

## VERSUCH 18

# Hochreine Germaniumdetektoren in der $\gamma$ - Spektrometrie

Katharina Brägelmann  
katharina.braegelmann@tu-dortmund.de

Lars Kolk  
lars.kolk@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.12.2019

Abgabe: 13.12.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

## Inhaltsverzeichnis

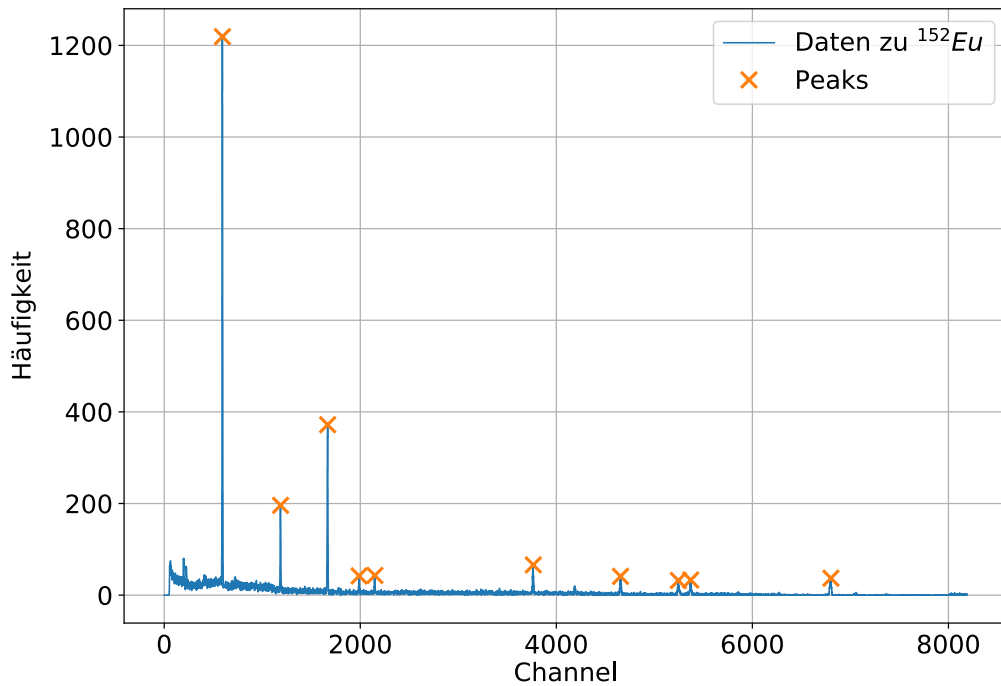
<b>1</b>	<b>Auswertung</b>	<b>3</b>
1.1	Energiekalibration . . . . .	3
1.2	Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit . . . . .	7
1.3	Monochromatisches $^{137}\text{Cs}$ -Spektrum . . . . .	9
1.4	Aktivität von Barium . . . . .	13

Hier könnte Ihre Werbung stehen. Hier könnte Ihre Werbung stehen. Hier könnte Ihre Werbung stehen. efficiency

## 1 Auswertung

### 1.1 Energiekalibration

Die Energiekalibration wird anhand der Vermessung eines  $^{152}\text{Eu}$ -Spektrums (Abb. 1) durchgeführt. Die Messdaten werden mit Python 3.7.3 und den Bibliotheken *numpy*, *scipy* und *uncertainties* ausgewertet. Ausgleichsrechnungen erfolgen mit *scipy.optimize.curve\_fit*. Über eine Peak-Picking-Funktion werden die größten Peaks in den Daten ausfindig gemacht und sind in Tabelle 1 notiert. Zum  $\gamma$ -Zerfall des  $^{152}\text{Eu}$  werden



**Abbildung 1:** Das aufgenommene Spektrum über  $T = 2134\text{ s}$  von  $^{152}\text{Eu}$  mit markierten Peaks. Dargestellt ist die Zählrate gegen den zugehörigen Channel des MCA.

Literaturwerte bezüglich der Emissionsenergien und der Emissionswahrscheinlichkeiten recherchiert [**nucleide**]. Dabei werden zunächst die Emissionsenergien mit mindestens 1 % Emissionswahrscheinlichkeit rausgesucht. Diese sind in Tabelle 1 aufgeführt. Zur Kalibration werden die jeweiligen Daten auf den zugehörigen Wert des letzten sichtbaren

**Tabelle 1:** Parameter zu allen vermessenen Peaks des  $^{152}\text{Eu}$ -Spektrums.

Peak	Channel(Peak)	Counts	$E_\gamma$ / keV [ <b>nucleide</b> ]	rel. Channel	rel. Energie
				$\frac{\text{Channel}}{\text{Channel(Peak 9)}}$	$\frac{E_\gamma}{E_\gamma(\text{Peak 9})}$
0	594	1219	121,7817	0,087	0,087
1	1187	196	244,6974	0,175	0,174
2	1667	372	344,2785	0,245	0,245
3	1988	42	411,1165	0,292	0,292
4	2149	43	443,965	0,316	0,315
5	3765	66	778,9045	0,554	0,553
6	4655	41	964,079	0,685	0,685
7	5245	32	1085,837	0,771	0,771
8	5371	33	1112,076	0,790	0,790
9	6801	37	1408,013	1,0	1,0

Peaks normiert. Entsprechend werden folgende Rechnungen ausgeführt:

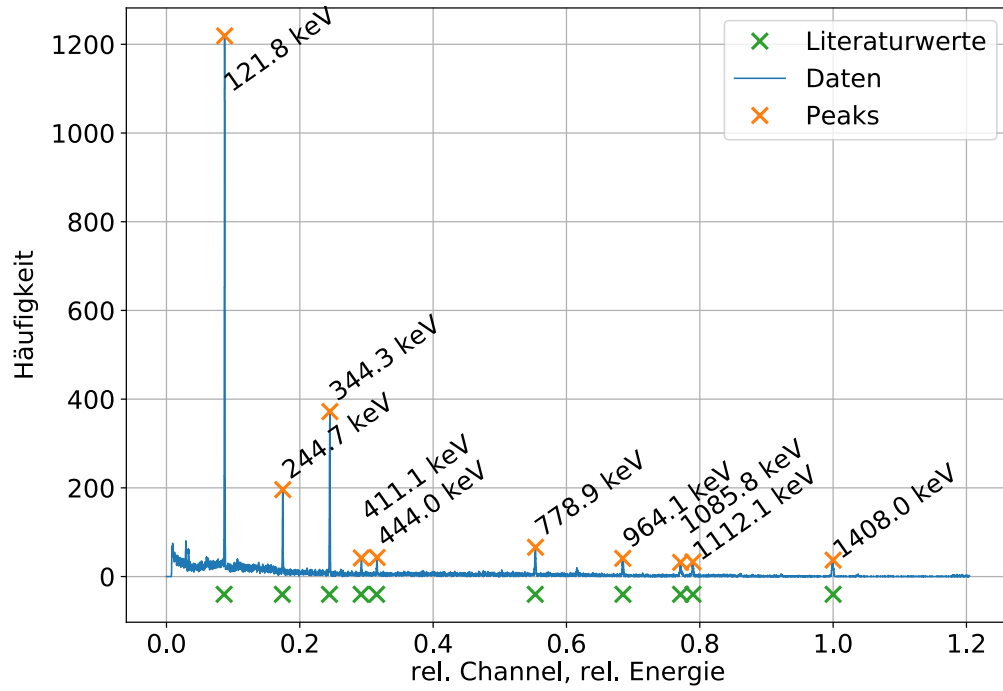
$$\begin{aligned}
 \text{rel. Energie} \quad E_{\text{rel.}} &= \frac{E_{\text{Peak}}}{E(\text{Peak}=9)} \\
 \text{rel. Channel} \quad \text{Channel}_{\text{rel.}} &= \frac{\text{Channel}}{\text{Channel(Peak}=9)}.
 \end{aligned}$$

Die relativen Größen sind in Abbildung 2 gegen die Counts aufgetragen. Die drei Emissionsenergien, die im gemessenen Spektrum nicht als Peak ersichtlich sind und auch die geringsten Emissionswahrscheinlichkeiten aufweisen, werden aus den Daten der Literaturwerte entfernt. Anschließend werden die zugeordneten Energien der Peaks gegen die Channel der Peaks geplottet (Abbildung 3) und es wird eine lineare Regression der Form

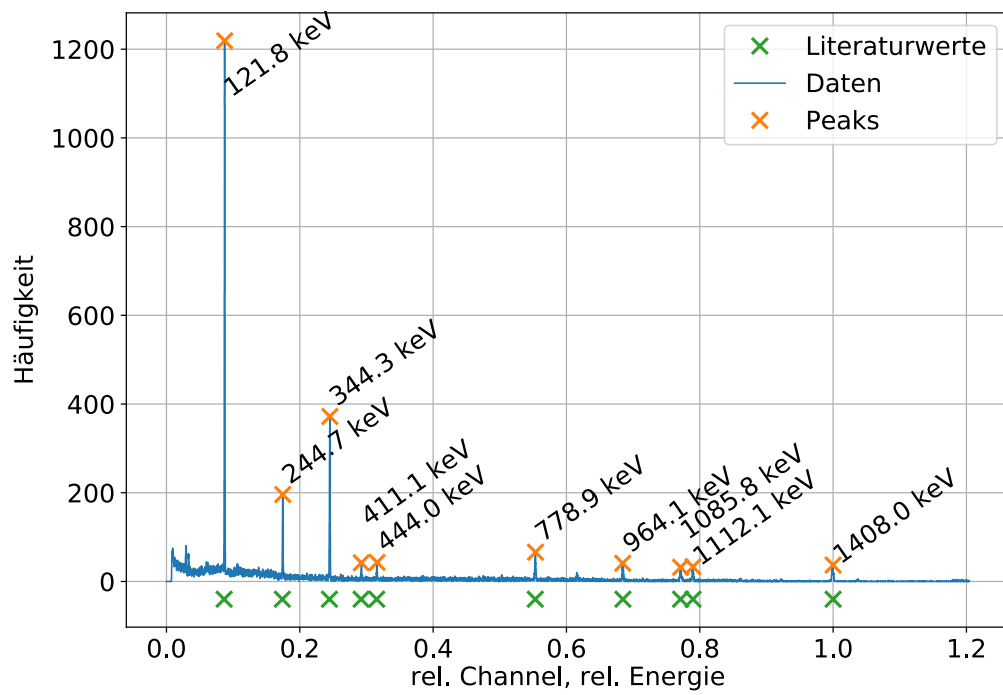
$$E = m \cdot \text{Channel} + n \quad (1)$$

durchgeführt. Als Parameter der Regression ergeben sich über *curve\_fit*:

$$m = (0,207\,26 \pm 0,000\,04) \text{ keV/Channel}, \quad n = (-1,22 \pm 0,17) \text{ keV}.$$



**Abbildung 2:** Die relativen Größen  $E_{\text{rel.}}$  und  $\text{Channel}_{\text{rel.}}$ , normiert auf den letzten sichtbaren Peak des  $^{152}\text{Eu}$ -Spektrums, sind gegen die zugehörigen Counts aufgetragen. Die Peaks lassen sich nun den Spektrallinien des  $^{152}\text{Eu}$  zuordnen.



**Abbildung 3:** Ausgleichsrechnung über den Zusammenhang der Channel des MCA und der Energien der  $\gamma$ -Teilchen.

## 1.2 Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit

Zur Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit  $Q$  (engl.: *efficiency*) des Detektors wird zunächst die Aktivität der Probe ausgerechnet. Zwischen dem angegebenen Herstellungsdatum (01.10.2000) [**anleitung**] der  $^{152}\text{Eu}$ -Probe und dem Versuchstag (09.12.2019) sind  $t = (605\,484\,000 \pm 54\,000)\text{ s}$  vergangen. Die Halbwertszeit des Isotops beträgt  $T_{1/2} = (426,7 \pm 0,5) \cdot 10^6\text{ s}$  [**nucleide**]. Mit der Anfangsaktivität  $A_0 = (4130 \pm 60)\text{ Bq}$  ergibt sich über

$$A = A_0 \exp\left(-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}}t\right) = (1545 \pm 29) \frac{1}{\text{s}} \quad (2)$$

die aktuelle Aktivität der Probe. Weiterhin wird der eingenommene Raumwinkel des Detektors benötigt. Dabei wird der Raumwinkel über die Geometrie eines Kegels berechnet:

$$\frac{r}{h} = \tan(\varphi/2) \Leftrightarrow \varphi = 2 \arctan\left(\frac{r}{h}\right)$$

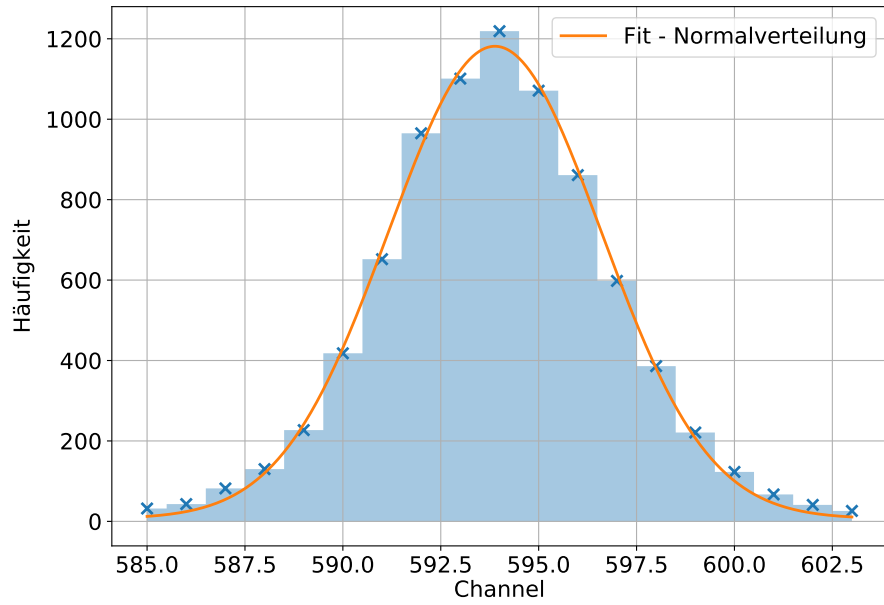
$$\frac{\Omega}{4\pi} = \sin^2 \frac{\varphi}{2} = \sin^2\left(\frac{1}{2} \arctan(r/h)\right) = 0,0069 \text{ sr}.$$

Die eingesetzten Größen für den Radius der Detektoroberfläche und Höhe des Kegels sind  $r = 22,5 \cdot 10^{-3}\text{ m}$  und  $h = 80 \cdot 10^{-3}\text{ m}$ . Die gesamte Messzeit des  $^{152}\text{Eu}$ -Spektrums beträgt  $T = 2134\text{ s}$ . Damit kann nun  $Q$  nun über Gleichung (??) berechnet werden. Zur Berechnung der Peakinhalt werden die Peaks einzeln betrachtet und die Messdaten passend zu der erwarteten Gaußverteilung eines Peaks abgeschnitten (vgl. Abb. 4). Die Inhalte der Peaks werden durch Aufsummation der Counts im jeweiligen angepassten Datenbereich berechnet. Die Ergebnisse zu den jeweiligen Peaks sind in Tabelle 2 notiert. Nun wird  $Q$

**Tabelle 2:** Parameter zur Berechnung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit anhand eines  $^{152}\text{Eu}$ -Spektrums. Weitere verwendete Größen sind:  
 $A = (1545 \pm 29)/\text{s}$ ,  $\frac{\Omega}{4\pi} = 0,0069 \text{ sr}$ ,  $T = 2134\text{ s}$ .

$E_\gamma / \text{keV}$ [ <b>nucleide</b> ]	$P$ [ <b>nucleide</b> ]	$P_{\text{Peakinhalt}}$	$Q$ in $10^{-3}$
121,7817	28,41	$(8233 \pm 91)$	$(12,70 \pm 0,24)$
244,6974	7,55	$(1515 \pm 39)$	$(8,79 \pm 0,16)$
344,2785	26,59	$(3152 \pm 56)$	$(5,19 \pm 0,10)$
411,1165	2,238	$(324 \pm 18)$	$(6,34 \pm 0,12)$
443,965	2,80	$(367 \pm 19)$	$(5,74 \pm 0,11)$
778,9045	12,97	$(741 \pm 27)$	$(2,50 \pm 0,05)$
964,079	14,50	$(596 \pm 24)$	$(1,80 \pm 0,33)$
1085,837	10,13	$(403 \pm 20)$	$(1,74 \pm 0,32)$
1112,076	13,41	$(502 \pm 22)$	$(1,64 \pm 0,30)$
1408,013	20,85	$(586 \pm 24)$	$(1,23 \pm 0,23)$

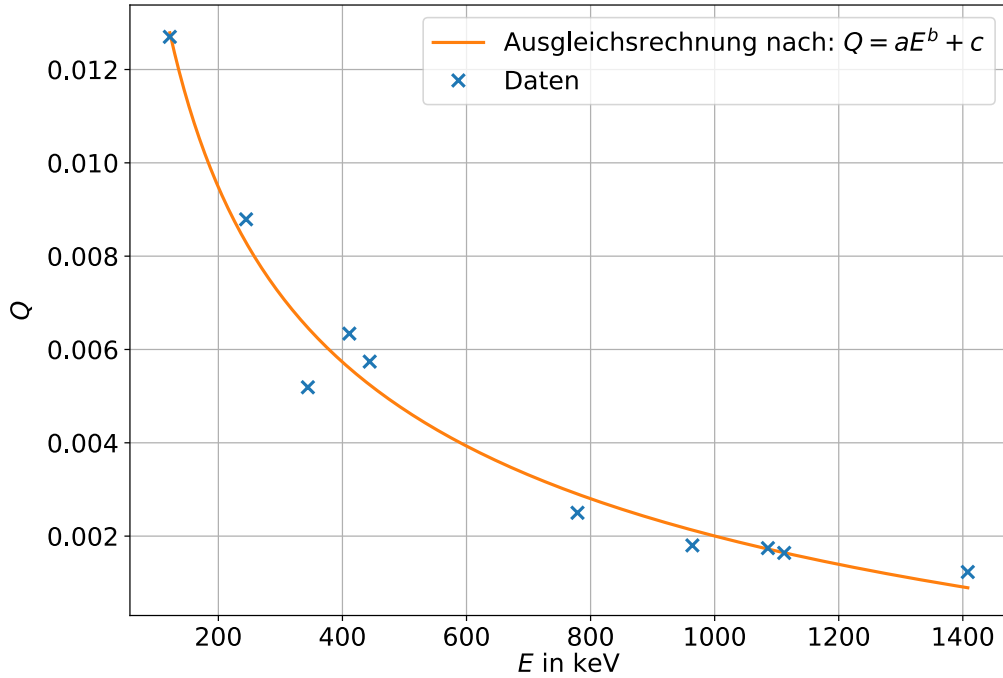
gegen die Energie  $E$  des jeweiligen Peaks aufgetragen. Es wird eine Ausgleichsrechnung der Form  $Q = aE^b + c$  durchgeführt. Die Parameter der Ausgleichsrechnung betragen:



**Abbildung 4:** Vergrößerung des ersten Peaks mit Ausgleichsfunktion einer Gaußkurve zur Veranschaulichung der Gaußpeaks.

$$a = (0,113 \pm 0,055) \frac{1}{\text{keV}}, \quad b = (-0,36 \pm 0,17), \quad c = (-0,0077 \pm 0,0059).$$





**Abbildung 5:** Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit  $Q$ . Die Fehlerbereiche verschwinden hinter den Datenpunkten und sind zur Übersichtlichkeit nicht aufgeführt.

### 1.3 Monochromatisches $^{137}\text{Cs}$ -Spektrum

In Abbildung 6 ist das volle Spektrum des  $^{137}\text{Cs}$ -Strahlers abgebildet. Der Photopeak wird über eine Peak-Picking-Funktion ermittelt. Dieser ist vergrößert in Abbildung 7 abgebildet. An den Peak wird eine Gaußverteilung nach

$$f(E) = \frac{a}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(E - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) + b$$

gefittet. Hierzu wird der ausgewertete Datenbereich angepasst. Die Parameter der Ausgleichsrechnung ergeben sich zu

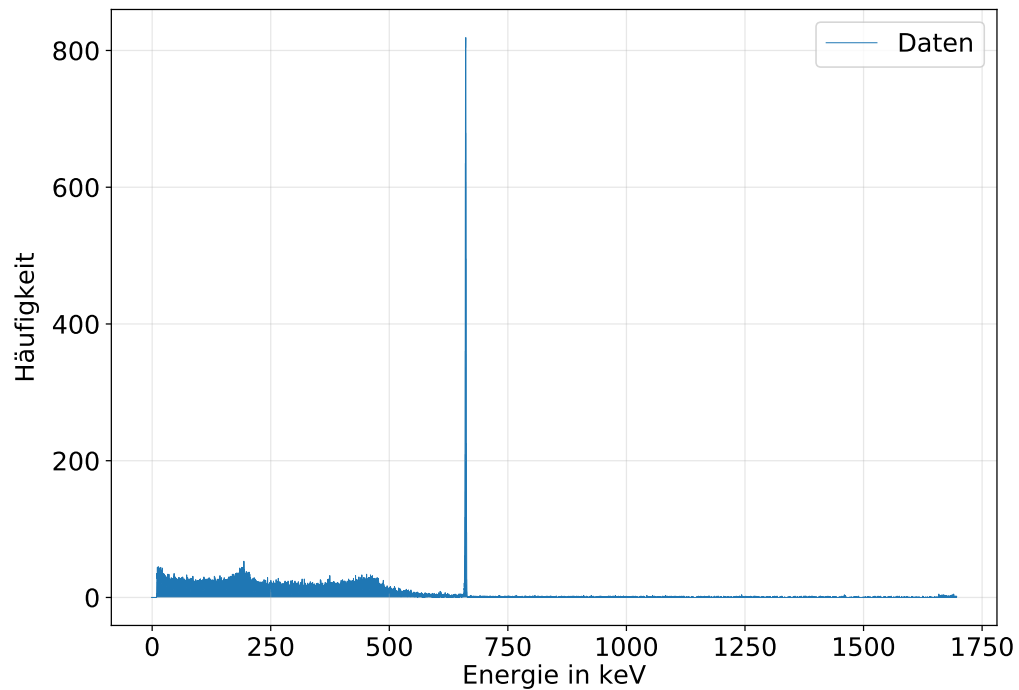
$$\begin{aligned} \mu &= (661,2327 \pm 0,0051) \text{ keV}, & \sigma &= (0,9023 \pm 0,0051) \text{ keV}, \\ a &= (1868 \pm 9) \text{ keV}^2, & b &= (6,1 \pm 0,1) \text{ keV}. \end{aligned}$$

Dabei entspricht der Mittelwert  $\mu$  der Energie der Photolinie:

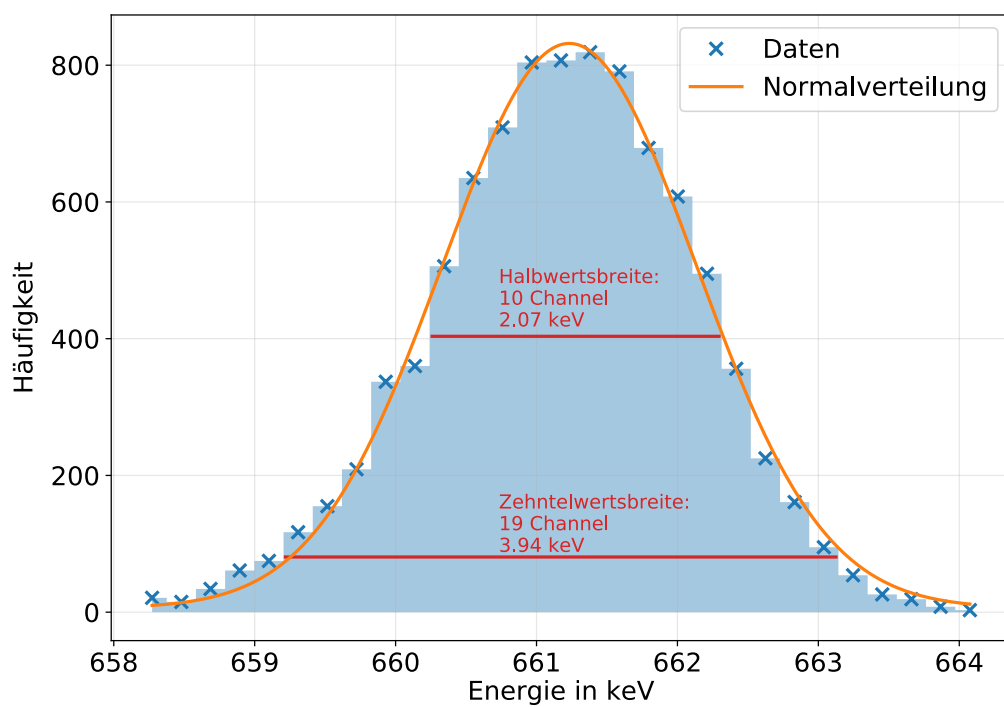
$$\Rightarrow \mu = E_{\text{Photo, Data}} = (661,2327 \pm 0,0051) \text{ keV}.$$

Ein Literaturwert [**nucleide**] zum Photopeak findet sich zu

$$E_{\text{Photo, Theo}} = (661,657 \pm 0,003) \text{ keV}.$$



**Abbildung 6:** Volles aufgenommenes Spektrum des  $^{137}\text{Cs}$ -Strahlers.



**Abbildung 7:** Vergrößerter Photopeak des  $^{137}\text{Cs}$ -Strahlers.

Für den Inhalt des Photopeaks werden die Counts im geplotteten Bereich aufsummiert. Der Inhalt beträgt:

$$N_{\text{Photo}} = (9174 \pm 96) .$$

Die Halbwertsbreite (FWHM) und die Zehntelwertsbreite (FWTM) werden zu folgenden Daten ausgemessen, indem die Energie bei der Hälfte bzw einem Zehntel der Counts aus den Messdaten bestimmt wird:

$$\begin{aligned} \text{FWHM}_{\text{Daten}} &= 2,07 \text{ keV} \\ \text{FWTM}_{\text{Daten}} &= 3,94 \text{ keV} \\ \frac{\text{FWHM}_{\text{Daten}}}{\text{FWTM}_{\text{Daten}}} &= 0,53 . \end{aligned}$$

Aus der Standardabweichung  $\sigma$  lässt sich ein Vergleichswert passend zur gefitteten Gaußverteilung finden:

$$\begin{aligned} \text{FWHM}_{\text{Fit}} &= 2\sigma \sqrt{2 \ln(2)} &= 2,13 \text{ keV} \\ \text{FWTM}_{\text{Fit}} &= 2\sigma \sqrt{2 \ln(10)} &= 3,87 \text{ keV} \\ \frac{\text{FWHM}_{\text{Fit}}}{\text{FWTM}_{\text{Fit}}} &= 0,55 . \end{aligned}$$

In Abbildung 8 ist das Compton-Kontinuum des Spektrums vergrößert dargestellt. Über den Schnittpunkt zweier Ausgleichsgeraden der Form  $y = a \cdot E + b$  wird die Lage der Compton-Kante angenähert. Die Parameter der Geraden ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \text{links:} \quad a &= (0,0699 \pm 0,0058) \frac{1}{\text{keV}}, & b &= (-11,3 \pm 2,4) , \\ \text{rechts:} \quad a &= (-0,152 \pm 0,017) \frac{1}{\text{keV}}, & b &= (89 \pm 8) . \end{aligned}$$

Der Schnittpunkt, entsprechend die Compton-Kante, liegt über Gleichsetzen der Geradengleichungen bei

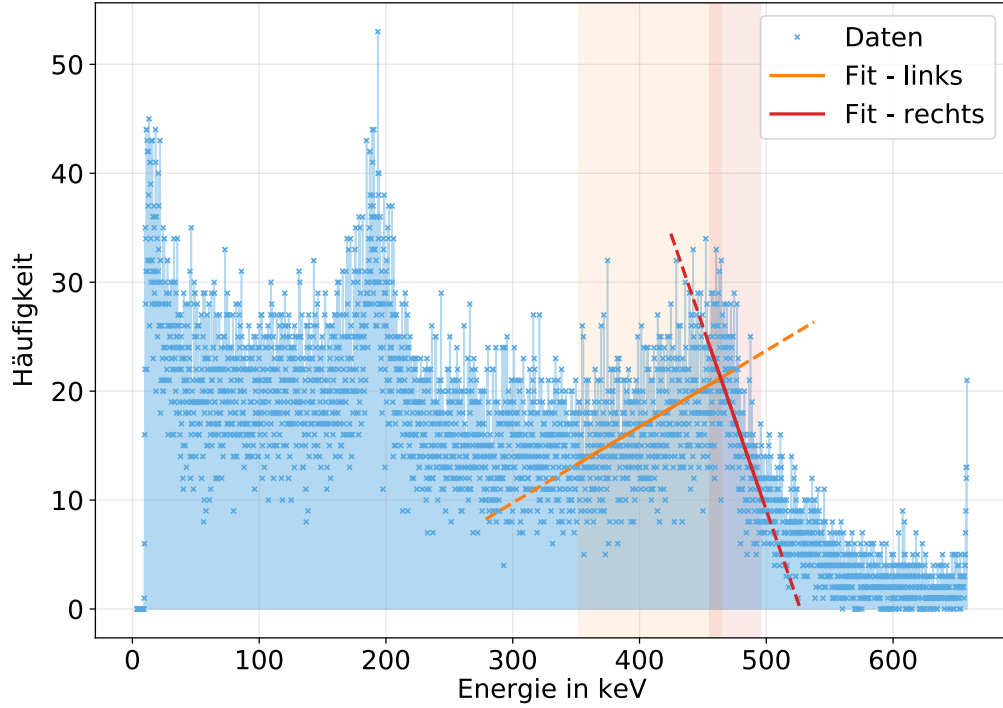
$$E_{\text{Compton, Data}} = (450 \pm 5) \text{ keV} .$$

Aus Gleichung (??) folgt für die Compton-Kante folgender theoretischer Wert:

$$E_{\text{Compton, Theo}} = (477,3340 \pm 0,0028) \text{ keV} .$$

Der Inhalt des Compton-Kontinuums als Summation der betreffenden Kanalinhalt bis zur Compton-Kante beträgt

$$N_{\text{Kontinuum}} = (40\,797 \pm 202) .$$



**Abbildung 8:** Vergrößertes Compton-Kontinuum des  $^{137}\text{Cs}$ -Strahlers mit linearen Ausgleichsrechnungen zur Identifikation der Lage der Compton-Kante.

Der Rückstreupeak wird erneut durch das Anpassen zweier Geraden an beide Flanken des Peaks ermittelt (Abb. 9). Die Parameter beider Geradengleichungen lauten:

$$\begin{aligned} \text{links:} \quad & a = (0,532 \pm 0,051) \frac{1}{\text{keV}}, & b = (-69 \pm 9), \\ \text{rechts:} \quad & a = (-0,580 \pm 0,052) \frac{1}{\text{keV}}, & b = (144 \pm 11). \end{aligned}$$

Der Rückstreupeak entspricht dem Schnittpunkt beider Geraden und liegt bei

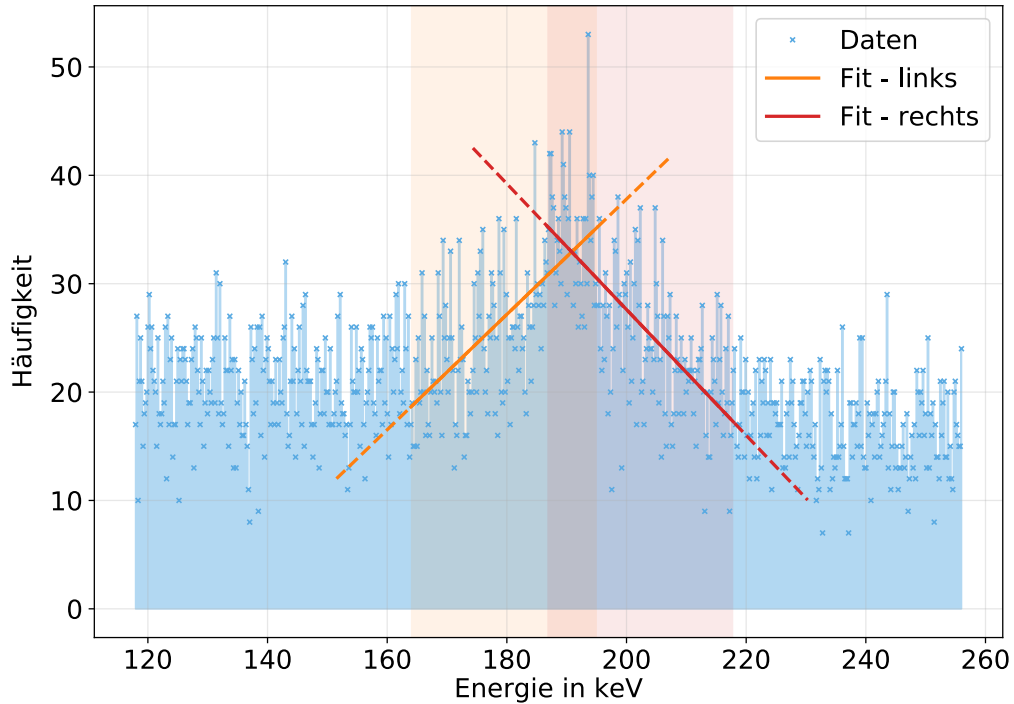
$$E_{\text{Rück, Data}} = (191 \pm 18) \text{ keV}.$$

Der entsprechende Vergleichswert errechnet sich aus Gleichung (??) mit  $\vartheta = 90^\circ$  zu

$$E_{\text{Rück, Theo}} = (242,1 \pm 1,1) \text{ keV}.$$

Der Extinktionskoeffizient, oder auch Absorptionskoeffizient  $\mu$ , lässt sich aus Abbildung 10 ablesen. Für die jeweiligen Wechselwirkungen und die zugehörigen Energien werden folgende Absorptionskoeffizienten  $\mu$  abgelesen:

$$\begin{aligned} \text{Photo:} \quad & E_{\text{Photo, Data}} = (661,2327 \pm 0,0051) \text{ keV} & \mu_{\text{Photo}} = (0,00435 \pm 0,00010) \text{ cm}^{-1} \\ \text{Compton:} \quad & E_{\text{Compton, Data}} = (450 \pm 5) \text{ keV} & \mu_{\text{Compton}} = (0,40 \pm 0,01) \text{ cm}^{-1}. \end{aligned}$$



**Abbildung 9:** Vergrößerter Bereich des Compton-Kontinuums um den Rückstreupeak des  $^{137}\text{Cs}$ -Strahlers mit linearen Ausgleichsrechnungen zur Identifikation der Lage des Rückstreupeaks.

Über die Absorberdicke (maximale Detektordicke)  $d = 39 \text{ mm}$  und Gleichung (??) ergeben sich die Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten

$$\text{Photo: } P = (1,68 \pm 0,04) \%$$

$$\text{Compton: } P = (79,0 \pm 0,8) \%.$$

Das Verhältnis der Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten berechnet sich zu:

$$\frac{P_{\text{Photo}}}{P_{\text{Compton}}} = (47,0 \pm 1,2).$$

Das Verhältnis der Inhalte des Photopeaks und des Compton-Kontinuums gibt ebenfalls Auskunft über das Verhältnis der Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten:

$$\frac{N_{\text{Photo}}}{N_{\text{Kontinuum}}} = (4,45 \pm 0,05).$$

## 1.4 Aktivität von Barium

In Abbildung 11 ist das Spektrum zum  $^{133}\text{Ba}$  dargestellt. Die Peaks werden mithilfe einer Peak-Picking-Funktion ermittelt. Die Literaturwerte zum Barium [nucleide] sind in Tabelle 3 aufgeführt. Die Werte sind ebenfalls in Abbildung 11 abgebildet.

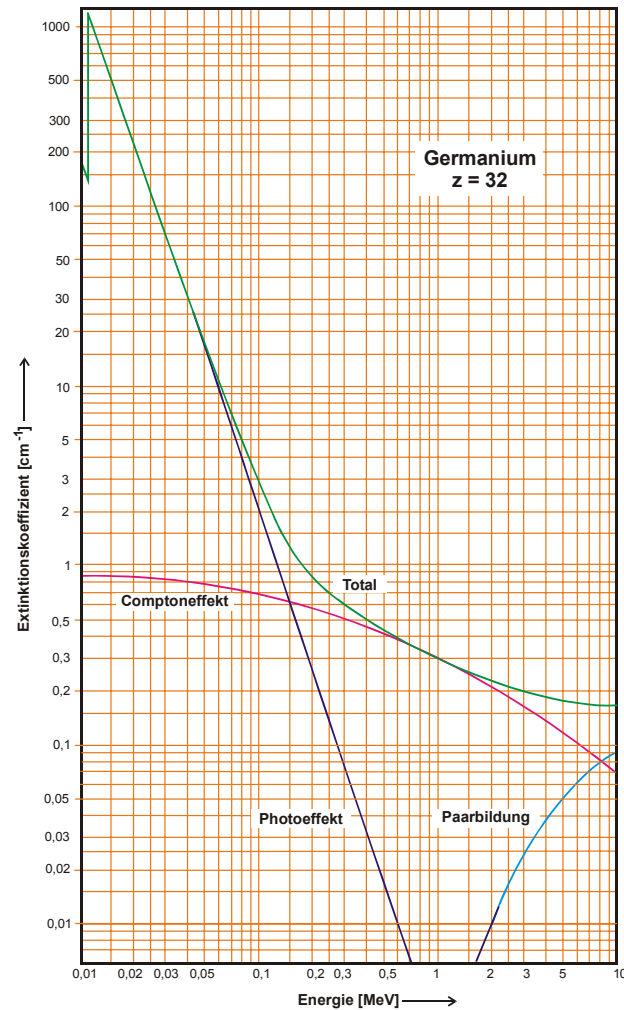
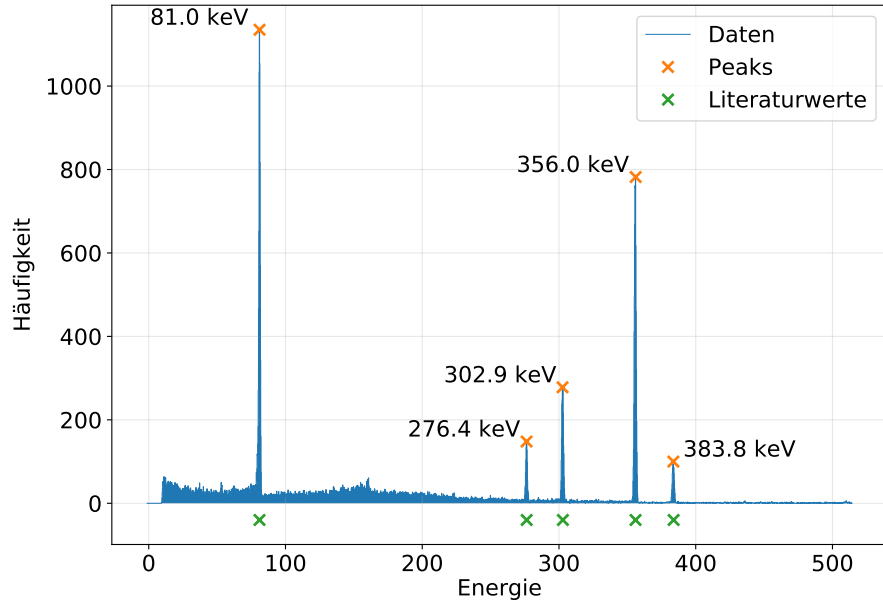


Abbildung 10: Verlauf von  $\mu$  gegen die  $\gamma$ -Energie aufgetragen [anleitungv704].

Nun wird die Aktivität der Probe zur Zeit der Messung bestimmt. Hierzu werden die einzelnen Peaks genauer betrachtet, passende Bereiche der Gaußpeaks gewählt und die Inhalte der einzelnen Peaks werden berechnet. Die Energien der einzelnen Peaks  $E_\gamma$ , die Emissionswahrscheinlichkeit  $P$ , die Peakinhalt  $N_{\text{Peakinhalt}}$  sind in Tabelle 3 notiert. Über die Ausgleichsrechnung aus Kapitel 1.2 werden aus den Energien die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeiten  $Q$  berechnet. Die Gleichung (??) wird nach der Aktivität  $A$  umgestellt und so für jeden Peak eine Aktivität bestimmt. Anschließend wird eine finale Aktivität bestimmt, indem die einzelnen Aktivitäten gemittelt werden:

$$A = (1077 \pm 12) \frac{1}{\text{s}}.$$

## 1.5 Bestimmung der



**Abbildung 11:** Spektrum des  $^{133}\text{Ba}$  mit zugeordneten Literaturwerten [nucleide].

**Tabelle 3:** Parameter zur Berechnung der Aktivität anhand eines  $^{133}\text{Ba}$ -Spektrums.  
 Weitere verwendete Größen sind:  
 $\frac{\Omega}{4\pi} = 0,0069 \text{ sr}$ ,  $T = 2347 \text{ s}$ .

$E_\gamma / \text{keV}$ [nucleide]	$P$ [nucleide]	$P_{\text{Peakinhalt}}$	$Q \text{ in } 10^{-3}$	$A \text{ in } Bq$
81,0579	33,31	$(7173 \pm 85)$	15,52	$(854 \pm 10)$
276,2951	7,13	$(1099 \pm 33)$	7,23	$(1311 \pm 40)$
302,6169	18,31	$(2290 \pm 48)$	6,75	$(1140 \pm 24)$
356,0896	62,05	$(6207 \pm 79)$	5,93	$(1038 \pm 13)$
383,6549	8,94	$(845 \pm 29)$	5,57	$(1044 \pm 36)$