

## Absorption von $\gamma$ - und $\beta$ -Strahlung

### 1. Einleitung und Zielsetzung

Gegenstand dieses Experimentes ist die Wechselwirkung energiereicher Strahlung mit Materie. Dabei werden sowohl Photonen-Strahlung als auch Teilchen-Strahlung betrachtet. Als Beispiel für die erstere wird  $\gamma$ -Strahlung von instabilen Kernen in einem Energiebereich von 60 bis 1300 keV verwendet. Als Beispiel für letztere dient  $\beta^-$ -Strahlung, das heißt schnelle Elektronen, die ebenfalls aus instabilen Kernen stammen. Nach einigen Bemerkungen zur Natur dieser beiden Strahlungsarten wird auf ihre Wechselwirkungsmechanismen mit Materie eingegangen.

Bei der  $\gamma$ -Strahlung gelingt es, eine allgemeingültige Gesetzmäßigkeit, das sogenannte exponentielle Absorptionsgesetz abzuleiten. Zentrale Begriffe sind hierbei der Wirkungsquerschnitt und der Absorptionskoeffizient. Ziel des Experimentes ist es, diese Größe für verschiedene Materialien zu bestimmen.

Die Wechselwirkung von schnellen Elektronen mit Materie ist ungleich vielfältiger. Während ein  $\gamma$ -Quant beim Durchgang durch Materie – wenn überhaupt – dann zumeist nur eine Wechselwirkung erleidet, treten bei den  $\beta$ -Teilchen eine Vielzahl von Prozessen nacheinander auf, bis sie schließlich ihre kinetische Energie verbraucht haben und in der Materieschicht stecken bleiben. Die Formulierung eines allgemein gültigen Absorptionsgesetzes ist sehr schwierig und wird hier nicht versucht. Stattdessen wird der Begriff der Reichweite eingeführt und ein einfaches Messverfahren für diese Größe beschrieben. Schließlich wird noch angegeben, wie man daraus mit einer empirischen Formel die Maximalenergie der einfallenden  $\beta$ -Teilchen bestimmen kann.

### 2. Definition des Wirkungsquerschnittes, Ableitung des Absorptionsgesetzes

Wenn ein Teilchenstrahl auf eine Materieschicht trifft, dann treten dort Wechselwirkungen mit den Bausteinen der Materie auf, die letztlich zu einer Intensitätsabnahme des Strahls, das heißt, zu einer Verringerung der Zahl der Teilchen pro Zeit und Flächeneinheit führen. Ein Maß für die Häufigkeit der Wechselwirkung stellt der sogenannte **Wirkungsquerschnitt**  $\sigma$  dar. Zur Erklärung dieses Begriffes denkt man sich jedem Partikel des Absorbers eine fiktive Fläche  $\sigma$  als "Zielscheibe" zugeordnet (siehe Abb.1), deren Größe so gewählt ist, dass eine Wechselwirkung genau dann eintritt, wenn das einfallende Teilchen diese Scheibe trifft.<sup>1</sup>

Wenn nun ein Absorber mit dem Querschnitt  $F$  und der Dicke  $D$   $n$  Materieteilchen pro Volumeneinheit enthält, die so verteilt sind, dass sie sich in Strahlrichtung gesehen nicht überdecken, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein einfallendes Teilchen eine Reaktion auslöst

---

<sup>1</sup> Zwischen  $\sigma$  und dem geometrischen Querschnitt der beteiligten Teilchen besteht kein Zusammenhang. Letzterer kann durchaus 0 sein wie z.B. beim Elektron.

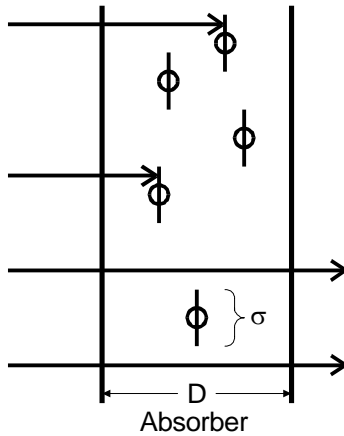


Abb.1: Zur Definition des Wirkungsquerschnittes (von links trifft ein Teilchenstrahl auf die Absorberschicht. Die Bahnen einzelner Teilchen sind durch Pfeile gekennzeichnet).

$$W = \frac{nFD\sigma}{F} = nD\sigma .$$

Treffen  $N_0$  Teilchen pro Zeiteinheit auf die Fläche  $F$  ein, dann finden

$$(1) \quad N = N_0 n D \sigma$$

Wechselwirkungen pro Zeiteinheit statt.

Bei einem realen Absorber trifft die anfangs gemachte Voraussetzung der Nichtüberdeckung wegen der Vielzahl der Atome pro Volumeneinheit im Absorber nicht zu. Die Summation über alle Scheiben  $\sigma$  lässt sich daher nur in einer infinitesimal dünnen Schicht  $dx$ , innerhalb der die Überdeckung vernachlässigbar ist, ausführen (siehe Abb.2). Angenommen die Schicht  $dx$  befinde sich an der Stelle  $x$  innerhalb des Absorbers mit der Gesamtdicke  $D$ , und die Strahlintensität möge durch Absorptionsvorgänge in den davorliegenden Schichten von  $N_0$  auf  $N(x)$  abgenommen haben, dann finden in  $dx$  gemäß (1)

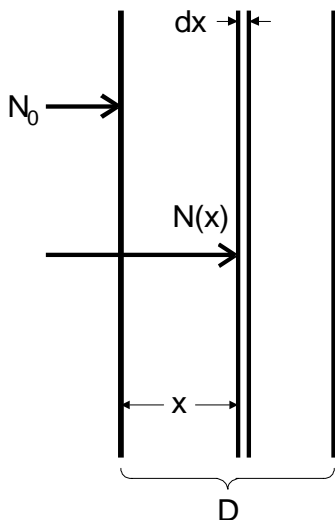


Abb.2: Zur Ableitung des exponentiellen Absorptionsgesetzes

$$dN = -N(x)n\sigma dx$$

Reaktionen statt; das heißt, die Zahl der Teilchen, die auf die Materieschicht hinter  $dx$  auftreffen und dort Reaktionen auslösen, hat um  $dN$  abgenommen. Die Zahl  $N(D)$  der Teilchen, die nach Durchgang durch die gesamte Absorberschicht noch übrigbleiben, bekommt man durch Integration über alle Schichten  $dx$

$$\int_{N_0}^{N(D)} \frac{dN}{N} = \int_0^D -n\sigma dx$$

oder

$$N(D) = N_0 e^{-n\sigma D} .$$

(1a)

Dies ist das bekannte exponentielle Absorptionsgesetz. Es ist streng gültig, wenn jedes einfallende Teilchen höchstens eine Reaktion mit der gesamten Materieschicht erleidet. Das ist der Fall, wenn es durch die Wechselwirkung vernichtet wird oder wenn die mittlere Entfernung zwischen zwei Reaktionen groß gegen  $D$  ist. Den Exponentialfaktor  $n\sigma$  kürzt man meist mit  $\mu$  ab und bezeichnet ihn als **Absorptionskoeffizienten**:

$$(2) \quad \mu := n\sigma .$$

Er hat die Dimension einer reziproken Länge. Mit der Schichtdicke  $D_{1/2}$ , bei der die ursprüngliche Intensität auf die Hälfte abgesunken ist, hängt er über die Gleichung

$$D_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

zusammen.

Durch Absorptionsmessungen kann man die Größe  $\mu$  leicht bestimmen. Damit ist man in der Lage, den Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  mit Hilfe von (2) abzuschätzen. Unter der Annahme, dass die Elektronen eines Absorbermaterials die Wechselwirkungszentren darstellen (Näheres siehe Kapitel 4), ergibt sich  $n$  zu

$$n = \frac{zN_L}{V_{\text{Mol}}} = \frac{zN_L \rho}{M} .$$

( $z$  = Ordnungszahl,  $N_L$  = Loschmidtsche Zahl,  $V_{\text{Mol}}$  = Molvolumen,  $M$  = Molekulargewicht,  $\rho$  = Dichte).

Damit wird

$$(3) \quad \sigma = \frac{\mu}{n} = \frac{\mu M}{zN_L \rho} .$$

Eine Energieabhängigkeit von  $\sigma$  taucht bei diesen Überlegungen nicht auf. Außerdem hat man angenommen, dass die Hüllenelektronen eines Atoms völlig unabhängig von einander als Streuzentren wirken. Daher darf man die Bedeutung von (3) nicht überschätzen. Sie kann nur als eine grobe Annäherung an die Realität angesehen werden.

### 3. Ursprung und Eigenschaften der $\gamma$ -Strahlung

In Analogie zu ihren Elektronenhüllen besitzen auch die Atomkerne diskrete Energieniveaus. Beim Übergang eines angeregten Atomkerns in energetisch niedrigere Zustände wird die freiwerdende Energie in Form von  $\gamma$ -Quanten emittiert. Die Natur der  $\gamma$ -Strahlung ist in höchstem Maße unanschaulich. So kann man den eben beschriebenen Emissionsprozess am besten verstehen, wenn man die  $\gamma$ -Quanten als lokalisierte Teilchen auffasst, die Masse, Impuls und Energie besitzen. Ihre Energie ergibt sich zu

$$E_\gamma = E_1 - E_2 .$$

Hierin bedeuten  $E_1$  und  $E_2$  die Energien der beiden Kernzustände, zwischen denen der Übergang stattfindet. Allerdings können die  $\gamma$ -Quanten keine Teilchen im klassischen Sinne sein; denn sie breiten sich nur mit Lichtgeschwindigkeit aus und können deshalb keine Ruhemasse besitzen. Mittelt man zeitlich oder räumlich über eine große Zahl von Quanten, dann kann man an der  $\gamma$ -Strahlung sogar die typischen Eigenschaften einer elektromagnetischen Wellenstrahlung wahrnehmen. So treten beispielsweise bei der Wechselwirkung von  $\gamma$ -Strahlung mit Kristallen Interferenzerscheinungen<sup>2</sup> auf. Die Wellenlänge  $\lambda$  und die Frequenz  $\nu$  der  $\gamma$ -Strahlung sind gemäß der Quantentheorie gegeben durch

$$E_\gamma = h\nu = hc / \lambda .$$

( $h$  = Plancksches Wirkungsquantum,  $c$  = Lichtgeschwindigkeit)

<sup>2</sup> So kann z.B. die in V602 beschriebene Bragg-„Reflexion“ von Röntgenstrahlung an Kristallen als Interferenzerscheinung erklärt werden.

Da die Energieniveaus der Kerne sehr genau definiert sind, - eine Abschätzung ihrer relativen Breite  $\Delta E/E_\gamma$  aus der Lebensdauer  $\Delta\tau$  des angeregten Zustandes mit Hilfe der Heisenbergschen Unschärferelation<sup>3</sup> ergibt Werte, die um Größenordnungen unter der Breite optischer Spektrallinien liegen - stellt das  $\gamma$ -Spektrum eines Kerns ein Linienspektrum mit extrem scharfen Linien dar.

#### 4. Wechselwirkung von $\gamma$ -Strahlung mit Materie

Das  $\gamma$ -Quant kann beim Eindringen in eine Materieschicht mit den Atomelektronen, den Kernen und ihren elektrischen Feldern in Wechselwirkung treten. Dabei beobachtet man Annihilationen, Energieverluste sowie Änderungen der Ausbreitungsrichtung (und der Polarisation). Da diese Vorgänge im Prinzip bei den drei eben erwähnten Wechselwirkungspartnern auftreten können, existieren eine ganze Reihe verschiedener Wechselwirkungsprozesse. Im folgenden sollen jedoch nur diejenigen behandelt werden, die bei den üblichen  $\gamma$ -Energien von 10 keV bis 10 MeV am häufigsten auftreten. Man unterscheidet zwischen **Annihilationsprozessen**, bei denen das  $\gamma$ -Quant verschwindet, **inelastischer Streuung**, bei denen das  $\gamma$ -Quant seine Richtung ändert und einen Teil seiner Energie an einen Stoßpartner abgibt, und **elastischer Streuung**, wo nur Richtungsänderungen der Quanten auftreten. Die einzelnen Wechselwirkungsvorgänge besitzen die in der folgenden Tabelle angegebenen Bezeichnungen.

| W-W-Prozess \ W-W-Partner | Annihilation          | Inelast. Streuung     | Elast. Streuung   |
|---------------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|
| Elektron                  | (innerer) Photoeffekt | Compton-Effekt        | Thomson-Streuung  |
| Kern                      | Kernphotoeffekt       | Kernresonanz-Streuung |                   |
| Elektr. Felder            | Paarerzeugung         |                       | Delbrück-Streuung |

Tabelle: Die verschiedenen Wechselwirkungen von  $\gamma$ -Strahlung mit Materie

Die wichtigsten von den in der Tabelle erwähnten Prozessen sind

der Photo-Effekt,  
der Compton-Effekt  
und die Paarbildung.

Beim (inneren) **Photo-Effekt** tritt das  $\gamma$ -Quant in Wechselwirkung mit einem Hüllenelektron. Das  $\gamma$ -Quant wird dabei vernichtet und das Elektron aus seiner Bindung entfernt. Es erhält bei diesem Vorgang eine kinetische Energie  $E_e$ , die gleich der Photonenenergie  $h\nu$  vermindert um seine Bindungsenergie  $E_B$  ist:

$$(4) \quad E_e = h\nu - E_B .$$

Das Auftreten des Photo-Effektes ist somit von einer Energieschwelle abhängig: Ist  $h\nu < E_B$ , dann ist er nicht möglich. Wendet man den Impulssatz auf den Photoeffekt an,

<sup>3</sup> Diese sagt aus, dass zwischen  $\Delta E$  und  $\Delta\tau$  der Zusammenhang  $\Delta E \cdot \Delta\tau \approx h/2\pi$  besteht.

dann kommt man zu dem Ergebnis, dass er nur eintritt, wenn das Atom einen Teil des Quantenimpulses aufnimmt. Eine Impulsübertragung vom gestoßenen Elektron auf das Atom ist aber nur dann wahrscheinlich, wenn das Elektron möglichst fest an das Atom gebunden ist. Daher ist die Absorption der  $\gamma$ -Quanten durch Elektronen in der innersten Schale<sup>4</sup> am häufigsten. Aus demselben Grunde ist der Photoeffekt bei schweren Atomen wahrscheinlicher, da die Bindungsenergie der K-Elektronen etwa mit dem Quadrat der Ordnungszahl  $z$  anwächst. Bei festem  $z$  erscheint ein Elektron um so weniger gebunden, je größer  $h\nu$  im Vergleich zu  $E_B$  ist. Die Absorptionswahrscheinlichkeit muss daher mit zunehmender Quantenenergie abnehmen. Genauere Rechnungen<sup>5</sup> ergeben, dass der Wirkungsquerschnitt bezogen auf K-Elektronen für  $E_\gamma > E_{BK}$  in etwa proportional zu  $z^5$  und  $E_\gamma^{-3,5}$  ist.

Zu erwähnen bleibt noch, dass die durch den Photoeffekt entstehenden Lücken in der K-Schale durch den Übergang von Elektronen aus höheren Schalen wieder aufgefüllt werden. Die dabei freiwerdende Energie wird in Form von **Röntgenquanten** (siehe V602) oder auch durch Aussendung von **Auger-Elektronen**<sup>6</sup> emittiert.

Der zweite wichtige Prozess ist gemäß der Tabelle der sogenannte **Compton-Effekt**<sup>7</sup>. Er beschreibt die Streuung eines  $\gamma$ -Quants an einem **freien** Elektron, beispielsweise an einem Leitungselektron im Metall. (Ist  $E_\gamma \gg E_B$ , so kann man auch die äußeren Hüllenelektronen in diesem Zusammenhang als frei bezeichnen.)

Der Compton-Effekt ist verbunden mit einer Richtungs- und Energieänderung der gestreuten Quanten (siehe Abb.3). Unter Anwendung des Energie- und Impulssatzes kann man beide Größen berechnen: Es ergibt sich, dass ein  $\gamma$ -Quant niemals seine ge-

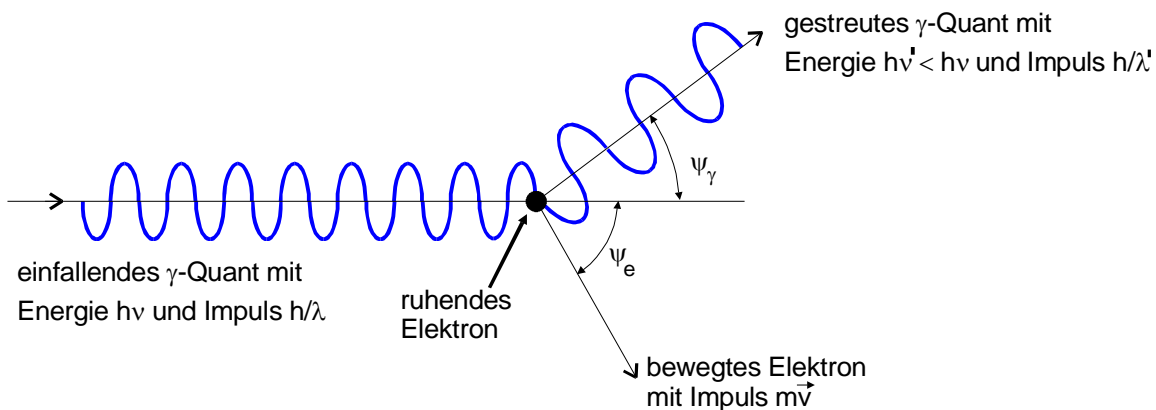


Abb.3: Schematische Darstellung des Compton-Streuprozesses

samte Energie an ein freies Elektron abgeben kann. Nach erfolgter Wechselwirkung ist daher noch ein Quant vorhanden. Trotzdem führt der Compton-Effekt zu einer Intensi-

<sup>4</sup> Diese wird aus historischen Gründen als K-Schale bezeichnet. Sie enthält 2 Elektronen, welche durch die Hauptquantenzahl  $n=1$  gekennzeichnet sind.

<sup>5</sup> siehe z.B. Heitler, Quantum Theory of Radiation

<sup>6</sup> Darunter versteht man weiter außen liegende Hüllenelektronen, die durch die aus der inneren Hülle kommenden Röntgenquanten aus ihrer Bindung entfernt werden. Die Röntgenquanten werden dabei vernichtet. Der Effekt ist benannt nach dem französischen Physiker Pierre Victor Auger (1899 – 1993).

<sup>7</sup> Näheres hierzu siehe z.B. V707

tatsächliche Abnahme eines  $\gamma$ -Strahls, da die Quanten durch ihn in verschiedene Richtungen abgelenkt werden und daher ihre Zahl pro Fläche und Zeit (= Strahlintensität) abnimmt. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{Com}}$  für die Compton-Streuung wurde von KLEIN und NISHINA<sup>8</sup> in Abhängigkeit von der Quantenenergie berechnet. Sie erhielten das Ergebnis

$$(4a) \quad \sigma_{\text{com}} = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon^2} \left[ \frac{2(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon} \ln(1+2\varepsilon) \right] + \frac{1}{2\varepsilon} \ln(1+2\varepsilon) - \frac{1+3\varepsilon}{(1+2\varepsilon)^2} \right\}.$$

Hierin bedeuten  $\varepsilon$  das Verhältnis der Quantenenergie  $E_\gamma$  zur Ruheenergie des Elektrons

$$\varepsilon := E_\gamma / m_0 c^2$$

( $m_0$  = Ruhemasse des Elektrons)

und  $r_e$  mit

$$r_e = \frac{e_0^2}{4\pi\varepsilon_0 m_0 c^2} = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

( $e_0$  = Elementarladung;  $\varepsilon_0$  = Influenzkonstante)

den sogenannten „**klassischen Elektronenradius**“. Mit dieser Bezeichnung soll jedoch nicht angedeutet werden, dass das Elektron einen endlichen Radius besitzt. Es wird lediglich eine Streuwahrscheinlichkeit angegeben. Da der Compton-Effekt als Wechselwirkung mit praktisch freien Elektronen aufgefasst werden kann, ist der auf ein Atom bezogene Wirkungsquerschnitt in etwa proportional zu  $z$ . Der durch den Compton-Effekt bedingte Absorptionskoeffizient  $\mu_{\text{com}}$  eines Stoffes lässt sich daher gemäß (3) und (4a) aus

$$(5) \quad \mu_{\text{com}} = n \sigma_{\text{com}}(\varepsilon) = \frac{z N_L \rho}{M} \sigma_{\text{com}}(\varepsilon)$$

berechnen.

Bei der Diskussion der Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes  $\sigma_{\text{com}}$  stellt man fest, dass  $\sigma_{\text{com}}$  bei kleinen Energien ( $E_\gamma \ll m_0 c^2$ ) praktisch energieunabhängig wird und gegen einen Grenzwert strebt. Mit Hilfe der Taylor-Entwicklung für die Funktionen  $1/(1+\varepsilon)$  und  $\ln(1+\varepsilon)$  kann man zeigen, dass

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sigma_{\text{com}}(\varepsilon) = \frac{4}{3} \cdot 2\pi r_e^2 = \frac{8}{3} \pi r_e^2 =: \sigma_{\text{Th}}$$

ist.  $\sigma_{\text{Th}}$  wird als **Thomsonscher Wirkungsquerschnitt** bezeichnet. Er lässt sich auch mit Hilfe der Annahme berechnen, dass eine elektromagnetische Welle elastisch an geladenen Teilchen gestreut wird, denn mit abnehmender Quantenenergie tritt der Quantencharakter der Strahlung immer mehr in den Hintergrund. Die Rechnung wurde zuerst von dem britischen Physiker Joseph John Thomson (1856 – 1940) durchgeführt.

---

<sup>8</sup> benannt nach dem schwedischen Physiker Oskar Benjamin Klein (1894 – 1977) und dem japanischen Physiker Yoshio Nishina (1890 – 1951)

Bei mittleren Quantenenergien besteht ein komplizierter Zusammenhang zwischen  $\sigma_{\text{com}}$  und  $\varepsilon$ . Aus (4a) folgt jedoch, dass  $\sigma_{\text{com}}$  monoton mit wachsendem  $\varepsilon$  fällt. Für  $\varepsilon \gg 1$  entnimmt man aus (4a), dass  $\sigma_{\text{com}}$  mit  $1/\varepsilon$  gegen null geht. Der typische Kurvenverlauf (rote Kurve) ist in Abb.4 beispielhaft für den Absorber Germanium wiedergegeben ( $\sigma_{\text{com}} \sim \mu_{\text{com}}$  gemäß (5)).

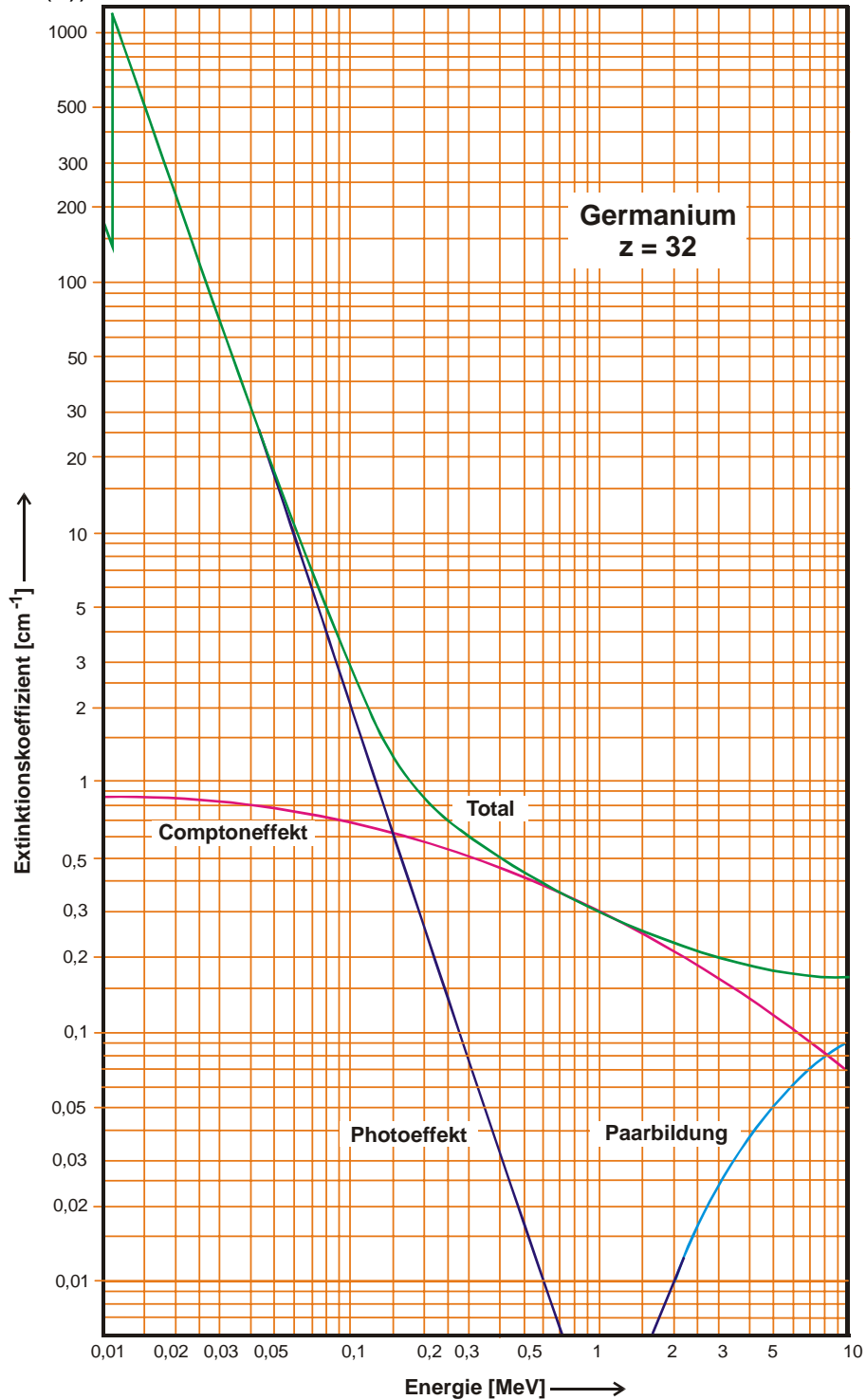


Abb.4: Energieabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten  $\mu$  für Germanium getrennt nach den verschiedenen Wechselwirkungsmechanismen sowie Totaleffekt

Wenn die  $\gamma$ -Energie größer als die doppelte Ruhemasse des Elektrons ist, also

$$E_{\gamma} > 2m_0c^2 = 1,02 \text{ MeV} ,$$

kann das  $\gamma$ -Quant unter Bildung eines Elektrons und eines Positrons annihiliert werden. Diesen Vorgang bezeichnet man gemäß der Tabelle als **Paarerzeugung**. Allerdings ist die Absorption einer Energie vom Betrage  $2m_0c^2$  für das Eintreten dieses Prozesses noch nicht ausreichend, da nicht nur der Energiesatz sondern auch der Impulssatz erfüllt sein muss. Bei der Paarbildung muss ein Teil des überschüssigen Quantenimpulses von einem weiteren Stoßpartner übernommen werden. Meistens dienen dazu die Atomkerne des Absorbermaterials, in deren Coulomb-Feldern sich die Teilchenpaare bilden. Man kann mit Hilfe der Quantenmechanik zeigen, dass  $\sigma_p \sim z^2$  ist.

Beim Durchgang eines  $\gamma$ -Strahles durch eine Materieschicht überlagern sich die oben erwähnten Effekte. Ihre Energie- und z-Abhängigkeiten sind allesamt verschieden, so dass eine recht komplizierte Totalkurve zustandekommt. Die Energieabhängigkeit ist für Germanium in Abb.4 skizziert. Bei den niedrigsten Quantenenergien ist der Photo-Effekt dominierend. Er nimmt jedoch schnell mit der Energie ab, sodass er bereits bei mittleren Energien vernachlässigt werden kann, insbesondere dann, wenn z klein ist. Der Compton-Effekt ist zwar bei kleinen Energien auch schon vorhanden; er spielt aber erst bei mittleren Energien (oberhalb 200 keV)<sup>9</sup> eine Rolle. Mit weiter zunehmender Energie geht sein Wirkungsquerschnitt mit  $1/E$  gegen null. Bei etwa 1 MeV setzt die Paarbildung ein. Ihr Wirkungsquerschnitt ist zunächst vernachlässigbar klein. Erst in der Gegend um 5 MeV erreicht  $\sigma_p$  die gleiche Größenordnung wie  $\sigma_{com}$ . Von hier ab nimmt die Gesamtabsorption wieder zu, da  $\sigma_p$  langsam ( $\sim \ln E_\gamma$ ) mit zunehmender Energie anwächst. Oberhalb 100 MeV findet praktisch nur noch Paarbildung statt.

## 5. Herkunft und Eigenschaften der $\beta$ -Strahlung

Die  $\beta$ -Strahlung besteht aus negativen oder positiven Elektronen hoher kinetischer Energie, welche von Atomkernen emittiert werden, die eine von der stabilen Anordnung abweichende Protonen- oder Neutronenzahl besitzen. Die  $\beta$ -Teilchen entstehen durch Umwandlung eines Nukleons nach einer der beiden folgenden Gleichungen



oder



Neben dem Elektron wird ein weiteres Elementarteilchen, das Antineutrino  $\bar{\nu}_e$  bzw. das Neutrino  $\nu_e$  emittiert. Die bei der Kernumwandlung freiwerdende, konstante Energie verteilt sich statistisch auf das Elektron und das Neutrino ( und den Rückstoßkern). Diese Tatsache erklärt das kontinuierliche Spektrum eines  $\beta$ -Strahlers (siehe Abb.5) im Gegensatz zum Linienspektrum eines  $\gamma$ -Strahlers. Die Maximalenergie  $E_{max}$  der  $\beta$ -Teilchen ist gleich der bei dem Kernumwandlungsprozess freiwerdenden Energie.

Durch gleichzeitige Emission des Neutrinos bzw. seines Antiteilchens wird die Erhaltung der Energie, des Impulses und des Drehimpulses bei den Kernprozessen (6) und (7)

---

<sup>9</sup> bei Absorbern mit  $z < 10$  schon ab 20 keV



gewährleistet. Das Neutrino besitzt den Spin  $1/2$ <sup>10</sup>. Seine Ladung ist null. Eine Ruhemasse ist, sofern sie überhaupt existiert, kleiner als  $1 \text{ eV}$ <sup>11</sup>. Seine Wechselwirkung mit der Materie ist extrem gering.

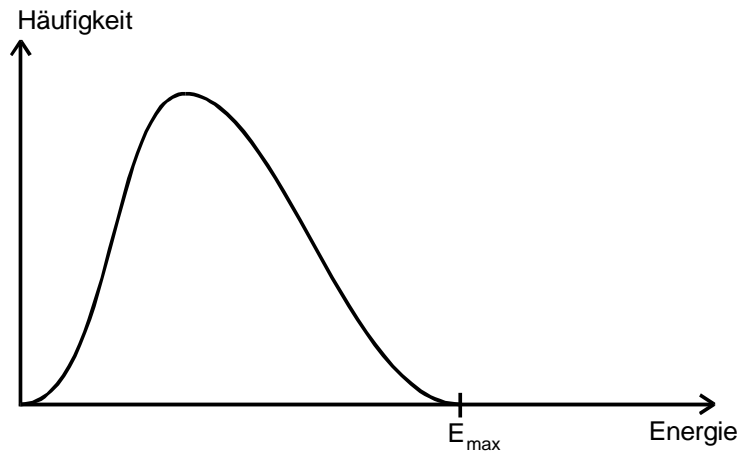


Abb.5: Emissionsspektrum eines  $\beta$ -Strahlers

## 6. Wechselwirkung von $\beta$ -Strahlung mit Materie

Von entscheidender Bedeutung bei der Wechselwirkung von  $\beta$ -Teilchen mit Materie ist ihre Ladung und ihre im Vergleich zu anderen Teilchen (z.B.  $\alpha$  oder  $p$ ) geringe Masse. Sie führt dazu, dass ein  $\beta$ -Teilchen beim Durchgang durch eine Materieschicht eine **Vielzahl von Wechselwirkungsprozessen** erleidet – ganz im Gegensatz zur  $\gamma$ -Wechselwirkung. Es treten im wesentlichen drei Prozesse auf:

### a) elastische Streuung am Atomkern

Dieser Wechselwirkungsmechanismus ist bekannt unter der Bezeichnung **Rutherford-Streuung**<sup>12</sup>. Die  $\beta$ -Teilchen werden im Coulomb-Feld der Kerne um zum Teil beträchtliche Winkelbeträge aus ihrer Bahnrichtung abgelenkt. Das führt einmal zu einer Auffächerung des anfangs parallelen Strahlenbündels und damit zu einer Intensitätsabnahme des Strahls. Zweitens werden die Bahnlängen der  $\beta$ -Teilchen durch die Absorberschicht erheblich größer als ihre Reichweite  $R$ , wenn man unter diesem Begriff den geradlinigen Abstand vom Anfang bis zum Endpunkt der Bahn versteht. Die Verhältnisse sind in Abb.6 veranschaulicht.

An der bekannten Rutherfordschen Streuformel sind bei der Anwendung auf  $\beta$ -Teilchen allerdings einige Korrekturen anzubringen vor allem wegen der relativistischen Geschwindigkeiten<sup>13</sup>, die sie nach der Emission aus einem instabilen Kern besitzen. Außerdem stellt die Annahme eines Coulomb-Feldes eine unzulässige Vereinfachung dar; denn die Kernladung wird durch die Hüllenelektronen zum Teil abgeschirmt, wodurch eine völlig andere Radiusabhängigkeit des elektrostatischen Kernfeldes entsteht. Zu-

<sup>10</sup> Näheres zu diesem Begriff siehe z.B. G. Otter, R. Honecker, *Atome-Moleküle-Kerne*, Bd. I, Teubner 1993

<sup>11</sup> Zum Vergleich: Ruhemasse des Elektrons  $m_0 \equiv 511\,000 \text{ eV}$

<sup>12</sup> Näheres zu diesem Thema siehe z.B. V16 (F-Praktikum)

<sup>13</sup> Beispielsweise beträgt bei  $E = 1 \text{ MeV}$  ihre Geschwindigkeit  $v$  bereits  $0,94 \text{ c}$ .

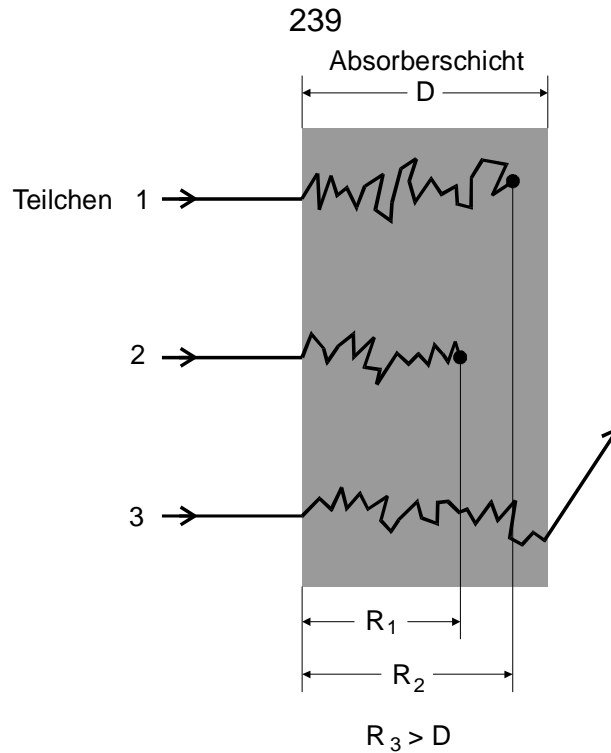


Abb.6: Veranschaulichung des Unterschiedes zwischen Bahnlänge und Reichweite individueller  $\beta$ -Teilchen in einer Materieschicht (Man beachte die beträchtlichen Richtungsänderungen der  $\beta$ -Bahnen, die durch die elastische Streuung entstehen können.)

sätzlich spielt das magnetische Moment<sup>14</sup> des Elektrons bei der elastischen Streuung eine Rolle insbesondere dann, wenn man einen polarisierten  $\beta$ -Strahl (ausgerichtete magnetische Momente) an sehr dünnen Folien streut<sup>15</sup>.

Zusammenfassend kann man sagen, dass bei der elastischen Streuung von  $\beta$ -Teilchen an Kernen nur eine geringe Energieabnahme (Bremsung) auftritt jedoch eine starke Richtungsänderung der Teilchenbahnen, das heißt eine Auffächerung des Strahls, zu beobachten ist.

### b) Inelastische Streuungen an Atomkernen des Absorbermaterials

Ein geladenes Teilchen – also auch ein  $\beta$ -Teilchen – erfährt im Coulomb-Feld eines Kernes eine Beschleunigung. Bereits aus der klassischen Elektrodynamik kann man folgern, dass es dabei Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung abgeben muss, wobei die Strahlungsleistung proportional zum Quadrat der Beschleunigung ist. Bei einer quantitativen Untersuchung dieses Effektes stellt man fest, dass die klassische Theorie insbesondere die spektrale Verteilung der emittierten Strahlung nicht korrekt beschreiben kann. Der Unterschied zwischen der klassischen und der quantenmechanischen Theorie besteht darin, dass erstere eine Vielzahl von Emissionsprozessen mit jeweils geringer Energieabgabe voraussagt, letztere aber die Emission einiger weniger Photonen mit höherer Energie fordert. Die insgesamt abgegebene Energie ist

<sup>14</sup> Näheres hierzu siehe z.B. V505

<sup>15</sup> Näheres hierzu siehe z.B. V15 (F-Praktikum)

bei beiden Theorien in etwa gleich. Die auf diese Weise entstehende Strahlung, die zu einer Abbremsung der  $\beta$ -Teilchen führt, bezeichnet man als **Bremsstrahlung**<sup>16</sup>.

Die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt dieses Prozesses ist durch den Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{Br}$  gegeben. Man kann zeigen, dass  $\sigma_{Br}$  bezogen auf einen Atomkern durch

$$\sigma_{Br} = \alpha r_e^2 \cdot z^2$$

( $\alpha$  = Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante  $\approx 1/137$ )

gegeben ist. Daraus folgt, dass die Bremsstrahlung nur bei schweren Absorberkernen eine Rolle spielt. Von großem Interesse ist auch die Energie  $E_{Br}$ , die ein  $\beta$ -Teilchen im Mittel beim Durchgang durch eine Materieschicht durch den Bremsstrahlungseffekt verliert. Integriert man über alle Streuwinkel, so ergibt sich für  $E_{Br}$

$$E_{Br} [\text{keV}] \approx 7 \cdot 10^{-7} z \cdot E_{\beta}^2,$$

worin  $E_{\beta}$  die Energie des einfallenden  $\beta$ -Teilchens in keV bedeutet<sup>17</sup>. Die Formel ist gültig für Energien bis etwa 2500 keV. Sie deckt damit weitgehend den Bereich der natürlichen  $\beta$ -Strahler ab. Für  $E_{\beta} = 100$  keV und Aluminium ( $z = 13$ ) als Absorber erhält man beispielsweise  $E_{Br} \approx 9,1$  keV, woraus folgt, dass Energieverluste durch Bremsstrahlung bei der Absorption natürlicher  $\beta$ -Strahlung nur eine untergeordnete Rolle spielen<sup>18</sup>.

Da jedoch Energieverluste bei der  $\beta$ -Absorption bis herunter zur Energie null beobachtet werden, muss eine dritte Wechselwirkung existieren, die bis zur vollständigen Abbremsung führt. Sie entsteht durch inelastische Streuung an den Elektronen des Absorbermaterials und soll im folgenden Kapitel beschrieben werden.

### c) Inelastische Streuung an den Elektronen des Absorbermaterials

Dieser Prozess führt zur **Ionisation** und zur **Anregung** der Absorberatome. Da hierbei nur ein winziger Bruchteil der  $\beta$ -Energie verbraucht wird, ist das  $\beta$ -Teilchen in der Lage, eine Vielzahl solcher Ionisations- und Anregungsprozesse hintereinander durchzuführen. Die Wahrscheinlichkeit der inelastischen Elektronenstreuung wächst proportional zur Zahl der Elektronen pro Volumeneinheit, das heißt, sie ist proportional zu  $z$  und zur Zahl der Atome pro Volumeneinheit. Für  $\beta$ -Energien, die kleiner als  $m_0 c^2$  sind, kann man zeigen, dass der Energieverlust pro Absorberschichtdicke gegeben ist durch

<sup>16</sup> Dieser Begriff ist sogar in der angelsächsischen Literatur gebräuchlich.

<sup>17</sup> nach Nelms, *Energy Loss and Range of Elektrons an Positrons*, National Bureau of Standards Circular 577 (1956)

<sup>18</sup> Ganz anders sieht es aus bei sehr hohen  $\beta$ -Energien ( $E_{\beta} \gg m_0 c^2$ ), wie sie bei Teilchenbeschleunigern auftreten können. Man kann zeigen, dass hier gilt: (1-Photon-Emission)  $\frac{dE_{Br}}{dx} = -4 \sigma_{Br} \cdot n \ln(183/\sqrt[3]{z})$ , woraus folgt  $\frac{dE}{dx} = -\frac{E}{x_0}$  oder  $E = E_b e^{-x/x_0}$  mit  $x_0 := 4 \sigma_{Br} \cdot n \ln(183/\sqrt[3]{z})$ . Nach Durchqueren einer Materieschicht von der Dicke  $x_0$  hat das  $\beta$ -Teilchen somit  $(1 - 1/e) E_{\beta} = 0,63 E_{\beta}$  an Energie durch Bremsstrahlung verloren.  $x_0$  wird als Strahlungslänge bezeichnet und hat für Al den Wert 9,6 cm.

$$\frac{dE}{dx} \approx - \frac{2 \pi r_e^2}{E_\beta} \frac{N_L \rho}{M} z \ln \frac{E_\beta}{I} \quad 19,$$

worin  $I$  die Ionisationsenergie der Absorberatome bedeutet. Durch Einsetzen der Zahlenwerte für Aluminium und  $E_\beta = 100 \text{ keV}$  folgt, dass  $\beta$ -Teilchen mit dieser Energie bereits bei einer Schichtdicke von etwa  $150 \text{ }\mu\text{m}$  vollständig durch Ionisationsprozesse abgebremst würden.

#### d) Gestalt der Absorptionskurve

Man erkennt an den Ausführungen in den Kapiteln 5a bis 5c, dass die  $\beta$ -Absorption ein wesentlich komplexerer Vorgang als die  $\gamma$ -Absorption ist. Die Aufstellung einer Beziehung zwischen der Absorberschichtdicke  $D$  und der Intensität  $n(D)$  der durchgehenden Strahlung ist ein schwieriges Problem, das hier nicht gelöst werden kann. Es zeigt sich jedoch, dass für  $\beta$ -Teilchen, die aus einer natürlichen Quelle stammen, also eine Energieverteilung gemäß Abb.5 besitzen, für nicht zu große Schichtdicken mit guter Näherung ein Absorptionsgesetz gemäß (1a) gültig ist. Erst bei Schichtdicken, die in der Nähe der maximalen Reichweiten liegen, treten starke Abweichungen von dieser Gesetzmäßigkeit auf. Der Detektor, mit dem man die Intensität misst, zeigt oberhalb  $R_{\max}$  (siehe Abb.7) eine weitgehend schichtdickenunabhängige Intensität an. Diese wird jedoch nicht mehr durch  $\beta$ -Teilchen hervorgerufen sondern beispielsweise durch die Bremsstrahlung, die bei der  $\beta$ -Absorption entsteht und wesentlich durchdringender ist als die  $\beta$ -Strahlung. Eine typische Absorptionskurve ist in Abb.7 dargestellt. Hier ist anstelle der Schichtdicke  $D$  die Massenbelegung  $R$  des Absorbers aufgetragen. Beide Größen hängen über die Beziehung

$$R = \rho D$$

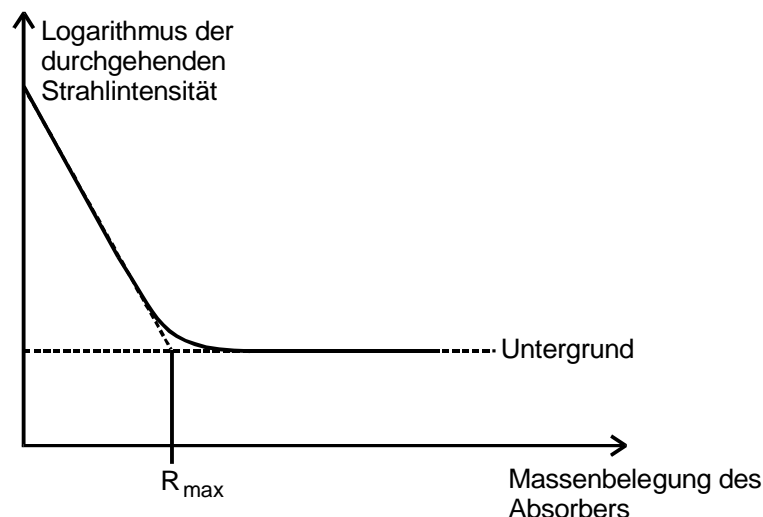


Abb.7: Absorptionskurve für einen natürlichen  $\beta$ -Strahler

<sup>19</sup>  $E_\beta$  ist hier in Einheiten von  $m_0 c^2$  einzusetzen. Für die Ionisationsenergie gilt:  $I = 3,13 \cdot 10^{-5} \cdot z^{0,9} [m_0 c^2]$ . - Noch geringer ist der Energieverlust bei schweren geladenen Teilchen (Protonen,  $\alpha$ -Teilchen); denn er nimmt mit dem Quadrat der Teilchenmasse ab.

zusammen. Man kann eine  $\beta$ -Absorptionskurve nach Abb.7 dazu benutzen, um aus ihr die maximale Reichweite  $R_{\max}$  der  $\beta$ -Teilchen zu bestimmen. Man bekommt sie, indem man die linearen Teile der Kurve, wie in Abb.7 angedeutet, verlängert und zum Schnitt bringt. Da  $R_{\max}$  hauptsächlich durch die energiereichsten Elektronen bestimmt ist, kann man daraus die kernphysikalisch wichtige Größe  $E_{\max}$ , das heißt die beim  $\beta$ -Zerfall freiwerdende Gesamtenergie, ermitteln. Wegen der komplizierten Wechselwirkungsmechanismen zwischen  $\beta$ -Teilchen und Materie existieren nur empirisch bestimmte Zusammenhänge zwischen den Größen  $R_{\max}$  und  $E_{\max}$ . Für den im Experiment untersuchten Energiebereich gilt zum Beispiel

$$(8) \quad E_{\max} = 1,92 \sqrt{R_{\max}^2 + 0,22 R_{\max}} \quad [\text{MeV}],$$

$R_{\max}$  ist hier als Massenbelegung (Maßeinheit:  $\text{g/cm}^2$ ) einzusetzen <sup>20</sup>.

## 7. Aufgabe

- Man nehme  $\gamma$ -Absorptionskurven von einem der Materialien Cu, Zn oder Fe und dazu Pb auf und bestimme daraus mittels Ausgleichsrechnung die Absorptionskoeffizienten und die Größe  $N(0)$ . Als Strahlungsquelle verwende man das Nuklid  $^{137}\text{Cs}$ , eventuell auch  $^{60}\text{Co}$ .
- Man vergleiche den gemessenen Absorptionskoeffizienten aus 7a mit aus (4a) und (5) gerechneten Werten und ziehe daraus Schlüsse über die vorliegenden Absorptionsmechanismen.
- Man nehme eine  $\beta$ -Absorptionskurve bei Al auf und verwende sie zur Bestimmung der Maximalenergie des verwendeten  $\beta$ -Strahlers ( $^{99}\text{Tc}$ ).

## 8. Hinweise zur Apparatur und zum Messvorgang

Die beim Experiment verwendete Apparatur ist in Abb.8 schematisch dargestellt. Für die erforderlichen Messungen der Strahlintensität kann man ein Geiger-Müller-Zählrohr (siehe V703) benutzen. Es wird über einen Verstärker an ein elektronisches Zählwerk angeschlossen. Die Messzeit wird durch einen netzfrequenzgesteuerten Zeitgeber festgelegt. Das Zählrohr kann sowohl für die Messung von  $\gamma$ - als auch für  $\beta$ -Strahlung verwendet werden. Aus Strahlenschutzgründen und, um eine Beeinflussung des Ergebnisses von außen zu minimieren, muss die Messvorrichtung von einer Pb-Wand umgeben werden.

Auch bei Abwesenheit eines radioaktiven Strahlers beobachtet man bereits eine geringe Zählrate, den sogenannten **Nulleffekt**. Er entsteht im wesentlichen durch Sekundärprodukte der kosmischen Strahlung. Da er insbesondere bei niedrigen Strahlintensitäten die Messgenauigkeit verringert, sollte man ihn möglichst klein halten. Das gelingt halbwegs durch eine Bleiummantelung des Zählrohres. Der übrigbleibende Nulleffekt

<sup>20</sup> Zum Verständnis der Formel (8) ist anzumerken, dass dort die Zahlenangaben eine Dimension besitzen und zwar ist die Zahl 1,92 mit  $\text{MeV cm}^2/\text{g}$  und 0,22 mit  $\text{g/cm}^2$  zu multiplizieren.

muss insbesondere für die  $\beta$ -Absorption sorgfältig ausgemessen werden, da hier sehr niedrige Zählraten auftreten. Es ist sinnvoll, ihn mindestens 900 s zu messen.

Bei der  $\beta$ -Messung ist die Schichtdicke so weit zu vergrößern, bis die Zählrate innerhalb der statistischen Schwankungen konstant bleibt.

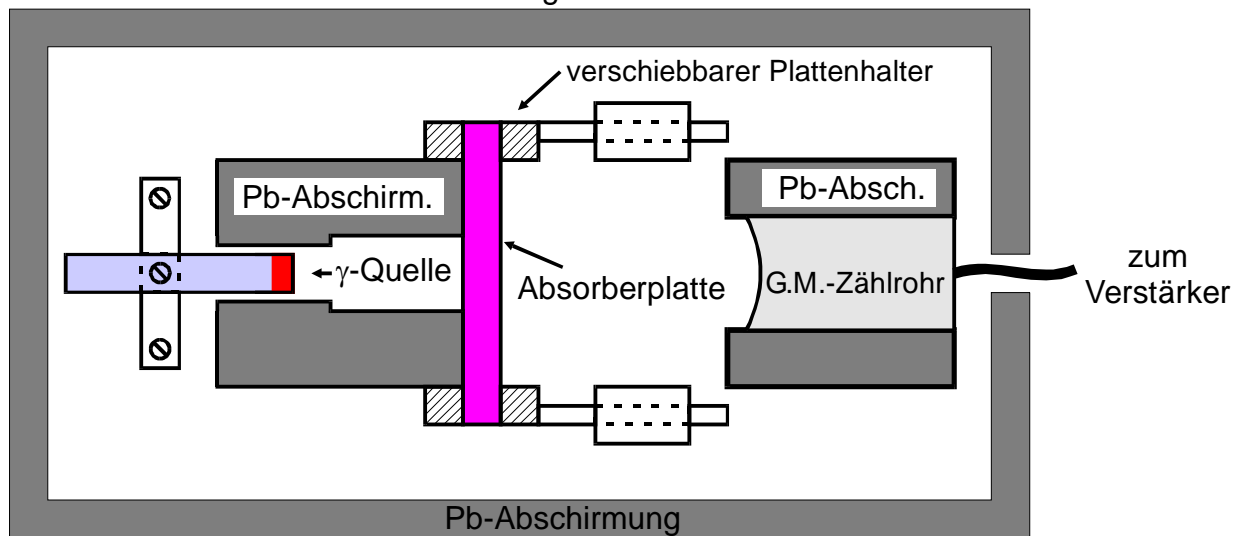


Abb.8: Schematische Darstellung der Messapparatur für die  $\gamma$ -Absorption

## 9. Hinweise zur Auswertung

**zu 7a und 7c:** Man stelle die Messpunkte und die gerechnete Ausgleichsgerade in einem halblogarithmischen Diagramm dar. Da sich bei Zählratenmessungen problemlos der Fehler der Einzelmessungen berechnen lässt, sollte man den Fehler der Größe  $N - N_u$  als „Fehlerbalken“ an die Messpunkte eintragen. Dabei bedeuten  $N$  die gemessene Gesamtzählrate und  $N_u$  den Nulleffekt.

**zu 7b:** Zur Berechnung des Compton-Absorptionskoeffizienten  $\mu_{\text{com}}$  aus (5) beachte man, dass für die  $^{137}\text{Cs}$ -Strahlung  $\varepsilon = 1,295$  und für die  $^{60}\text{Co}$ -Strahlung  $\varepsilon = 2,45$  ist. Aus einem Vergleich des gemessenen  $\mu$ -Wertes mit dem berechneten kann man erschließen, welcher Wechselwirkungsmechanismus der Quanten mit der relativen Energie  $\varepsilon$  und den Elektronen des Absorbermaterials vorherrscht.

**zu 7c:** Zur Bestimmung von  $R_{\text{max}}$ , gehe man folgendermaßen vor: Man zerlege die Kurve aus Abb.7 in zwei lineare Bereiche oberhalb und unterhalb von  $R_{\text{max}}$ . Die gekrümmte Kurve um  $R_{\text{max}}$  herum muss ausgeschlossen werden (siehe Abb.7). Für beide Geraden führe man eine lineare Ausgleichsrechnung durch, bestimme also die Parameter  $A_1$ ,  $B_1$  und  $A_2$ ,  $B_2$  der Geradengleichungen

$$y = A_i x + B_i \quad (i = 1, 2)$$

nebst ihren statistischen Fehlern. Sodann berechne man den Schnittpunkt der beiden Geraden. Seine x-Koordinate ist  $R_{\text{max}}$ , sodass folgt:

$$R_{\text{max}} = \frac{B_2 - B_1}{A_1 - A_2} .$$

Damit lässt sich auch der Fehler von  $R_{\text{max}}$  aus den Fehlern der Größen  $A_i$  und  $B_i$  ( $i = 1, 2$ ) berechnen.