

V701 Reichweite von α -Strahlung

Katharina Brägelmann Tobias Janßen
katharina.braegelmann@tu-dortmund.de
tobias2.janssen@tu-dortmund.de

Durchführung: 19. Juni 2018, Abgabe: 26. Juni 2018

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Aufbau und Durchführung	4
4 Auswertung	5
4.1 Reichweite von α -Strahlung	5
4.2 Statistik des radioaktiven Zerfalls	11
5 Diskussion	13

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Reichweite und die Statistik der α -Strahlung untersucht. Für die Reichweite wird die Zählrate in Abhängigkeit des Luftdrucks untersucht. Für die Statistik wird die Zählrate in einem Histogramm aufgetragen.

2 Theorie

Die α -Strahlung entsteht durch den radioaktiven Zerfall eines Atomkerns. Bei dem ausgesendeten Teilchen handelt es sich um ein Helium Atomkern. Dieses besteht aus zwei Neutronen und zwei Protonen und ist somit zweifach positiv geladen. Die He -Teilchen treten durch den Tunneleffekt aus dem Kernpotenzial des Atomkerns. Das Kernpotenzial setzt sich zusammen aus dem Coulombpotential durch den Ladungsunterschied von Elektronen und Atomkern und aus den Kernkräften. Die Einteilung der Strahlung in α , β , und γ wurde über die Reichweite vorgenommen. Die α -Strahlung ist demnach die Strahlung mit der geringsten Reichweite. Die Reichweite eines α -Teilchens wird durch Ionisations-, Anregungs-, und Dissoziations-Prozesse bestimmt. Die Energieabgabe ist dabei Abhängig von der Dichte des Mediums und der Geschwindigkeit des α -Teilchens. Für große Energien kann der Energieverlust($-\frac{dE_\alpha}{dx}$) über die Bethe-Bloch-Gleichung bestimmt werden.

$$-\frac{dE_\alpha}{dx} = \frac{z^2 e^4}{4\pi\epsilon_0 m_e} \frac{nZ}{v} \ln \left(\frac{2m_e v^2}{I} \right)$$

z beschreibt die Ladung und v die Geschwindigkeit der α -Teilchen. Die Ordnungszahl wird durch Z ausgedrückt. n ist die Teilchendichte und I die Ionisationsenergie des Mediums. Wegen Ladungsaustauschprozessen gilt die Bethe-Bloch-Gleichung nicht für sehr kleine Energien. Nach vollständiger Energieabgabe hat das α -Teilchen seine maximale Reichweite R erreicht. Diese Reichweite kann durch die Formel

$$R = \int_0^{E_\alpha} \frac{dE_\alpha}{-\frac{dE_\alpha}{dx}}$$

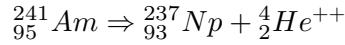
berechnet werden. Wegen der Ungültigkeit der Bethe-Bloch-Gleichung für kleine Energien muss die mittlere Reichweite mit empirischen Kurven ermittelt werden. Für α -Teilchen mit einer Energie unter 2,5 MeV kann die Beziehung $Rm = 3,1 \cdot E_\alpha^{\frac{3}{2}}$ verwendet werden. Bei konstanter Temperatur und bei konstantem Volumen ist die Reichweite der α -Teilchen proportional zum Druck. Variiert man nun den Druck bei konstanter Länge x_0 kann so durch eine Absorptionsmessung die effektive Länge bestimmt werden.

$$x = x_0 \frac{p}{p_0} \quad (1)$$

p_0 ist dabei der Normaldruck mit $p_0 = 1030$ mbar.

3 Aufbau und Durchführung

Bei dem verwendetem α -Strahler handelt es sich um ein Am -Präperat welches zu einem Neptunium-Teilchen (Np) und einem Helium-Teilchen (He) zerfällt. Der Zerfall kann über verschiedene Zwischenstufen laufen, sodass die He -Atome unterschiedliche Anfangsenergien besitzen können.



Die Halbwertszeit liegt bei $T_{\frac{1}{2}} = 458a$. Der α -Strahler ist an einem verschiebbarem Halter in einem evakuierbaren Glaszylinder angebracht. Die Detektion der Energie der Heliumatomen wird über ein Halbleiter-Sperrsichtzähler durchgeführt. In einer elektronenverarmten Zone werden von den einfallenden Ionen Elektronen-Lochpaare gebildet, welche als Strompuls messbar sind.

Die Stromimpulse werden von einem Vorverstärker verstärkt und von dem Vielkanalanalysator in Abhängigkeit von der Pulshöhe analysiert. Am Vielkanalanalysator kann vor der Messung die Diskreminatorschwellen eingestellt werden. Die Pulshöhe ist in Abhängigkeit der Energie der α -Teilchen und kann in einem Histogramm aufgetragen werden.

4 Auswertung

4.1 Reichweite von α -Strahlung

Die Messdaten zu der Reichweite der α -Strahlung sind in den Tabellen 1 und 2 notiert. Die effektive Länge x berechnet sich nach Gleichung (1). Als Normaldruck p_0 wird $p_0 = 1013 \text{ mbar}$ [1] verwendet.

Tabelle 1: Messdaten zur Reichweite der α -Strahlung bei dem Abstand $x_0 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

p/mbar	$x/10^{-3}\text{m}$	counts	channel	$N/120\text{s}$	E/MeV
0	-	250	1198	117202	4,000
50	0,740	257	1168	116734	3,899
100	1,481	266	1137	115567	3,796
150	2,221	262	1117	113857	3,730
200	2,962	281	1092	113411	3,646
250	3,702	274	1062	111891	3,546
300	4,442	293	1030	111018	3,439
350	5,183	306	995	108357	3,322
400	5,923	318	977	107255	3,262
450	6,663	319	946	106426	3,159
500	7,404	326	927	103909	3,095
550	8,144	340	904	102456	3,018
600	8,885	341	875	99858	2,921
650	9,625	342	840	96111	2,805
700	10,365	360	811	92348	2,708
750	10,922	373	778	87965	2,598
800	11,846	379	761	83617	2,541
850	12,586	398	721	75036	2,407
900	13,327	394	750	84841	2,504
950	14,067	419	695	59568	2,321
1000	14,808	421	667	50722	2,227

Die Zählraten N werden gegen die effektiven Längen x aufgetragen (Abb. 1, Abb. 2). Außerdem wird die Hälfte der jeweiligen der maximalen Zählrate N_{\max} markiert. Weiterhin wird durch den linearen Anteil der geplotteten Messwerte eine lineare Regression der Form:

$$y = mx + b$$

mittels Python gelegt. Der Schnittpunkt der beiden Geraden berechnet sich entsprechend über

$$\frac{N_{\max}}{2} = mx + b \Leftrightarrow x = \frac{1}{m} \left(\frac{N_{\max}}{2} - b \right) \quad (2)$$

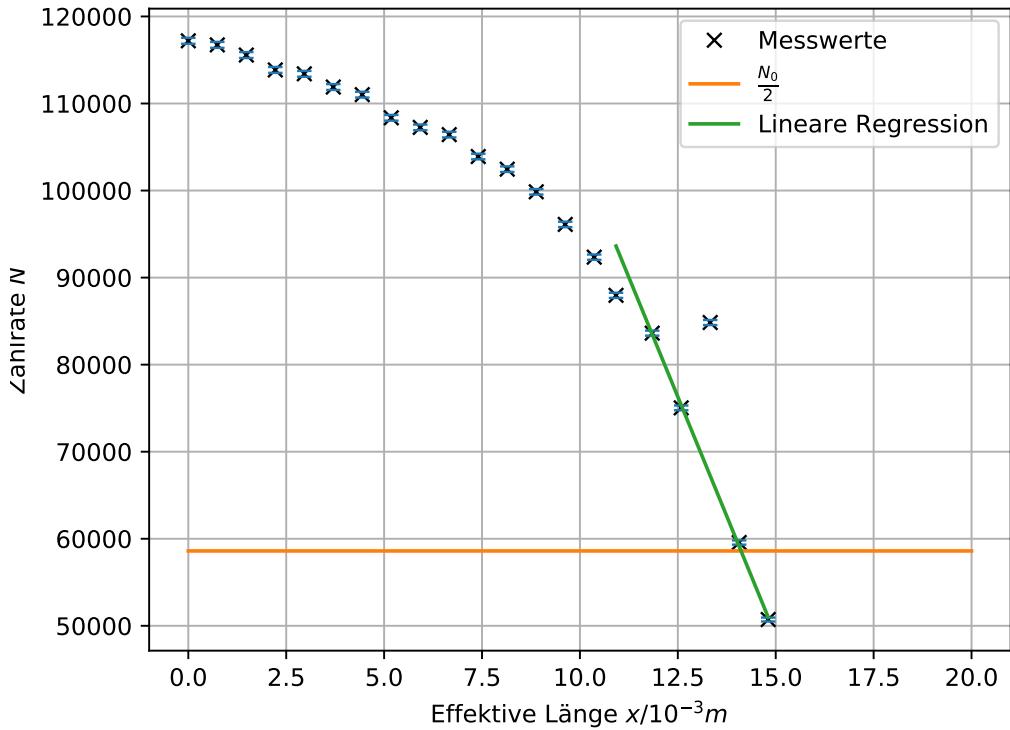


Abbildung 1: Zählrate N gegen die effektive Länge x für den Abstand $x_0 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Die Parameter zu beiden linearen Regressionen lauten:

$$\begin{aligned}
 m_{15} &= (-11\,161,813\,191\,14 \pm 194,581\,000\,00) \cdot 10^3 \frac{1}{\text{m}} \\
 b_{15} &= 213\,533,635\,496\,28 \pm 2560,195\,000\,00 \\
 m_{20} &= (-8865,007\,224\,69 \pm 508,736\,000\,00) \cdot 10^3 \frac{1}{\text{m}} \\
 b_{20} &= 174\,533,894\,813\,11 \pm 8596,284\,000\,00.
 \end{aligned}$$

Nach Gleichung (2) ergeben sich nun die Schnittpunkte:

$$\begin{aligned}
 x_{15} &= (13,881 \pm 0,242) \cdot 10^{-3} \text{ m} \\
 x_{20} &= (14,866 \pm 1,550) \cdot 10^{-3} \text{ m}.
 \end{aligned}$$

Tabelle 2: Messdaten zur Reichweite der α -Strahlung bei dem Abstand $x_0 = 20 \cdot 10^{-3}$ m

$p/mbar$	$x/10^{-3}m$	counts	channel	N/120 s	E/MeV
0	-	230	1231	85500	4,000
50	0,987	188	1201	85385	3,903
100	1,974	190	1158	85004	3,763
150	2,962	198	1126	84394	3,659
200	3,949	207	1096	82912	3,561
250	4,936	210	1057	80758	3,435
300	5,923	219	1020	80509	3,314
350	6,910	218	986	79362	3,204
400	7,897	238	956	77502	3,106
450	8,885	244	916	75228	2,976
500	9,872	256	889	72848	2,889
550	10,859	259	844	69387	2,742
600	11,846	268	810	66006	2,632
650	12,833	270	766	59688	2,489
700	13,820	279	728	53991	2,366
750	14,806	299	691	43968	2,245
800	15,795	285	672	34330	2,184
850	16,782	248	668	23138	2,171
900	17,769	186	672	13991	2,184
950	18,756	104	665	7618	2,161
1000	19,743	49	662	3320	2,151

Die beiden Fehler werden mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\Delta x_{15} = \sqrt{\left(-\frac{1}{m_{15}^2} \left(\frac{N_{15}}{2} - b_{15}\right)\right)^2 \Delta m_{15}^2 + \left(-\frac{1}{m_{15}}\right)^2 \Delta b_{15}^2} = 0,242 \cdot 10^{-3} \frac{1}{m}$$

$$\Delta x_{20} = \sqrt{\left(-\frac{1}{m_{20}^2} \left(\frac{N_{20}}{2} - b_{20}\right)\right)^2 \Delta m_{20}^2 + \left(-\frac{1}{m_{20}}\right)^2 \Delta b_{20}^2} = 1,550 \cdot 10^{-3} \frac{1}{m}$$

Diese Schnittpunkte entsprechen den Reichweiten der α -Strahlung. Zur Energiebestimmung ist der Channel-Wert nötig. Die maximale Energie $E = 4$ MeV ist linear mit dem Channel-Wert beim minimalen Druck verknüpft. Entsprechend werden mit dieser Relation die Energiewerte berechnet. Die Energien E sind in den Abbildungen 3 und 4 gegen die effektiven Längen x aufgetragen. Die Parameter der linearen Regressionen der

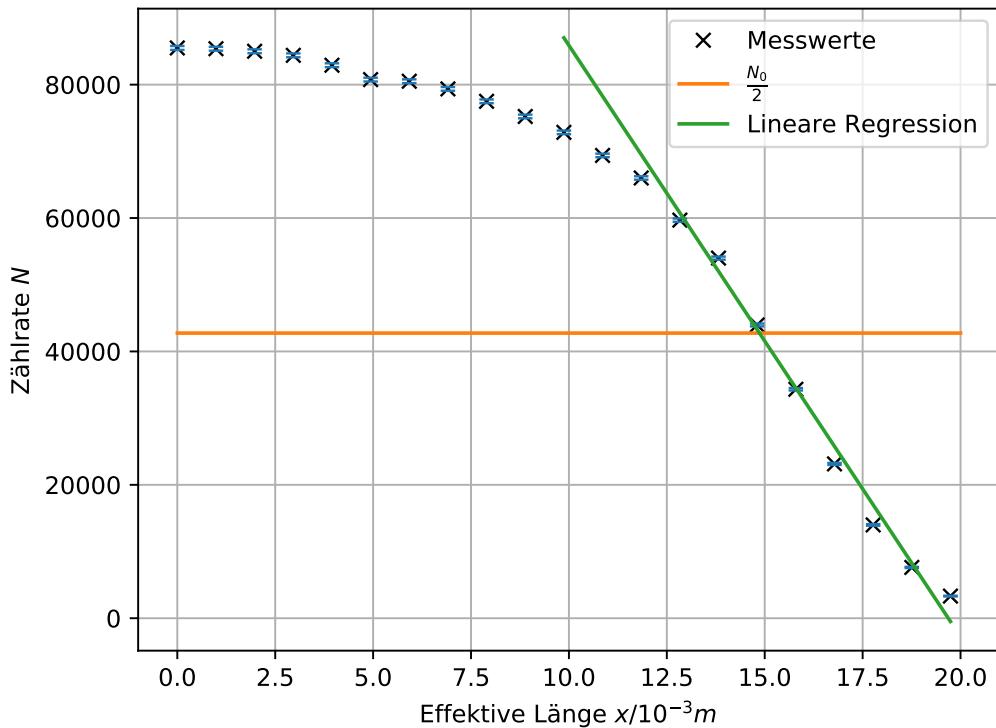


Abbildung 2: Zählrate N gegen die effektive Länge x für den Abstand $x_0 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Form $y = nx + c$ lauten:

$$\begin{aligned}
 \frac{dE_{15}}{dx} &= n_{15} = & (-119,786\,120\,000 \pm 1,957\,012\,041) \frac{\text{MeV}}{\text{m}} \\
 &c_{15} = & (3,978\,395\,490\,000 \pm 0,016\,916\,861\,850) \text{ MeV} \\
 \frac{dE_{20}}{dx} &= n_{20} = & (-103,336\,750\,000 \pm 3,752\,994\,338) \frac{\text{MeV}}{\text{m}} \\
 &c_{20} = & (3,931\,291\,480\,000 \pm 0,043\,310\,806\,270) \text{ MeV}.
 \end{aligned}$$

Die negativen Steigungen der linearen Regressionen entsprechen den Energieverlusten $\frac{dE}{dx}$.

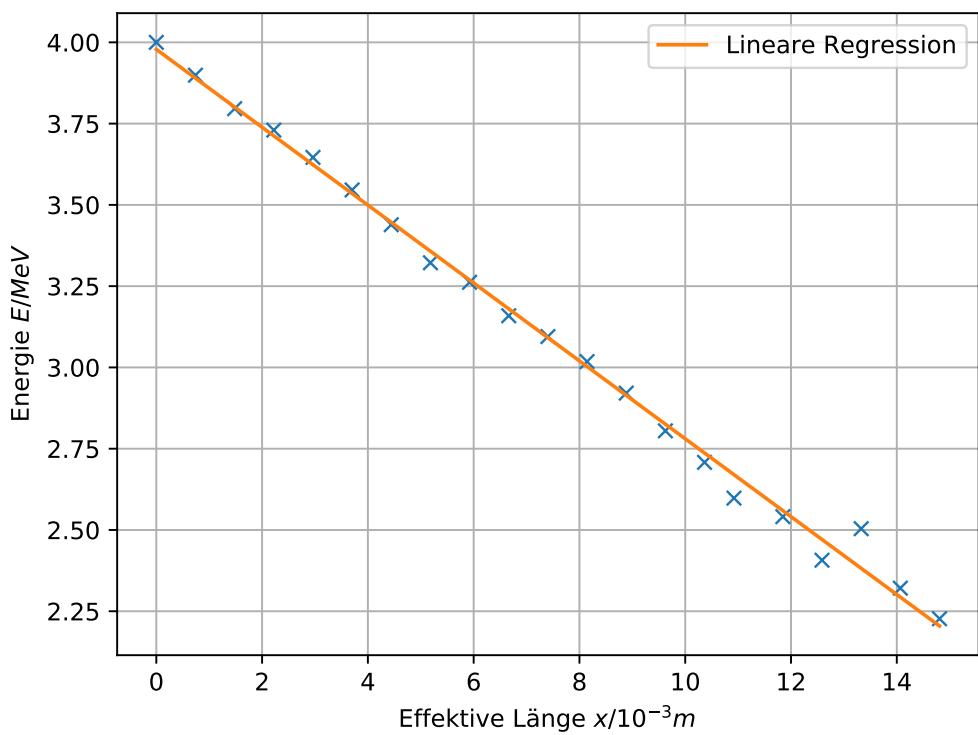


Abbildung 3: Energie E gegen die effektive Länge x für den Abstand $x_0 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

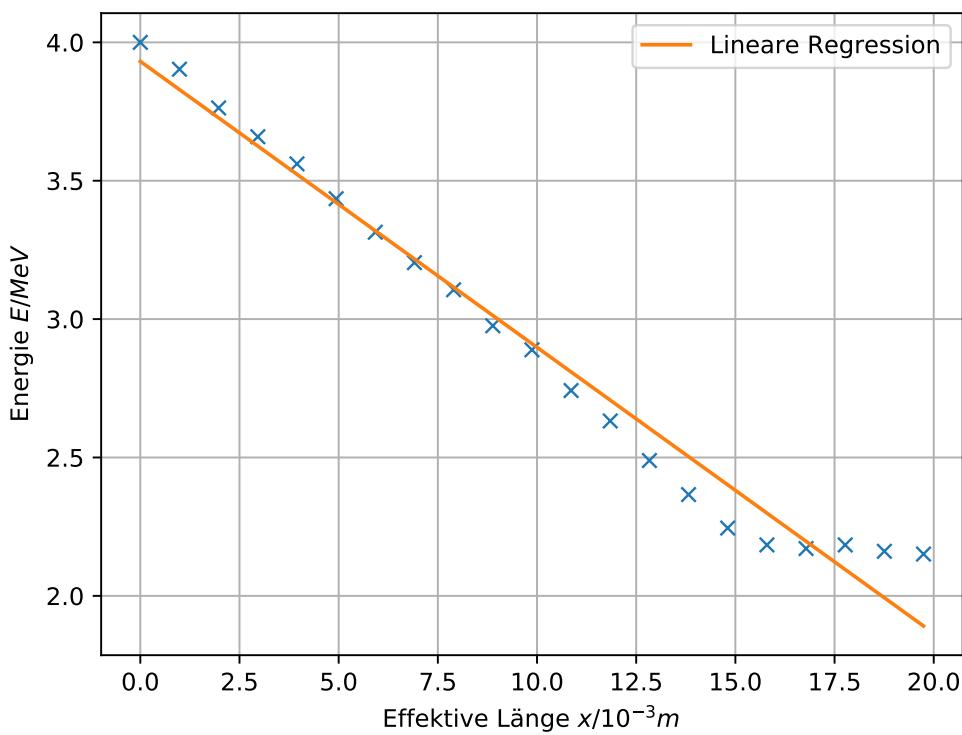


Abbildung 4: Energie E gegen die effektive Länge x für den Abstand $x_0 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

4.2 Statistik des radioaktiven Zerfalls

Tabelle 3: Messdaten zur Statistik des α -Zerfalls

N	N	N	N
9421	8888	9237	9599
9281	9010	9217	8933
8710	9052	9031	9103
9063	8610	8894	9261
9262	9707	8861	8790
9573	9781	9063	9387
9297	9734	8965	9064
9502	9560	9306	9583
8839	9267	9516	9528
9411	9166	9464	8976
9039	9568	9392	9002
9442	9505	8964	9452
9371	9836	9196	9040
9533	9255	9438	8800
9016	9090	9648	9077
9549	9768	9256	9427
9196	9016	9565	8863
8931	9158	9588	8849
8965	9300	9263	9432
9403	9567	9740	8892
8861	9169	9522	8894
9508	9399	9482	9217
9545	9015	9653	9355
9432	8701	9562	9209
9465	9601	8925	9330

Die Messdaten zur Überprüfung der Statistik des radioaktiven Zerfalls sind in Tabelle 3 notiert. Die Zählraten sind in Abbildung 5 als Histogramm mit Python aufgetragen. Der Mittelwert μ , die korrigierte Standardabweichung σ und die Standardabweichung des

Mittelwertes σ_μ der Messdaten x_m berechnen sich bei einer Messdatenanzahl M durch:

$$\begin{aligned}\mu &= \quad = \quad \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M x_m = \quad 9261,49 \\ \sigma &= \quad = \quad \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M |x_m - \mu|^2} = \quad 287,39 \\ \sigma_\mu &= \quad \frac{\sigma}{\sqrt{M}} = \quad \frac{1}{\sqrt{M}} \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |x_m - \mu|^2} = \quad 28,739.\end{aligned}$$

Damit werden eine beispielhafte Gaußverteilung und eine beispielhafte Poissonverteilung in das Histogramm gelegt.

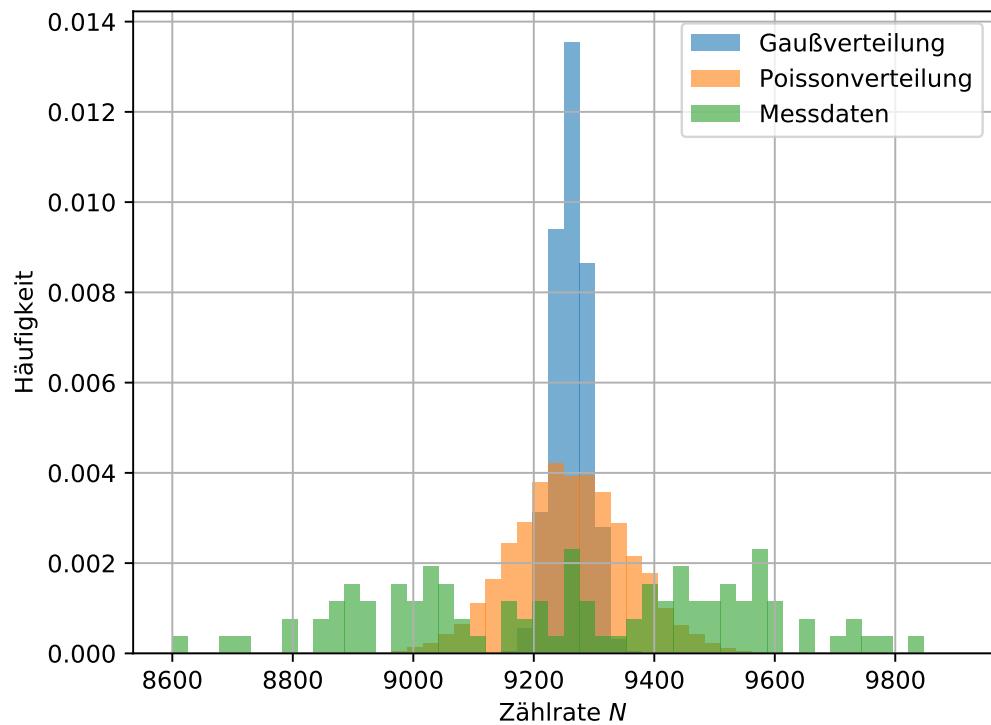


Abbildung 5: Zählrate N als Histogramm ihrer Häufigkeit

5 Diskussion

Initial lässt sich sagen, dass der Versuch wie erwartet verlaufen ist. Die Abweichung berechnet sich allgemein durch

$$f = \frac{x_1 - x_2}{x_2}.$$

Die Reichweiten werden als

$$\begin{aligned} x_{15} &= & (13,881 \pm 0,242) \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ x_{20} &= & (14,866 \pm 1,550) \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{aligned}$$

gemessen. Die Abweichung der beiden Reichweiten beträgt

$$f_x = 6,63 \text{ \%}.$$

Als Literaturwert wird $x_{\text{Theo}} = 29 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ [2] verwendet. Die gemessenen Werte weichen um

$$\begin{aligned} f_{x_{15}} &= & 52,13 \text{ \%} \\ f_{x_{20}} &= & 48,74 \text{ \%} \end{aligned}$$

vom Literaturwert ab. Die Energieverluste belaufen sich auf

$$\begin{aligned} \frac{dE_{15}}{dx} &= & (-119,786\,120\,000 \pm 1,957\,012\,041) \frac{\text{MeV}}{\text{m}} \\ \frac{dE_{20}}{dx} &= & (-103,336\,750\,000 \pm 3,752\,994\,338) \frac{\text{MeV}}{\text{m}}. \end{aligned}$$

Die Abweichung der beiden gemessenen Energieverluste beträgt

$$f_{\frac{dE}{dx}} = 15,92 \text{ \%}.$$

Diese Abweichungen lassen sich einerseits durch den möglicherweise ungenauen Fit und andererseits durch die parallaxen Fehler und das nicht perfekte Vakuum erklären. Im ersten Versuchsteil enthalten die Graphen ein angedeutetes Plateau und einen linearen Abfall. Die linearen Regressionen werden nur über bestimmte Teilbereiche der Messdaten gemacht. So wird bei dem Abstand $x = 15 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ über vier Messwerte gefittet, wobei auch hier der mittlere Messwert der letzten fünf Werte ausgelassen wird, da er eindeutig nicht dem sonstigen Verlauf entspricht. Bei dem Abstand $x = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ wird die lineare Regression über die letzten sieben Messwerte ausgeführt. Dadurch, dass gerade bei dem geringeren Abstand sehr wenige Messwerte zum fitten genutzt werden, sind durch geringe

Abweichungen der einzelnen Messdaten bereits große Auswirkungen in der Steigung möglich. Die Skala zum Messen des Abstands ist außen auf dem Glaszylinder positioniert, während die Probe ca. 3 cm davon entfernt war. Dies lässt massive parallaxe Fehler zu. Außerdem ist der Unterdruck in dem Glaszylinder nicht perfekt.

Im zweiten Versuchsteil ist der Verlauf weniger eindeutig. Der Verlauf der Messwerte passt auf den ersten Blick zu keiner der beiden Verteilungen. Die Gaußverteilung ist deutlich steiler und schmäler als die gemessenen Werte und hat einen deutlich höheren Peak am Mittelwert μ . Die Poissonverteilung ist flacher und schmäler als die Messwerte, aber der Unterschied ist nicht so gravierend, wie zu der Gaußverteilung. Die Messwerte entsprechen also eher einer Poissonverteilung als einer Gaußverteilung. Mit mehr Messdaten ist ein eindeutigerer Kurvenverlauf passend zur Poissonverteilung zu erwarten. Sie ist typisch für Messgrößen von zufälligen Ereignissen in bestimmten Zeitintervallen, wie in diesem Versuch die Zählrate.

Literatur

- [1] TU Dortmund. In: *Versuchsanleitung V701*.
- [2] *Energie und Reichweite von Strahlung*. URL: https://www.uni-potsdam.de/u/phys_gprakt/html/projekte/kernstrahlung/kernstrahlung_20.pdf (besucht am 25.06.2018).

V701						
$d = 2\text{ cm}$:		Counts	Channel	Pulses	detected	
		130	587	10012	+ Luft	
		89	1232	44124	- Luft	
$d = 1.5\text{ cm}$:		195	645	40069	+ Luft	
		119	1228	60147	- Luft	
<hr/>						
$d = 1.5\text{ cm}$		193	671	23252	+ Luft	
		121	1249	58859	- Luft	
$d = 2\text{ cm}$		22	668	1463	+ Luft	
		93	1241	42912	- Luft	
<hr/>						
<u>$d = 2\text{ cm}$</u>						
p mbar	Counts	Channel	Pulses	750	289	681
0	230	1231	$\frac{P_0}{P}$ 85500	800	285	672
45	188	1201	85385	850	248	668
100	190	1198	85604	900	186	672
150	198	1126	84384	950	104	665
200	207	1096	82912	1000	49	662
250	210	1057	80758			
300	219	1020	80509			
350	218	986	79362			
400	238	956	77502			
450	244	916	75228			
500	256	889	72848			
550	259	844	69387			
600	268	810	66606			
650	270	966	59688			
700	279	708	53991			

~~Scal~~
Rage

$$y = mx + b$$

$$\frac{P_0}{P} = mx + b$$

$$x = \dots$$

Abbildung 6: Originale Messdaten

d = 1.5 cm				<u>Zählrate</u>	10s
p/mbar	Counts	Channel	Pulses		
0	250	1198	117202	1	9421
50	257	1168	116734	2	9281
100	266	1137	115567	3	8710
150	262	1117	113857	4	9063
200	281	1092	113411	5	9262
250	274	1062	111891	6	9373
300	293	1030	111018	7	9297
350	306	995	108357	8	9502
400	318	977	107255	9	8839
450	319	946	106426	10	9411
500	326	927	103909	11	9039
550	340	904	102456	12	9442
600	341	875	99858	13	9371
650	342	840	96111	14	9533
700	360	84	82348	15	9016
750	373	778	87965	16	9549
800	379	761	83617	17	9196
850	398	721	75036	18	9931
900	394	750	84841	19	8965
950	419	695	59568	20	9403
1000	421	667	50722	21	8861
				22	9508
				23	9545
				24	9432
				25	9465

S6

Abbildung 7: Originale Messdaten