

VERSUCH 64

Moderne Interferometrie

Katharina Brägelmann
katharina.braegelmann@tu-dortmund.de

Lars Kolk
lars.kolk@tu-dortmund.de

Durchführung: 06.01.2020

Abgabe: 13.01.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Allgemeines zu Interferenz und Kohärenz	3
2.2	Polarisation	3
2.3	Kontrast und Intensität	5
2.4	Brechungsindices von Gasen und Festkörpern	5
3	Aufbau und Durchführung des Versuchs	6
3.1	Grundsätzliches Konzept des Aufbaus	6
3.2	Durchführung	9
4	Auswertung	10
4.1	Messung des Kontrasts	10
4.2	Bestimmung des Brechungsindex von Glas	12
4.3	Bestimmung des Brechungsindex von Luft	12
4.4	Diskussion	15
	Literatur	16

1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuchs ist es, ein *Sagnac-Interferometer* zu justieren und verschiedene Größen damit auszumessen. Zuerst wird der Kontrast des Interferometers untersucht, anschließend werden die Brechungsindices von Glas und von Luft bestimmt. Das Sagnac-Interferometer zeichnet sich gegenüber anderen Interferometern dadurch aus, dass die beiden interferierenden Strahlen den gleichen Weg in gegenläufiger Richtung durchlaufen. So ergibt sich ein zeitlich besonders stabiles Interferenzbild.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Allgemeines zu Interferenz und Kohärenz

Überlagern sich zwei Lichtwellen kann es zur **Interferenz** kommen. Diese äußert sich in destruktiver Interferenz (Auslöschung der Welle, keine Intensität) und konstruktiver Interferenz (Addition der Wellenextrema, verstärkte Intensität). Eine wichtige Bedingung hierfür ist, dass die Wellen die gleiche Wellenlänge haben. Genauer gesagt, für eine länger andauernde, stabile Interferenz, müssen beide Wellen kohärent sein. **Kohärenz** beschreibt den Aspekt, dass die Wellenlänge zweier überlagernder Wellen über die Dauer der Kohärenzzeit gleich ist. Die Kohärenzzeit wiederum ist die Zeit, über die sich die Welle nicht ändert. Die Kohärenzzeit endet, sobald die Lichtquelle einen Phasensprung aussendet oder, seltener, wenn sich die Eigenschaften der Lichtwelle (Wellenlänge, Phase, etc.) der Lichtquelle ändert. Andersherum bedeutet **zeitliche Kohärenz**, dass bei einer ausgekoppelten Teilwelle nach einiger Zeit kohärent zur Ursprungswelle zurückgeführt werden kann. **Räumliche Kohärenz** liegt vor, wenn zwei ausgekoppelte Teilwellen trotz räumlicher Verschiebung miteinander interferieren können. Der **Kohärenzgrad** stellt die Interferenzfähigkeit zweier Wellen dar.

2.2 Polarisation

Die Polarisation einer Welle beschreibt die Auslenkungsrichtung der Wellen. Bei zirkular polarisierten (Abb. 1, c) oder elliptisch polarisierten (Abb. 1, b) Lichtwellen dreht sich die Auslenkungsrichtung um die Bewegungsrichtung. Die lineare Polarisation (Abb. 1, a) zeichnet sich durch eine gleichbleibende Auslenkungsrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung aus. Wird linear polarisiertes Licht auf eine Grenzfläche gestrahlt, wechselwirkt es dort in zwei Ausprägungen (Abb. 2). Durch eine Grenzfläche wird ausschließlich der Anteil des linear polarisierten Lichts transmittiert, der eine zur Spiegelebene **parallele** Auslenkungsrichtung hat und heißt entsprechend **p-polarisiert**. Der reflektierte Anteil des Lichts hat eine ausschließlich zur Spiegelebene **senkrechte** Auslenkungsrichtung und wird **s-polarisiert** genannt.

Interferenzen können nur bei gleich polarisierten Wellen oder gleich polarisierten Wellenteilen entstehen, da sich die elektrischen Felder sonst nicht aufheben können. Entsprechen interferieren s-polarisiertes und p-polarisiertes Licht nicht miteinander, auch wenn beide Strahlen in der gleichen Ebene verlaufen.

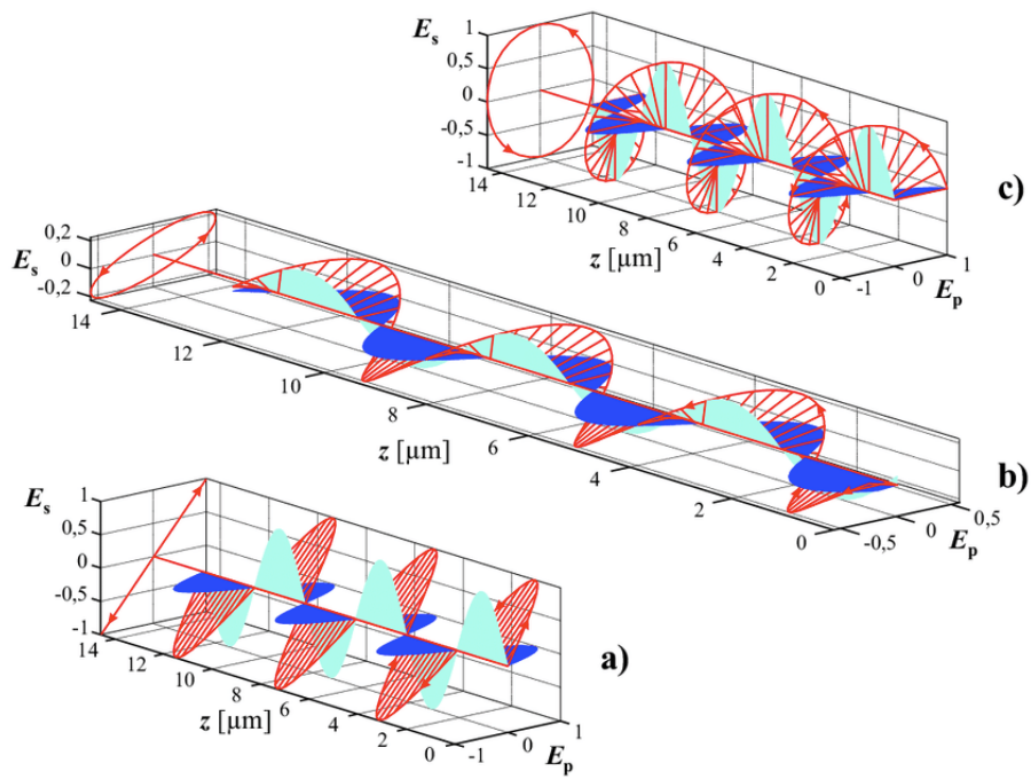


Abb. 1: Darstellungen der Polarisationsarten: Linear, zirkular und elliptisch [1].

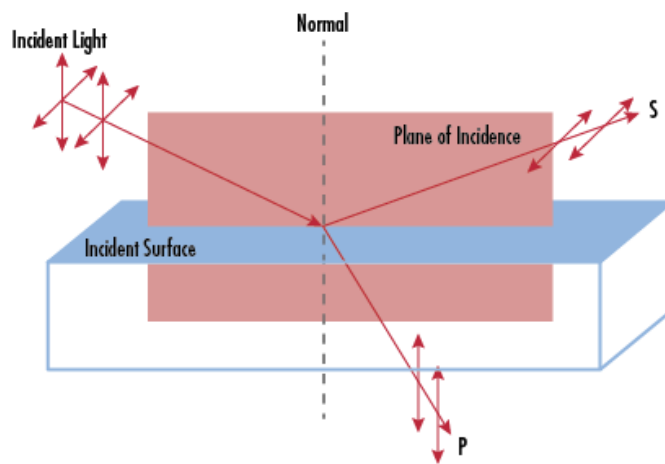


Abb. 2: Polarisation von transmittierten und reflektierten Wellen [2].

2.3 Kontrast und Intensität

Um die Qualität eines Interferenzbildes eines Interferometers anzugeben, wird der Kontrast V (auch Sichtbarkeit, eng. *visibility*) eingeführt:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (1)$$

Hierbei ist I_{\max} die Intensität eines Intensitätsmaximums des Interferenzbildes, I_{\min} entsprechend die Intensität der Interferenz am Minimum. Die Intensität des Interferenzbildes ist über das zeitlichen Mittel der elektrischen Feldstärke E vom Polarisationswinkel ϕ zwischen den Wellen abhängig. Dabei sind die interferierenden Wellen allgemein wie folgt definiert:

$$E_1 = E_0 \cos(\phi) \cos(\omega t) \quad E_2 = E_0 \sin(\phi) \cos(\omega t + \delta).$$

$\omega \hat{=}$ Kreisfrequenz, $\delta \hat{=}$ Phasenverschiebung

Über folgende Zwischenergebnisse der zeitlichen Mittelung über eine ganze Periode

$$\begin{aligned} I &\propto \langle |E_1 + E_2|^2 \rangle = \langle \underbrace{E_1^2}_{I_1} + \underbrace{E_2^2}_{I_2} + \underbrace{2 E_1 \cdot E_2}_{\text{Interferenzterm}} \rangle \\ I_1 &\propto \langle E_1^2 \rangle = E_0^2 \cos^2(\phi) \\ I_2 &\propto \langle E_2^2 \rangle = E_0^2 \sin^2(\phi) \\ I_{\text{Int.}} &\propto \pm 2 E_0^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \end{aligned}$$

ergibt sich die Intensität eines Minimums ($\delta = n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$) bzw. Maximums ($\delta = 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$) zu:

$$I_{\max/\min} = I_1 + I_2 + I_{\text{Int.}} \propto I_{\text{ges}} (1 \pm 2 \cos(\phi) \sin(\phi)).$$

Damit liegt dem Kontrast auch eine ϕ -Abhängigkeit zugrunde:

$$V(\phi) \propto 2 \cos(\phi) \sin(\phi) = \sin(2\phi). \quad (2)$$

2.4 Brechungsindices von Gasen und Festkörpern

Brechungsindex von Gas Ähnlich wie Gläser können auch Gase Lichtwellen brechen und reflektieren (z.B. Fata Morgana). So haben sie einen Brechungsindex, der mit dem Gasdruck und der Temperatur skaliert. Im Vergleich zu einer Lichtwelle, die durch das Vakuum läuft, ergibt sich für die Lichtwelle in Gas eine Phasenverschiebung $\Delta\delta$. Somit lässt sich bei zwei Lichtwellen, von denen eine über die Länge L durch eine evakuierte Kammer läuft und die andere über die Länge L weiter durch das Gas verläuft, die Phasenverschiebung in Abhängigkeit des Brechungsindex n des Gases ausdrücken:

$$\Delta\delta = \frac{2\pi L}{\lambda_0} (n - 1).$$

$L \hat{=}$ Länge der Kammer, $\lambda_0 \hat{=}$ Vakuum-Wellenlänge, $n \hat{=}$ Brechungsindex des Gases

Die Anzahl der Interferenzmaxima in einem Intervall verschiedener Phasenverschiebungen $\Delta\delta$ berechnet sich wie folgt:

$$M = \frac{\Delta\delta}{2\pi} \Rightarrow M = \frac{L(n-1)}{\lambda_0} \Leftrightarrow n = \frac{M\lambda_0}{L} + 1. \quad (3)$$

Der Brechungsindex ist über das Lorentz-Lorenz-Gesetz mit dem Druck und der Temperatur des Gases verbunden und kann über eine Taylorentwicklung um $n \approx 1$ wie folgt genähert werden:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{Ap}{RT} \approx \frac{2}{3}(n - 1) + \mathcal{O}(n^2) \Leftrightarrow n(p) \approx \frac{3Ap}{2RT} + 1. \quad (4)$$

$A \hat{=}$ Refraktivität, R = universelle Gaskonstante, $T \hat{=}$ Temperatur

Brechungsindex von Glas Wird ein Lichtstrahl durch eine planparallele Platte geschickt, wird er zweimal um den gleichen Winkel in gegensätzliche Richtungen gebrochen und behält so global seine Ausbreitungsrichtung bei, wird jedoch seitlich verschoben. Die Brechung ist abhängig vom Drehwinkel θ . Läuft ein Teilstrahl durch eine planparallele Platte, und ein zweiter Teilstrahl nicht, ergibt sich eine Phasenverschiebung zwischen den beiden Strahlen:

$$\Delta\delta = \frac{2\pi T}{\lambda_0} \left[\frac{n-1}{2n} \theta^2 + \mathcal{O}(\theta^4) \right].$$

Im Falle dieses Versuchs sind es zwei um konstant $\theta_0 = 20^\circ$ gegeneinander gekippte Glasplatten, die um den Drehwinkel θ gedreht werden. Die Interferenzmaxima über einen Winkelbereich liegen bei

$$M = 2 \cdot \frac{\Delta\delta}{2\pi} = 2 \cdot \frac{T}{\lambda_0} \frac{n-1}{2n} \left(\left(\theta + \frac{\theta_0}{2} \right)^2 - \left(\theta - \frac{\theta_0}{2} \right)^2 \right).$$

Nach $n(\theta)$ umgestellt ergibt sich

$$n(\theta) = \frac{2 \frac{T}{\lambda_0} \theta_0 \theta}{2 \frac{T}{\lambda_0} \theta_0 \theta - M} = \frac{1}{1 - \frac{M\lambda_0}{2T\theta_0\theta}} \quad (5)$$

3 Aufbau und Durchführung des Versuchs

3.1 Grundsätzliches Konzept des Aufbaus

Der grundsätzliche Aufbau des Interferometers ist in Abbildung 3 dargestellt. Der **Helium-Neon-Laser** gibt einen monochromatischen, roten Laserstrahl mit der Wellenlänge $\lambda = 632,990 \text{ nm}$ [4] aus. Über zwei Spiegel wird der Strahl durch einen **linearen Polarisationsfilter** zum PBSC (eng. *Polarising Beam Splitter Cube*) umgelenkt (Abb. 5a). Der PBSC (Abb. 4) ist ein Würfel, der durch eine dielektrische Schicht diagonal in zwei Prismen geteilt wird. Die s-polarisierte Komponente des Laserstrahls wird am Dielektrikum reflektiert, die p-polarisierte Komponente wird transmittiert. Die verschie-

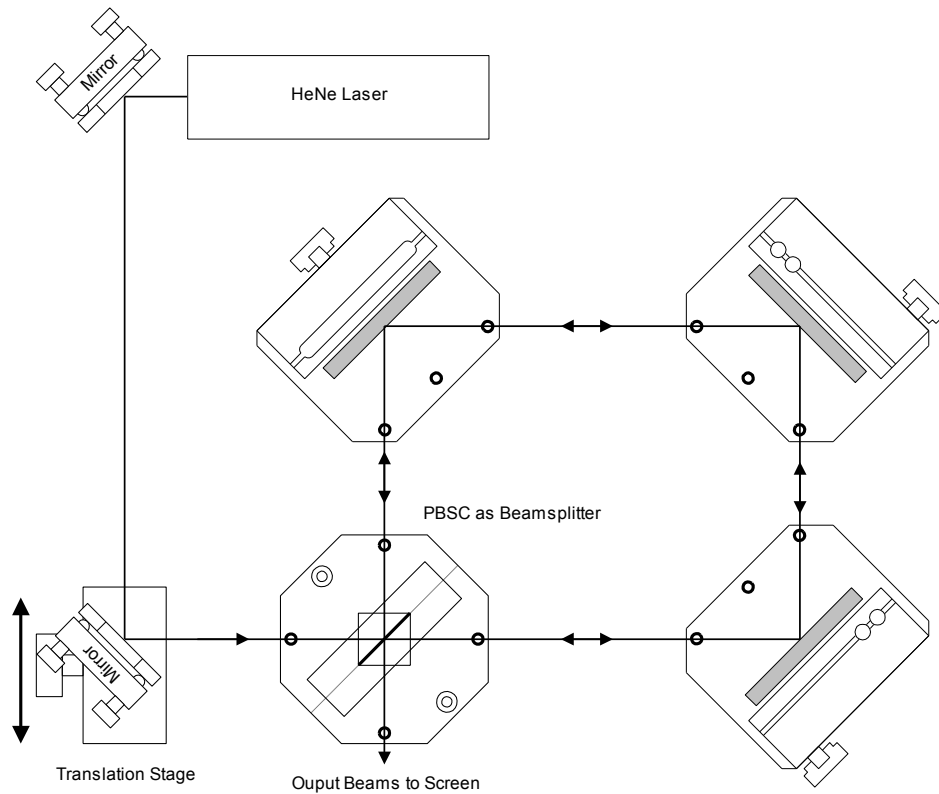


Abb. 3: Der konzeptionelle Aufbau des Interferometers [3].

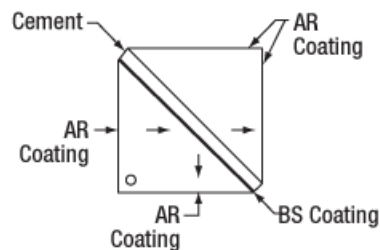
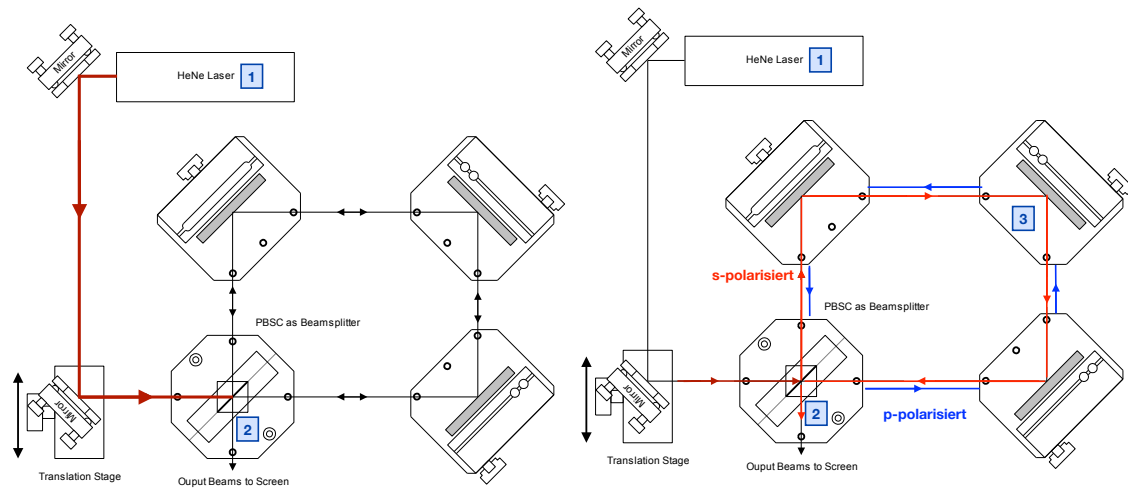


Abb. 4: Prinzip eines *Polarising Beam Splitter Cube* [5].

den polarisierten Teilstrahlen durchlaufen den Spiegelaufbau des Interferometers nun in gegensätzliche Richtungen (Abb. 5b). Die polarisierten Teilstrahlen werden beim zweiten Durchgang durch den PBSC wieder zu einem Strahl vereinigt. Wird der zweite Spiegel im justierten Aufbau senkrecht zum ersten Polarisationsfilter verschoben, werden die beiden gegenläufigen Strahlen im Interferometer durch die Geometrie des Aufbaus getrennt, laufen aber trotzdem am Ende wieder zu einem Strahl zusammen (Abb. 6). Nach dem Durchgang durch das Interferometer wird, je nach Messung, der Strahl direkt auf einem Schirm abgefangen, oder er läuft weiter durch einen zweiten PBSC, der beide



(a) Strahlengang bis zum PBSC ([3], modifiziert).

(b) Strahlengänge der verschiedenen Polarisationen bis zum Ausgang des Interferometers ([3], modifiziert).

Zur Veranschaulichung sind die richtungsweisenden Pfeile der beiden Polarisationen nicht überlappend dargestellt, in Realität und bei optimaler Justage verlaufen beide Strahlengänge zunächst auf der gleichen Linie.

Polarisationen erneut separiert und auf zwei Photodioden projiziert.

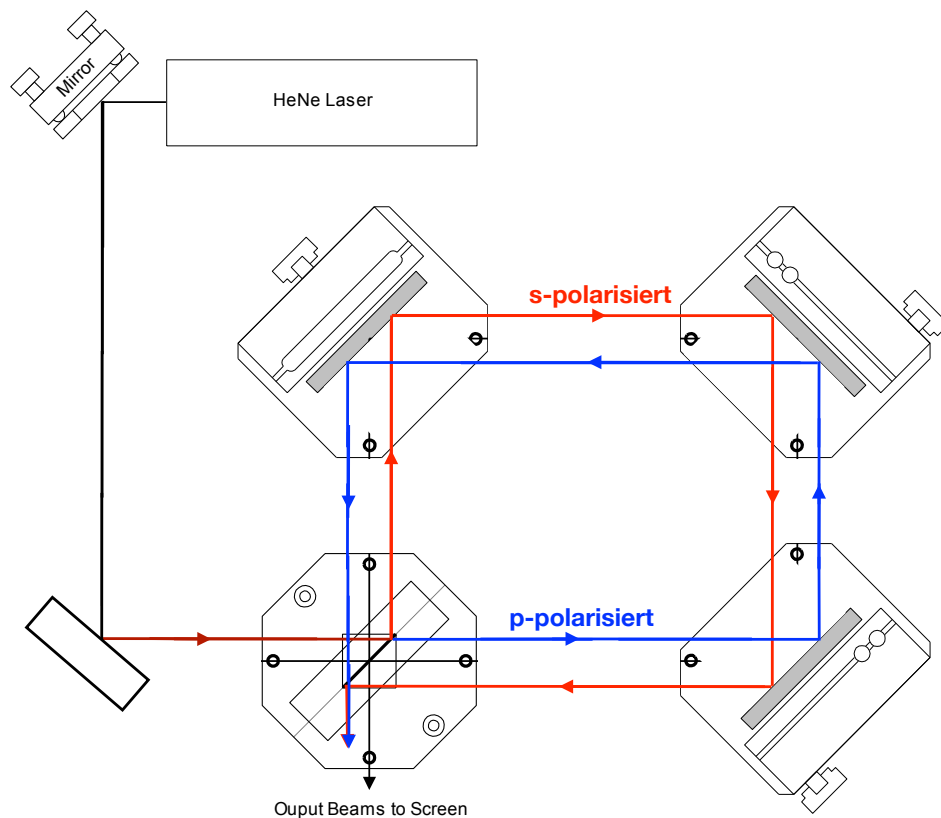


Abb. 6: Strahlengang der separierten Teilstrahlen im Sagnac-Interferometer ([3], modifiziert).

3.2 Durchführung

Justage Zur Justage wird der Strahlengang des Lasers zwischen den einzelnen Komponenten des Interferometers mit zwei Justageplatten (Platten mit Bohrung auf Höhe des Lasers) überprüft. Direkt hinter dem PBSC wird einer der beiden Teilstrahlen unterbrochen, während der Strahlengang des anderen Teilstrahls untersucht wird. Zunächst wird die Ausrichtung und Höhe der Komponenten auf der Bodenplatte angepasst und die Komponenten werden fest geschraubt, so dass der Laser die Bohrungen in etwa trifft. Anschließend wird der genauere Strahlengang verbessert, indem die Spiegel mit Justageschrauben leicht verkippt werden. Trifft der Laser genau durch die Bohrung der Justageplatte, wird der nächste Abschnitt des Strahls überprüft. So wird die Intensität des Lasers am 'Ausgang' des Interferometers maximiert.

Nach dem PBSC wird ein zweiter Polarisationsfilter in den Strahlengang eingebaut. Hinter dem zweiten Polarisationsfilter wird der Laserpunkt auf einem Schirm dargestellt. Hier ist nun ein Punkt mit einem Interferenzmuster aus Linien zu sehen. Mit den Justageschrauben an den Spiegeln wird nun eine Feineinstellung vorgenommen, wobei die Linien aus dem Bild entfernt werden sollen. Nun ist das Interferometer justiert.

Kontrastmessung Der zweite Polarisationsfilter wird aus dem Strahlengang entfernt, und der Strahlengang endet in einer Photodiode, die wiederum an ein Multimeter geschlossen ist. Zur Messung des Kontrastes des Interferometers wird die Polarisation des in den PBSC eingehenden Strahls variiert. Der Polarisationsfilter wird 15 °-Schritten um insgesamt 180 ° gedreht. Mithilfe der Glasplatten, deren Brechungsindex im späteren Versuchsablauf vermessen werden soll, werden durch Verdrehung der Platten im Strahlengang je das Minimum (I_{min}) und das Maximum (I_{max}) der Intensität gesucht und notiert. Diese Messung wird drei Mal wiederholt.

Messung des Brechungsindex von Glas Das Multimeter wird von der Diode abgekoppelt. Beide Dioden werden an ein elektronisches Zählwerk geschlossen. Dieses gibt über einen Operationsverstärker zunächst die Differenzspannung der beiden Dioden aus. Das eigentliche Zählwerk zählt die Nulldurchgänge der Differenzspannung. Die Glasplatten in den Teilstrahlen lassen sich um insgesamt 11 ° verdrehen. Bei fortlaufender Verdrehung durchläuft die Differenzspannung mehrmals die Nulllinie. Die Nulldurchgänge werden vom Zählwerk notiert. Diese Messung wird zehn Mal wiederholt.

Messung des Brechungsindex von Luft Die Glasplatten werden aus dem Strahlengang entfernt. Eine Gaszelle wird in den Strahlengang eingebracht und mithilfe einer Pumpe evakuiert. Anschließend wird der Druck in der Zelle in 50 mbar-Schritten erhöht. Die Nulldurchgänge während des Einlassens des Gases werden mit dem Zählwerk gezählt.

4 Auswertung

4.1 Messung des Kontrasts

Zur Bestimmung des Kontrastes des Interferometers wird ein Laser mit einer Wellenlänge von $\lambda = 623,99 \text{ nm}$ verwendet. Aus den in Tabelle 1 zu sehenden Werten wird der Kontrast

$$K_{\text{exp}} = \frac{U_{\text{Max}} - U_{\text{Min}}}{U_{\text{Max}} + U_{\text{Min}}} \quad (6)$$

berechnet.

Tab. 1: Aufgenommene Messwerte zur Messung des Kontrastes.

$Winkel / ^\circ$	U_{\max} / mV	U_{\min} / mV
0	1,12	0,90
15	2,10	0,73
30	2,90	0,33
45	3,45	0,15
60	2,94	0,25
75	1,98	0,69
90	1,16	0,98
105	1,25	0,39
120	1,02	0,08
135	0,89	0,03
150	0,82	0,20
165	0,88	0,38
180	1,03	0,86

Die daraus erhaltenen Daten werden dann, wie in Abbildung 7 zu sehen ist, an die Funktion

$$K = A \cdot |\sin(2 \cdot \phi - \delta)| \quad (7)$$

($A, \delta \hat{=}$ Fitparameter)

gefittet.

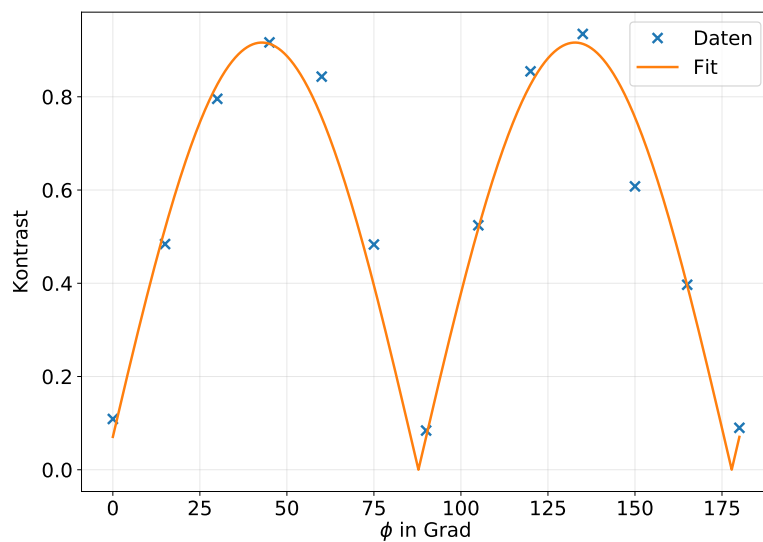


Abb. 7: Messwerte für den winkelabhängigen Verlauf des Kontrastes.

Es ergeben sich die folgenden Fit-Parameter:

$$A = -0,077 \pm 0.026 \quad (8)$$

$$\delta = 0,916 \pm 0.025 \quad (9)$$

4.2 Bestimmung des Brechungsindex von Glas

Die Bestimmung des Brechungsindex n für Glas erfolgt mit dem in Gleichung 5 aufgestellten Zusammenhang zwischen der Anzahl der Interferenzmaxima M und n . Bei einer Rotation um 11° und einer Wandstärke $T = 1 \text{ mm}$ wurden die in Tabelle 2 zu sehenden Anzahl an Interferenzmaxima gemessen.

Tab. 2: Gemessene Anzahl der Maxima M für Glas

Anzahl der Maxima M
39
36
37
36
37
36
37
38
38
41

Damit folgt für den Brechungsindex von Glas

$$n_{\text{Glas}} = 1,549 \pm 0,011. \quad (10)$$

4.3 Bestimmung des Brechungsindex von Luft

Mit der Gleichung 3 und den in Tabellen 3, 4 und 5 zu sehenden Messwerten lässt sich der Brechungsindex von Luft für jede Messreihe berechnen. Dabei beträgt die Länge der Gaszelle $L = 10 \text{ cm}$.

Tab. 3: Erste Messreihe zum Brechungsindex von Luft in 50 mbar Schritten.

<i>Druck</i> / mbar	<i>M1</i>	<i>n1</i>
50	2	1,01266 \pm 0,00001
100	4	1,02532 \pm 0,00003
150	7	1,04431 \pm 0,00004
200	8	1,05064 \pm 0,00005
250	10	1,06330 \pm 0,00006
300	12	1,07596 \pm 0,00008
350	14	1,08862 \pm 0,00009
400	16	1,10128 \pm 0,00010
450	19	1,12027 \pm 0,00012
500	24	1,15192 \pm 0,00015
550	25	1,15825 \pm 0,00016
600	28	1,17724 \pm 0,00018
650	30	1,18990 \pm 0,00019
700	32	1,20256 \pm 0,00020
750	35	1,22155 \pm 0,00022
800	38	1,24054 \pm 0,00024
850	40	1,25320 \pm 0,00025
900	42	1,26586 \pm 0,00027
950	44	1,27852 \pm 0,00028
1000	46	1,29118 \pm 0,00029

Tab. 4: Zweite Messreihe zum Brechungsindex von Luft in 50 mbar Schritten.

<i>Druck</i> / mbar	<i>M2</i>	<i>n2</i>
50	3	1,01899 \pm 0,00002
100	5	1,03165 \pm 0,00003
150	7	1,04431 \pm 0,00004
200	9	1,05697 \pm 0,00006
250	13	1,08229 \pm 0,00008
300	15	1,09495 \pm 0,00009
350	17	1,10761 \pm 0,00011
400	19	1,12027 \pm 0,00012
450	21	1,13293 \pm 0,00013
500	23	1,14559 \pm 0,00015
550	26	1,16458 \pm 0,00016
600	27	1,17091 \pm 0,00017
650	31	1,19623 \pm 0,00020
700	34	1,21522 \pm 0,00022
750	37	1,23421 \pm 0,00023
800	38	1,24054 \pm 0,00024
850	40	1,25320 \pm 0,00025
900	42	1,26586 \pm 0,00027
950	44	1,27852 \pm 0,00028
1000	47	1,29751 \pm 0,00030

Tab. 5: Dritte Messreihe zum Brechungsindex von Luft in 50 mbar Schritten.

<i>Druck</i> / mbar	<i>M3</i>	<i>n3</i>
50	2	1,01266 \pm 0,00001
100	4	1,02532 \pm 0,00003
150	6	1,03798 \pm 0,00004
200	12	1,07596 \pm 0,00008
250	17	1,10761 \pm 0,00011
300	19	1,12027 \pm 0,00012
350	21	1,13293 \pm 0,00013
400	23	1,14559 \pm 0,00015
450	28	1,17724 \pm 0,00018
500	28	1,17724 \pm 0,00018
550	29	1,18357 \pm 0,00018
600	32	1,20256 \pm 0,00020
650	34	1,21522 \pm 0,00022
700	36	1,22788 \pm 0,00023
750	36	1,22788 \pm 0,00023
800	41	1,25953 \pm 0,00026
850	43	1,27219 \pm 0,00027
900	47	1,29751 \pm 0,00030
950	51	1,32282 \pm 0,00032
1000	54	1,34181 \pm 0,00034

Für jede dieser Messreihen lässt sich ein Mittelwert \bar{n}_i für den Brechungsindex bestimmen:

$$\bar{n}_1 = 1,15065 \pm 0,00015 \quad (11)$$

$$\bar{n}_2 = 1,15761 \pm 0,00016 \quad (12)$$

$$\bar{n}_3 = 1,17819 \pm 0,00018 \quad (13)$$

Insgesamt folgt damit ein Mittelwert \bar{n} von

$$\bar{n} = 1,16215 \pm 0,00016 \quad (14)$$

4.4 Diskussion

Bei dem in Abbildung 7 ist deutlich eine $|\sin(2\phi)|$ - Abhängigkeit zu erkennen. Dabei liegen auch alle Messwerte nahe der Kurve. Zusätzlich sind auch die erwarteten Maxima bei 45° und 13° deutlich zu erkennen.

Die Untersuchung des Brechungsindex für Glas ergab einen Brechungsindex von

$$n_{\text{Glas}} = 1,549 \pm 0,011. \quad (15)$$

Dies entspricht einer Abweichung von 3,26% vom Literaturwert von $n_{\text{Glas}} = 1,5$ und liegt somit innerhalb der Messungenauigkeiten.

Daher liegt der gemessene Wirkungsquerschnitt von Luft bei

$$\bar{n}_{\text{Luft}} = 1,16215 \pm 0,00016, \quad (16)$$

was einer Abweichung von 16% entspricht zum Literaturwert von $n_{\text{Luft}} = 1$. entspricht. Dies kann mehrere Ursachen haben. Zu einem ist diese Abweichung durch einen defekten Zähler zu erklären, da bereits während der Messung die Anzahl der gemessenen Maxima bei konstantem Druck schlagartig stieg. Zum anderen sind eventuelle Verunreinigungen innerhalb der Röhre nicht auszuschließen.

Literatur

- [1] M. Buskühl. „Infrarotellipsometrische Untersuchungen zur Oberflächenverstärkten Infrarotabsorption. SEIRA – Surface Enhanced Infrared Absorption“. Dissertation. Humboldt-Universität zu Berlin, 2003.
- [2] Edmund Optics. Introduction to Polarization. 2018. URL: <https://www.edmundoptics.de/knowledge-center/application-notes/optics/introduction-to-polarization/>.
- [3] Inc. TeachSpin. TeachSpin's Modern Interferometry. A Conceptual Introduction to the Experiment. 2017. URL: <https://drive.google.com/file/d/0B1nZP55TUGJMN1VyUWhFT0tnVDg/view,%20https://www.teachspin.com/modern-interferometry>.
- [4] TU Dortmund. In: Versuchsanleitung V64 - Moderne Interferometrie.
- [5] Inc. Thorlabs. Broadband Polarizing Beamsplitter Cubes. 2020. URL: https://www.thorlabs.de/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=739.