Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es das Elastizitätsmodul eines zuvor verifizierten Metalles zu bestimmen und mit den Literaturdaten zu vergleichen.

2 Theorie

Gestalts- und Volumen- veränderungen können durch das wirken äußerer Kräfte auf einen Körper herbei geführt werden. Die senkrecht zur Oberfläche wirkende Kraft wird als Normalspannung σ bezeichnet und steht in linearem Zusammenhang zu der Deformation $\frac{\Delta L}{L}$.

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta L}{L}. \tag{1}$$

Das Hooksche Gesetz (1) beinhaltet zusätzlich noch den Proportionalitätsfaktor E (Elastizitätsmodul).

2.1 Einseitige Einspannung

Durch das wirken einer Kraft F auf einen einseitig eingespannten stabförmigen Probekörper entsteht eine Durchbiegung D(x).

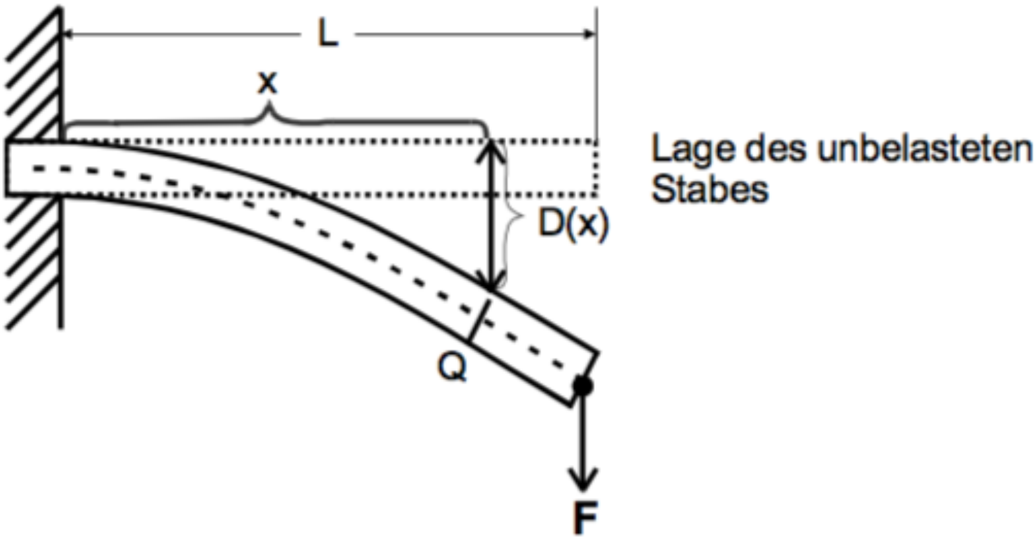


Abbildung 1: Durchbiegung eines einseitig eingespannten Stabs [1]

Im Körper wirken Zug- und Druckspannung entgegen der Kraft F sodass ein Gleichgewicht eintsteht.

$$M_F = M_\sigma.$$

Das Drehmoment M_σ der Spannungen lässt sich über die Integration über den Querschnitt Q bestimmen.

$$M_\sigma = \int_Q y\sigma(y)dq. \tag{2}$$

y ist der Abstand des Flächenelements dq, auf welche die Spannung wirkt, zur neutralen nicht gedehnten Faser. Das Drehmoment M_F der Kraft F auf das Flächenelement Q lässt sich mit

$$M_F = F(L-x).$$

berechnen. L ist dabei die Länge des Stabes und x der Abstand des Messpunktes zum Anfang des Stabes. Durch einsetzen in (2) ergibt sich nun

$$\int_Q y\sigma(y)dq = F(L-x). \tag{3}$$

Für $\sigma(y)$ wird das Hooksche Gesetz (1) verwendet. Durch einige Überlegungen ergibt sich für $\sigma(y)$ so die Formel

$$\sigma(y) = Ey\frac{d^2D}{dx^2}.$$

Durch einsetzen in (3) ergibt sich

$$E\frac{d^2D}{dx^2}\int_Q y^2dq = F(L-x). \tag{4}$$

Wobei I mit

$$I = \int_Q y^2dq. \tag{5}$$

als Flächenträgheitsmoment berechnet werden kann. Durch die Integration von (4) ergibt sich

$$D(x) = \frac{F}{2EI}(Lx^2 - \frac{x^3}{3}). \tag{6}$$

2.2 Zweiseitige Auflage

Der Stab wird nun auf beiden Seiten aufgelegt.
Die Kraft F wirkt daher auf die Mitte das Stabes. Dadurch lässt sich der Stab in zwei Bereiche unterteilen.

- Der erste Bereich für $0 \leq x \leq L/2$
- Der zweite Bereich für $L/2 \leq x \leq L$

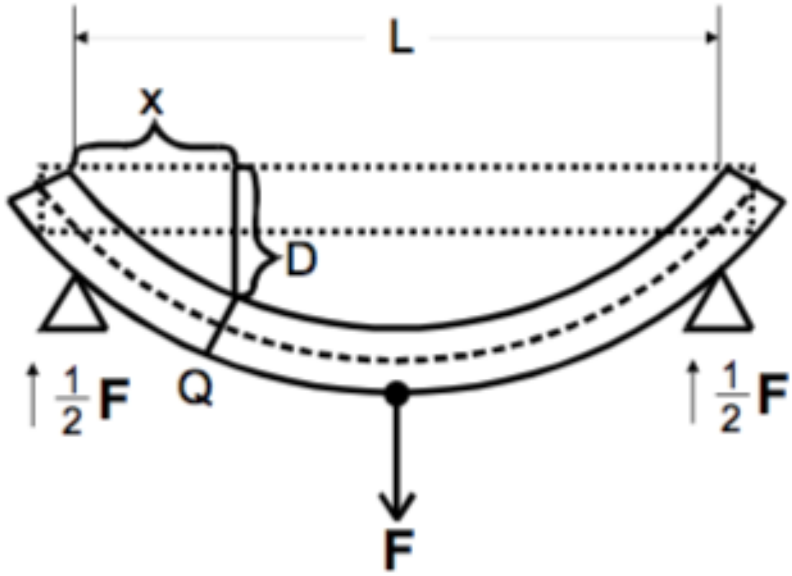


Abbildung 2: Durchbiegung eines beidseitig eingespannten Stabs [1]

Das Dremoment für den ersten Bereich ist

$$M_{F1} = -\frac{f}{2}x.$$

Für M_{F2} dementsprechend

$$M_{F2} = -\frac{F}{2}(L - x).$$

Durch einsetzten in (4) ergibt sich

1.
$$\frac{d^2D}{dx^2} = -\frac{F}{EI}\frac{x}{2}.$$

2.
$$\frac{d^2D}{dx^2} = -\frac{1}{2}\frac{F}{EI}(L - x).$$

Nach der Integration haben die Gleichungen die Gestalt

1.
$$\frac{dD}{dx} = -\frac{F}{EI}\frac{x^2}{4} + C.$$

2.
$$\frac{D(x)}{dx} = -\frac{1}{2}\frac{F}{EI}(Lx - \frac{x^2}{2}) + C'.$$

Die Integrationskonstante für C´ hat die Form

$$C' = -\frac{3}{16}\frac{F}{EI}L^2.$$

Für M_{F1} ergibt sich durch eine weitere Integration die Formel

$$D(x) = \frac{F}{48EI}(3L^2x - 4x^3). \tag{7}$$

M_{F2} hat mit C´ dann die Form

$$D(x) = \frac{F}{48EI}(4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3). \tag{8}$$

3 Aufbau und Durchführung

Als Erstes werden die versuchsabhängigen Konstanten gemessen. Dazu zählen die Breite und die Höhe des eckigen Stabes sowie der Durchmesser des Runden, zusätzlich das Gewicht des Stabes und das Gewicht der zu verwendenen Masse. Desweiteren wird die Länge der Stäbe und der Abstand zwischen Gewicht und Auflagepunkt benötigt.

3.1 Einseitige Einspannung

Der eckige Stab wird auf einer Seite der Apparatur eingespannt. Mit Hilfe von Messuhren wird zunächst an 10 Stellen eine Nullmessung durchgeführt. Anschließend wird ein Gewicht angehangen und die Messung zur Bestimmung der Durchbiegung wiederholt. Die selbe Messung wird nun für einen runden Stab durchgeführt.

3.2 Zweiseitige Einspannung

Der eckige Stab wird auf beiden Seiten aufgelegt. Nach der Nullmessung wird wieder ein Gewicht angehangen, diesmal in die Mitte der Länge des Stabes.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Dichten der Stäbe

4.1.1 Eckiger Stab

Der Mittelwert der $N = 10$ gemessenen Breiten d_e (Tab. 2) des eckigen Stabs errechnet sich durch:

$$\mu_e = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} d_{e,n} \tag{9}$$

und wird als

$$\mu_e = 0{,}010\,12\,\mathrm{m}$$

errechnet. Die zugehörige Standardabweichung wird mithilfe der folgenden Formel ermittelt:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{n=1}^{N}(d_{e,n} - \mu_e)^2} \tag{10}$$

und ergibt sich als

$$\sigma_e = 1{,}326\,65 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}.$$

Die Varianz wird folgendermaßen ermittelt:

$$V_e = \frac{\sigma_e}{\sqrt{N}}. \tag{11}$$

Die Varianz ist

$$V_e = 0{,}000\,042\,\mathrm{m}.$$

Somit ergibt sich als verwendete Breite des eckigen Stabes

$$a = (0{,}010\,120 \pm 0{,}000\,042)\,\mathrm{m}.$$

Das Volumen des eckigen Stabs wird daraufhin mit

$$Vol_e = a^2 \cdot l_e \tag{12}$$

errechnet und ergibt mit $l_e = 0{,}6\,\mathrm{m}$:

$$Vol_e = (0{,}000\,614\,486\,00 \pm 0{,}000\,000\,001\,06)\,\mathrm{m}^3.$$

Die Dichte des eckigen Stabs wird dann mit $m_e = 0{,}5024\,\mathrm{kg}$ mit folgender Formel ermittelt:

$$\rho_e = \frac{m_e}{Vol_e}. \tag{13}$$

Die Dichte wird als

$$\rho_e = (8175{,}933\,59 \pm 0{,}140\,50)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

bestimmt.

4.1.2 Runder Stab

Der Mittelwert der zehn gemessenen Radien d_r (Tabelle 2) des runden Stabs wird durch Gleichung (9) ermittelt und ergibt sich zu

$$\mu_r = 0{,}004\,997\,5\,\mathrm{m}.$$

Die entsprechende Standardabweichung wird folgendermaßen nach Gleichung (10)

Tabelle 1: Messdaten: Abmessungen der Stäbe

d_e/m	d_r/m
0,005	0,01010
0,004975	0,01005
0,005	0,01000
0,005	0,01005
0,005	0,01035
0,005	0,01030
0,005	0,01030
0,005	0,01000
0,005	0,01000
0,005	0,01005

errechnet. Die Standardabweichung wird als

$$\sigma_r = 0{,}000\,007\,5\,\mathrm{m}$$

errechnet. Die Varianz wird nach Gleichung (11) ermittelt. Die Varianz für den runden Stab ist

$$V_r = 0{,}000\,002\,37\,\mathrm{m}.$$

Der verwendete Radius des runden Stabs beläuft sich entsprechend auf

$$r = (0{,}004\,997\,50 \pm 0{,}000\,002\,37)\,\mathrm{m}.$$

Der runde Stab hat ein Volumen, das über Gleichung (12) berechnet wird und sich mit $l_r = 0{,}55\,\mathrm{m}$ als

$$Vol_r = (0{,}000\,043\,200\,0 \pm 0{,}000\,000\,097\,2)\,\mathrm{m}^3$$

ergibt. Die Dichte des runden Stabs wird unter Nutzung von $m_r = 0{,}3605\,\mathrm{kg}$ mit Gleichung (13) errechnet:

$$\rho_r = (8353{,}8582 \pm 0{,}0019)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}.$$

4.2 Bestimmung der Durchbiegung D(x)

Zunächst werden die y-Werte der Messreihen von den jeweiligen Nullmessungen abgezogen um die entsprechenden Werte D(x) zu erhalten.

$$D(x) = y_{Nullmessung} - y_{Messreihe} \tag{14}$$

Die Funktionen für die jeweiligen Elastizitätsmodule werden in Hilfsfunktionen zerlegt. Für das Elastizitätmodul des eckigen Stabs bei der einseitigen Einspannung wird die Hilfsfunktion

$$g_e(x) = l_e \cdot x^2 - \frac{x^3}{3} \tag{15}$$

definiert. Die Hilfsfunktion des Elastizitätsmoduls des runden Stabs bei der einseitigen Einspannung lautet:

$$g_r(x) = l_r \cdot x^2 - \frac{x^3}{3} \tag{16}$$

Für die beidseitige Einspannung sind zwei verschiedene Hilfsfunktionen erforderlich.

$$g_{br}(x) = 3l_e^2 \cdot x - 4x^3 \tag{17}$$

gilt für den Bereich $\frac{l_e}{2} \geq x \geq 0$, während

$$g_{bl}(x) = 4x^3 - 12l_e \cdot x^2 + 9l_e^2 \cdot x - l_e^3 \tag{18}$$

für den Bereich $l_e \geq x \geq \frac{l_e}{2}$ gilt. Nun werden die Werte von D(x) gegen die Werte von g(x) für den einseitig eingespannten eckigen Stab, für den einseitig eingespannten runden Stab, für die rechte Seite ($\frac{l_e}{2} \geq x \geq 0$) des beidseitig eingespannten eckigen Stab und für die linke Seite ($l_e \geq x \geq \frac{l_e}{2}$) des beidseitig eingespannten eckigen Stab aufgetragen. Die verwendete Formel für die lineare Regression lautet

$$y = n \cdot x + b.$$

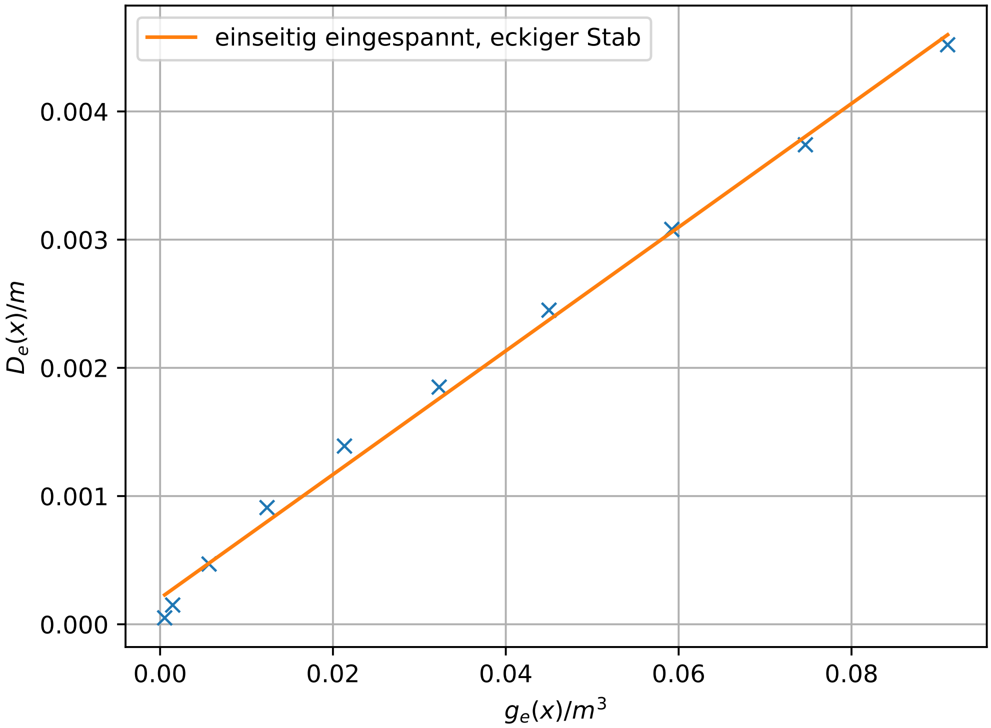


Abbildung 3: $g_e(x)$ gegen $D_e(x)$

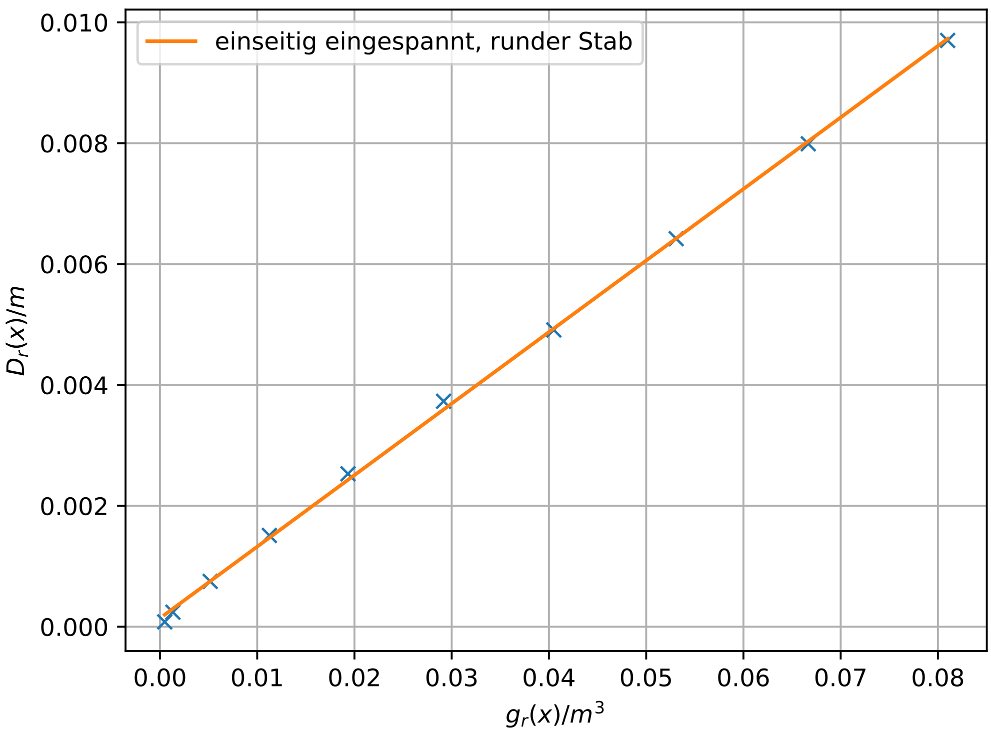


Abbildung 4: $g_r(x)$ gegen $D_r(x)$

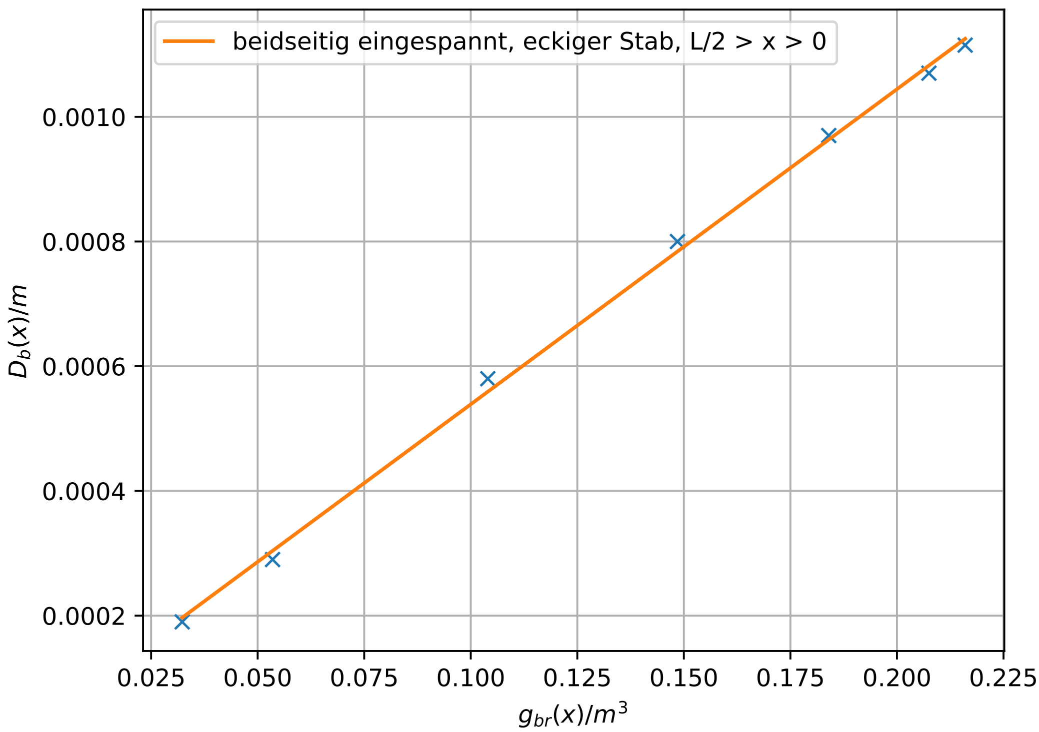


Abbildung 5: $g_{br}(x)$ gegen $D_{br}(x)$

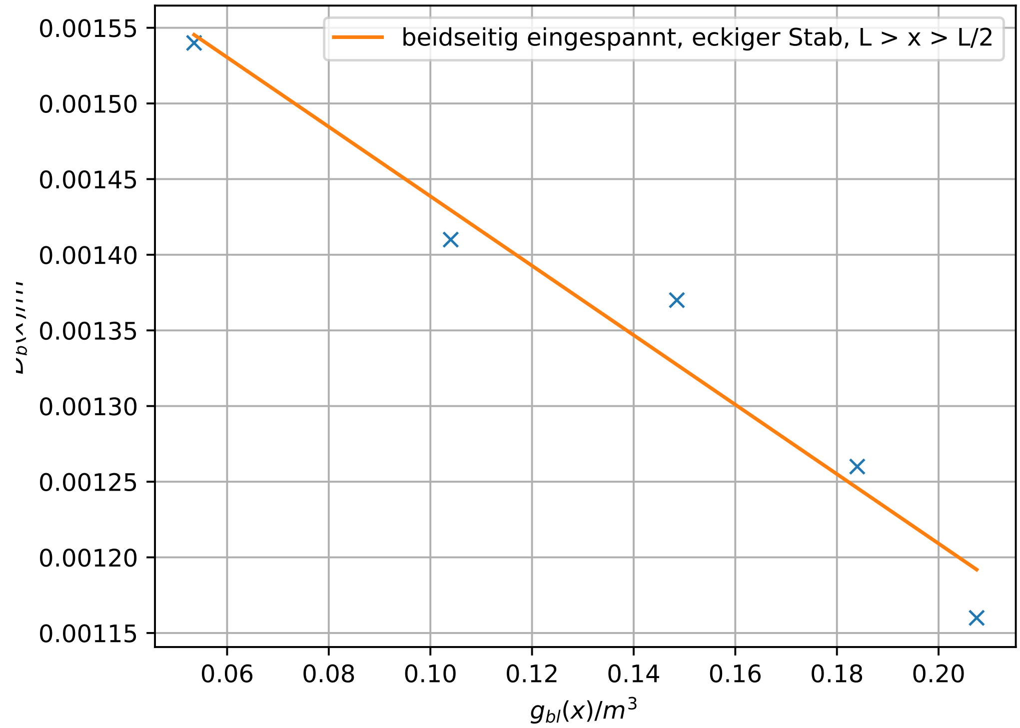


Abbildung 6: $g_{bl}(x)$ gegen $D_{bl}(x)$

Tabelle 2: Messdaten: Breiten der Stäbe

x/m	$D_e(x)/mm$	$g_e(x)/m^3$	$D_r(x)/mm$	$g_r(x)/m^3$	$D_b(x)/mm$	$g_{br}(x)/m^3$	$g_{bl}(x)/m^3$
0,03	0,05	0,000531	0,08	0,000486	0,19	0,032292	-
0,05	0,15	0,0014583	0,24	0,0013333	0,29	0,0535000	-
0,010	0,47	0,0056667	0,75	0,0051667	0,58	0,1040000	-
0,015	0,91	0,012375	1,51	0,0112500	0,8	0,1485000	-
0,020	1,39	0,0213333	2,53	0,0193333	0,97	0,1840000	-
0,025	1,85	0,0322917	3,73	0,0291667	1,07	0,2075000	-
0,030	2,45	0,045	4,91	0,0405	1,115	0,2160000	-
0,035	3,08	0,0592083	6,42	0,0530833	1,16	-	0,2075000
0,040	3,74	0,0746667	7,99	0,0666667	1,26	-	0,184
0,045	4,52	0,091125	9,7	0,0810000	1,37	-	0,1485000
0,050	-	-	-	-	1,41	-	0,1040000
0,055	-	-	-	-	1,54	-	0,0535000

Die Parameter der einzelnen linearen Regressionen werden mittels Python bestimmt und lauten:

$$\begin{aligned}
n_e &= (0{,}048\,23 \pm 1{,}465\,00) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^{-2} \\
b_e &= (0{,}000\,20 \pm 3{,}091\,00) \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m} \\
& \qquad (Abb.3) \\
n_r &= (0{,}118\,37 \pm 8{,}652\,00) \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}^{-2} \\
b_r &= (0{,}000\,14 \pm 1{,}457\,00) \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m} \\
& \qquad (Abb.4) \\
n_{br} &= (0{,}005\,05 \pm 7{,}524\,00) \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}^{-2} \\
b_{br} &= (0{,}000\,03 \pm 1{,}723\,00) \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m} \\
& \qquad (Abb.5) \\
n_{bl} &= (-0{,}002\,30 \pm 7{,}490\,00) \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}^{-2} \\
b_{bl} &= (0{,}001\,67 \pm 1{,}687\,00) \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m} \\
& \qquad (Abb.6)
\end{aligned}$$

4.3 Bestimmung des Elastizitätmoduls E bei einseitiger Einspannung

Die Flächenträgheitsmomente berechneten sich aus

$$I_e = \frac{a^4}{12} \tag{19}$$

und

$$I_r = \frac{\pi \cdot r^4}{4}. \tag{20}$$

Die Fehler errechnen sich über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung:

$$\begin{aligned}
\Delta I_e &= \sqrt{\left(\frac{dI_e}{da}\right)^2 \cdot (\Delta a)^2} \\
\Delta I_r &= \sqrt{\left(\frac{dI_r}{dr}\right)^2 \cdot (\Delta r)^2}
\end{aligned}$$

Für den eckigen Stab ergibt sich

$$I_e = (8{,}744\,05 \pm 0{,}144\,99) \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}^4.$$

Das Flächenträgheitsmoment des runden Stabs beläuft sich auf

$$I_r = (4{,}898\,93 \pm 0{,}009\,30) \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}^4.$$

4.3.1 Eckiger Stab

Das Elastizitätsmodul des eckigen Stabs berechnete sich aus:

$$E_e = \frac{m_g \cdot g}{2 \cdot I_e} \cdot \frac{g_e(x)}{D_e(x)} = \frac{m_g \cdot g}{2 \cdot I_e} \cdot \frac{1}{n_e}. \tag{21}$$

Der Fehler für E_e wird durch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$\Delta E_e = \sqrt{\left(\frac{dE_e}{dI_e}\right)^2 \cdot (\Delta I_e)^2 + \left(\frac{dE_e}{dn_e}\right)^2 \cdot (\Delta n_e)^2} \tag{22}$$

Mit $m_g = 1{,}1994\,\mathrm{kg}$ und $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ ergibt sich

$$E_e = (139{,}515\,43 \pm 2{,}313\,30) \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

4.3.2 Runder Stab

Das Elastizitätsmodul des runden Stabs wird durch

$$E_r = \frac{m_g \cdot g}{2 \cdot I_r} \cdot \frac{g_r(x)}{D_r(x)} = \frac{m_g \cdot g}{2 \cdot I_r} \cdot \frac{1}{n_r} \tag{23}$$

bestimmt. Der Fehler für E_r berechnete sich durch

$$\Delta E_r = \sqrt{\left(\frac{dE_r}{dI_r}\right)^2 \cdot (\Delta I_r)^2 + \left(\frac{dE_r}{dn_r}\right)^2 \cdot (\Delta n_r)^2}. \tag{24}$$

Das Elastizitätsmodul beläuft sich mit $m_g = 1.1994$ kg und $g = 9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ auf

$$E_r = (101{,}455\,13 \pm 0{,}192\,60) \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

4.4 Bestimmung des Elastizitätmoduls E bei beidseitiger Einspannung

Für $\frac{l_e}{2} \geq x \geq 0$ gilt

$$E_{br} = \frac{m_G \cdot g}{48 \cdot I_e} \cdot \frac{g_{br}(x)}{D_{br}(x)} = \frac{m_G \cdot g}{48 \cdot I_e} \cdot \frac{1}{n_{br}}. \tag{25}$$

Der Fehler für E_{br} wird mittels

$$\Delta E_{br} = \sqrt{\left(\frac{dE_{br}}{dI_e}\right)^2 \cdot (\Delta I_e)^2 + \left(\frac{dE_{br}}{dn_{br}}\right)^2 \cdot (\Delta n_{br})^2}. \tag{26}$$

E_{br} wird mit $m_g = 2.370$ kg als

$$E_{br} = (109{,}602\,96 \pm 1{,}817\,32) \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

errechnet. Die Formel

$$E_{bl} = \frac{m_G \cdot g}{48 \cdot I_e} \cdot \frac{g_{bl}(x)}{D_{bl}(x)} = \frac{m_G \cdot g}{48 \cdot I_e} \cdot \frac{1}{n_{bl}} \tag{27}$$

beschreibt das Elastizitätmodul für $l_e \geq x \geq \frac{l_e}{2}$ und hat den Wert

$$E_{bl} = (241{,}325\,50 \pm 4{,}001\,41) \cdot 10^9 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

Dabei war das negative Vorzeichen der Steigung n_{bl} vernachlässigbar. Der Fehler wird mithilfe folgender Formel errechnet:

$$\Delta E_{bl} = \sqrt{\left(\frac{dE_{bl}}{dI_e}\right)^2 \cdot (\Delta I_e)^2 + \left(\frac{dE_{bl}}{dn_{bl}}\right)^2 \cdot (\Delta n_{bl})^2}. \tag{28}$$

5 Diskussion

Der eckige Stab und der runde Stab können beide als Messinglegierung bestimmt werden. Der Literaturwert für Messing [2] wird als 8100 bis 8700 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ angegeben. Beide Dichten der Stäbe liegen mit

$$\begin{aligned} \rho_e &= (8175{,}933\,59 \pm 0{,}140\,50) \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \\ \rho_r &= (8353{,}8582 \pm 0{,}0019) \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}. \end{aligned}$$

innerhalb dieses Bereiches.
Der verwendete Literaturwert [3] für das Elastizitätsmodul von Messing liegt bei

$$\begin{aligned} & E_{Lit,u} && = 78 \, \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{mm}^2} && = 78 \cdot 10^9 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \\ \text{bis} \quad & E_{Lit,o} && = 123 \, \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{mm}^2} && = 123 \cdot 10^9 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}. \end{aligned}$$

Die errechneten Elastizitätsmodule ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} E_e &= (139{,}515\,43 \pm 2{,}313\,30) \cdot 10^9 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \\ E_r &= (101{,}455\,13 \pm 0{,}192\,60) \cdot 10^9 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \\ E_{br} &= (109{,}602\,96 \pm 1{,}817\,32) \cdot 10^9 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \\ E_{bl} &= (241{,}325\,50 \pm 4{,}001\,41) \cdot 10^9 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}. \end{aligned}$$

Zum Vergleich der Werte wird die relative Abweichung f berechnet:

$$f_{\mathrm{a,b}} = \frac{x_{\mathrm{a}} - x_{\mathrm{b}}}{x_{\mathrm{b}}}.$$

$$
\begin{aligned}
f_{\mathrm{e,Lit,o}} &= 13{,}43\,\% && \text{Eckiger Stab (einseitig), oberer Literaturwert}\\
f_{\mathrm{bl,Lit,o}} &= 96{,}20\,\% && \text{Eckiger Stab (beidseitig), oberer Literaturwert}\\
f_{\mathrm{e,r}} &= 37{,}51\,\% && \text{Eckiger Stab (einseitig), runder Stab (einseitig)}\\
f_{\mathrm{e,br}} &= 27{,}29\,\% && \text{Eckiger Stab (einseitig), eckiger Stab (beidseitig, rechts)}\\
f_{\mathrm{e,bl}} &= 42{,}19\,\% && \text{Eckiger Stab (einseitig), eckiger Stab (beidseitig, links)}\\
f_{\mathrm{br,bl}} &= 54{,}58\,\% && \text{Eckiger Stab (beidseitig, rechts), eckiger Stab (beidseitig, links)}
\end{aligned}
$$

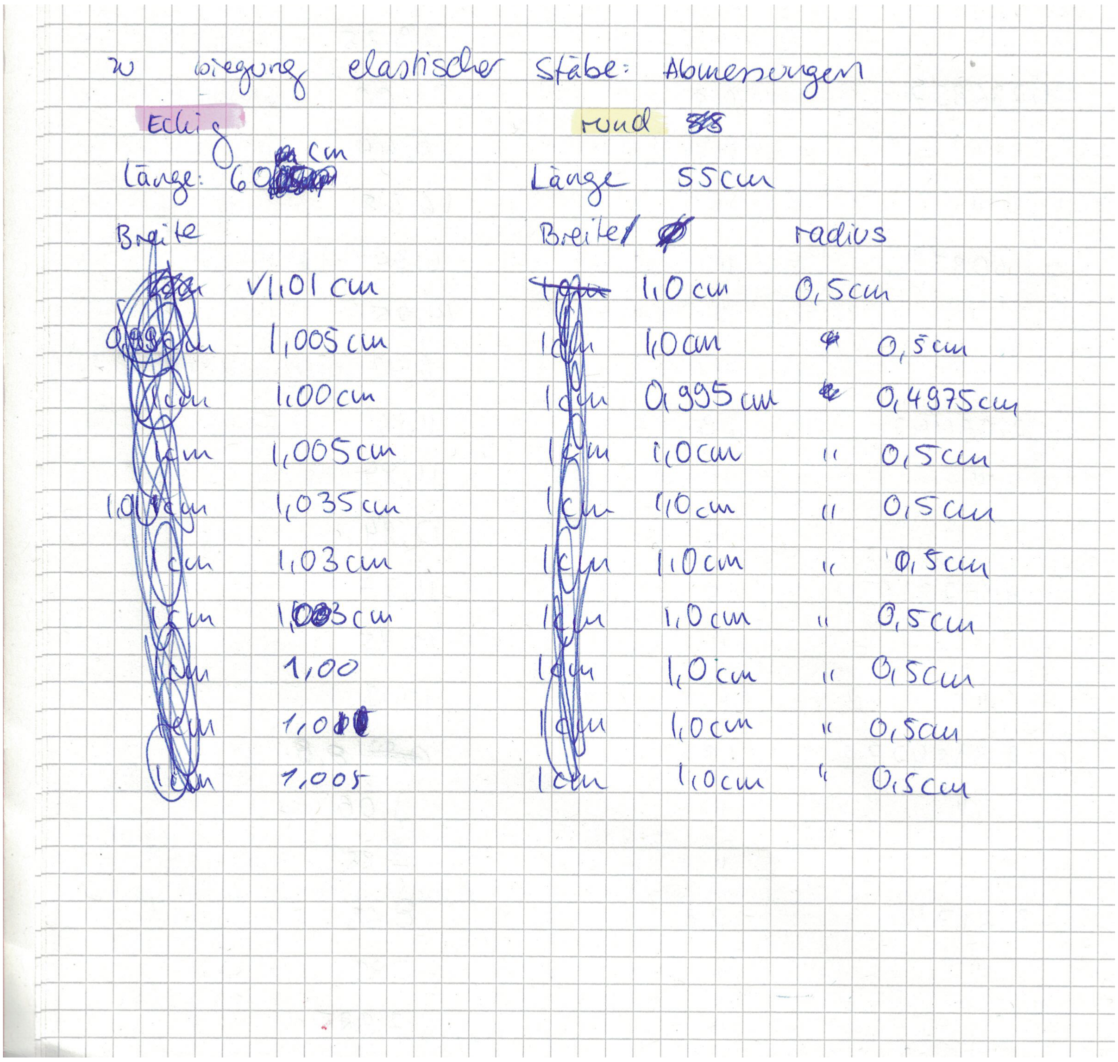
Der Messwert des Elastizitätsmoduls des einseitig eingespannten eckigen Stabs und des beidseitig eingespannten eckigen Stabs ($\frac{l_e}{2} \geq x \geq 0$) liegen deutlich oberhalb der Grenze des oberen Literaturwerts. Im Gegensatz dazu sind die Elastizitätsmodule des einseitig eingespannten runden Stabs und des beidseitig eingespannten eckigen Stabs ($l_e \geq x \geq \frac{l_e}{2}$) in den Grenzen des Literaturwerts. Die Elastizitätsmodule des beidseitig eingespannten Stabs weichen stark voneinander ab.
Die Gründe für diese Abweichungen können vielfältig sein. Zunächst ist die Messunsicherheit einer Schieblehre recht groß, im Verhältnis zu anderen Messmethoden. Mit der Schieblehre werden die Stäbe vermessen, entsprechend könnte hier ein falsches Element bestimmt worden sein. Desweiteren hat die Messuhr eine Messunsicherheit. Zwischenzeitlich kann beobachtet werden, wie der Zeiger ohne Einwirkung um $x = 0{,}2\,\mathrm{mm}$ vor- oder zurückspring und äußerst sensibel auf Erschütterungen reagiert. Die Messuhr springt auch bei dem Zurückschieben auf den ersten x-Wert nicht wieder auf 0. Es ist nicht auszuschließen, dass die Messuhr ungenau verschoben wird und die x-Werte entsprechend verfälscht sind. Ebenso ist es möglich, dass das Abwiegen der Massen der Stäbe und der Gewichte nicht genau ist.

Literatur

[1] TU Dortmund. In: *Versuchsanleitung V103*.

[2] Wikibooks. In: *Tabellensammlung Chemie/ Dichte fester Stoffe*. URL: `https://de.wikibooks.org/wiki/Tabellensammlung_Chemie/_Dichte_fester_Stoffe`.

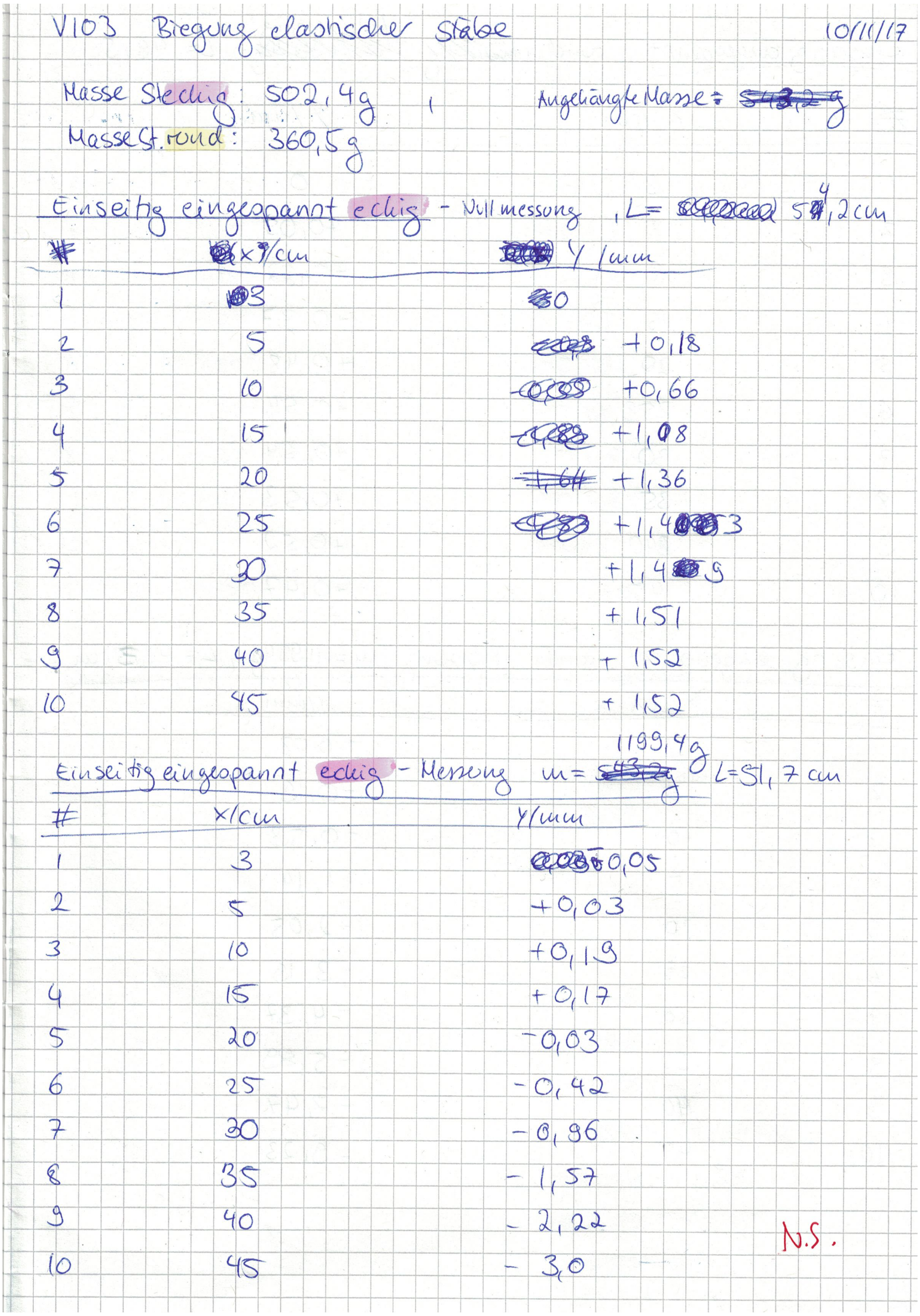
[3] Wikipedia. In: *Elastizitätsmodul - Definition - Typische Zahlenwerte*. URL: `https://de.wikipedia.org/wiki/Elastizit%C3%A4tsmodul`.



zu Biegung elastischer Stäbe: Abmessungen

Eckig		rund		
Länge: 60 cm		Länge 55cm		
Breite		Breite/ Ø		radius
~~1cm~~	1,01 cm	~~1cm~~	1,0 cm	0,5cm
~~0,99cm~~	1,005 cm	~~1cm~~	1,0 cm	0,5cm
~~1cm~~	1,00 cm	~~1cm~~	0,995 cm	0,4975cm
~~1cm~~	1,005 cm	~~1cm~~	1,0 cm	0,5cm
~~1,01cm~~	1,035 cm	~~1cm~~	1,0 cm	0,5cm
~~1cm~~	1,03 cm	~~1cm~~	1,0 cm	0,5cm
~~1cm~~	1,[illegible] cm	~~1cm~~	1,0 cm	0,5cm
~~1cm~~	1,00	~~1cm~~	1,0 cm	0,5cm
~~1cm~~	1,0[illegible]	~~1cm~~	1,0 cm	0,5cm
~~1cm~~	1,005	~~1cm~~	1,0 cm	0,5cm

Abbildung 7: Originale Messdaten



V103 Biegung elastischer Stäbe 10/11/17

Masse St. eckig: 502,4 g

Masse St. rund: 360,5 g

Angehängte Masse: ~~543,2 g~~

Einseitig eingespannt eckig - Nullmessung, L = 54,2 cm

#	x/cm	Y/mm
1	3	0
2	5	+0,18
3	10	+0,66
4	15	+1,08
5	20	+1,36
6	25	+1,43
7	30	+1,49
8	35	+1,51
9	40	+1,52
10	45	+1,52

Einseitig eingespannt eckig - Messung m = ~~543,2 g~~ 1199,4 g L = 51,7 cm

#	x/cm	Y/mm
1	3	∓0,05
2	5	+0,03
3	10	+0,19
4	15	+0,17
5	20	−0,03
6	25	−0,42
7	30	−0,96
8	35	−1,57
9	40	−2,22
10	45	−3,0

N.S.

Abbildung 8: Originale Messdaten

Einseitig eingespannt rund, Nullmessung, L= 49,5

#	x /cm	y /mm
1	3	0
2	5	+0,05
3	10	+0,22
4	15	+0,37
5	20	+0,48
6	25	+0,54
7	30	+0,54
8	35	+0,53
9	40	+0,52
10	45	+0,47

Einseitig eingespannt rund, Messing m= 1199,4g, L= 49,3 cm

#	x/cm	y/mm
1	3	-0,08
2	5	-0,19
3	10	-0,53
4	15	-1,14
5	20	-2,05
6	25	-3,19
7	30	-4,37
8	35	-5,89
9	40	-7,47
10	45	-9,23

M.S.

Abbildung 9: Originale Messdaten

Beidseitig eingespannt eckig Nullmessung

#	x/cm	y/mm
1	3	0
2	5	-0,03
3	10	-0,13
4	15	-0,2
5	20	-0,23
6	25	-0,3
7	30	-0,35
8	35	-0,44
9	40	-0,49
10	45	-0,5
11	50	-0,64
12	55	-0,73

Beidseitig eingespannt eckig Messung m = 2370g, L = 55cm

#	x/cm	y/mm
1	3	-0,19
2	5	-0,32
3	10	-0,71
4	15	-1,0
5	20	-1,2
6	25	-1,38
7	30	-1,55
8	35	-1,6
9	40	-1,74
10	45	-1,87
11	50	-2,05
12	55	-2,27

nicole.schindler@tu-

N.S.

Abbildung 10: Originale Messdaten