

FP

# Optisches Pumpen

Katharina Brägelmann  
Tobias Janßen

katharina.braegelmann@tu-dortmund.de, tobias2.janssen@tu-dortmund.de  
Durchführung: 07. November 2018, Abgabe: 15. November 2018

**Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>9</b>
3.1	Aufbau der Messapparatur . . . . .	9
3.2	Vorbereitung . . . . .	10
3.3	Messung der Resonanzstellen . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>12</b>
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>16</b>

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird mit dem Prinzip des optischen Pumpens die Zeeman-Aufspaltung der Rubidium-Isotope  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$  untersucht. Dabei werden die Landé-Faktoren, der quadratische Zeeman-Effekt und der Kernspin berechnet.

## 2 Theorie

Ein Atom hat diskrete Energieniveaus, auf denen sich die Hüllenelektronen befinden. Die Verteilung der Elektronen erfolgt bei den äußeren Hüllenelektronen statistisch nach Boltzmann. Die temperaturabhängigen Besetzungszahlen  $N_1, N_2$  zweier Niveaus mit der statistischen Gewichtung  $g_1, g_2$  und den Energien  $W_1, W_2$  ( $W_1 < W_2$ ), der Boltzmann-Konstante  $k_B$ , der Temperatur  $T$  liegen in folgendem Zusammenhang:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp\left(-\frac{W_2}{k_B T}\right)}{g_1 \exp\left(-\frac{W_1}{k_B T}\right)}.$$

$k_B$  ist hierbei die Boltzmann-Konstante und  $T$  beschreibt die Temperatur. Das Prinzip des optischen Pumpens besetzt die Niveaus entgegen dieser thermischen Verteilung.

In diesem Versuch wird das optische Pumpen mithilfe des Zeeman-Effekts durchgeführt. Die Aufspaltung der Energieniveaus im Rahmen des Zeeman-Effekts und so auch das optische Pumpen ist abhängig von den quantenmechanischen Eigenschaften der Atome. Der Landé-Faktor  $g$  ist eine Materialeigenschaft von Atomen, die zur Stoff- und Isotopenbestimmung benutzt werden kann. Das Bohr'sche Magneton ist der Betrag des magnetischen Momentes  $\vec{\mu}$  eines Elektrons mit Bahndrehimpuls  $L = 1$ . Der Landé-Faktor ist ein Verhältnisfaktor für die magnetischen Momente des Spins  $\vec{S}$ , des Bahndrehimpulses  $\vec{L}$ , des Gesamtdrehimpulses  $\vec{J}$ , etc. zum Bohr'schen Magneton  $\mu_B$ : Das magnetische Moment zu dem Spin  $\vec{S}$  sieht wie folgt aus:

$$\vec{\mu}_S = -g_S \mu_B \vec{S} \quad \text{mit} \quad |\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}.$$

Entsprechend ist das magnetische Moment des Bahndrehimpuls  $\vec{L}$

$$\vec{\mu}_L = -\mu_B \vec{L} \quad \text{mit} \quad |\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)}.$$

Die Kopplung von Spin und Bahndrehimpuls ergibt den Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  der Elektronenhülle und das zugehörige magnetische Moment  $\vec{\mu}_J$ :

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_L = -g_J \mu_B \vec{J} \quad \text{mit} \quad |\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)}.$$

Nur das magnetische Moment  $|\vec{\mu}_J|$  in Richtung von  $\vec{J}$  hat einen Effekt auf die Energiebilanz, da das magnetische Moment eine Präzessionsbewegung um  $\vec{J}$  vollführt (Abb. 1) und sich

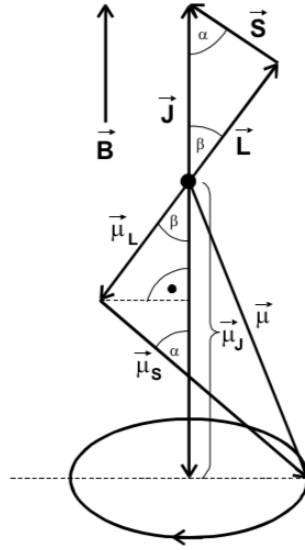


Abbildung 1: Darstellung der verschiedenen magnetischen Momente von Spin, Bahndrehimpuls und Gesamtdrehimpuls [1]

die senkrechten Komponenten herausmitteln. Die Winkelbeziehung in  $|\vec{\mu}_J|$  lässt sich aus Abbildung 1 erkennen. Damit ergibt sich:

$$|\vec{\mu}_J| = |\mu_S| \cos(\alpha) + |\mu_L| \cos(\beta)$$

$$\Leftrightarrow g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)} \cos(\alpha) + \mu_B \sqrt{L(L+1)} \cos(\beta)$$

Für die Winkel lässt sich aufstellen:

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{S}|^2 - |\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2}{2|\vec{L}||\vec{J}|^2}$$

$$\cos(\beta) = \frac{-|\vec{S}|^2 + |\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2}{2|\vec{S}||\vec{J}|^2}.$$

Es ergibt sich:

$$g_J = \frac{(g_S + 1) J(J+1) + (g_S - 1) [S(S+1) - L(L+1)]}{2J(J+1)}. \quad (1)$$

Der Zeemaneffekt beschreibt die Aufspaltung der vorhandenen Energieniveaus durch ein äußeres Magnetfeld. Die magnetischen Momente wechselwirken mit dem äußeren Magnetfeld  $\vec{B}$  und es haben nur die Beiträge entlang der  $\vec{B}$ -Achse einen Effekt. Durch die Richtungsquantelung ist die Wechselwirkungsenergie  $E_{\text{mag}}$  ein ganzzahliges Vielfaches  $M_J$  (Orientierungsquantenzahl) von  $g_J \mu_B B$ :

$$E_{\text{Zeeman}} = -\vec{\mu}_J \vec{B} \Rightarrow E_{\text{Zeeman}} = g_J \mu_B M_J B. \quad (2)$$

Die Orientierungsquantenzahl oder magnetische Quantenzahl  $M_J$  kommt aus der Projektion des Bahndrehimpulses auf die z-Achse:

$$L_z = M_J \hbar.$$

Es lässt sich beweisen, dass bei dem Zeemaneffekt nur bestimmte Neigungen des magnetischen Moments  $\mu$  zum äußeren Magnetfeld  $\vec{B}$  vorhanden sind und damit nur bestimmte Werte von  $M_J$  (ganzzahlige Werte) auftreten.

Der Kernspin  $\vec{I}$  entspricht dem Eigendrehimpuls des Atomkerns und führt zur Aufspaltung der Energieniveaus im Rahmen der Hyperfeinstruktur. Die Hyperfeinstruktur wird durch den Zeemaneffekt weiter aufgespalten (Abb. 2). Der Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  der

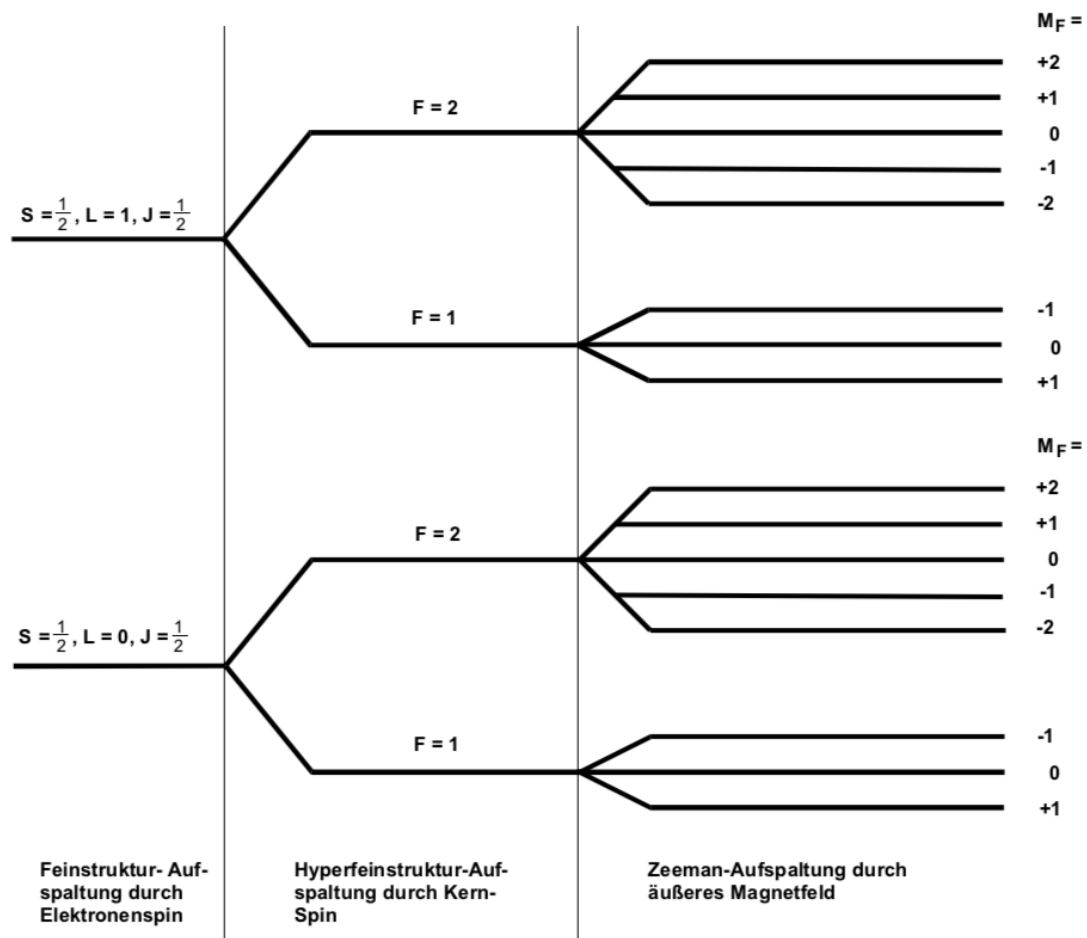


Abbildung 2: Darstellung der Aufspaltung der Energieniveaus durch die Hyperfeinstruktur und den Zeemaneffekt [1]

Elektronenhülle und der Kernspin  $\vec{I}$  koppeln zu dem Gesamtdrehimpuls  $\vec{F}$  des Atoms:

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \quad \text{mit} \quad |\vec{\mu}_F| = g_F \mu_B \sqrt{F(F+1)}.$$

Der Kernspin beeinflusst auch den Landé-Faktor  $g_F$ , der sich nun wie folgt berechnet:

$$g_F = \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (3)$$

Das optische Pumpen basiert auf der Idee, die Elektronen aus ihrer thermischen Verteilung auf den Hüllen zu bringen. Die verwendeten Stoffe entstammen der Alkali-Gruppe, also haben die Atome immer nur ein Elektron auf der äußersten Schale. Der Einfachheit halber wird zunächst mit der Annahme gearbeitet, dass das Atom einen Kernspin mit  $I = 0$  besitzt. Als Grundzustand ergibt sich somit  $^2S_{\frac{1}{2}}$ . Die angeregten Zustände sind  $^2P_{\frac{1}{2}}$  und  $^2P_{\frac{3}{2}}$ . Die Energieniveaus sind in Abbildung 3a dargestellt. Die beiden Übergänge in Abbildung 3a werden  $D_1$ - $D_2$ -Doublett genannt. Wird ein äußeres Magnetfeld angelegt, entsteht eine Zeeman-Aufspaltung. Die Zeeman-Aufspaltung des  $D_1$ -Übergangs ist in Abbildung 3b abgebildet. Bei der Zeeman-Aufspaltung unterscheiden sich die Übergänge durch die Polarisation des Lichts (Tab. 1). Wird der Stoff mit  $\sigma^+$ -polarisiertem  $D_1$ -Licht angeregt,

Tabelle 1: Übergänge der Zeeman-Aufspaltung

$\sigma^+$	rechtszirkular	$\Delta M_J = +1 :$	$^2P_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$	$\Rightarrow$	$^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$
$\sigma^-$	linkszirkular	$\Delta M_J = -1 :$	$^2P_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$	$\Rightarrow$	$^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$
$\pi$	linear	$\Delta M_J = 0 :$	$^2P_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$	$\Rightarrow$	$^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$
$\pi$	linear	$\Delta M_J = 0 :$	$^2P_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$	$\Rightarrow$	$^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$

werden die Elektronen vom  $^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$ -Zustand in den  $^2P_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$ -Zustand gebracht. Von dort fallen sie aber in beide Grundzustände  $^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = \pm\frac{1}{2}$  zurück. Mit diesem Prinzip gelingt es, den  $^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$ -Zustand (energieärmer) leer zu pumpen und den  $^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$ -Zustand (energiereicher) voll zu pumpen. Damit ist das Atom nicht mehr in seiner thermischen Verteilung.

Um das optische Pumpen zu messen, lässt sich die Transparenz des verdampften Stoffs beobachten. Das  $\sigma^+$ -polarisierte  $D_1$ -Licht wird eingestrahlt und trifft auf das Gas. Initial bei Einschalten des Magnetfelds ist noch Absorption im Gas möglich, da alle Grundzustände gleichmäßig besetzt sind. Zu Beginn der Messung wird das Licht der Spektrallampe absorbiert, das Gas ist also wenig transparent. Mit fortlaufender Zeit werden durch das optische Pumpen die Elektronen aus dem energieärmeren Grundzustand in den energiereicheren Grundzustand gepumpt. Von dort aus können keine weiteren Anregungen ausgehen, und es wird immer weniger Licht der Spektrallampe absorbiert, das Gas wird also zunehmend transparent.

Für die Messung der Zeeman-Aufspaltung werden zwei weitere Phänomene vorgestellt. Die spontane Emission bedeutet, dass das Elektron ohne weitere äußere Einwirkung nach gewisser Zeit zurück in den Grundzustand fällt. Die induzierte Emission entsteht, wenn die Anregungsenergie als Quanten eingestrahlt wird und das Elektron unter Emission der Anregungsenergie bzw. der Quanten in den Grundzustand zurückfällt. Die induzierte und

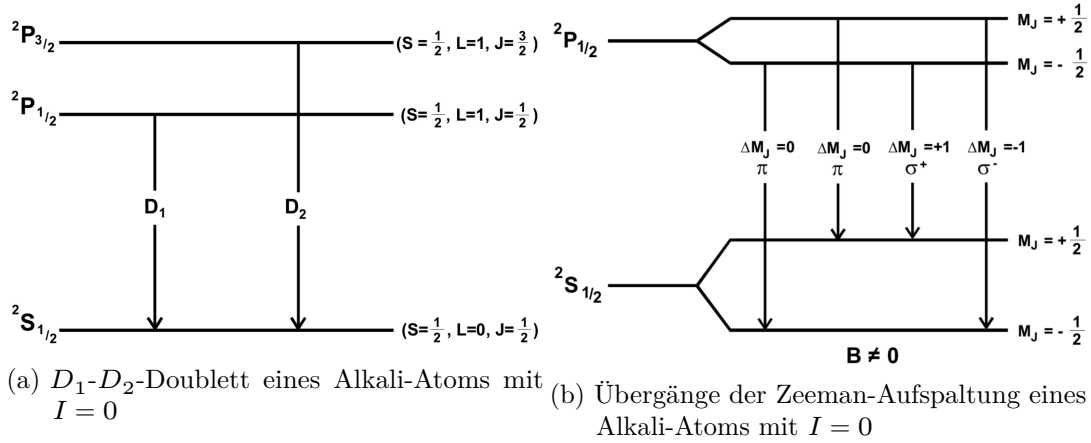


Abbildung 3: Übergänge eines Alkali-Atoms

die spontane Emission können parallel ablaufen. Parallel wird die Anregungsenergie auch rückabsorbiert. Das Verhältnis der beiden Emissionsarten wird über die Anregungsenergie  $h\nu$  bestimmt. Die Anzahlen  $n$  der verschiedenen Emissionen pro Zeiteinheit lauten:

$$\begin{aligned} n_{\text{spon}} &= N_2 A_{21} \\ n_{\text{ind}} &= N_2 B_{21} u(\nu) \\ n_{\text{abs}} &= N_1 B_{12} u(\nu). \end{aligned}$$

Dabei ist  $N$  die Atomzahl,  $A_{21}$  die Übergangswahrscheinlichkeit der spontanen Emission und  $B$  der Einstein-Koeffizient (Proportionalitätsfaktor).  $u(\nu)$  ist die Dichte der einstrahlten Quanten. Die drei Gleichungen lassen sich mit der Bedingung  $B_{21} = B_{12}$  durch eine Erhaltung der Übergangszahlen verbinden und durch weitere Überlegungen und das Einbringen der Planckschen Gleichung für schwarze Strahler schreiben als:

$$n_{\text{spon}} + n_{\text{ind}} = n_{\text{abs}} \Rightarrow A_{21} = \frac{8\pi h}{c^3} B_{12} \nu^3.$$

Damit ist die spontane Emission proportional zu  $\nu^3$ . Bei höheren Frequenzen des RF-Felds kommt hauptsächlich die spontane Emission vor, bei den niedrigeren Frequenzen kommt die spontane Emission immer weniger vor. Erreicht das RF-Feld eine passende Frequenz, setzt also die induzierte Emission ein. Hier bedeutet dies, dass die Elektronen über die induzierte Emission wieder aus der aufgebauten, nicht-thermischen Verteilung gelangen, wenn das RF-Feld die passende Frequenz hat (Abb. 4). Das höhere Niveau entleert sich nun, da die induzierte Emission bei der passenden Frequenz möglich ist. Damit verringert sich im Bereich der passenden Frequenz die Transparenz des Gases, da die Absorptionen wieder möglich sind. Dies ist mit Gleichung (2) der Fall bei:

$$h\nu = g_J \mu_B \Delta M_J B_m \Leftrightarrow B_m = \frac{4\pi m_0}{e_0 g_J} \nu. \quad (4)$$

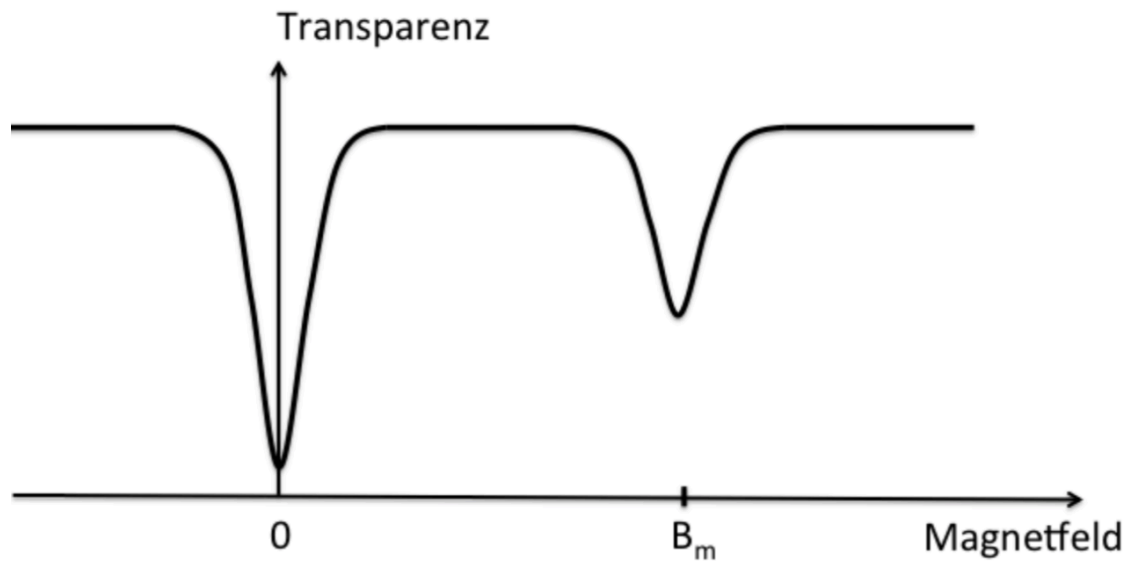


Abbildung 4: Transparenz des Gases mit angelegtem RF-Feld und Resonanzstelle [1]

$B_m$  wird auch Resonanzstelle genannt.

Nun wird wieder der Kernspin  $I \neq 0$  in die Theorie gebracht. Die Energie des  $D_1$ -Lichts überdeckt alle möglichen Übergänge der Hyperfeinstruktur und des Zeemaneffekts (Abb. 5). In blau gekennzeichnet sind die Übergänge, die durch die Auswahlregel  $\Delta M_F = +1$  möglich sind. Aus dem Grundzustandsniveau mit  $F = 2$  und  $M_F = +2$  ist kein Übergang in das angeregte Niveau möglich. Durch spontane Emission (grün gekennzeichnet) können aber Elektronen von den Niveaus  $M_J = +1$  und  $M_J = 0$  in das Niveau  $M_F = +2$  übergehen. So lässt sich dennoch mittels des optischen Pumpens eine nicht-thermische Verteilung erzeugen.

Bei starken Magnetfeldern entstehen weitere Effekte, die sich aus der Wechselwirkung des Spins und dem Bahndrehimpuls und der Wechselwirkung der magnetischen Momente ergeben. Die Zeemanaufspaltung berechnet sich dann über:

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{(1 - 2M_F)}{\Delta E_{\text{HF}}} \quad (5)$$

und wird quadratischer Zeemaneffekt genannt. Dabei ist  $\Delta E_{\text{HF}}$  die Energiedifferenz zwischen den Energieniveaus mit den Quantenzahlen  $M_F$  und  $M_{F+1}$ .  $M_F$  bestimmt sich aus dem jeweiligen Übergang.



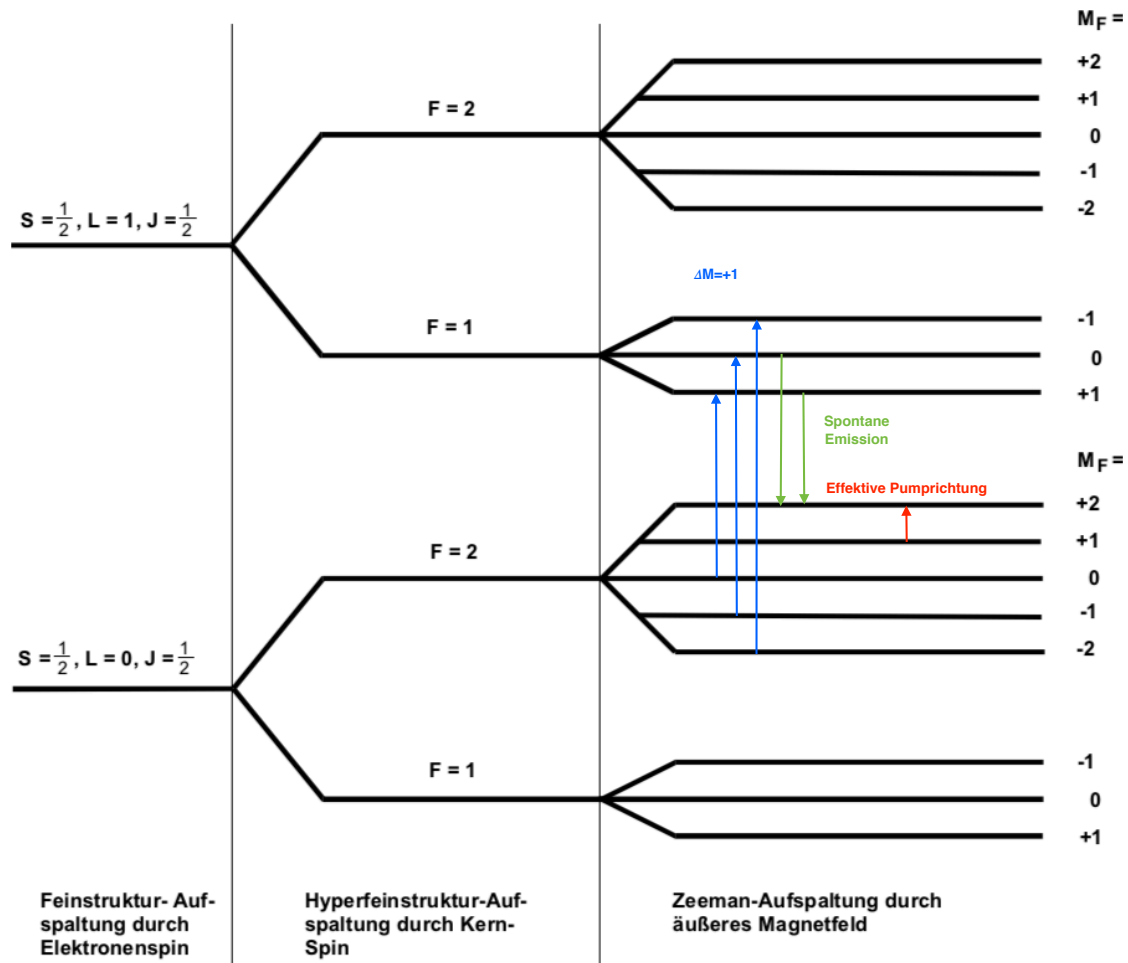


Abbildung 5: Übergänge des  $D_1$ -Lichts mit Betrachtung eines Kernspin  $I = \frac{3}{2} \neq 0$  [1], bearbeitet

### 3 Aufbau und Durchführung

#### 3.1 Aufbau der Messapparatur

Der Aufbau setzt sich nach Abbildung 6 zusammen aus einer Spektrallampe, einem Kollimator (Sammellinse), einem  $D_1$ -Interferenzfilter, einem linearen Polarisationsfilter und  $\lambda/4$ -Platte, der Dampfzelle mit Heizer, vier Helmholtzspulenpaaren, ein Kontrollgerät für die Stärke der Magnetfelder, einem weiteren Kollimator, einen Photodetektor, einem Verstärker und einem Oszilloskop.

Die Spektrallampe gibt das Rubidium-Spektrum aus, der Kollimator parallelisiert die Strahlen. Der  $D_1$ -Interferenzfilter lässt nur das  $D_1$ -Licht passieren. Der lineare Polarisationsfilter und die  $\lambda/4$ -Platte polarisieren das  $D_1$ -Licht zu  $\sigma^+$ -Licht. In der Dampfzelle befinden sich zwei Rubidium-Isotope,  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$ , die mit dem Heizer verdampft wer-

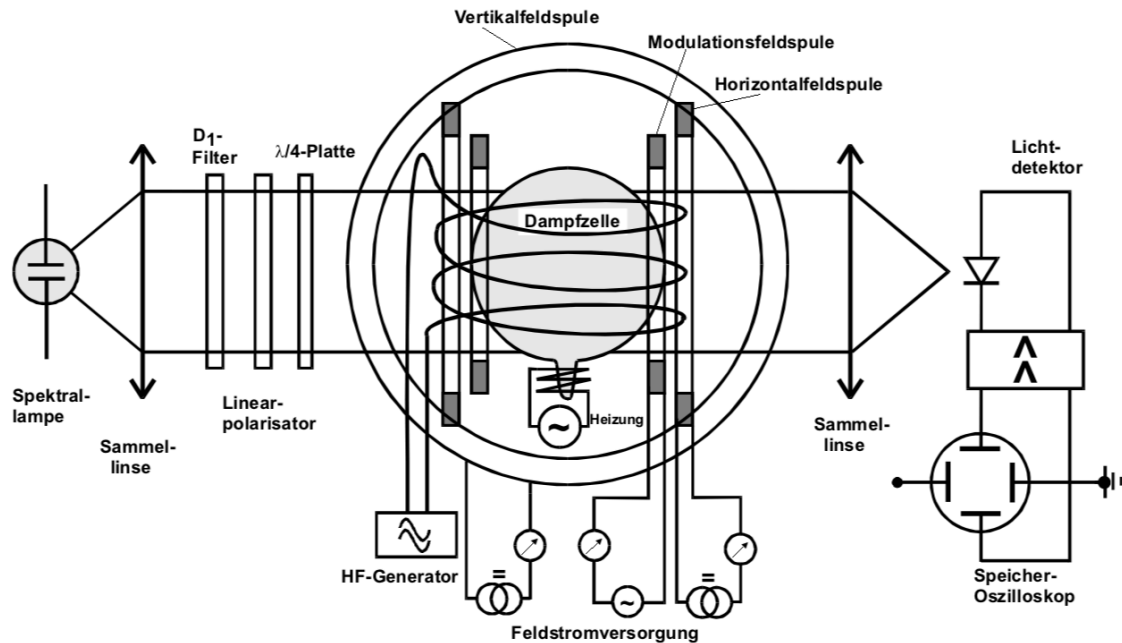


Abbildung 6: Schematischer Aufbau der Messapparatur [1], bearbeitet

den. Die vier Helmholtzspulenpaare bilden die Vertikalfeldspule, die Horizontalfeldspule, die Sweepspule und die RF-Spule, welche von einem Hochfrequenz-Generator mit einer Sinusspannung gespeist wird. Die anderen drei Spulen werden über das Kontrollgerät angesteuert. Mithilfe dreier Potentiometer lässt sich der Strom durch die Spulen einstellen. Das Vertikalfeld wird dazu genutzt, um die vertikale Komponente des Erdmagnetfelds zu kompensieren. Mit dem Horizontalfeld und dem Sweep-Feld wird das äußere Magnetfeld der Apparatur verändert, um die Resonanzstellen zu angelegten Frequenz des RF-Felds zu finden. Mit der RF-Spule und der angelegten hochfrequenten Sinusspannung wird das RF-Feld erzeugt, welches zur induzierten Emission und damit zu den Resonanzstellen führt. Der zweite Kollimator bündelt das Licht auf den Photodetektor. Der Photodetektor misst die Transparenz der Dampfzelle und gibt sie als Spannung aus. Die Photodetektorspannung wird mithilfe des Oszilloskops nach vorheriger Verstärkung dargestellt und ausgemessen.

### 3.2 Vorbereitung

Zur Vorbereitung werden die optischen Elemente auf der optischen Bank so ausgerichtet, dass das Intensitätsmaximum auf dem Photodetektor liegt. Anschließend wird der Tisch und die sich darauf befindende Apparatur mithilfe eines Kompasses so weit gedreht, bis der Tisch parallel bzw. antiparallel zur horizontalen Komponente des Erdmagnetfelds steht. Auf dem oszilloskop ist ein breiter, nach oben geöffneter Peak zu sehen, der mit der Anpassung des Vertikalfeldes schmaler wird. Das Vertikalfeld wird so eingestellt, dass der Peak möglichst schmal ist.

### 3.3 Messung der Resonanzstellen

Die Messung der Resonanzstellen beginnt, indem an der RF-Spule eine Frequenz von  $\nu = 100 - 1000\text{kHz}$  angelegt wird. Anschließend wird das Sweepfeld durch Drehen am dazugehörigen Potentiometer erhöht. Die Magnetfelder der Spulen sind direkt abhängig von den Umdrehungen an den Potentiometern. Mithilfe des Oszilloskops wird die Darstellung des Messpunktes mit der Nachleuchtzeit so gewählt, dass die Resonanzstelle mit dem Potentiometer ausgemessen werden kann. Ab der zweiten Frequenz reicht der Bildausschnitt des Oszilloskops nicht aus, um die Resonanzstelle zu zeigen. Daher wird das Horizontalfeld erhöht, bis die Resonanzstelle im Bild ist. Dann wird das Sweepfeld nach obiger Angabe erhöht. Es werden 10 verschiedene Frequenzen zwischen  $\nu = 100 - 1000\text{kHz}$  an die RF-Spule gelegt.

## 4 Auswertung

In Abbildung 7 ist ein typisches Signalbild dargestellt. Auf der X-Achse ist das Magnetfeld aufgetragen, auf der Y-Achse die Transparenz des Rb-Dampfes. Das Minimum auf der linken Seite entsteht dadurch, dass dort kein Magnetfeld anliegt und es so auch zu keiner Zeemanaufspaltung kommen kann. Die beiden Resonanzstellen entstehen durch die gegebenen Isotope  $R^{87}$  und  $R^{85}$ . Im Folgenden wird die Zuordnung der Isotope zu den Minima vorgenommen. Bis zu dem Zeitpunkt werden die Minima mit 1 und 2 (von Links nach Rechts) bezeichnet. Anhand der Abbildung 7 kann eine Abschätzung des

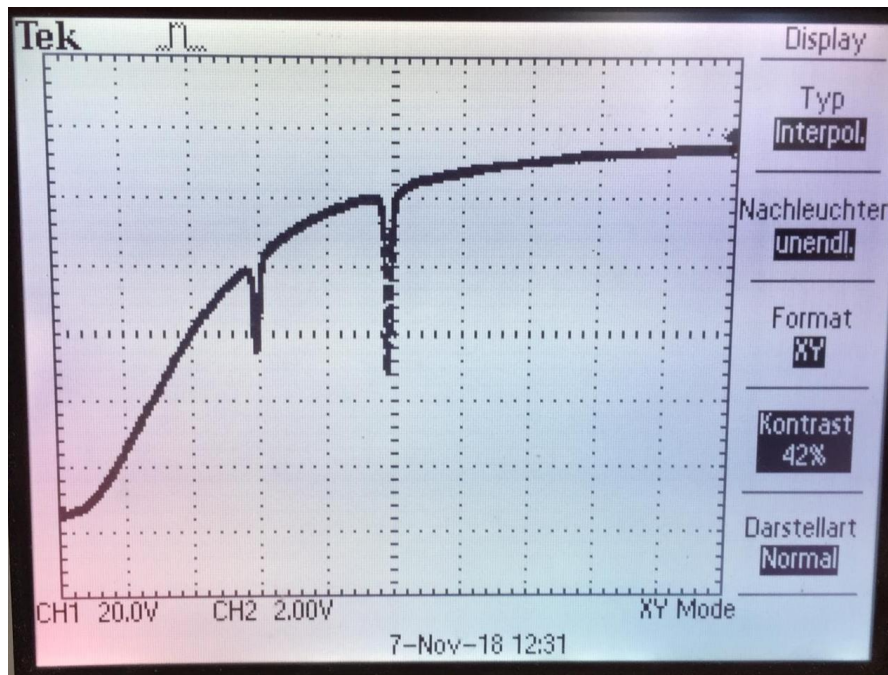


Abbildung 7: Das für die Resonanzstelle benötigte Magnetfeld aufgetragen auf die Frequenz

prozentualen Mengenverhältnisses der beiden Isotope getroffen werden. Dabei gilt:

$$N_1 + N_2 = 1$$

$N$  beschreibt dabei den prozentualen Anteil des Isotopes an der Gesamtanzahl. Durch Ausmessen der Minima ergibt sich ein Verhältniss  $R$  für  $\frac{N_1}{N_2}$  von:

$$R = 0,48$$

Die Anteile  $N$  lassen sich bestimmen zu:

$$N_1 = \frac{0,48}{1 + 0,48} = 0,32$$

$$N_2 = 1 - N_1 = 0,68.$$

Tabelle 2: In Abhängigkeit der eingestellten Frequenz aufgenommene Stromstärken durch die beiden Horizontalspulen. Aufgenommen wurden die Stromstärke an den Resonanzstellen für die beiden Isotope (1) und (2), mit dem gegebenen Maßen der Spulen wurde das horizontale Gesamtfeld aus den Stromstärken bestimmt.

Frequenz kHz	Isotop 1			Isotop 2		
	$B_{H,1}$ A	$B_{S,1}$ A	$B_{\text{ges},1}$ $\mu\text{T}$	$B_{H,2}$ A	$B_{S,2}$ A	$B_{\text{ges},2}$ $\mu\text{T}$
100	0,000	0,501	30,234	0,000	0,621	37,476
200	0,024	0,432	47,117	0,024	0,677	61,902
300	0,045	0,451	66,680	0,045	0,833	89,733
400	0,060	0,400	76,757	0,060	0,880	105,724
500	0,081	0,324	90,587	0,081	0,907	125,769
600	0,093	0,390	105,093	0,111	0,824	147,069
700	0,111	0,342	117,982	0,138	0,769	167,429
800	0,114	0,549	133,105	0,180	0,510	188,631
900	0,138	0,440	147,574	0,204	0,544	211,730
1000	0,144	0,617	163,518	0,234	0,503	235,565

Um die Resonanzstellen zu erreichen können die Potentiometer für die Horizontale Spule und für die Sweep-Spule variiert werden. Die zur jeweiligen Resonanzstelle gehörigen Potentiometerumdrehungen können wie folgt in eine Stromstärke  $I$  umgerechnet werden.

Sweep-Spule	Horizontale Spule
1 Umdrehung = 0,1 A	1 Umdrehung = 0,3 A

Aus den resultierenden Stromstärken kann das B-Feld berechnet werden.

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{N \cdot I}{R}$$

Die Windungszahl  $N$  und der Radius  $R$  sind dabei spulenspezifische Größen.

Sweep-Spule	Horizontale Spule
$N = 11$	$N = 154$
$R = 0,1639 \text{ m}$	$R = 0,1579 \text{ m}$

Die  $B$ -Felder von der Sweep-Spule  $B_S$  und der Horizontalspule  $B_H$  für eine Resonanzstelle müssen anschließend addiert werden um das gesamte Magnetfeld  $B_{\text{ges}}$  zu erhalten. Die errechnete Werte für Stromstärke  $I$  und  $B$ -Feld sind zusammen mit den dazugehörigen Frequenzen in der Tabelle 2 aufgeführt. In der Graphik 8 sind die Werte graphisch dargestellt. Es wird eine Ausgleichsrechnung der Form:

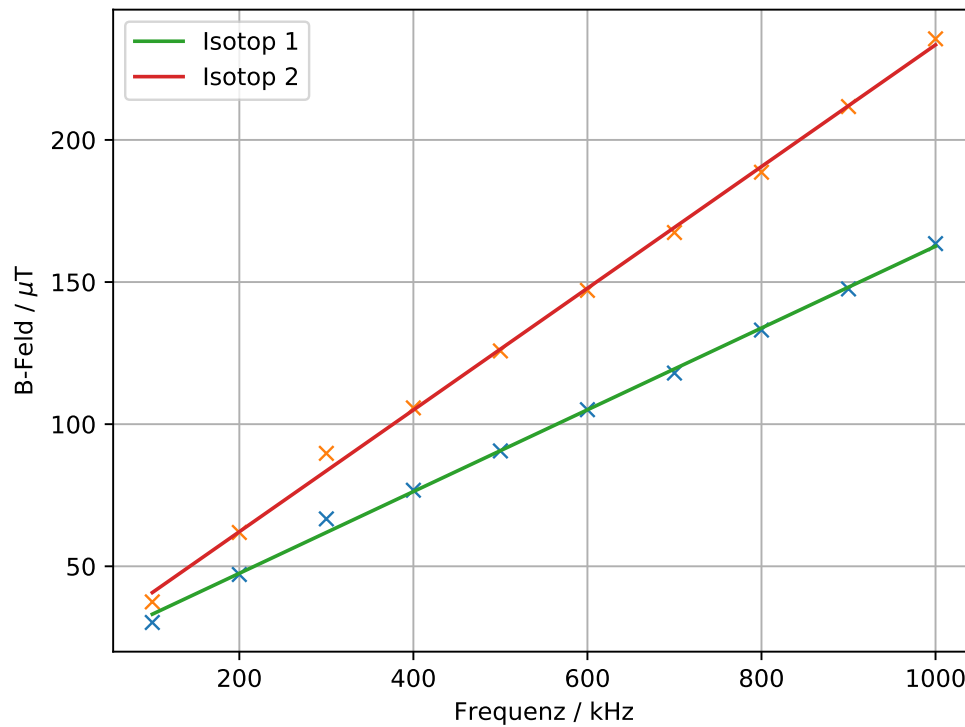


Abbildung 8: Das für die Resonanzstelle benötigte Magnetfeld aufgetragen auf die Frequenz

$$B(f) = a_i f + b_i$$

durchgeführt. Es ergeben sich folgende Fit-Parameter:

$$a_1 = (1,438 \pm 0,023) \cdot 10^{-10} \frac{\text{T}}{\text{Hz}}$$

$$b_1 = (1,876 \pm 0,144) \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$a_2 = (2,141 \pm 0,031) \cdot 10^{-10} \frac{\text{T}}{\text{Hz}}$$

$$b_2 = (1,935 \pm 0,190) \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Mit der Steigung  $a$  kann der Landésche  $g_F$ -Faktor mit der Gleichung 3 wie folgt bestimmt werden.

$$g_F = \frac{h}{\mu_0 \cdot a_i}$$

Somit ergeben sich die Landeschen Faktoren zu:

$$g_{F1} = 0,497 \pm 0,008$$

$$g_{F2} = 0,334 \pm 0,004.$$

Nun soll der Kernspinn bestimmt werden.

Die den für den Versuch wichtigen Quantenzahlen lauten:

$$S = \frac{1}{2}, \quad L = 0, \quad J = \frac{1}{2}, \quad F = I + J. \quad (6)$$

wobei  $F$  den höchst mögliche Wert besitzt da nur für das Niveau mit dem höchst möglichen  $m_F$  kein Übergang mit  $\Delta m_f$  mehr möglich ist. Eingesetzt in die Gleichung:

$$g_F \approx g_J \frac{F \cdot (F + 1) + J \cdot (J + 1) - I(I + 1)}{2F \cdot (F + 1)} \quad (7)$$

ergibt sich die Formel für den Kernspin:

$$I = \frac{1}{2} \left( \frac{g_J}{g_F} - 1 \right).$$

Das benötigte  $g_J$  kann mit Hilfe von 1 bestimmt werden. Dabei ist  $g_s$  gegeben als

$$g_s = 2,0023$$

Es lässt sich die Relation aufstellen:

$$g_J = g_s.$$

Der Kernspin kann jetzt bestimmt werden.

$$I_1 = 1,5153 \pm 0,03$$

$$I_2 = 2,4999 \pm 0,04$$

Durch einen Vergleich mit Literaturwerten [2] kann der Kernspinn den Rubidium-Isotopen zugeordnet werden. Es gilt:

$$I_{Rb^{85}} = \frac{5}{2}$$

$$I_{Rb^{87}} = \frac{3}{2}$$

Es wird deutlich, dass

$$I_1 = I_{Rb^{87}}$$

$$I_2 = I_{Rb^{85}}$$

gilt.

Mit Hilfe der Formel 5 kann der lineare und der quadratische Zeeman-Effekt bestimmt werden. In der Tabelle 3 sind die Werte für den lineare und den quadratische Zeeman-Effekt abgebildet. Es wird deutlich, dass der quadratische Zeeman-Effekt im Vergleich zum linearen vernachlässigbar klein ist.

Tabelle 3: Der Quadratische Zeemaneffekt zu den beiden Isotopen

	Linearer Zeeman	Quadratischer Zeeman
$U_{85}$	$5,05 \cdot 10^{-28} \text{ J}$	$-6,35 \cdot 10^{-31} \text{ J}$
$U_{87}$	$1,09 \cdot 10^{-27} \text{ J}$	$-7,86 \cdot 10^{-31} \text{ J}$

## 5 Diskussion

Das in Abbildung 7 dargestellte Signalbild entspricht im groben den Erwartungen. Das ermittelte Isotopenverhältnis weicht leicht von den Literaturwerten [3] ab.

Experimentell	Literatur
$N_{Rb^{87}} = 0,32$	$N_{Rb^{87}} = 0,278$
$N_{Rb^{85}} = 0,68$	$N_{Rb^{85}} = 0,722$

Die ermittelten Landé-Faktoren liegen sehr nah an den Literaturwerten[3].

Experimentell	Literatur
$g_{Rb^{87}} = 0,497 \pm 0,008$	$g_{Rb^{87}} = \frac{1}{2}$
$g_{Rb^{85}} = 0,334 \pm 0,004$	$g_{Rb^{85}} = \frac{1}{3}$

Die Abweichung des Kernspins von den Literaturwerten [2] ist ebenfalls sehr gering.

Experimentell	Literatur
$I_{Rb^{87}} = 1,5153 \pm 0,0300$	$I_{Rb^{87}} = \frac{3}{2}$
$I_{Rb^{85}} = 2,4999 \pm 0,0400$	$I_{Rb^{85}} = \frac{5}{2}$

## Literatur

- [1] TU Dortmund. In: *Versuchsanleitung V21*.
- [2] S. Millman und M. Fox. *Nuclear Spins and Magnetic Moments of Rb85 and Rb87*. 1 August 1936. URL: <https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.50.220>.
- [3] *Rubidium-Isotope*. 17. Januar 2019. URL: <https://www.internetchemie.info/chemische-elemente/rubidium-isotope.php>.



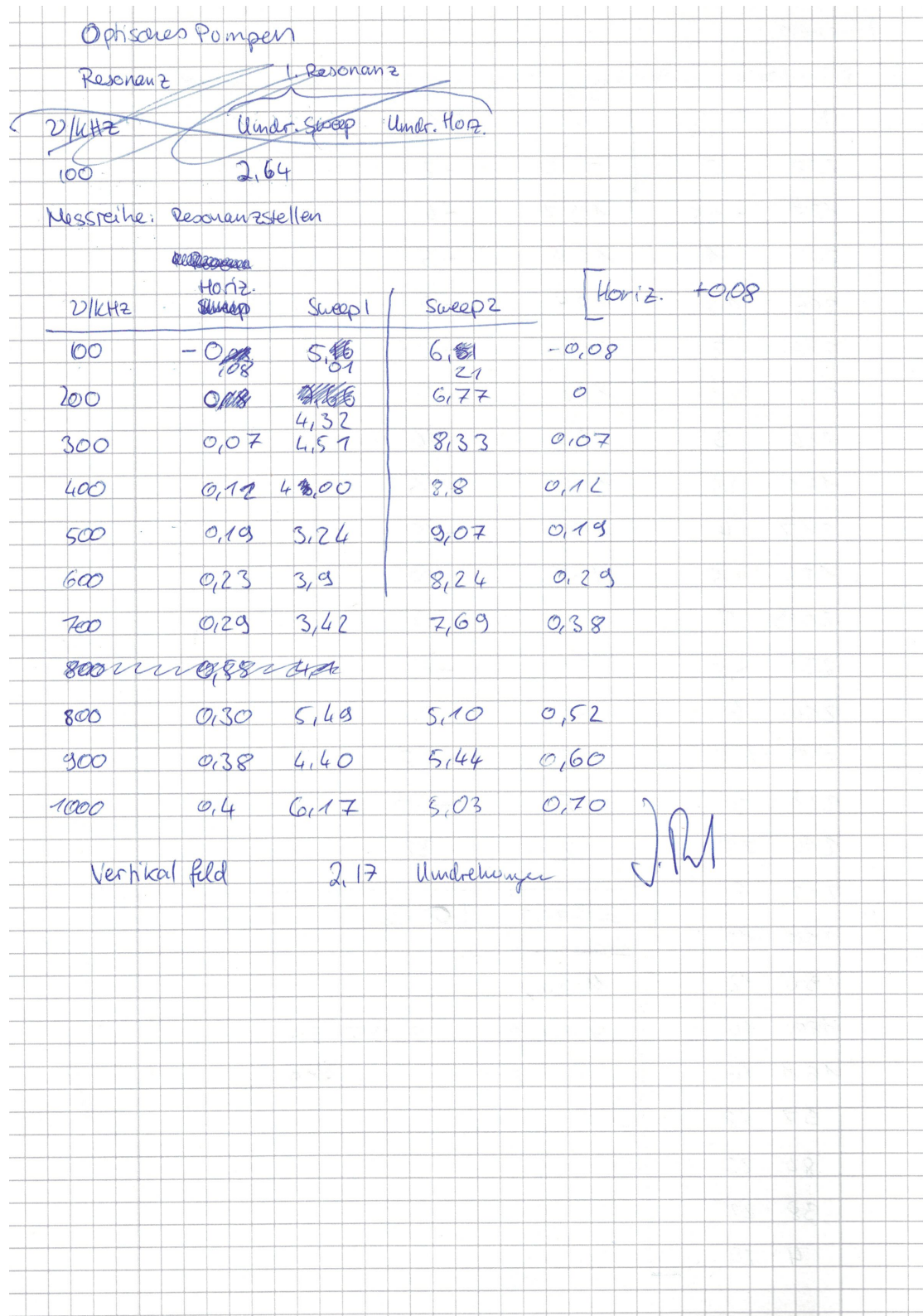


Abbildung 9: Originale Messdaten