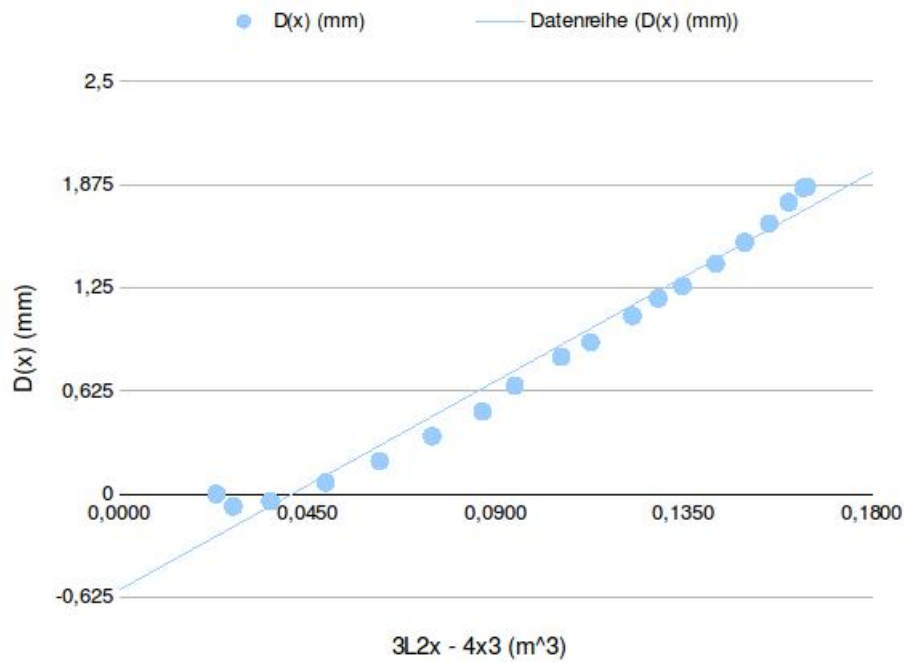


Abbildung 7: $D(x)$ gegen $3L^2x - 4x^3$ für Stab 3 (rechte Seite)

Eine analoge, lineare Ausgleichsrechnung ergibt folgende Parameter des Diagramms für die rechte Seite des dritten Stabs:

$$a = (14,02 \pm 0,54) \frac{10^{-3}}{m^2}$$

$$b = (-0,577 \pm 0,0615) 10^{-3} m$$

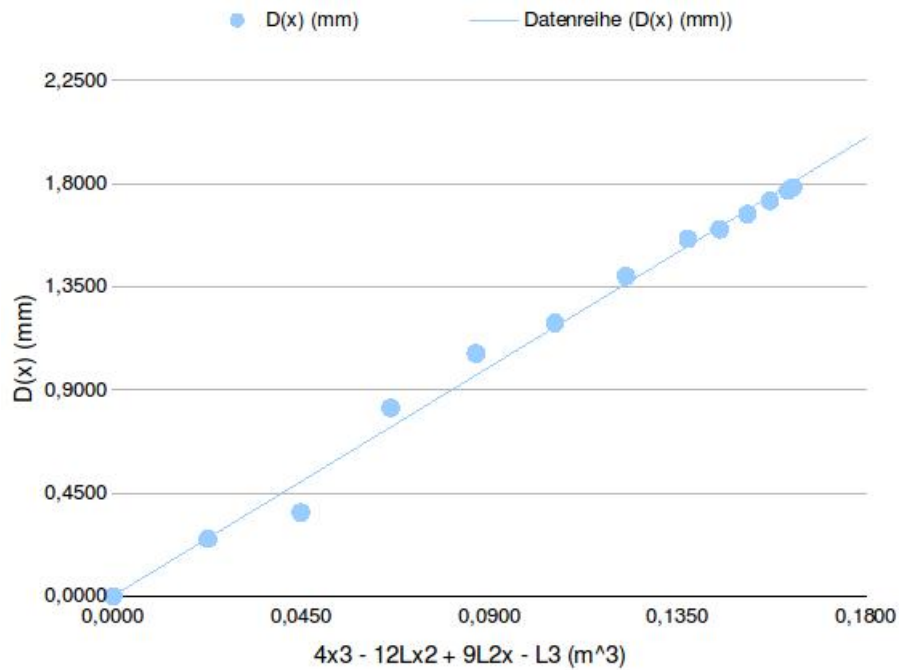


Abbildung 8: $D(x)$ gegen $4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3$ für Stab 3 (linke Seite)

Eine analoge, lineare Ausgleichsrechnung ergibt folgende Parameter des Diagramms für die linke Seite des dritten Stabs:

$$a = (11,11 \pm 0,30) \frac{10^{-3}}{m^2}$$

$$b = (0,0263 \pm 0,036) 10^{-3} m$$

Für die beidseitige Aufhängung ergibt sich analog mit

$$D(x) = \underbrace{\frac{F}{48EI}}_{\text{Steigung}} \overbrace{(4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3)}^{\text{Abszissenwerte}} \Rightarrow \frac{F}{48EI} = m \Leftrightarrow E = \frac{F}{48Ia} \quad (13)$$

und dem Fehler $\Delta E_{\text{Stab 1}} = \sqrt{\left(\frac{-F}{48J^2 \cdot a} \cdot \sigma_J\right)^2 + \left(\frac{-F}{48J \cdot a^2} \cdot \sigma_a\right)^2}$:

$$E_{1,li} = (1,40 \cdot 10^{11} \pm 5,34 \cdot 10^9) \frac{N}{m^2} \text{ mit einem prozentualen Fehler von } 3,82\% \text{ und}$$

$$E_{1,re} = (1,76 \cdot 10^{11} \pm 4,82 \cdot 10^9) \frac{N}{m^2} \text{ mit einem prozentualen Fehler von } 2,73\%.$$

Die Werte der Elastizitätsmodule schwanken. Gründe dafür sind menschliche Ungenauigkeiten beim Ablesen und Vermessen der Messgrößen. Weitere Punkte werden in der Diskussion vorgestellt.

6 Diskussion

Bei der Messung fiel auf, dass die Messinstrumente sehr empfindlich auf Stöße und selbst Verschiebungen reagieren. Außerdem führten die Vibrationen des Nachbarversuches zu weiteren Schwankungen. Die Waage war zudem ungeeicht.

6.1 Literaturwerte

Tabelle 1: Literaturwerte zu E

Material	$E_{\text{Literatur}[1]}(\text{GPa})$	$E_{\text{Biegung}}(\text{GPa})$
Aluminium	70	73,1
Messing	78-123	69,2

Es fällt auf, dass (begründet durch die geringen prozentualen Fehler) entgegen der Befürchtung durch empfindliche Geräte aussagekräftige Messungen erzielt wurden. Somit kann eine sichere Aussage über das Material der Proben und den Elastizitätsmodul E gegeben werden. Eine prozentuale Abweichung des Elastizitätsmoduls von Messing zum Literaturwert kann nicht angegeben werden, da keine sichere Aussage über die Legierung

von Messing gegeben werden kann. Die prozentuale Abweichung zu Aluminium beträgt circa 4,43%.

Literatur

- [1] Peter Brehm. *Literaturangaben zum Elastizitätsmodul*. Aufruf vom 23.11.2014. URL: <http://www.peter-brehm.de/219.0.html>.
- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Experiment V102 - Drehschwingungen*. 2014.
- [3] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Experiment V103 - Biegung elastischer Stäbe*. 2014.
- [4] Peter Hug: ELexikon. *Elastische Nachwirkung*. Aufruf von 01.01.2015. URL: <http://peter-hug.ch/lexikon/Elastische+Nachwirkung>.
- [5] Microsoft Excel. *lineare Ausgleichsrechnung*. Aufruf vom 17.12.2014. URL: <http://office.microsoft.com/de-de/excel-help/rgp-HP005209155.aspx>.
- [6] Mechanima LAB. *Flächenträgheitsmoment*. Aufruf vom 16.01.2015. URL: http://mechanima-lab.upb.de/Mechanik-Wiki/_WikiAreal/Flaechentraegheitsmoment.wiki.
- [7] Technik Lexikon. *Neutrale Faser*. Aufruf vom 01.01.2015. URL: http://www.techniklexikon.net/d/neutrale_faser/neutrale_faser.htm.
- [8] Techniklexikon. *Schubspannung*. Aufruf von 01.01.2015. URL: http://www.techniklexikon.net/images/s1227_schubspannung.gif.

Tabelle 2: Messreihe zur einseitigen Biegung des ersten (eckigen) Probestabes: Abmessungen mit Fehler

x (cm)	$D_{\text{Diff}}(x)$ (mm)	$\frac{Lx^2-x^3}{3}$ (m)
2,55	0,0000	0,0003
3,00	0,2300	0,0004
4,00	0,0800	0,0008
5,50	0,2000	0,0015
7,00	0,1900	0,0023
8,50	0,2750	0,0034
10,00	0,3890	0,0047
11,00	0,5230	0,0056
12,50	0,6200	0,0072
13,50	0,7190	0,0083
15,00	0,8720	0,0101
16,00	0,9540	0,0114
17,00	1,0850	0,0128
18,50	1,2720	0,0150
20,00	1,4650	0,0173
21,50	1,6740	0,0198
23,00	1,9360	0,0224
24,50	2,1790	0,0251
26,00	2,5500	0,0279
27,50	2,6850	0,0309
28,50	2,8600	0,0329
30,00	3,0760	0,0360
31,50	3,3970	0,0392
33,00	3,8080	0,0425
34,50	3,8500	0,0458
36,00	4,0300	0,0492
37,50	4,4000	0,0527
40,00	4,9400	0,0587
42,50	5,4590	0,0647
45,00	5,9080	0,0709
47,50	6,3570	0,0771
<hr/>		
m_{Stab} (kg)	0,1650	
m_{Gew} (kg)	1,0224	
F_g (N)	10,0297	
l (cm)	55,0000	
<hr/>		
Fehler	a (mm)	b(mm)
	9,985	9,971
	9,981	9,976
	9,994	9,973
	9,972	9,977
	9,958	9,973
<hr/>		
Mittelwert nach Gl. (7) (mm)	9,978	9,974
Ungenauigkeit nach Gl. (8) (mm)	0,006	0,001

Tabelle 3: Messreihe zur einseitigen Biegung des zweiten (runden) Probestabes: Abmessungen mit Fehler

x (cm)	$D_{\text{Diff}}(x)$ (mm)	$\frac{Lx^2-x^3}{3}$ (m)
2,55	0,0000	0,0003
3,00	-0,1350	0,0004
4,00	-0,1340	0,0008
5,50	-0,1000	0,0015
7,00	-0,0200	0,0023
8,50	0,0400	0,0034
10,00	0,1800	0,0047
11,00	0,3000	0,0056
12,50	0,4380	0,0072
13,50	0,5400	0,0083
15,00	0,7340	0,0101
16,00	0,8490	0,0114
17,00	0,9950	0,0128
18,50	1,2680	0,0150
20,00	1,5390	0,0173
21,50	1,9310	0,0198
23,00	2,2760	0,0224
24,50	2,5380	0,0251
26,00	2,8600	0,0279
27,50	3,2000	0,0309
28,50	3,4900	0,0329
30,00	3,8400	0,0360
31,50	4,2610	0,0392
33,00	4,7000	0,0425
34,50	5,0800	0,0458
36,00	5,4600	0,0492
37,50	5,8300	0,0527
40,00	6,5300	0,0587
42,50	6,8980	0,0647
45,00	7,4200	0,0709
47,50	6,8850	0,0771
<hr/>		
m_{Stab} (kg)	0,3845	
m_{Gew} (kg)	0,7394	
F_g (N)	7,2535	
l (cm)	55,0000	
<hr/>		
Fehler	r(mm)	
	4,9805	
	4,9805	
	4,9795	
	4,9805	
	4,9775	
<hr/>		
Mittelwert nach Gl. (7) (mm)	4,4980	
Ungenauigkeit nach Gl. (8) (mm)	0,001	

Tabelle 4: Messreihe zur beidseitigen Biegung des dritten (runden) Probestabes: Abmessungen mit Fehler

x (cm)	$D_{\text{Diff}}(x)$ (mm)	$4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3$ (m)
2,55	0,0000	0,0231
3,00	-0,0750	0,0271
4,00	-0,0450	0,0360
5,50	0,0700	0,0492
7,00	0,2000	0,0622
8,50	0,3500	0,0747
10,00	0,5000	0,0868
11,00	0,6560	0,0945
12,50	0,8310	0,1056
13,50	0,9200	0,1127
15,00	1,0800	0,1226
16,00	1,1860	0,1288
17,00	1,2600	0,1346
18,50	1,3950	0,1426
20,00	1,5250	0,1495
21,50	1,6400	0,1554
23,00	1,7680	0,1601
24,50	1,8550	0,1635
25,00	1,8600	0,1644
31,00	1,7840	0,1625
31,50	1,7700	0,1614
33,00	1,7250	0,1571
34,50	1,6670	0,1516
36,00	1,6000	0,1450
37,50	1,5590	0,1374
40,00	1,3960	0,1226
42,50	1,1920	0,1056
45,00	1,0590	0,0868
47,50	0,8210	0,0664
50,00	0,3650	0,0449
52,50	0,2500	0,0226
55,00	0,0000	0,0000
<hr/>		
m_{Stab} (kg)	0,1325	
m_{Gew} (kg)	4,6820	
F_g (N)	45,9304	
l (cm)	60,0000	
<hr/>		
Fehler	r(mm)	
	4,9930	
	4,9925	
	4,9925	
	4,994	
	4,991	
<hr/>		
Mittelwert nach Gl. (7)	4,993	
Ungenauigkeit nach Gl. (8)	0,001	