

# **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>2</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>2</b>
<b>3 Aufbau und Durchführung</b>	<b>3</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1 Leerlaufspannung und Eigenwiderstand (Messreihe a) . . . . .	5
4.2 Klemmenspannung an der Monozelle (Messreihe b) . . . . .	5
4.3 Klemmenspannung mit der Gegenspannung (Messreihe c) . . . . .	6
4.4 Klemmenspannung mit der Rechteck- und Sinusspannung (Messreihe d) . .	8
4.5 Systematischer Fehler der $U_0$ -Messung (Aufgabe c) . . . . .	11
4.6 Systematischer Fehler bei nachgeschaltetem Voltmeter (Aufgabe d) . . .	12
4.7 Umgesetzte Leistung (Aufgabe e) . . . . .	12
<b>5 Diskussion</b>	<b>13</b>

## 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es die Leerlaufspannung und den Innenwiderstand verschiedener Spannungsquellen zu messen.

## 2 Theorie

Entnimmt man einer Spannungsquelle keinen Strom, liegt an den Ausgangsklemmen die Leerlaufspannung  $U_0$  an. Schließt man den Kreislauf, sodass ein endlicher Strom  $I$  fließen kann, fällt die Klemmenspannung  $U_k$  unter den Wert von  $U_0$ . Die Spannungsquelle hat einen Innenwiderstand  $R_i$ . Durch das Anschließen eines Messgerätes kommt ein weiterer Widerstand  $R_a$ , wie in der Abbildung 1 gezeigt, hinzu. Wegen des Zweiten Kirchhoff'schen Gesetzes gilt

$$U_0 = IR_i + IR_a$$

Da gilt:

$$U_k = IR_a = U_0 - IR_i \quad (1)$$

ist es sinnvoll  $R_a$  groß zu halten. Somit wird der Strom  $I$  klein und es kann

$$U_k \approx U_0$$

angenommen werden.

Durch den Innenwiderstand  $R_i$  kann man der idealen Spannungsquelle nicht unendlich Leistung entnehmen. Die an  $R_a$  abgegebene Leistung lässt sich berechnen mit

$$N = I^2 R_a.$$

Bei der Leistungsanpassung wird ein bestimmtes  $R_a$  und  $I$  gesucht bei dem  $N$  maximal wird. Bei elektrischen Generatoren ist der Innenwiderstand durch den Rückkopplungsmechanismus festgelegt. Wird der Belastungsstrom geändert, so ändert sich auch das elektrische Verhalten. Der Innenwiderstand kann hier als differentielle Größe angesehen:

$$R_i = \frac{dU_k}{dI}.$$

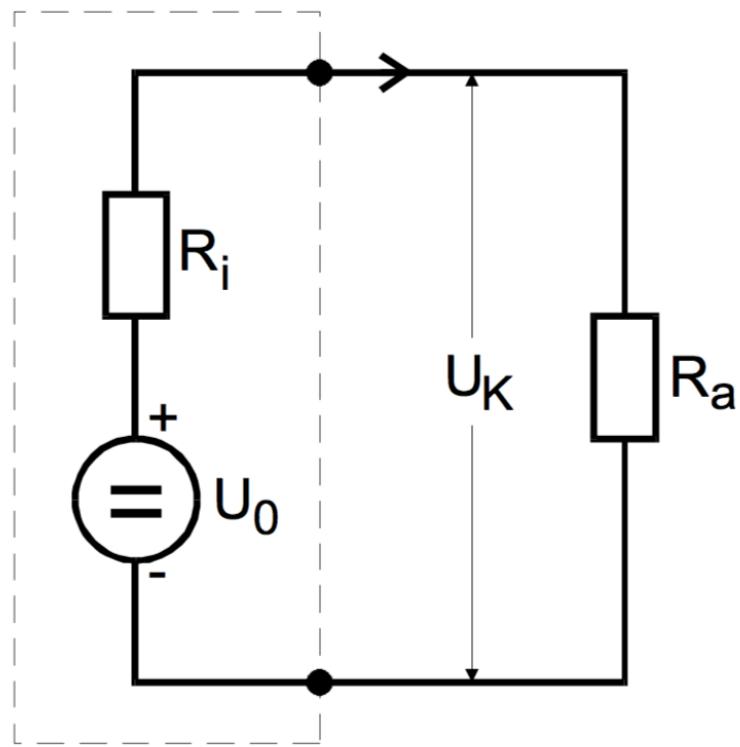


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle mit Belastungswiderstand [1]

### 3 Aufbau und Durchführung

Die Monozelle, welche aus idealer Spannungsquelle und einem Widerstand besteht, wird an ein Voltmeter angeschlossen. Das Voltmeter besitzt einen Widerstand von

$$R_V = 10 \cdot 10^6 \Omega.$$

So lässt sich die Leerlaufspannung der Monozelle bestimmen. Nun wird ein regelbarer Widerstand  $R$  mit der Monozelle in Reihe geschaltet. Mit einem ebenfalls in Reihe geschaltetem Ampermeter lässt sich eine Beziehung zwischen Klemmenspannung  $U_K$  und Strom  $I$  bestimmen. Es werden dazu mindestens 10 Wertepaare aufgenommen.

Im nächsten Versuchsteil wird einen entgegengerichtete Spannungsquelle hinter den Widerstand geschaltet. Diese besitzt eine mindestens um 2V größere Spannung als die Monozelle, sodass der Strom auch in entgegengesetzter Richtung fließt. Das Schaltbild ist in Abbildung 2 dargestellt. Es werden wieder 10 Wertepaare von  $U_K$  und I aufgenommen. Für den letzten Teil des Experimentes wird die Gegenspannung wieder ausgebaut und die Monozelle durch einen RC-Generator ersetzt. Dieser gibt eine Rechteckspannung aus. Hierzu werden wieder die Wertepaare  $U_K$  und I bestimmt. Für die Sinusspannung wird diese Messung wiederholt.

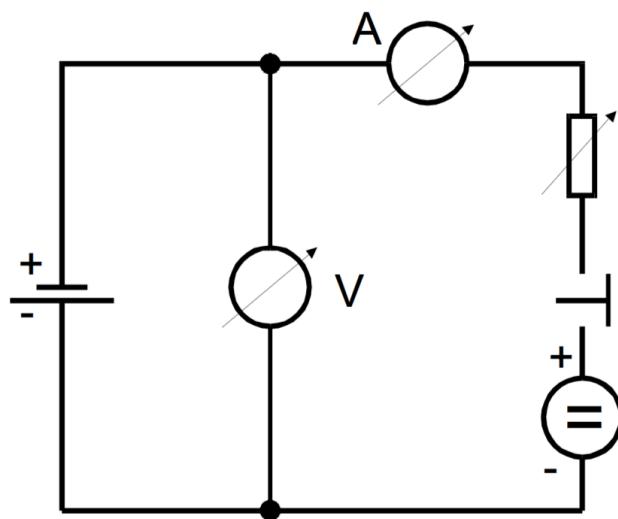


Abbildung 2: Schaltbild mit Gegenspannung [1]

## 4 Auswertung

### 4.1 Leerlaufspannung und Eigenwiderstand (Messreihe a)

Am Voltmeter werden der Eingangswiderstand

$$R_V = 10 \cdot 10^6 \Omega$$

und die Leerlaufspannung

$$U_{0,Mono.,theo} = 1,4 \text{ V}$$

abgelesen.

### 4.2 Klemmenspannung an der Monozelle (Messreihe b)

Die Messwerte sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Tabelle 1: Messreihe a

I/mA	U/V
83	0,940
70	1,000
61	1,000
55	1,050
50	1,080
45	1,110
41	1,140
37	1,155
35	1,170
32	1,185
31	1,200
29	1,200
25	1,215
24	1,230

Die Klemmenspannung U ist in Abbildung 3 gegen den Belastungsstrom I aufgetragen.  
Die lineare Regression der Form  $ax + b$  hat die Parameter:

$$\begin{aligned} a &= (-5,05722 \pm 0,00003) \Omega \\ b &= (1,34431 \pm 0,00006) \text{ V}. \end{aligned}$$

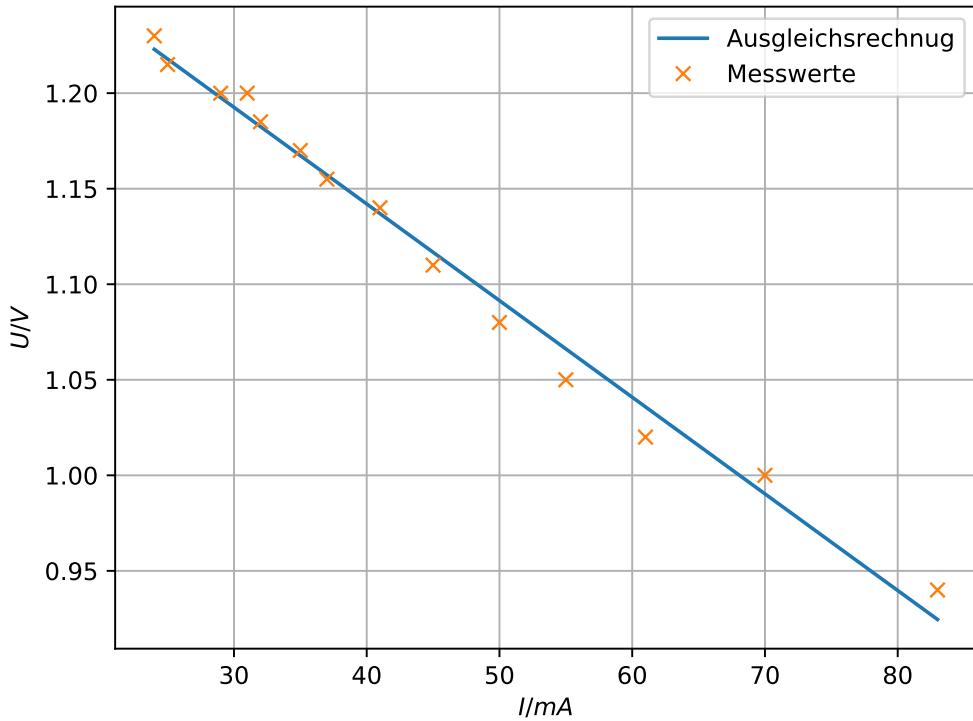


Abbildung 3: Klemmenspannung U gegen den Belastungsstrom I mit der Monozelle

Dabei ist nach Gleichung (1) die Steigung a gleich dem Innenwiderstand und es ergibt sich

$$R_i = (5,057\,22 \pm 0,000\,03) \Omega.$$

Der y-Achsenabschnitt b ist gleich der Leerlaufspannung  $U_0$

$$U_{0,Mono1,exp} = (1,344\,31 \pm 0,000\,06) V.$$

#### 4.3 Klemmenspannung mit der Gegenspannung (Messreihe c)

In Tabelle 2 sind die Messwerte zur Klemmenspannung mit der Gegenspannung.  
In Abbildung 4 ist die Klemmenspannung gegen den Belastungsstrom I aufgetragen.  
Die Parameter der linearen Regression der Form  $cx + d$  lauten:

$$\begin{aligned} c &= (529,614 \pm 0,101) \Omega \\ d &= (1,443\,676 \pm 0,000\,113) V. \end{aligned}$$

Tabelle 2: Messreihe b

I/mA	U/V
2,00	2,520
1,70	2,340
1,40	2,160
1,10	2,040
1,00	1,950
0,90	1,920
0,80	1,860
0,70	1,845
0,65	1,800
0,60	1,755
0,55	1,740
0,50	1,710
0,50	1,695

Die Steigung c der gefitteten Funktion ist der Innenwiderstand:

$$R_i = (529,614 \pm 0,101) \Omega.$$

Die Leerlaufspannung ist gleich dem y-Achsenabschnitt d:

$$U_{0,Mono2,exp} = (1,443\,676 \pm 0,000\,113) \text{ V}$$

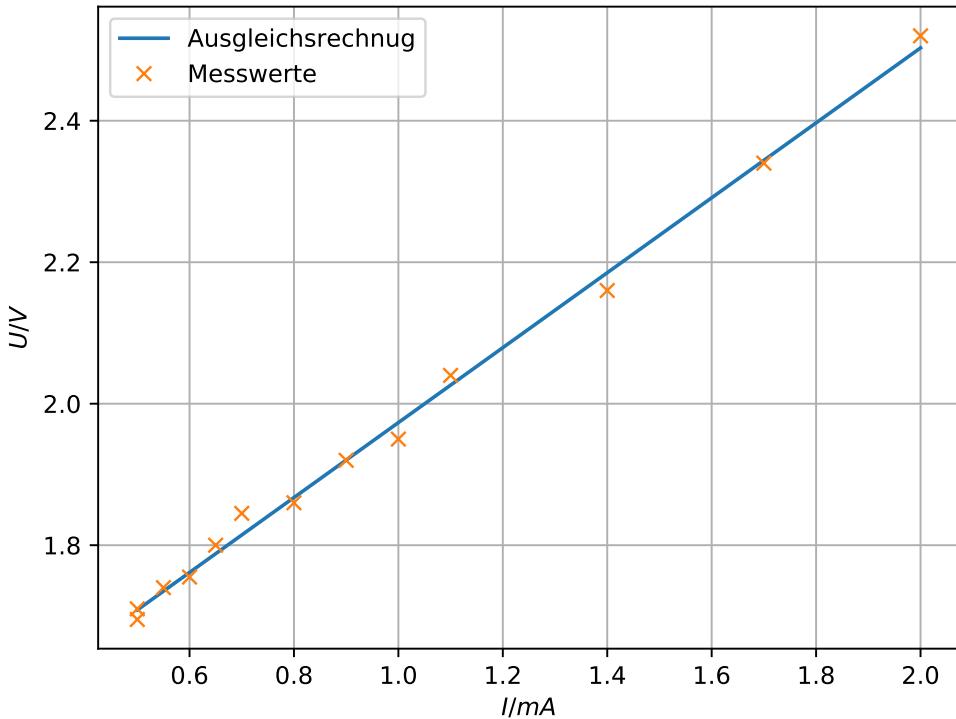


Abbildung 4: Klemmenspannung U gegen den Belastungsstrom I an der Monozelle mit der Gegenspannung

#### 4.4 Klemmenspannung mit der Rechteck- und Sinusspannung (Messreihe d)

Die Leerlaufspannung wird als

$$U_{0, \text{Rechteck}, \text{theo}} = 0,5 \text{ V}$$

gemessen.

Zur Schaltung mit der Rechteckspannung werden die Klemmenspannung U und der Belastungsstrom I in Tabelle 3 gemessen.

Die Messwerte sind in Abbildung 5 aufgetragen.

Die lineare Regression mit der Funktion  $ex + f$  liefert die Parameter:

$$\begin{aligned} e &= (-58,670 \pm 0,002) \Omega \\ f &= (0,497\,020 \pm 0,000\,018) \text{ V}. \end{aligned}$$

Tabelle 3: Messreihe c

I/mA	U/V
5,9	0,155
5,1	0,200
3,8	0,270
3,1	0,300
2,7	0,340
2,4	0,360
2,1	0,380
1,8	0,390
1,6	0,400
1,5	0,410
1,4	0,420

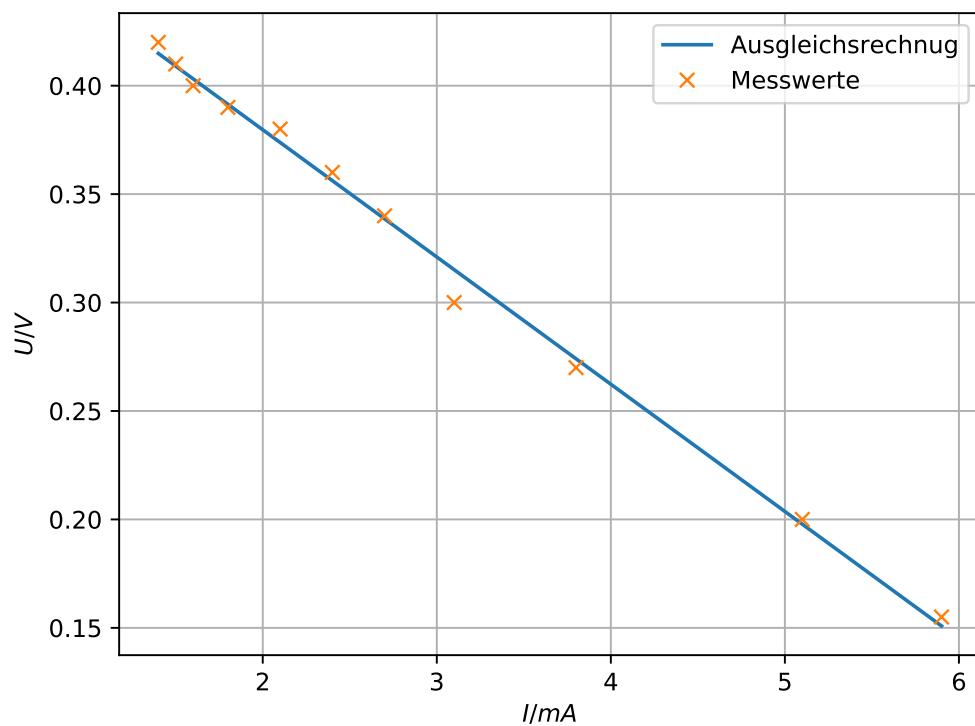


Abbildung 5: Klemmenspannung U gegen den Belastungsstrom I mit der Rechteckspannung

Der Innenwiderstand ist nun gleich der Steigung e des Graphen

$$R_i = (58,670 \pm 0,002) \Omega.$$

Der y-Achsenabschnitt f beschreibt die Leerlaufspannung:

$$U_{0,Rechteck,exp} = (0,497\,020 \pm 0,000\,018) V.$$

Mit der eingehenden Sinusspannung ist die Leerlaufspannung

$$U_{0,Sinus,theo} = 0,67 V.$$

Es wird erneut die Klemmenspannung U und der Belastungsstrom I gemessen. Die Messwerte für die Messreihe mit der Sinusspannung sind in Tabelle 4 aufgetragen.

Tabelle 4: Messreihe d

I/mA	U/V
0,65	0,210
0,47	0,330
0,32	0,440
0,24	0,500
0,18	0,530
0,15	0,560
0,13	0,570
0,11	0,580
0,10	0,590
0,09	0,595
0,08	0,600

In Abbildung 6 sind die Messwerte abgebildet.

Die Parameter der linearen Regression der Form  $gx + h$  sind:

$$g = (-690,29 \pm 0,05) \Omega$$

$$h = (0,658\,594 \pm 0,000\,004) V.$$

Bei der Sinusspannung gilt ebenfalls, dass die Steigung g dem Innenwiderstand entspricht:

$$R_i = (690,29 \pm 0,05) \Omega.$$

Die Leerlaufspannung wird durch den y-Achsenabschnitt h dargestellt:

$$U_{0,Sinus,exp} = (0,658\,594 \pm 0,000\,004) V.$$

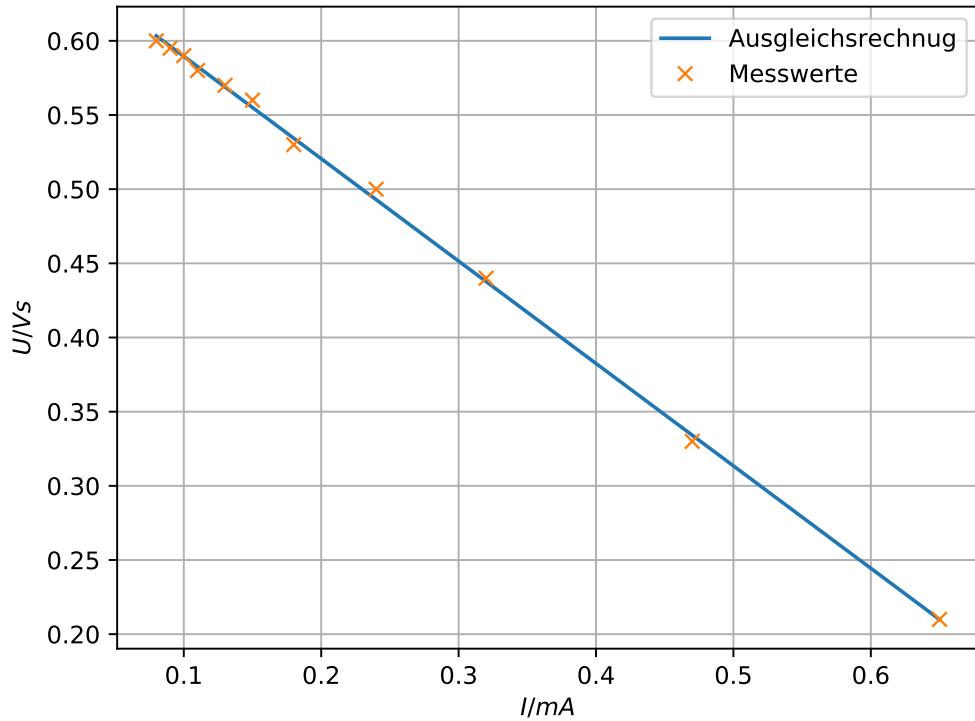


Abbildung 6: Klemmenspannung  $U$  gegen den Belastungsstrom  $I$  mit der Sinusspannung

#### 4.5 Systematischer Fehler der $U_0$ -Messung (Aufgabe c)

Zur Berechnung des systematischen Fehlers der Messung der Leerlaufspannung  $U_0$  wird Formel (??) unter Beachtung des hochohmigen Eingangswiderstands des Voltmeters und unter Nutzung des Ohm'schen Gesetzes abgeändert zu:

$$U_0 = I(R_V + R_i) = \frac{U_K}{R_V} (R_V + R_i) = U_K + U_K \frac{R_i}{R_V}. \quad (2)$$

Mit

$$\frac{R_i}{R_V} = 5,057\,22 \cdot 10^{-7}$$

ergibt sich ein Fehler der Leerlaufspannung von

$$\Delta U_0 = U_{0,Mono.,exp} \cdot \frac{R_i}{R_V} = 7,080\,108 \cdot 10^{-7} \text{ V}$$

## 4.6 Systematischer Fehler bei nachgeschaltetem Voltmeter (Aufgabe d)

Analog zur Rechnung im vorherigen Abschnitt beeinflussen der Innenwiderstand des Voltmeters  $R_i$  und der Innenwiderstand des Ampermeters  $R_A$  ebenfalls den Strom- und Spannungsfluss der Schaltung. Es ergibt sich folglich ein systematischer Fehler der Form

$$\Delta U_0 = U_K \left( 1 + \frac{R_A}{R_V} + \frac{R_i}{R_V} \right).$$

## 4.7 Umgesetzte Leistung (Aufgabe e)

Die Messwerte zur Messung der Leistung sind in Tabelle 5 eingetragen. In Abbildung 7 sind die errechnete Leistung  $N(R_a)$  gegen den errechneten Belastungswiderstand  $R_a$  aufgetragen. Außerdem ist in der Abbildung die Theoriekurve der Form

$$N = \frac{U_0^2 R_a}{(R_i + R_a)^2}.$$

ingezeichnet.

Tabelle 5: Messreihe e

I/mA	U/V	$N = U \cdot I / \text{W}$	$R_a = \frac{U}{I} / \Omega$
83	0,940	0,078	11,33
70	1,000	0,070	14,29
61	1,000	0,062	16,72
55	1,050	0,058	19,09
50	1,080	0,054	21,60
45	1,110	0,050	24,67
41	1,140	0,047	27,81
37	1,155	0,043	31,22
35	1,170	0,041	33,43
32	1,185	0,038	37,03
31	1,200	0,037	38,71
29	1,200	0,035	41,38
25	1,215	0,030	48,60
24	1,230	0,030	51,25

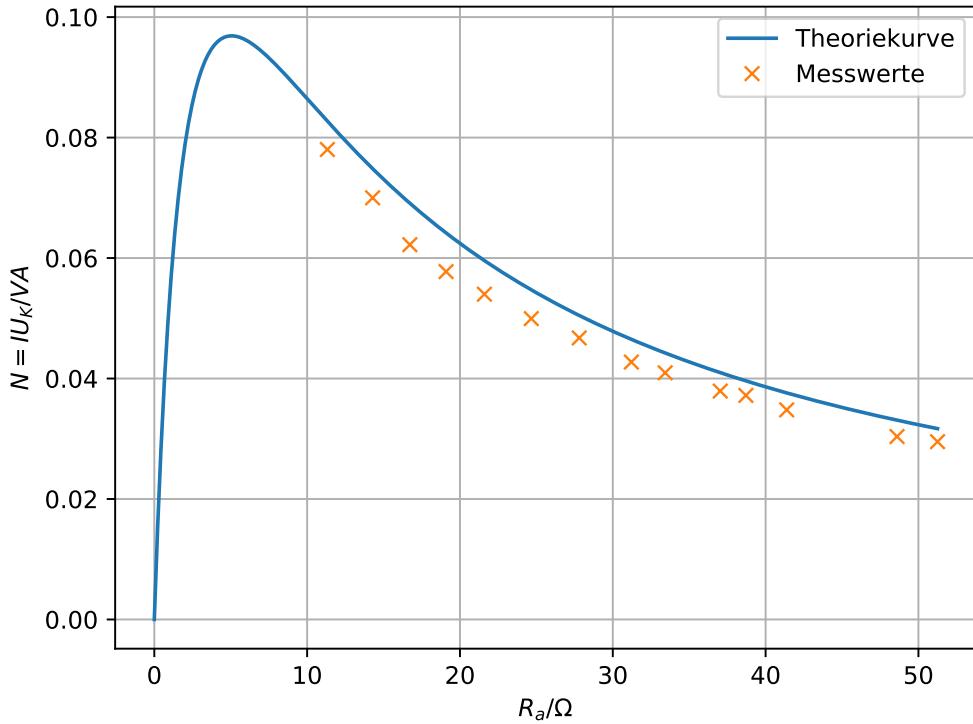


Abbildung 7: Leistung N gegen den Belastungswiderstand  $R_a$

## 5 Diskussion

Initial lässt sich sagen, dass der Versuch keine großen Abweichungen zu dem erwarteten Ergebnissen aufweist.

Für die erste Messung, in der der Innenwiderstand  $R_i$  und die Leerlaufspannung  $U_0$  der Monozelle gemessen wird, ergeben sich folgende Messwerte:

$$\begin{aligned} U_{0,Mono.,theo} &= 1,4 \text{ V} \\ R_i &= (5,057\,22 \pm 0,000\,03) \Omega \\ U_{0,Mono1,exp} &= (1,344\,31 \pm 0,000\,06) \text{ V}. \end{aligned}$$

Die Abweichung zwischen der initial gemessenen Leerlaufspannung und der Leerlaufspannung aus Abbildung 3 sind 4,14 %.

Der systematische Fehler der initialen  $U_0$ -Messung ergibt sich zu

$$\Delta U_0 = \frac{R_i}{R_V} = 7,080\,108 \cdot 10^{-7} \text{ V}.$$

Die Messung der Monozelle mit der Gegenspannungsmethode liefert diesen Innenwiderstand und Leerlaufspannung:

$$U_{0,Mono.,theo} = 1,4 \text{ V}$$

$$R_i = (529,614 \pm 0,101) \Omega$$

$$U_{0,Mono2,exp} = (1,443\,676 \pm 0,000\,113) \text{ V.}$$

Die Abweichung der theoretischen Leerlaufspannung und der aus Abbildung 4 entnommenen Leerlaufspannung liegt bei 3,12 %.

Die Ergebnisse der Messung mit der angelegten Rechteckspannung lassen sich zusammenfassen zu:

$$U_{0,Rechteck,theo} = 0,5 \text{ V}$$

$$R_i = (58,670 \pm 0,002) \Omega$$

$$U_{0,Rechteck,exp} = (0,497\,020 \pm 0,000\,018) \text{ V.}$$

Die Abweichung der theoretischen und der experimentellen Leerlaufspannung beläuft sich auf 0,60 %

Die Ergebnisse der Messung zur angelegten Sinusspannung sind:

$$U_{0,Sinus,theo} = 0,67 \text{ V}$$

$$R_i = (690,29 \pm 0,05) \Omega$$

$$U_{0,Sinus,exp} = (0,658\,594 \pm 0,000\,004) \text{ V.}$$

Die Abweichung der initial gemessenen theoretischen Leerlaufspannung und der experimentellen Leerlaufspannung aus der Abbildung 6 ergibt sich zu 1,73 %.

Die geringen Abweichungen lassen sich zum Beispiel durch parallaxe Fehler, prozentuale Messfehler der Geräte und durch systematische Fehler erklären. Der systematische Fehler durch das hochohmige Voltmeter wird nur für die Monozelle ausgerechnet, aber ähnliche Fehler sind in allen Messreihen vorhanden.

Die gemessene Leistung  $N(R_a)$  in Abbildung 7 weicht systematisch von der Theoriekurve ab. Die systematische Abweichung lässt sich unter anderem durch den Fehler der Leerlaufspannung erklären.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. In: *Versuchsanleitung V301*.

### V301 Leerlaufspannung und Innenwiderstand

a)  $U_0 = U_K = 1,4 \text{ V}$

$$R_V \geq 10 \text{ M} \Omega = 10 \cdot 10^6 \text{ } \Omega$$

b)  $U_K$  in Abh.  $I$

~~Ras~~

#	<del><math>U_K/V</math></del>	<del><math>I/A</math></del>	#	$U_K/V$	$I/\mu\text{A}$
1	<del>0,54</del> 0,67 0,67	<del>0,215</del>	1	0,94	83
2	0,68	0,110	2	1	70
3	0,92	0,070	3	1,02	61
4			4	1,05	55
5			5	1,08	50
6			6	1,11	45
7			7	1,14	41
8			8	1,155	37
9			9	1,17	35
10			10	1,185	32
			11	1,2	31
			12	1,2	29
			13	1,2	28
			14	1,215	25
			15	1,23	24

Abbildung 8: Originale Messdaten

c)			d) Rechteck $U_0 = 0,5V$		
#	$U_K / V$	$I / \mu A$	#	$U_K / V$	$I / \mu A$
1	2,52	2	1	0,155	5,9
2	2,34	1,7	2	0,2	5,1
3	2,16	1,4	3	0,27	4,3,8
4	2,04	1,1	4	0,31	3,1
5	1,95	1,0	5	0,34	2,7
6	1,82	0,9	6	0,36	2,4
7	1,86	0,8	7	0,38	2,1
8	1,845	0,7	8	0,39	1,8
9	1,8	0,65	9	0,4	1,6
10	1,755	0,6	10	0,41	1,5
11	1,74	0,55	11	0,42	1,4
12	1,71	0,5	12		
13	1,695	0,5	13		
14			14		
15			15		

<u>Sinus</u> $U_0 = \text{effekt} 0,67V$			#	$U_K / V$	$I / \mu A$
#	$U_K / V$	$I / \mu A$	#	$U_K / V$	$I / \mu A$
1	0,281	0,65	10	0,535	0,09
2	0,33	0,47	11	0,6	0,08
3	0,44	0,32	12		
4	0,5	0,24	13		
5	0,53	0,18	14		
6	0,56	0,15	15		
7	0,57	0,13			
8	0,58	0,11			
9	0,59	0,1			

Abbildung 9: Originale Messdaten