

V602 Röntgenemission und -absorption

Katharina Brägelmann Tobias Janßen
katharina.braegelmann@tu-dortmund.de
tobias2.janssen@tu-dortmund.de

Durchführung: 24. April 2018, Abgabe: 8. Mai 2018

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Röntgenemission	3
2.2 Röntgenabsorption	5
3 Aufbau und Durchführung	7
3.1 Vorbereitungsaufgabe	7
3.2 Aufbau	7
3.3 Verifizierung der Bragg-Bedingung	8
3.4 Emissionsspektrum	8
3.5 Absorptionsspektren	8
4 Auswertung	9
4.1 Bragg Bedingung	9
4.2 Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre	10
4.3 Absorptionsspektrum	14
4.3.1 Brom	14
4.3.2 Strontium	17
4.3.3 Zirkonium	20
4.4 Moselysches-Gesetz	23
4.4.1 Quecksilber	24
5 Diskussion	27

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird das Prinzip einer Röntgenröhre und das Emissions- und Absorptionsverhalten verschiedener Elemente untersucht.

2 Theorie

Mit der Röntgenröhre lassen sich Röntgenemission und unter der Verwendung von Absorbern Röntgenabsorption beobachten. In beiden Verfahren wird bei der Messung auch Gebrauch der Bragg-Bedingung gemacht. Dabei trifft Licht unter dem Winkel θ auf einen Kristall. In dem Kristall sind die Teilchen angeordnet wie in einem dreidimensionalen

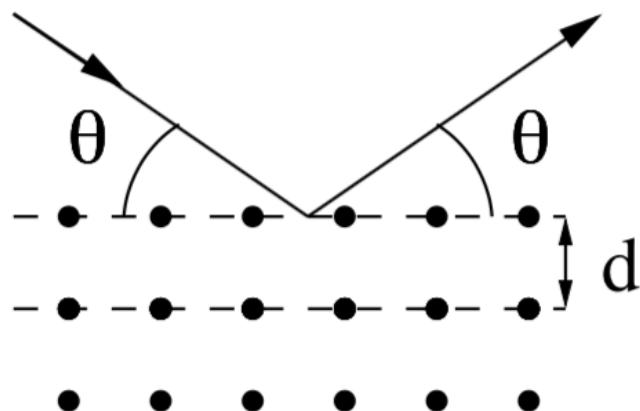


Abbildung 1: Geometrie der Bragg-Bedingung [2]

Gitter (Abb. 1) mit dem Netzebenenabstand d . Das Licht dringt eine oder mehrere Atomschichten in das Material ein, bevor es reflektiert wird. Es kommt zu einem Gangunterschied n zwischen den oberflächlich reflektierten Wellen und den Wellen, die in den Kristall eingedrungen sind. Die Wellen interferieren und über die Gleichung

$$n\lambda = 2d \sin \theta \Leftrightarrow \theta = \arcsin \frac{n\lambda}{2d} \quad (1)$$

lässt sich der Glanzwinkel θ oder die Wellenlänge λ berechnen. In der Messung wird der Winkel des Kristalls verändert um die Intensität der verschiedenen eingestrahlten Wellenlängen kenntlich zu machen.

2.1 Röntgenemission

Die Röntgenemission entsteht durch die Beschleunigung von Elektronen zu einer Anode in einem luftleeren Raum und das anschließende Abbremsen der Elektronen im Kernpotenzial. Die kinetische Energie E eines freien Elektrons im homogenen elektrischen Feld berechnet sich zu:

$$E = e_0 \cdot U.$$

Dabei ist e_0 die Elektronenladung, U ist die zwischen Kathode und Anode angelegte Spannung. Die negativ geladenen Elektronen bremsen beim Eintreten in das Potenzial der positiv geladenen Atomkerne des Anodenmaterials ab. Beim Abbremsen geben die Elektronen ihre kinetische Energie als Strahlung frei. Die Energie einer elektromagnetischen Welle lautet:

$$E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}. \quad (2)$$

h ist das Planck'sche Wirkungsquantum, ν die Frequenz der Lichtwelle, λ ist die Wellenlänge des Lichts und c ist die Lichtgeschwindigkeit. Die Energien sind gleich, daher gilt:

$$E = e_0 \cdot U = \frac{h \cdot c}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{e_0 \cdot U}. \quad (3)$$

Dies gilt jedoch nur für die vollständig abgebremsten Elektronen, daher handelt es sich um die maximale abgegebene Energie. Die Elektronen sind alle unterschiedlich schnell und geben unterschiedlich viel Energie, also unterschiedliche Wellenlängen, ab. Dadurch entsteht ein kontinuierliches Spektrum der Röntgenstrahlung (Abb. 2).

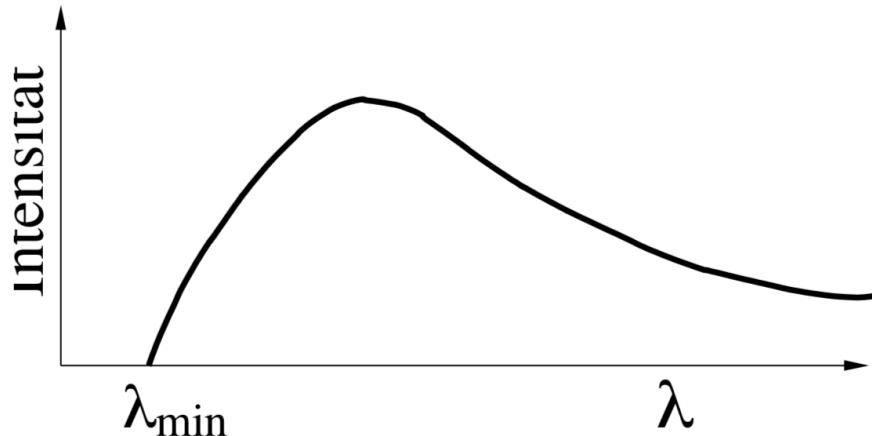


Abbildung 2: Kontinuierliches Spektrum der Röntgenemission [2]

Zusätzlich zu dem kontinuierlichem Spektrum ergibt sich ein charakteristisches Spektrum. Dieses entsteht durch die Ionisation der Atome im Anodenmaterial und anschließende Emission der materialspezifischen Röntgenstrahlung. Dabei schlagen die beschleunigten und abgebremsten Elektronen ein atomeigenes Elektron aus den inneren Energieniveaus. Das Ausschlagen aus höheren Niveaus ist auch möglich, aber weniger wahrscheinlich. Die Lücke auf dem innersten Energieniveau wird von einem Elektron höherer Energieniveaus gefüllt. Es fällt auf das innerste Niveau und sendet dabei die Energiedifferenz der Niveaus als Röntgenstrahlung aus. Das innerste Energieniveau wird auch K-Schale genannt, das nächsthöhere Niveau L-Schale. Die "lückenfüllenden" Elektronen aus verschiedenen Energieniveaus werden durch die griechischen Buchstaben α, β, \dots unterschieden. So gibt es beispielsweise K_α - oder L_β -Übergänge, die durch spezifische Energien unterschieden werden können.

Die äußersten Elektronen an einem Atom werden durch die negativen Ladungen der Elektronen von der Bindung des positiven Atomkerns abgeschirmt. Dabei verringert sich die Bindungsenergie der äußeren Elektronen. Für ein Elektron der n -ten Schale berechnet sie sich durch die Rydbergenergie $E_{Ry} = 13,6 \text{ eV}$ und die effektive Kernladungszahl Z_{eff} :

$$E_n = -\frac{E_{Ry} \cdot Z_{eff}^2}{n^2}.$$

Die Gleichung lässt sich unter der Beziehung mit der Kernladungszahl Z und der Abschirmkonstanten σ :

$$Z_{eff} = Z - \sigma$$

umstellen nach dem elektronenspezifischen σ :

$$E_n = -\frac{E_{Ry} \cdot Z_{eff}^2}{n^2} = -\frac{E_{Ry} \cdot (Z - \sigma)^2}{n^2} \Leftrightarrow \sigma = Z - n \sqrt{\frac{E_n}{E_{Ry}}}. \quad (4)$$

Die Energie eines Übergangs eines Elektrons aus der zweiten Schale ($\alpha, n = 2$) auf die erste Schale (K, $n = 1$) ergibt sich dann zu:

$$E_{K_\alpha} = -\frac{E_{Ry} \cdot (Z - \sigma_2)^2}{2^2} - \left(-\frac{E_{Ry} \cdot (Z - \sigma_1)^2}{1^2} \right) \quad (5)$$

$$= E_{Ry} \left(\frac{(Z - \sigma_1)^2}{1^2} - \frac{(Z - \sigma_2)^2}{2^2} \right). \quad (6)$$

Die Übergangsentgien lassen sich nicht nur durch die betreffende Schale und die Herkunft des Elektrons genauer differenzieren, es gibt außerdem noch eine feinere Aufspaltung, die sogenannte Feinstruktur und Hyperfeinstruktur. Sie entsteht durch mehrere Faktoren, zum Beispiel durch die Spin-Bahn-Kopplung der Elektronen, den Elektronenspin, den Lambshift und den Kernspin. Die Bindungsenergie eines Elektrons unter Beachtung der Feinstruktur lässt sich wie folgt beschreiben:

$$E_{n,j} = -E_{Ry} \left[\frac{Z_{eff,1}^2}{n^2} + \frac{\alpha^2 Z_{eff,2}^2}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right].$$

Dabei ist n die Hauptquantenzahl, α die Sommerfeld'sche Feinstrukturkonstante und j der Gesamtdrehimpuls.

2.2 Röntgenabsorption

Bei der Absorption der Röntgenstrahlung kommen bei Energien bis 1 MeV meist der Comptoneffekt und der Photoeffekt vor. Bei dem Comptoneffekt geben die Röntgenquanten einen Teil ihrer Energie mithilfe eines elastischen Stoßes an die schwach gebundenen Elektronen ab. Da sich die Energie verringert wird die Wellenlänge der Röntgenstrahlung nach dem Stoß größer. Bei dem Photoeffekt absorbieren die Atome die volle Energie

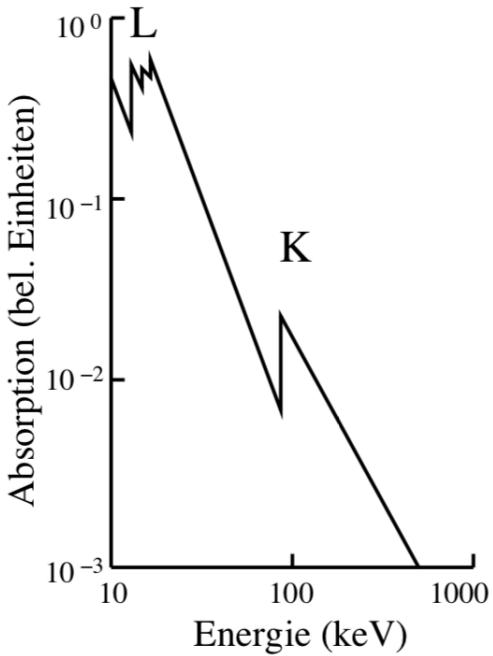


Abbildung 3: Absorption in Abhängigkeit der Energie der Röntgenquanten [2]

einer vorhandenen Röntgenstrahlung und es werden Elektronen ausgeschlagen. Beiden Effekten liegt ein Absorptionskoeffizient zugrunde. Der Absorptionskoeffizient fällt nicht konstant, sondern steigt, sobald die Energie der Röntgenquanten die Bindungsenergie der nächsthöheren Schale erreicht (Abb. 3). Diese "Zacken" in dem Graphen nennen sich entsprechend der Schale K-, L-, M...-Kante. Es treten stets nur eine K-Kante und drei L-Kanten auf. Dies kommt durch die Feinstruktur der Atome, die zum Beispiel aus der Spin-Bahn-Kopplung der Elektronen, dem Elektronenspin, dem Lambshift und dem Kernspin entsteht. Die drei L-Kanten werden durch die Titel L_I , L_{II} und L_{III} bezeichnet. Zur Berechnung der Abschirmkonstante σ_L einer L-Kante lässt sich die Energiedifferenz ΔE_L zweier L-Kanten verwenden:

$$\sigma_L = Z - \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{E_{Ry}}} - \frac{5\Delta E_L}{E_{Ry}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{19\alpha^2 \Delta E_L}{32E_{Ry}} \right). \quad (7)$$

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Vorbereitungsaufgabe

Es sollen die Energien E der Cu- K_{α} -Linie und der Cu- K_{β} -Linie rechechiert [1] und der Bragg-Winkel θ daraus ausgerechnet werden (Gl. (1)).

$$\begin{aligned} E_{Cu-K_{\alpha}} &= 8,04 \text{ keV} & \theta &= 22,32^\circ \\ E_{Cu-K_{\beta}} &= 8,91 \text{ keV} & \theta &= 20,21^\circ \end{aligned}$$

Desweiteren wird die Abschirmkonstante σ_K des Übergangs von $E_{Cu-K_{\beta}}$ zu $E_{Cu-K_{\alpha}}$ mit der Ordnungszahl $Z_{Cu} = 29$ [1] daraus ausgerechnet (Gl. (4)):

$$\sigma_{K_{\beta}} = 3,41 \quad (8)$$

$$\sigma_{K_{\alpha}} = 13,01 \quad (9)$$

Außerdem werden die Kernladungszahl Z und die Energie der K-Linie E für die Elemente Brom, Strontium und Zirkonium recherchiert [4]. Daraus werden der Bragg-Winkel θ (Gl. (1)) und der Abschirmkoeffizient σ (Gl. (4)) berechnet.

$$\begin{array}{lllll} \text{Brom}(Br) & Z = 35 & E_{Br-K} = 13,47 \text{ keV} & \theta_{Br-K} = 13,21^\circ & \sigma_{Br-K} = 3,53 \\ \text{Strontium}(Sr) & Z = 38 & E_{Sr-K} = 16,10 \text{ keV} & \theta_{Sr-K} = 11,02^\circ & \sigma_{Sr-K} = 3,59 \\ \text{Zirkonium}(Zr) & Z = 40 & E_{Zr-K} = 17,99 \text{ keV} & \theta_{Zr-K} = 9,85^\circ & \sigma_{Zr-K} = 3,63 \end{array}$$

Desweiteren wird für das Element Quecksilber die Kernladungszahl Z und die Energien der L-Linien E recherchiert [4] um daraus den Bragg-Winkel θ und den Abschirmkoeffizienten σ zu berechnen.

$$\begin{array}{ll} \text{Quecksilber} & Hg \\ Z & = 80 \\ \theta_{Hg-L} & = 11,97^\circ \\ \sigma_L & = 4,44 \\ E_{Hg-L} & = 14,84 \text{ keV} \\ E_{Hg-L_{\alpha}} & = 9,99 \text{ keV} \\ E_{Hg-L_{\beta}} & = 11,82 \text{ keV} \end{array}$$

3.2 Aufbau

Die Messapparatur besteht aus einer Röntgenröhre, einem Geiger-Müller-Zähler, einem Braggkristall und einem Rechner zur Bedienung des Messprogramms. Das Licht der Röntgenröhre strahlt auf den drehbaren Braggkristall. Von dort fällt das Licht in den Geiger-Müller-Zähler. Mit dem Rechner können der Kristallwinkel, der Zählrohrwinkel und die Messintervalle reguliert werden. Die Beschleunigungsspannung wird auf $U_B = 35 \text{ kV}$ gestellt und der Strom auf $I = 1 \text{ mA}$.

3.3 Verifizierung der Bragg-Bedingung

Zur Verifizierung der Bragg-Bedingung wird der Modus "fester Kristallwinkel" angewählt und der Kristallwinkel wird auf $\theta = 14^\circ$ eingestellt. Der Zählrohrwinkel wird auf $26^\circ \leq \alpha_Z \leq 30^\circ$ festgelegt. Die Messintervalle sind $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ groß. Als Zeit pro Messung wird $\Delta t = 5\text{ s}$ gewählt. Die Messung wird ausgeführt, der Graph und die Messwerte werden ausgedruckt.

3.4 Emissionsspektrum

Das Emissionsspektrum der Röntgenröhre wird im "2:1-Koppelmodus" gemessen. Der Kristallwinkelbereich wird als $4^\circ \leq \theta \leq 26^\circ$ und die Messintervalle auf $\Delta\alpha = 0,2^\circ$ eingestellt. Die Messzeit beträgt $\Delta t = 5\text{ s}$. Anschließend wird gemessen und die Messwerte und der Graph werden ausgedruckt.

3.5 Absorptionsspektren

Das Fenster an der Messapparatur wird geöffnet und es wird ein Zirkonium-Absorber ($Z=40$) am Geiger-Müller-Zählrohr arriert. Die Messung wird im "2:1-Koppelmodus" gemacht. Als Messbereich wird $7,85^\circ \leq \alpha \leq 11,85^\circ$ und die Messzeit als $\Delta t = 20\text{ s}$ gewählt. Die Messintervalle betragen $\Delta\alpha = 0,1^\circ$.

Anschließend wird eine analoge Messung mit einem Brom-Absorber ($Z=35$) mit dem Messbereich $11,21^\circ \leq \alpha \leq 15,21^\circ$ gemacht.

Der dritte Absorber ist ein Strontium-Absorber. Der Messbereich wird auf $9,02^\circ \leq \alpha \leq 13,02^\circ$ eingestellt.

Für die letzte Messung wird ein Quecksilber-Absorber ($Z=80$) eingebaut. Der Messbereich beträgt $10^\circ \leq \alpha \leq 16^\circ$.

Für alle Messungen werden sowohl der Graph wie auch die Messwerte ausgedruckt.

4 Auswertung

4.1 Bragg Bedingung

Zur Überprüfung der Bragg Bedingung wird der LiF-Kristall auf einen Winkel von $\theta = 14^\circ$ gestellt. Das Geiger-Müller Zählrohr rotiert um den Kristall von $\alpha_Z = 26^\circ - 30^\circ$ Grad in $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ Schritten. Die gemessenen Daten sind in der Tabelle 4 zu finden. Die Tabelle ist in der Graphik 5 dargestellt.

Den Daten lässt sich ein Maximum für $\alpha_Z = 28^\circ \pm 0,2^\circ$ entnehmen.

Zählrohrwinkel 2*theta [°]	Rate bei 35kV R(35kV)[Imp/s]
26,0	33,0
26,2	34,0
26,4	44,0
26,6	67,0
26,8	117,0
27,0	145,0
27,2	198,0
27,4	238,0
27,6	260,0
27,8	272,0
28,0	285,0
28,2	280,0
28,4	254,0
28,6	227,0
28,8	211,0
29,0	196,0
29,2	178,0
29,4	143,0
29,6	112,0
29,8	97,0
30,0	64,0

Abbildung 4: Messwerte zur Überprüfung der Bragg Bedingung

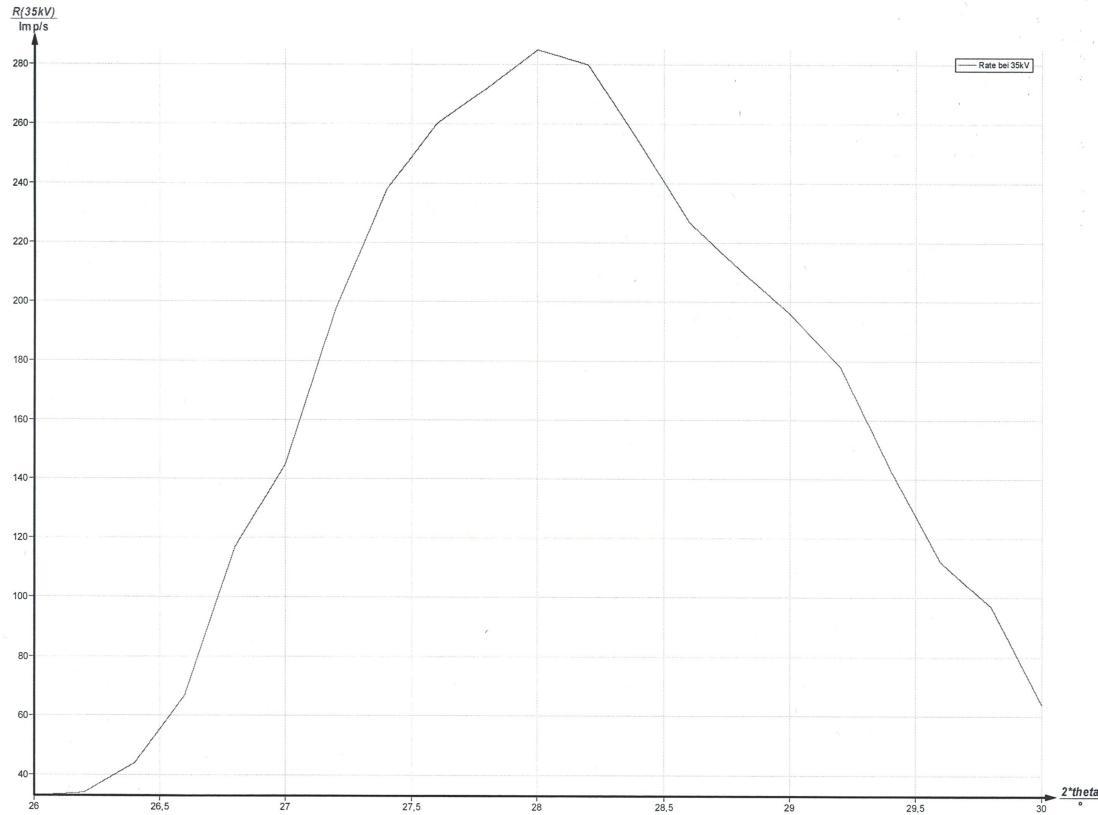


Abbildung 5: Überprüfung des Bragg-Winkels

4.2 Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

Um das Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre zu vermessen wird der Kristall von $\theta = 4^\circ - 26^\circ$ gedreht. Das Geiger-Müller Zählrohr wird wegen der Bragg Bedingung auf den doppelten Winkel eingestellt. Die gemessenen Daten sind in der Tabelle 6 aufgeführt. Die Messdaten sind in der Graphik 7 dargestellt. Der Winkel der K_β Linie und der K_α Linie werden abgelesen. Daraus werden die Werte für die Wellenlänge und die Energie berechnet.

$$K_\beta$$

$$\theta_\beta = (20,0 \pm 0,2)^\circ$$

$$\lambda_\beta = (0,1377 \pm 0,0013) \text{ nm}$$

$$E_\beta = (9,00 \pm 0,08) \text{ keV}$$

$$K_\alpha$$

$$\theta_\alpha = (22,4 \pm 0,2)^\circ$$

$$\lambda_\alpha = (0,1535 \pm 0,0013) \text{ nm}$$

$$E_\alpha = (8,077 \pm 0,060) \text{ keV}$$

Die Wellenlänge berechnet sich nach der Gleichung 2.

Der Grenzwinkel, welcher die kleinste Wellenlänge besitzt und somit die größte Energie,

kann an der Graphik 7 abgelesen werden.

$$\begin{aligned}\theta_1 &= (4,8 \pm 0,2)^\circ \\ \lambda &= (0,0337 \pm 0,0014) \text{ nm} \\ E_{\max} &= (36,784 \pm 1,468) \text{ keV}\end{aligned}$$

Die Halbwertsbreite der K_β Linie und der K_α Linie wird gemessen, in dem man ermittelt bei welchem Winkel die Intensität um die Hälfte abgefallen ist. Über die Gleichungen 1 und 2 lässt sich für den Winkel die Energie ausrechnen.

K_β	K_α
$\theta_1 = (19,7 \pm 0,2)^\circ$	$\theta_1 = (22,2 \pm 0,2)^\circ$
$\theta_2 = (20,3 \pm 0,2)^\circ$	$\theta_2 = (22,6 \pm 0,2)^\circ$
$E_1 = (9,131 \pm 0,088) \text{ keV}$	$E_1 = (8,146 \pm 0,069) \text{ keV}$
$E_2 = (8,872 \pm 0,082) \text{ keV}$	$E_2 = (8,009 \pm 0,066) \text{ keV}$

Mit den Gleichungen 4 und 6 lässt sich für K_β und K_α , die Abschirmkonstante σ_K bestimmen.

$$\begin{aligned}\sigma_{K_\beta} &= 3,28 \pm 0,12 \\ \sigma_{K_\alpha} &= 12,53 \pm 0,54\end{aligned}$$

Kristallwinkel theta[°]	Rate bei 35kV R(35kV)[Imp/s]		
4,0	44,0	15,8	243,0
4,2	40,0	16,0	230,0
4,4	42,0	16,2	227,0
4,6	46,0	16,4	224,0
4,8	57,0	16,6	216,0
5,0	85,0	16,8	223,0
5,2	102,0	17,0	198,0
5,4	129,0	17,2	207,0
5,6	155,0	17,4	196,0
5,8	174,0	17,6	186,0
6,0	181,0	17,8	192,0
6,2	215,0	18,0	172,0
6,4	215,0	18,2	173,0
6,6	255,0	18,4	163,0
6,8	261,0	18,6	165,0
7,0	290,0	18,8	152,0
7,2	287,0	19,0	141,0
7,4	314,0	19,2	151,0
7,6	330,0	19,4	149,0
7,8	342,0	19,6	200,0
8,0	356,0	19,8	1116,0
8,2	362,0	20,0	1195,0
8,4	388,0	20,2	1076,0
8,6	381,0	20,4	227,0
8,8	400,0	20,6	210,0
9,0	400,0	20,8	198,0
9,2	404,0	21,0	175,0
9,4	427,0	21,2	192,0
9,6	405,0	21,4	188,0
9,8	406,0	21,6	194,0
10,0	418,0	21,8	232,0
10,2	425,0	22,0	1520,0
10,4	441,0	22,2	4424,0
10,6	439,0	22,4	5968,0
10,8	439,0	22,6	566,0
11,0	430,0	22,8	188,0
11,2	440,0	23,0	149,0
11,4	424,0	23,2	129,0
11,6	408,0	23,4	118,0
11,8	414,0	23,6	105,0
12,0	416,0	23,8	104,0
12,2	414,0	24,0	108,0
12,4	399,0	24,2	107,0
12,6	401,0	24,4	91,0
12,8	384,0	24,6	92,0
13,0	348,0	24,8	90,0
13,2	336,0	25,0	87,0
13,4	318,0	25,2	82,0
13,6	295,0	25,4	74,0
13,8	294,0	25,6	75,0
14,0	291,0	25,8	82,0
14,2	295,0	26,0	72,0
14,4	273,0		
14,6	269,0		
14,8	271,0		
15,0	263,0		
15,2	255,0		
15,4	264,0		
15,6	244,0		

Abbildung 6: Tabelle zum Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

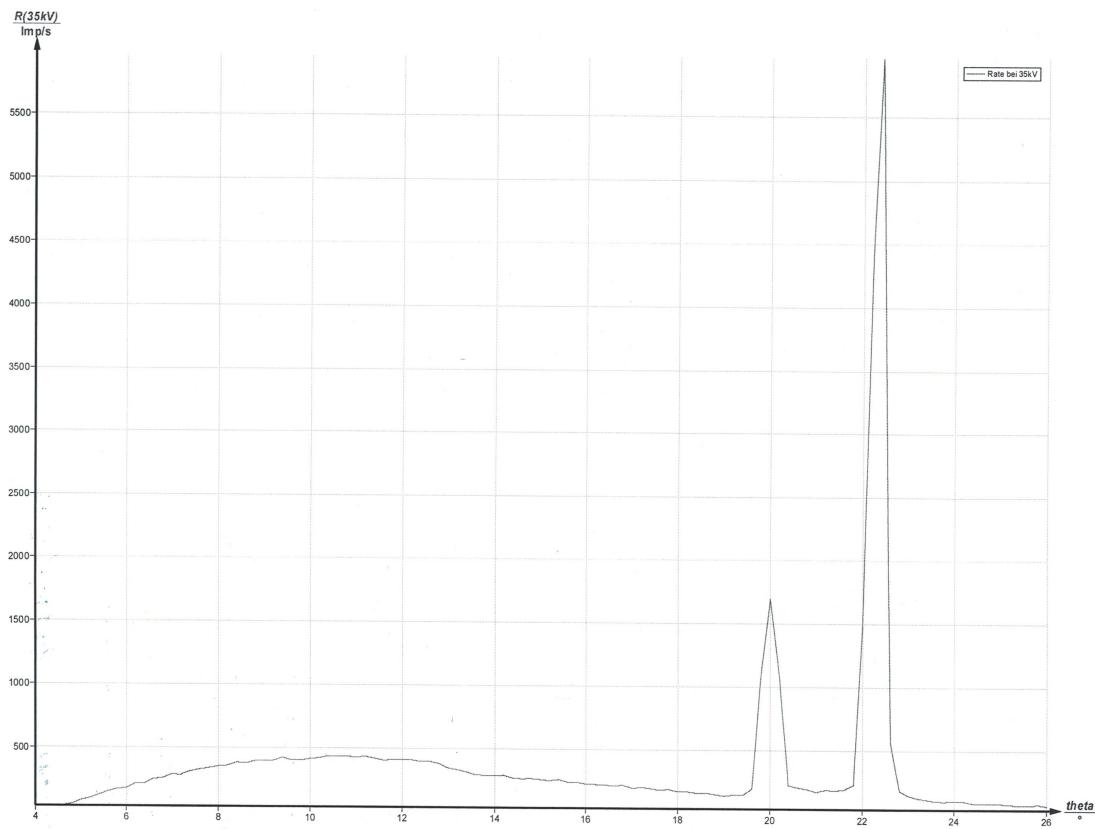


Abbildung 7: Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

4.3 Absorptionsspektrum

Es wird vor das Geiger-Müller Zählrohr ein Material gesetzt was ein bestimmtes Absorptionsspektrum besitzt. Dieses wird mit $0,1^\circ$ -Schritten vermessen. Die Integrationszeit beträgt $\Delta t=20\text{ s}$. Da die Messung in der 2:1 Kopplung gemessen wurde müssen die Winkelangaben halbiert werden.

4.3.1 Brom

Mit den Gleichungen 1 und 4 lässt sich die Absorptionsenergie und die Abschiermkonstante bestimmen.

Die Ordnungszahl ist dabei

$$Z = 35.$$

Der Winkel wird als $(13,05 \pm 0,35)^\circ$ gemessen. Die Absorptionsenergie bertägt

$$E_K = (13,631 \pm 0,806)\text{ keV}.$$

Daraus ergiebt sich die Abschiermkonstante

$$\sigma_K = 3,347 \pm 0,922.$$

Zählrohrwinkel $2\theta[\text{°}]$	Rate bei 35kV mit B R(35kV)[Imp/s]
22,4	24,0
22,6	24,0
22,8	23,0
23,0	25,0
23,2	25,0
23,4	23,0
23,6	22,0
23,8	21,0
24,0	23,0
24,2	21,0
24,4	22,0
24,6	20,0
24,8	20,0
25,0	19,0
25,2	20,0
25,4	20,0
25,6	24,0
25,8	28,0
26,0	36,0
26,2	45,0
26,4	54,0
26,6	61,0
26,8	59,0
27,0	56,0
27,2	53,0
27,4	51,0
27,6	47,0
27,8	44,0
28,0	44,0
28,2	41,0
28,4	40,0
28,6	41,0
28,8	39,0
29,0	36,0
29,2	36,0
29,4	34,0
29,6	33,0
29,8	32,0
30,0	30,0
30,2	31,0
30,4	30,0

Abbildung 8: Absorptionsspektrum von Brom

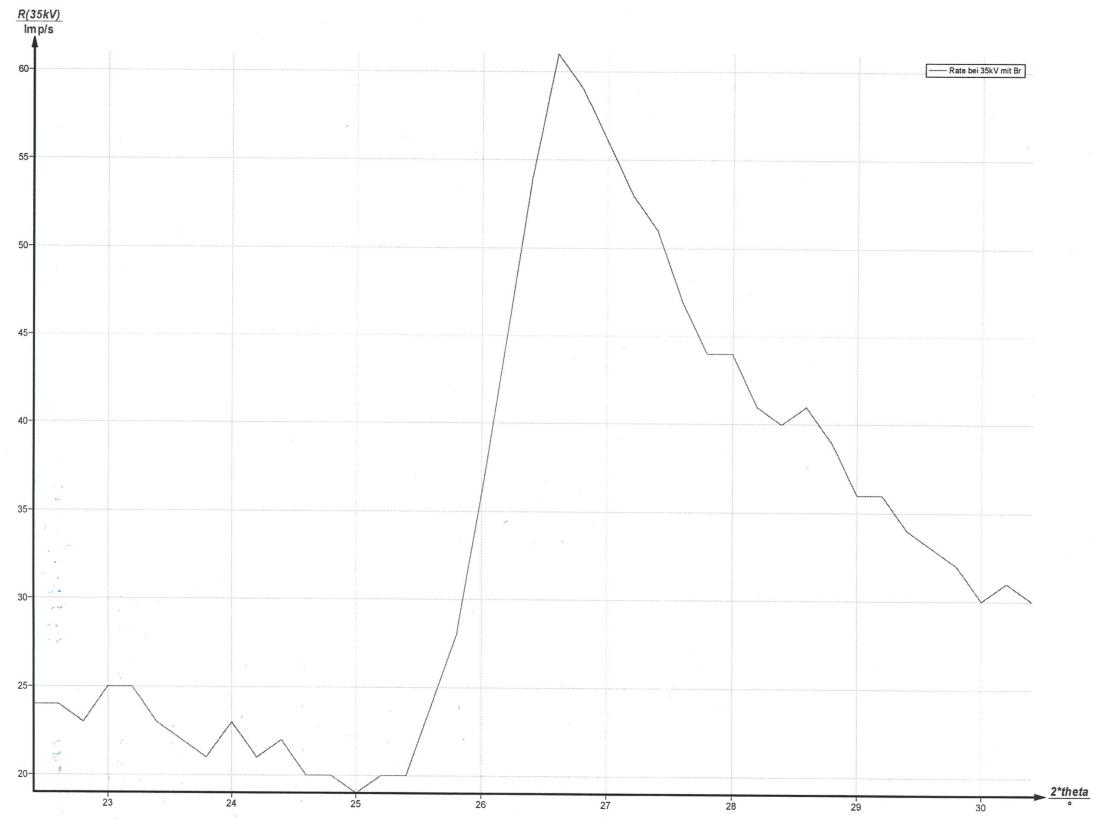


Abbildung 9: Absorptionsspektrum von Brom

4.3.2 Strontium

$$Z = 38$$

$$Winkel = (10,75 \pm 0,45)^\circ$$

$$E_K = (16,502 \pm 0,712) \text{ keV}$$

$$\sigma_K = 3,173 \pm 0,743$$

Zählrohrwinkel 2*theta[°]	Rate bei 35kV mit S R(35kV)[Imp/s]
18,0	62,0
18,2	59,0
18,4	57,0
18,6	58,0
18,8	55,0
19,0	56,0
19,2	55,0
19,4	51,0
19,6	50,0
19,8	49,0
20,0	46,0
20,2	44,0
20,4	43,0
20,6	45,0
20,8	41,0
21,0	50,0
21,2	57,0
21,4	83,0
21,6	120,0
21,7	142,0
22,0	182,0
22,2	207,0
22,4	207,0
22,6	203,0
22,8	199,0
23,0	190,0
23,2	180,0
23,4	175,0
23,6	173,0
23,8	169,0
24,0	167,0
24,2	159,0
24,4	155,0
24,6	154,0
24,8	153,0
25,0	149,0
25,2	147,0
25,4	141,0
25,6	136,0
25,8	134,0
26,0	125,0

Abbildung 10: Absorptionsspektrum von Strontium

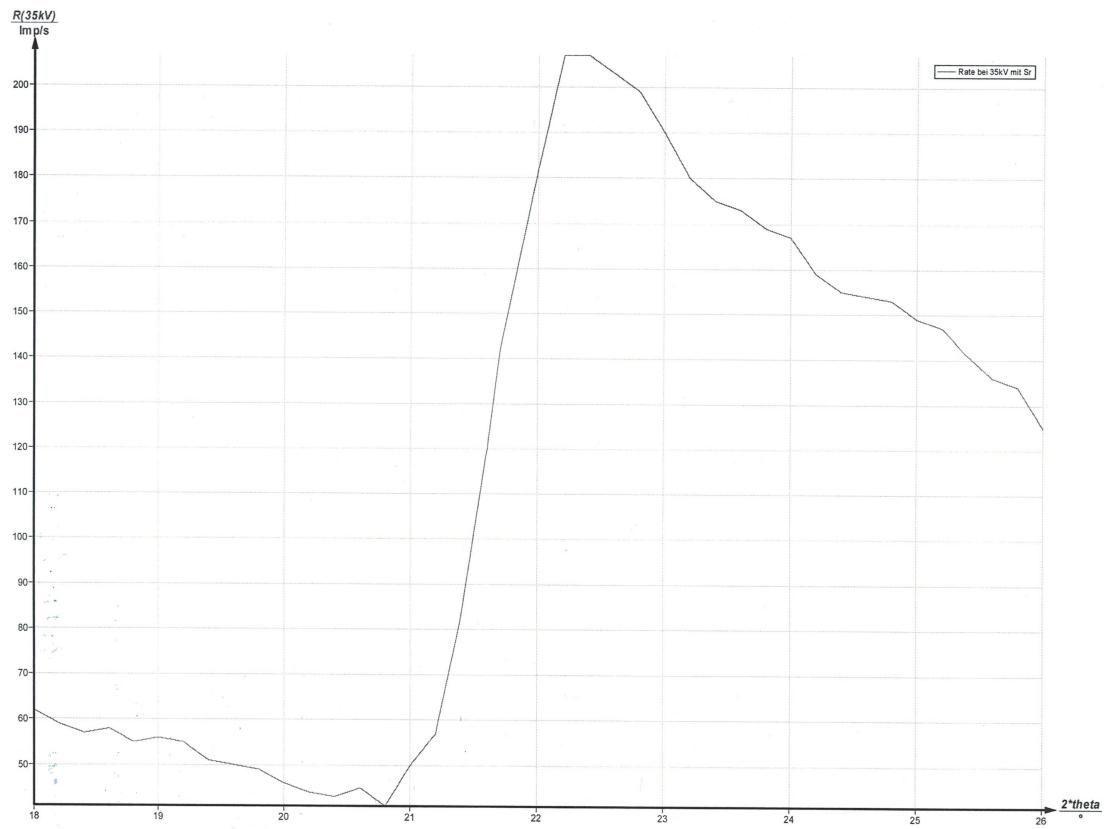


Abbildung 11: Absorptionsspektrum von Strontium

4.3.3 Zirkonium

$$Z = 40$$

$$Winkel = (9,75 \pm 0,45)^\circ$$

$$E_K = (18,175 \pm 0,793) \text{ keV}$$

$$\sigma_K = 3,449 \pm 0,788$$

Zählrohrwinkel 2*theta[°]	Rate bei 35kV mit Z R(35kV)[imp/s]
15,6	150,0
15,8	144,0
16,0	136,0
16,2	144,0
16,4	142,0
16,6	140,0
16,7	145,0
17,0	143,0
17,2	135,0
17,4	128,0
17,6	126,0
17,7	135,0
18,0	122,0
18,2	124,0
18,4	128,0
18,6	115,0
18,8	127,0
19,0	164,0
19,2	197,0
19,4	256,0
19,6	259,0
19,8	306,0
20,0	305,0
20,2	310,0
20,4	309,0
20,6	319,0
20,8	314,0
21,0	296,0
21,2	296,0
21,4	305,0
21,6	290,0
21,7	292,0
22,0	298,0
22,2	297,0
22,4	279,0
22,6	293,0
22,8	271,0
23,0	275,0
23,2	260,0
23,4	253,0
23,6	255,0

Abbildung 12: Absorptionsspektrum von Zirkonium

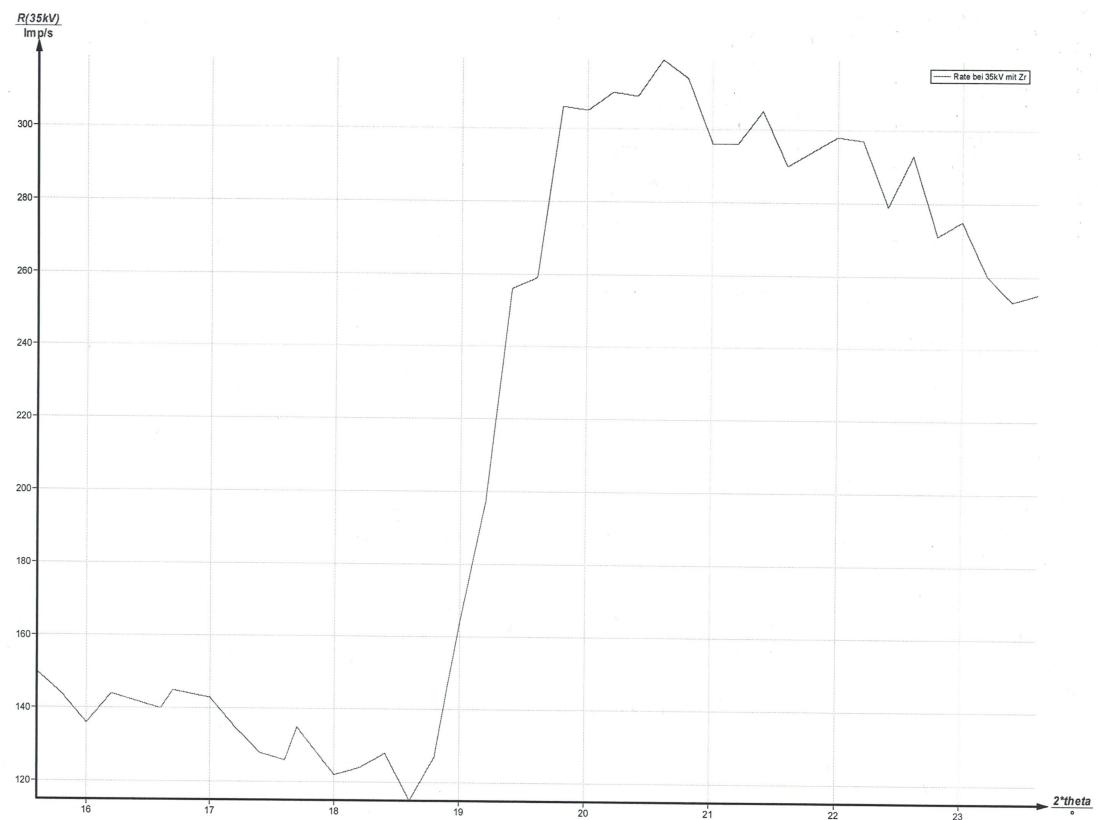


Abbildung 13: Absorptionsspektrum von Zirkonium

4.4 Moselysches-Gesetz

Mit den Energiewerten für Zirkonium, Strontium und Brom und deren Ordnungszahlen lässt sich die Rydbergkonstante bestimmen. Dazu wird die Wurzel der Energie gegen die Ordnungszahl Z aufgetragen. Mit einer von Python errechneten Ausgleichsgraden werden folgende Werte bestimmt.

$$y = mx + b$$

$$m = (3,753 \pm 2,874 \cdot 10^{-4}) \sqrt{\text{eV}}$$

$$b = (-12,085 \pm 0,141) \sqrt{\text{eV}}$$

Mit den Gleichungen

$$E_{\text{Ry}} = m^2$$

$$\Delta E_{\text{Ry}} = \sqrt{(2 \cdot m)^2 \cdot \Delta m}$$

lässt sich die Rydbergkonstante und ihr Fehler, mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung, bestimmen.

$$E_{\text{Ry}} = (14,08 \pm 0,12) \text{ eV}$$

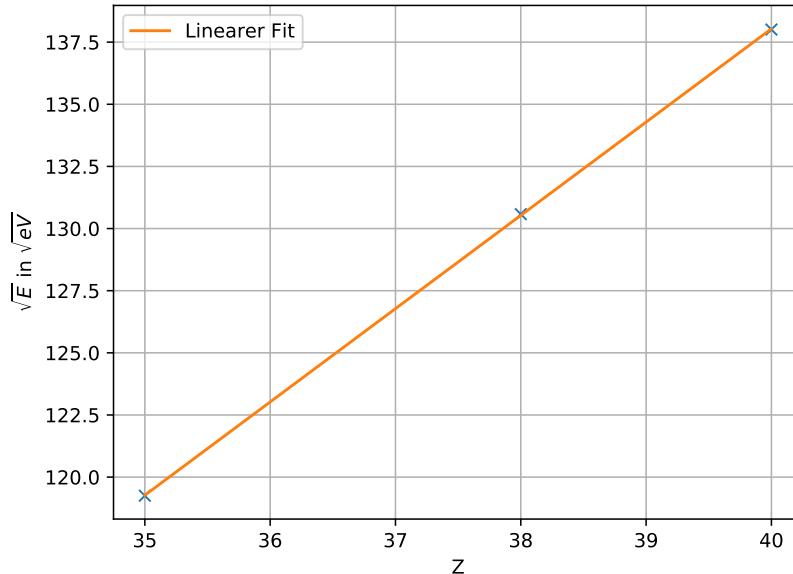


Abbildung 14: \sqrt{E} -Z-Diagramm

4.4.1 Quecksilber

Quecksilber hat eine hohe Ordnungszahl, daher lassen sich bei Quecksilber die Parameter für die L-Kante bestimmen.

$$Z = 80$$

$$Winkel_{L2} = (14,6 \pm 0,1)^\circ$$

$$Winkel_{L3} = (14,0 \pm 0,1)^\circ$$

$$E_{L2} = (12,211 \pm 0,081) \text{ keV}$$

$$E_{L3} = (12,723 \pm 0,088) \text{ keV}$$

$$\sigma_{L2} = 50,0 \pm 0,5$$

$$\sigma_{L3} = 49,419 \pm 0,105$$

Die Energiedifferenz beträgt:

$$\Delta E = 12,723 \text{ keV} - 12,211 \text{ keV} = 0,512 \text{ keV}$$

Daraus lässt sich mit der Formel 7 die Abschirmkonstante σ_L berechnen.

$$\sigma_L = 23,624$$

Zählrohrwinkel $2^*\theta[\text{°}]$	Rate bei 35kV $R(35\text{kV})[\text{Imp/s}]$	31,8	36,0
		32,0	35,0
20,0	62,0		
20,2	61,0		
20,4	59,0		
20,6	58,0		
20,8	58,0		
21,0	55,0		
21,2	55,0		
21,4	53,0		
21,6	51,0		
21,7	49,0		
22,0	50,0		
22,2	48,0		
22,4	46,0		
22,6	46,0		
22,8	43,0		
23,0	42,0		
23,2	42,0		
23,4	42,0		
23,6	44,0		
23,8	44,0		
24,0	41,0		
24,2	45,0		
24,4	47,0		
24,6	49,0		
24,8	50,0		
25,0	55,0		
25,2	54,0		
25,4	47,0		
25,6	51,0		
25,8	46,0		
26,0	44,0		
26,2	43,0		
26,4	40,0		
26,6	38,0		
26,8	38,0		
27,0	36,0		
27,2	34,0		
27,4	35,0		
27,6	33,0		
27,8	32,0		
28,0	30,0		
28,2	32,0		
28,4	36,0		
28,6	41,0		
28,8	47,0		
29,0	51,0		
29,2	54,0		
29,4	53,0		
29,6	52,0		
29,8	49,0		
30,0	48,0		
30,2	45,0		
30,4	45,0		
30,6	42,0		
30,8	43,0		
31,0	40,0		
31,2	38,0		
31,4	37,0		
31,6	36,0		

Abbildung 15: Absorptionsspektrum von Quecksilber

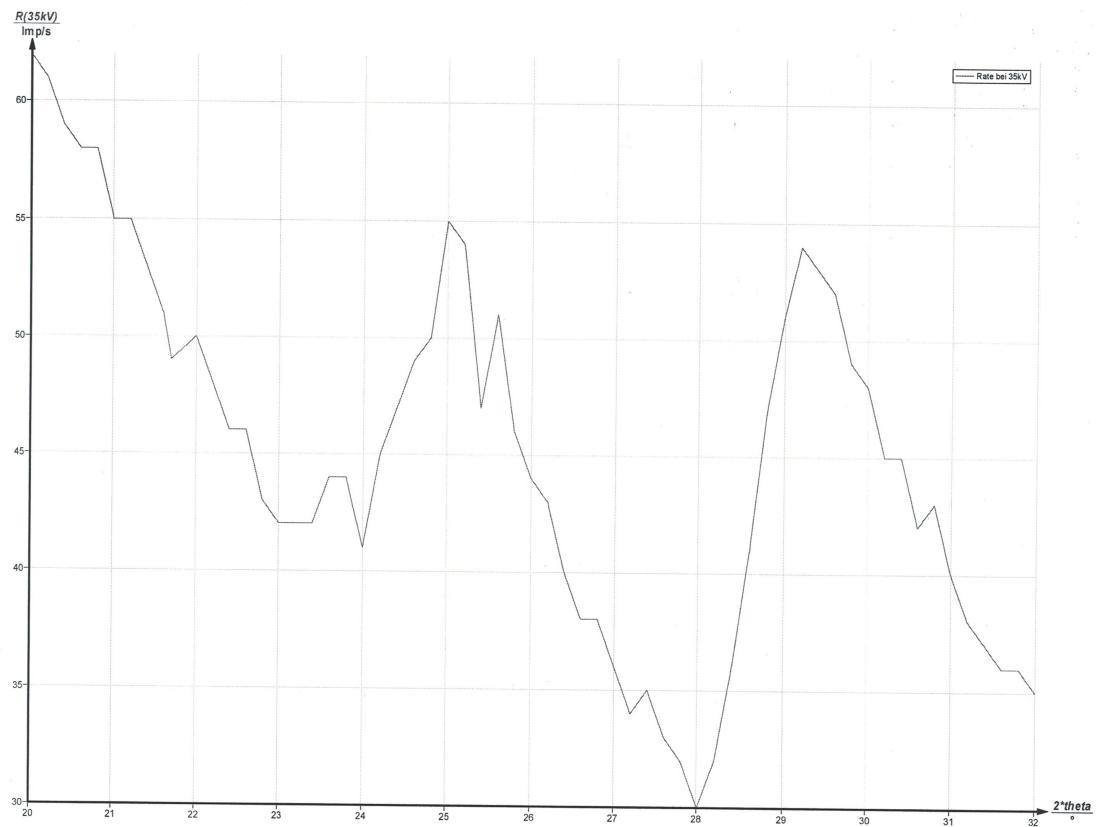


Abbildung 16: Absorptionsspektrum von Quecksilber

5 Diskussion

Initial lässt sich sagen, dass der Versuch annähernd problemfrei und wie erwartet verläuft. Der Braggwinkel wird als

$$\theta_{Z,exp} = 28^\circ$$

bestimmt. Der vom Versuch gegebene Theoriewert liegt bei

$$\theta_{Z,theo} = 28^\circ.$$

Die relative Abweichung f in Prozent wird allgemein durch

$$f = \frac{x_{exp} - x_{theo}}{x_{theo}} \cdot 100 \quad (10)$$

berechnet und ergibt sich hier zu $f_{Bragg} = 0\%$.

Bei der Messung des Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre ergeben sich die Winkel θ der K_α - und K_β -Linien zu

$$\begin{aligned}\theta_{\alpha,exp} &= 22,4^\circ \\ \theta_{\beta,exp} &= 20,0^\circ.\end{aligned}$$

Die zugehörigen Literaturwerte [4] aus der Vorbereitungsaufgabe sind:

$$\begin{aligned}\theta_{\alpha,theo} &= 22,32^\circ \\ \theta_{\beta,theo} &= 20,21^\circ.\end{aligned}$$

Die relativen Abweichungen ergeben sich nach Gleichung (10) zu:

$$\begin{aligned}f_{\theta_\alpha} &= 0,36\% \\ f_{\theta_\beta} &= 1,04\%.\end{aligned}$$

Aus Abbildung 7 lässt sich der minimale Winkel $\theta_{min} = 4,8^\circ$ ablesen. Daraus berechnet sich mit Gleichung (1) die zugehörige gemessene Wellenlänge

$$\lambda_{min,exp} = 3,37 \cdot 10^{-11} \text{ m.}$$

Mit Gleichung (3) ergibt sich der theoretische Wert der minimalen Wellenlänge:

$$\lambda_{min,theo} = 3,54 \cdot 10^{-11} \text{ m.}$$

Die relative Abweichung f_λ der minimalen Wellenlänge berechnet sich nach Gleichung (10) zu $f_\lambda = 4,80\%$. Die Halbwertsbreiten der Peaks in Abbildung 7 berechnen sich zu:

$$\begin{aligned}\Delta\theta_\alpha &= \theta_2 - \theta_1 = 20,3^\circ - 19,7^\circ = 0,6^\circ \\ \Delta\theta_\beta &= \theta_2 - \theta_1 = 22,6^\circ - 22,2^\circ = 0,4^\circ.\end{aligned}$$

Die Abschirmkonstante σ_K wird zu

$$\sigma_{K,exp} = 20,76$$

bestimmt. Als Literaturwert wird

$$\sigma_{K,theo} = 21,00$$

verwendet. Die Werte weichen um $f_{\sigma_K} = 1,14\%$ voneinander ab.

In der Absorptionspektroskopie werden die drei Elemente Brom, Strontium und Zirkonium als Absorber mit $Z < 50$ vor das Geiger-Müller-Zählrohr geschaubt. Aus ihren Ergebnissen wird die Rydbergenergie E_{Ry} bestimmt. Danach folgt ein Absorber aus Quecksilber mit $Z > 50$.

Für den Brom-Absorber ergeben sich die gemessene Absorptionsenergie E und der gemessene Abschirmkoeffizient σ_K zu:

$$\begin{aligned} E_{Br-K,exp} &= 14,221 \text{ keV} \\ \sigma_{Br-K,exp} &= 2,6629 \end{aligned}$$

Die Literaturwerte lauten:

$$\begin{aligned} E_{Br-K,theo} &= 13,47 \text{ keV} \\ \sigma_{Br-K,theo} &= 3,53. \end{aligned}$$

Die relativen Abweichungen ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} f_{E_{Br-K}} &= 5,57\% \\ f_{\sigma_{Br-K}} &= 24,56\%. \end{aligned}$$

Der Strontium-Absorber führt zu folgenden Werten:

$$\begin{aligned} E_{Sr-K,exp} &= 17,051 \text{ keV} \\ \sigma_{Sr-K,exp} &= 2,591 \end{aligned}$$

Als Literaturwerte werden

$$\begin{aligned} E_{Sr-K,theo} &= 16,10 \text{ keV} \\ \sigma_{Sr-K,theo} &= 3,59 \end{aligned}$$

verwendet. Die relativen Abweichungen werden errechnet:

$$\begin{aligned} f_{E_{Sr-K}} &= 5,91\% \\ f_{\sigma_{Sr-K}} &= 27,83\%. \end{aligned}$$

Mit dem Zirkonium-Absorber werden die folgenden Werte gemessen:

$$\begin{aligned} E_{Zr-K,exp} &= 19,046 \text{ keV} \\ \sigma_{Zr-K,exp} &= 2,576. \end{aligned}$$

Die theoretischen Werte ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} E_{Zr-K,theo} &= 17,99 \text{ keV} \\ \sigma_{Zr-K,theo} &= 3,63. \end{aligned}$$

Damit errechnen sich die relativen Abweichungen zu:

$$\begin{aligned} f_{E_{Zr-K}} &= 5,87 \% \\ f_{\sigma_{Zr-K}} &= 29,04 \%. \end{aligned}$$

Die Rydbergenergie E_{Ry} wird über die K-Kanten der Brom-, Strontium- und Zirkonium-Absorber zu

$$E_{Ry,exp} = (14,085 \pm 0,127) \text{ eV}$$

berechnet. Als Literaturwert wird

$$E_{Ry,theo} = 13,605 \text{ eV}$$

verwendet. Die Werte weichen um $f_{E_{Ry}} = 3,53 \%$ voneinander ab.

Obwohl nur drei Absorber zur Berechnung der Rydbergenergie verwendet werden können, ist der Wert erstaunlich genau.

Der Quecksilber-Absorber wird verwendet um die L-Kanten eines Elements mit $Z > 50$ zu messen. Zunächst wird ein zu kleiner Messbereich gewählt und es können keine L-Kanten erkannt werden. In der zweiten Messung mit dem Quecksilber-Absorber kommt es zu den folgenden Werten:

$$\begin{aligned} E_{Hg-L,exp} &= 14,804 \text{ keV} \\ \sigma_{Hg-L,exp} &= 47. \end{aligned}$$

Als theoretische Werte ergeben sich:

$$\begin{aligned} E_{Hg-L,theo} &= 14,84 \text{ keV} \\ \sigma_{Hg-L,theo} &= 4,44. \end{aligned}$$

Die relativen Abweichungen liegen damit bei

$$\begin{aligned} f_{E_{Hg-L,exp}} &= 0,24 \% \\ f_{\sigma_{Hg-L,exp}} &= 0,21 \%. \end{aligned}$$

Literatur

- [1] J. A. Bearden. *X-Ray Wavelengths. Review of Modern Physics.* 1967.
- [2] TU Dortmund. In: *Versuchsanleitung V602.*
- [3] Casio Taschenrechner. In: *fx-991ES.*
- [4] Steffens Wissensblog. *Wellenlängen und Anregungsenergien von K- und L- Absorptionskanten.* 2018. URL: <https://wissen.science-and-fun.de/tabellen-für-spektroskopiker/wellenlaengen-und-anregungsenergien-von-k-und-l-absorptionskanten/> (besucht am 30.04.2018).