

US3 Doppler-Sonographie

Katharina Brägelmann Tobias Janßen
katharina.braegelmann@tu-dortmund.de
tobias2.janssen@tu-dortmund.de

Durchführung: 5. Juni 2018, Abgabe: 13. Juni 2018

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
3	Aufbau und Durchführung	4
4	Auswertung	5
4.1	Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeiten	5
4.2	Bestimmung des Strömungsprofils	10
5	Diskussion	15

1 Zielsetzung

In dem Experiment wird die Strömung und ihre Charakteristiken untersucht. Gemessen wird mit einem Ultraschallkopf welcher das Impuls-Echo-Verfahren benutzt. Der Doppler-Effekt ist für den Versuch von entscheidender Bedeutung.

2 Theorie

Bei der Sonographie werden Schallwellen zwischen 20 kHz bis 1 GHz verwendet. Dabei handelt es sich bei Schall um eine longitudinale Welle der Form:

$$p(x, t) = p_0 - v_0 Z \cos(\omega t - kx).$$

Z beschreibt dabei die akustische Impedanz $Z = c \cdot \rho$, also das Produkt aus Schallgeschwindigkeit c und der Dichte ρ des durchschallten Mediums. Näheres kann in der Theorie zu Versuch US2 nachgelesen werden.

Bewegen sich Schallquelle und Beobachter relativ zu einander, kommt es zu einer Frequenzänderung, die als der Doppler-Effekt bekannt ist. Die Frequenz ν_0 wird zu Frequenz ν_{kl} erhöht wenn sich die Quelle auf den Beobachter zu bewegt. Entfernt sich die Quelle vom Beobachter, wird die Frequenz ν_{gr} wahrgenommen.

$$\nu_{kl/gr} = \frac{\nu_0}{1 \mp \frac{v}{c}}$$

Wird nun der Beobachter auf die Quelle zu bewegt, wird die Frequenz ν_0 zu Frequenz ν_h verschoben. Bei steigender Entfernung wird die Frequenz kleiner zu dem Wert ν_n .

$$\nu_{h/n} = \nu_0 \cdot \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$$

Über die Frequenzverschiebung kann eine Aussage zur Geschwindigkeit gemacht werden. Da die Quelle im selben Winkel zum bewegten Objekt steht wie der Empfänger, gilt für den Doppler-Effekt folgender Zusammenhang:

$$\Delta\nu = 2\nu_0 \frac{v}{c} \cos\alpha \quad (1)$$

Die Schallwellen werden häufig durch den Piezo-elektrischen Effekt erzeugt. Dabei wird ein Piezokristall durch ein wechselndes elektrisches Feld in Schwingung gebracht. Diese Wellen können als Ultraschall für die Untersuchung genutzt werden. Wird die Resonanzfrequenz des Kristalls erreicht, entstehen durch die Resonanzüberhöhung energiereiche Schallwellen. Andersherum kann ein ruhender Piezokristall durch eine Schallwelle in Schwingung gebracht werden, die dann als Spannung in das elektrische Feld eingehen. Damit kann der Piezo-elektrische Effekt sowohl für den Ultraschallsender und den Ultraschallempfänger verwendet werden.

3 Aufbau und Durchführung

Die Messapparatur besteht aus einem Schallkopf ($f = 2 \text{ MHz}$), einem Ultraschallgerät und einem Rechner, der für die Datenaufnahme und die Datenanalyse zuständig ist. Untersucht wird die Strömung einer viskosen Flüssigkeit in einem Rohrsystem. Eine Zentrifugalpumpe sorgt für einen konstanten Volumenstrom. In dem Rohrsystem gibt es drei zu messende Strömungsrohre mit unterschiedlichen Innendurchmessern. Desweiteren werden für das Ankoppeln der Ultraschallsonde an die Rohre Dopplerprismen verwendet. Die Dopplerprismen garantieren einen reproduzierbaren Einstrahlwinkel. Die Entfernung zwischen Sonde und Rohr ist für alle Einstellungen gleich. Der Dopplerwinkel α ist abhängig von dem Brechungsgesetz und der Schallgeschwindigkeit c_L des Dopplermediums und der Schallgeschwindigkeit c_P im Prismenmaterial.

$$\alpha = 90^\circ - \arcsin \left(\sin \theta \cdot \frac{C_L}{C_P} \right) \quad (2)$$

Für 5 Geschwindigkeiten wird an den drei Rohren die Ultraschallmessung, zur Bestimmung der Frequenzverschiebung $\Delta\nu$, für alle drei Winkel durchgeführt. Mit Hilfe von $\Delta\nu$ kann die Strömungsgeschwindigkeit ermittelt werden.

Nun wird das Strömungsprofil der Dopplerflüssigkeit untersucht. Dazu wird am Strömungsrohr, mit dem Innendurchmesser von 10 mm, unter einem 15° Winkel, für unterschiedliche Pumpleistungen, eine Untersuchung mit variabler Meßtiefe durchgeführt. Es wird die Strömungsgeschwindigkeit und die Streuintensität gemessen.

Strömungsrohre :	Innendurchmesser
	7 mm
	10 mm
	16 mm

Dopplerprisma :	$c_P = 2700 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	Schallgeschwindigkeit
	$l = 30,7 \text{ mm}$	Länge der Vorlaufstrecke
Dopplerflüssigkeit :	$c_L = 1800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	Schallgeschwindigkeit

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeiten

Die eingehende Frequenz liegt bei

$$\nu_0 = 2 \text{ MHz.}$$

Der Dopplerwinkel α wird mit Gleichung (2) errechnet. Die jeweiligen Dopplerwinkel sind mit ihren Prismenwinkeln θ in Tabelle 1 notiert.

Tabelle 1: Prismenwinkel θ und die sich ergebenden Dopplerwinkel α

$\theta/^\circ$	$\alpha/^\circ$
15	80,06
30	70,53
60	54,74

Die Flussgeschwindigkeit berechnet sich über Gleichung (1). Als Schallgeschwindigkeit wird

$$c_L = 1800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

verwendet. Die Messwerte zu den Flussgeschwindigkeiten sind in Tabelle 2 aufgetragen. Die Strömungsgeschwindigkeiten werden für die unterschiedlichen Prismenwinkel gegen $\frac{\Delta\nu}{\cos \alpha}$ in den Abbildungen 1, 2 und 3 aufgetragen.

Tabelle 2: Messergebnisse zur Strömungsgeschwindigkeit v

-	$r = 0,0035 \text{ m}$			$r = 0,005 \text{ m}$			$r = 0,008 \text{ m}$		
$\theta/^\circ$	$ \Delta\nu /\text{Hz}$	$\frac{ \Delta\nu }{\cos(\alpha)}/\text{Hz}$	$v/\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$ \Delta\nu /\text{Hz}$	$\frac{ \Delta\nu }{\cos(\alpha)}/\text{Hz}$	$v/\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$ \Delta\nu /\text{Hz}$	$\frac{ \Delta\nu }{\cos(\alpha)}/\text{Hz}$	$v/\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\dot{V} = 2,31/\text{min}$									
15	195	1129	0,508	122	706	0,318	61	353	0,159
30	366	1098	0,494	183	549	0,247	98	294	0,132
60	671	1162	0,523	330	571	0,257	134	232	0,105
$\dot{V} = 3,01/\text{min}$									
15	305	1766	0,795	159	921	0,415	85	492	0,222
30	562	1686	0,759	281	843	0,379	134	402	0,181
60	1050	1818	0,818	531	919	0,414	208	360	0,162
$\dot{V} = 3,51/\text{min}$									
15	354	2050	0,923	208	1204	0,542	98	567	0,256
30	787	2361	1,063	366	1098	0,494	171	513	0,231
60	1331	2305	1,038	690	1195	0,539	269	465	0,210
$\dot{V} = 41/\text{min}$									
15	588	3406	1,533	244	1413	0,636	122	706	0,318
30	977	2931	1,319	488	1464	0,659	232	696	0,313
60	1758	3045	1,370	916	1586	0,714	342	592	0,267
$\dot{V} = 4,51/\text{min}$									
15	586	3394	1,528	317	1836	0,826	159	921	0,415
30	1306	3918	1,763	586	1758	0,791	293	879	0,396
60	2124	3679	1,656	1221	2115	0,952	464	803	0,362

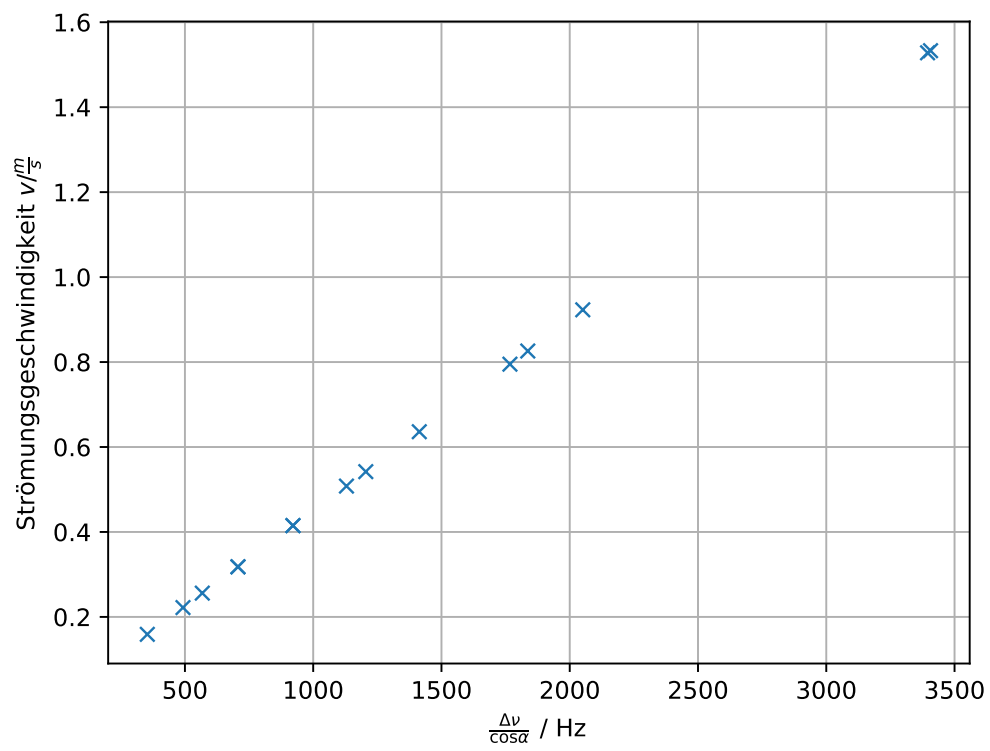


Abbildung 1: v gegen $\frac{\Delta\nu}{\cos\alpha}$ für den Winkel $\theta = 15^\circ$

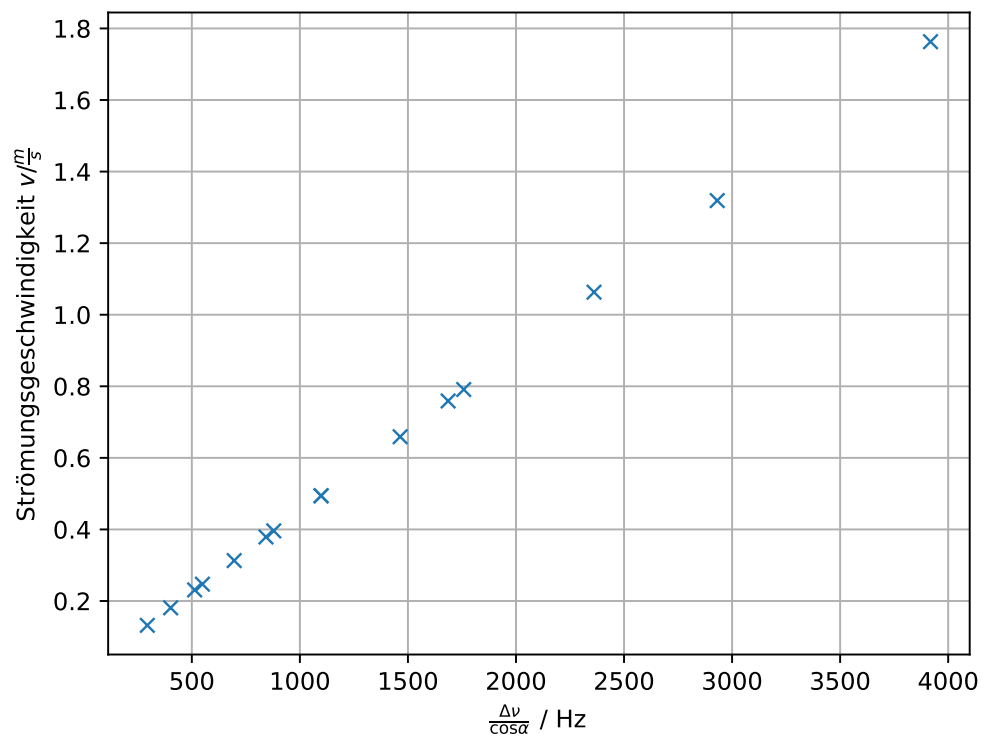


Abbildung 2: v gegen $\frac{\Delta\nu}{\cos\alpha}$ für den Winkel $\theta = 30^\circ$

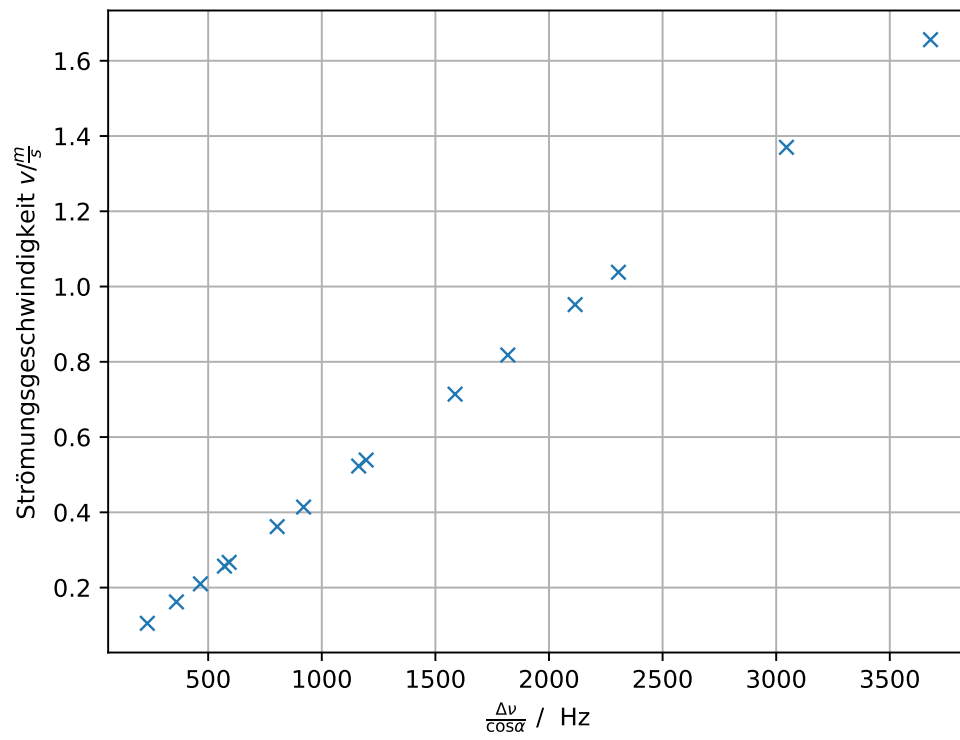


Abbildung 3: v gegen $\frac{\Delta\nu}{\cos\alpha}$ für den Winkel $\theta = 60^\circ$

4.2 Bestimmung des Strömungsprofils

Die Messung wird bei $x = 12 \mu\text{s}$ gestartet, da mit der Umrechnung $4 \mu\text{s} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ersichtlich wird, dass eine Messung erst ab einer Tiefe von $l = 30,7 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 12,28 \mu\text{s}$ sinnvoll ist. Erst nach der Länge l tritt der Schall aus dem Prisma in die Dopplerflüssigkeit. Die Messtiefe $x = 12 \mu\text{s}$ entspricht dem Beginn des Rohrs mit $s = 0 \text{ mm}$. Die Messwerte zur Bestimmung des Strömungsprofils sind in Tabelle 3 notiert.

Tabelle 3: Messwerte zum Strömungsprofil. Messtiefe x in μs und mm , Frequenzverschiebung $\Delta\nu$, Flussgeschwindigkeit v , Steuintensität I

$x/\mu\text{s}$	s/mm	$\dot{V} = 4,81/\text{min}$			$\dot{V} = 3,41/\text{min}$		
		$\Delta\nu/\text{Hz}$	$v/\frac{\text{m}}{\text{s}}$	I	$\Delta\nu/\text{Hz}$	$v/\frac{\text{m}}{\text{s}}$	I
12,0	0,000	195	0,508	10,8	146	0,381	10,0
12,5	0,750	232	0,605	9,2	183	0,477	8,3
13,0	1,500	330	0,860	5,1	220	0,574	6,6
13,5	2,250	439	1,144	4,5	281	0,733	3,2
14,0	3,000	537	1,400	3,9	330	0,860	4,0
14,5	3,750	562	1,465	2,3	354	0,922	3,5
15,0	4,500	586	1,528	2,5	366	0,954	3,2
15,5	5,250	549	1,431	3,0	342	0,892	3,4
16,0	6,000	452	1,178	2,9	281	0,733	4,0
16,5	6,750	317	0,826	5,5	208	0,542	10,0
17,0	7,500	220	0,574	9,2	171	0,446	9,0
17,5	8,250	208	0,542	10,2	146	0,381	14,2
18,0	9,000	269	0,701	13,4	208	0,542	12,7
18,5	9,750	317	0,826	9,8	232	0,605	9,7
19,0	10,50	342	0,892	10,0	208	0,542	7,8
19,5	11,25	360	0,939	7,3	195	0,508	6,6

Die Messwerte sind für die jeweiligen Volumenströme \dot{V} in den Abbildungen 4, 5, 6 und 7 aufgetragen. Zur Bestimmung eines Referenzwertes werden die ersten zwölf Messwerte gemittelt um die mittlere Flussgeschwindigkeit zu errechnen. Ein Mittelwert berechnet sich durch die Anzahl der Messwerte N

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \left(\sum_{n=1}^N x_n \right).$$

Es ergeben sich folgende Mittelwerte:

$$\bar{v}_{3,41/\text{min}} = 0,658 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\bar{v}_{4,81/\text{min}} = 1,005 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

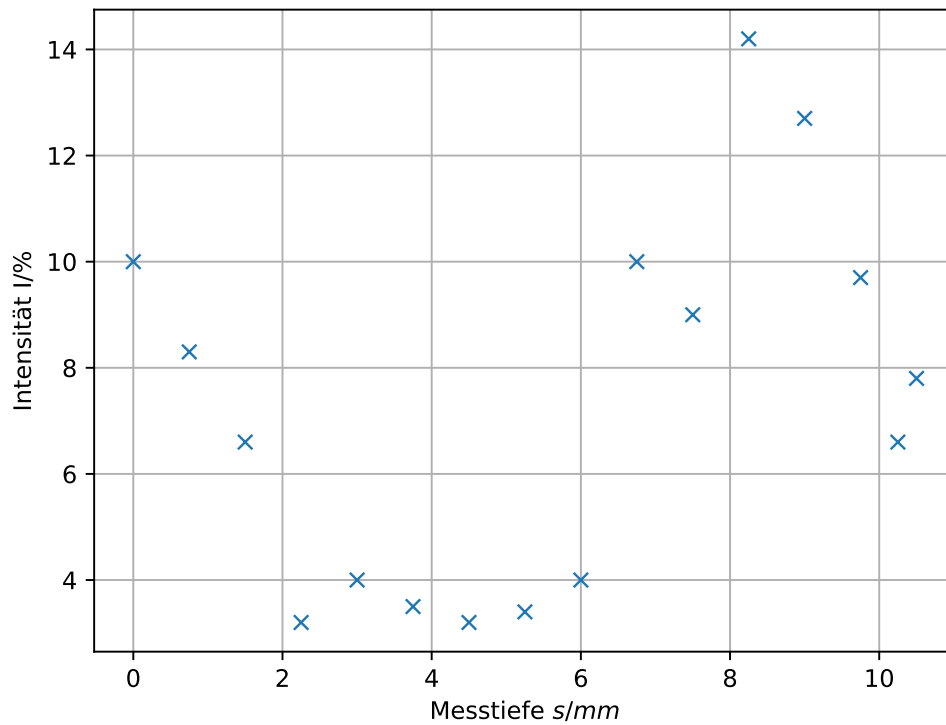


Abbildung 4: Streuintensität I gegen die Messtiefe s für $\dot{V} = 3,4 \text{ l/min}$

Als theoretische Vergleichswerte der Flussgeschwindigkeit werden mit dem Kontinuitätsgesetz der Hydrodynamik

$$\dot{V} = Av \Leftrightarrow v = \frac{\dot{V}}{A} \quad (3)$$

berechnet. Die theoretischen Flussgeschwindigkeiten für den Rohrradius $r = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ und beiden Volumenströme berechnen sich zu:

$$v_{\text{theo, } 3,4 \text{ l/min}} = 0,722 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{\text{theo, } 4,8 \text{ l/min}} = 1,019 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

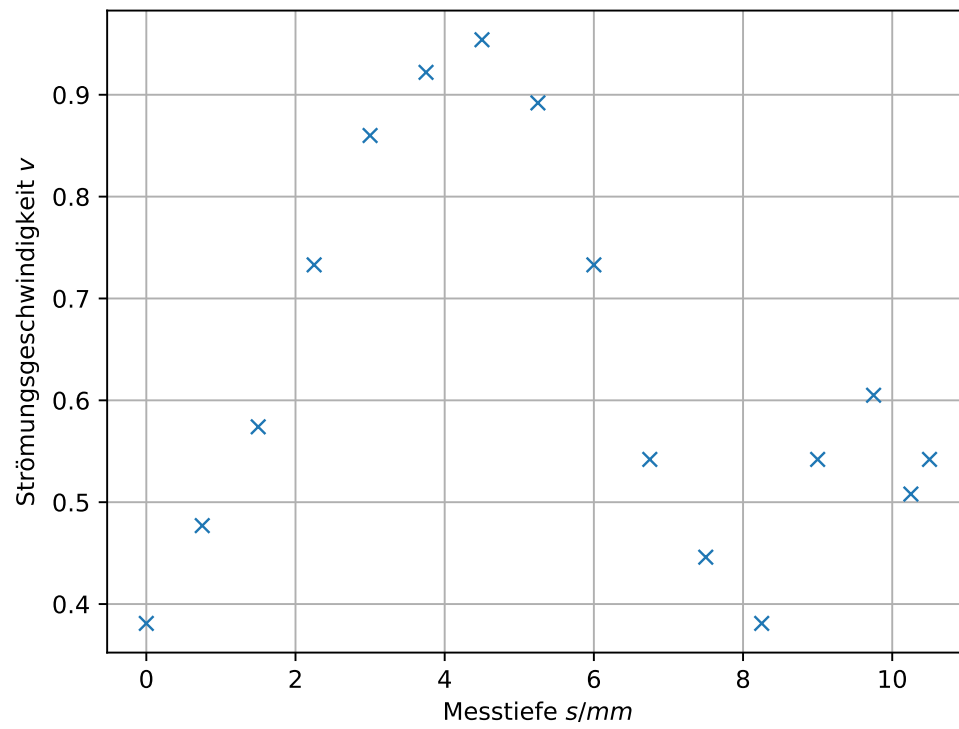


Abbildung 5: Flussgeschwindigkeit v gegen die Messtiefe s für $\dot{V} = 3,41/\text{min}$

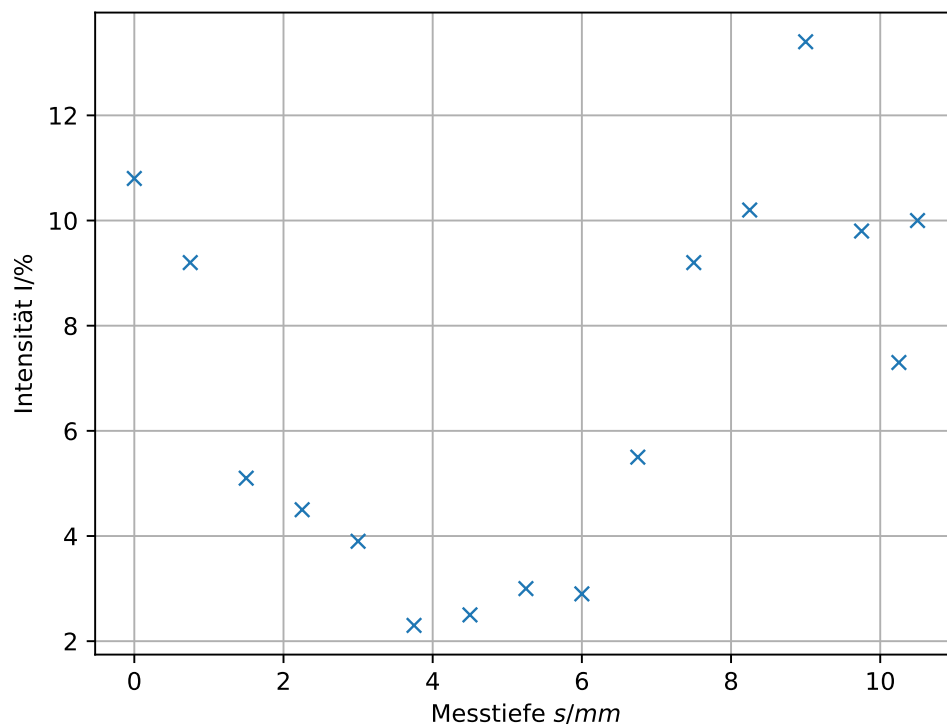


Abbildung 6: Streuintensität I gegen die Messtiefe s für $\dot{V} = 4,8 \text{ l/min}$

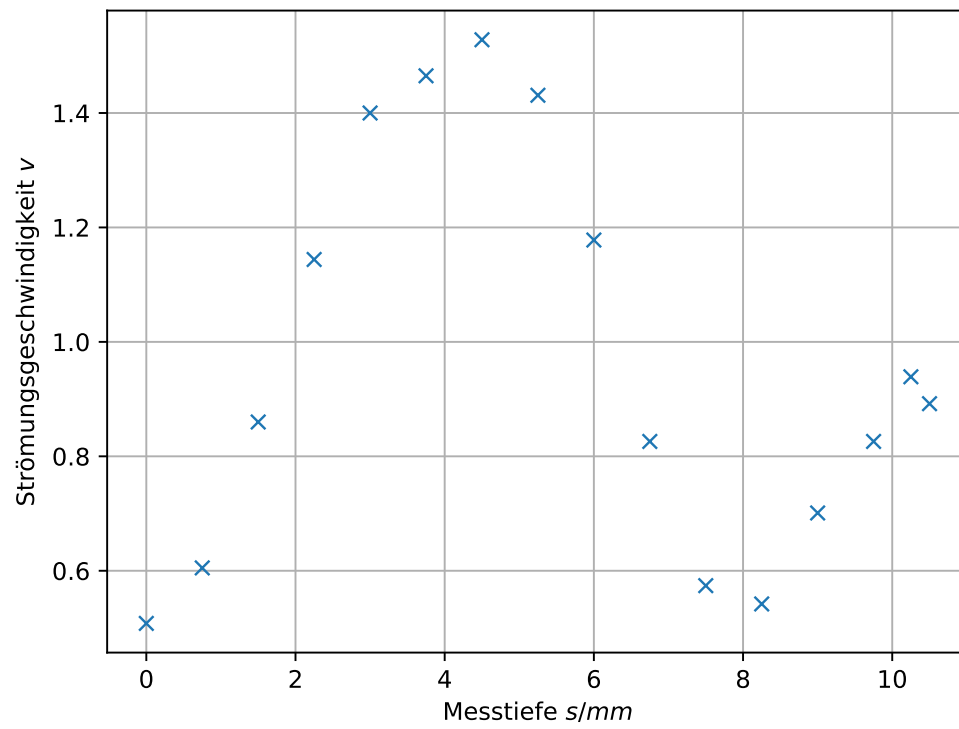


Abbildung 7: Flussgeschwindigkeit v gegen die Messtiefe s für $\dot{V} = 4,81/\text{min}$

5 Diskussion

Initial lässt sich sagen, dass der Versuch entsprechend der Erwartungen verlaufen ist. Im ersten Versuchsteil sinkt die Flussgeschwindigkeit mit wachsendem Radius.

Im zweiten Versuchsteil ist in den Abbildungen 5 und 7 ein deutliches parabolisches Geschwindigkeitsprofil zu erkennen. Der erneute Anstieg der Messwerte ist auf das Eintreten des Schalls in die rückseitige Wand des Rohrs zurückzuführen. In den Abbildungen 4 und 6 sind die Streuintensitäten gegen die Eindringtiefe aufgetragen. Der Kurvenverlauf ist invers zum Geschwindigkeitsprofil, was durch das Geschwindigkeitsprofil zu erklären ist. Bei höherer Geschwindigkeit wird die Intensität stärker gestreut und es kommt weniger im Schallkopf an. Die experimentellen mittleren Flussgeschwindigkeiten werden als

$$\begin{aligned}\bar{v}_{3,4l/min} &= 0,658 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \bar{v}_{4,8l/min} &= 1,005 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

gemessen. Die theoretischen Werte werden berechnet zu:

$$\begin{aligned}v_{\text{theo}, 3,4 \text{ l/min}} &= 0,722 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_{\text{theo}, 4,8 \text{ l/min}} &= 1,019 \frac{\text{m}}{\text{s}}.\end{aligned}$$

Ein relativer Fehler f berechnet sich durch

$$f = \frac{x_{\text{exp}} - x_{\text{theo}}}{x_{\text{theo}}}.$$

Die Abweichungen der theoretischen Werte und der gemittelten gemessenen Werte bei den verschiedenen Radien und Flussgeschwindigkeiten berechnen sich zu:

$$\begin{aligned}f_{3,4l/min} &= 8,86 \% \\ f_{4,8l/min} &= 1,37 \%\end{aligned}$$

Die Abweichungen in den Kurvenverläufen sind unter anderem durch fehlerhaftes Ablesen der Messwerte zu erklären. Die Messwerte schwanken stark während des Ablesens.