FP

Käsekuchenmuffins

Katharina Brägelmann
Tobias Janßen

katharina.braegelmann@tu-dortmund.de, tobias2.janssen@tu-dortmund.de
Durchführung: 09. November 2018, Abgabe: 10. November 2018

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Hier könnte Ihre Werbung stehen.

2 Theorie

Ein Atom hat diskrete Energieniveaus, auf denen sich die Hüllenelektronen befinden. Die Verteilung der Elektronen erfolgt bei den äußeren Hüllenelektronen statistisch nach Boltzmann. Die Besetzungszahlen N_1, N_2 zweier Niveaus mit der statistischen Gewichtung g_1, g_2 liegen in folgendem Zusammenhang:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp\left(-\frac{W_2}{k_\mathrm{B}}\right)}{g_1 \exp\left(-\frac{W_1}{k_\mathrm{B}}\right)}.$$

Das Prinzip des optischen Pumpens besetzt die Niveaus entgegen dieser thermischen Verteilung.
Der Landé-Faktor g ist eine Materialeigenschaft, die zur Stoff- und Isotopenbestimmung benutzt werden kann. Das Bohr'sche Magneton ist der Betrag des magnetischem Momentes $\vec{\mu}$ eines Elektrons mit Bahndrehimpuls $L = 1$. Der Landé-Faktor ist ein Verhältnisfaktor für die magnetischen Momente des Spins $\vec{S}$, des Bahndrehimpulses $\vec{L}$, des Gesamtdrehimpulses $\vec{J}$, etc. zum Bohr'schen Magneton μ_B: Das magnetische Moment zu dem Spin $\vec{S}$ sieht wie folgt aus:

$$\vec{\mu_\mathrm{S}} = -g_\mathrm{S}\mu_\mathrm{B}\vec{S} \qquad \text{mit} \qquad |\vec{\mu_\mathrm{S}}| = g_\mathrm{S}\mu_\mathrm{B}\sqrt{S(S+1)}.$$

Entsprechend ist das magnetische Moment des Bahndrehimpuls $\vec{L}$

$$\vec{\mu_\mathrm{L}} = -\mu_\mathrm{B}\vec{L} \qquad \text{mit} \qquad |\vec{\mu_\mathrm{L}}| = \mu_\mathrm{B}\sqrt{L(L+1)}.$$

Die Kopplung von Spin und Bahndrehimpuls ergibt den Gesamtdrehimpuls $\vec{J}$ und das zugehörige magnetische Moment $\vec{\mu_\mathrm{J}}$:

$$\vec{\mu_\mathrm{J}} = \vec{\mu_\mathrm{S}} + \vec{\mu_\mathrm{L}} = -g_\mathrm{J}\mu_\mathrm{B}\vec{J} \qquad \text{mit} \qquad |\vec{\mu_\mathrm{J}}| = g_\mathrm{J}\mu_\mathrm{B}\sqrt{J(J+1)}.$$

Nur das magnetische Moment $|\vec{\mu_\mathrm{J}}|$ in Richtung von $\vec{J}$ hat schlussendlich einen Effekt, da $\vec{J}$ eine Präzessionsbewegung vollführt (Abb. 1). Die Winkelbeziehung in $|\vec{\mu_\mathrm{J}}|$ lässt sich aus Abbildung 1 erkennen. Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned} |\vec{\mu_\mathrm{J}}| &= |\mu_\mathrm{S}|\cos(\alpha) + |\mu_\mathrm{L}|\cos(\beta) \\ \Leftrightarrow \quad g_\mathrm{J}\mu_\mathrm{B}\sqrt{J(J+1)} &= g_\mathrm{S}\mu_\mathrm{B}\sqrt{S(S+1)}\cos(\alpha) + \mu_\mathrm{B}\sqrt{L(L+1)}\cos(\beta) \end{aligned}$$

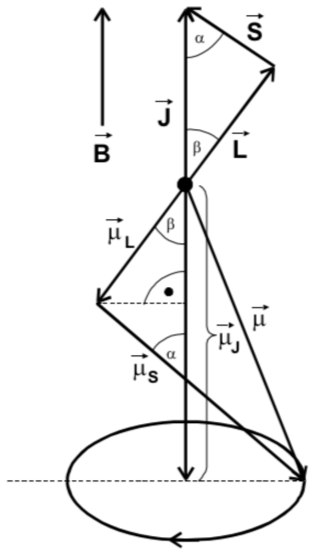

Abbildung 1: Darstellung der verschiedenen magnetischen Momente von Spin, Bahndrehimpuls und Gesamtdrehimpuls [**1**]

Für die Winkel lässt sich aufstellen:

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{S}|^2 - |\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2}{2|\vec{L}||\vec{J}|^2}$$

$$\cos(\beta) = \frac{-|\vec{S}|^2 + |\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2}{2|\vec{S}||\vec{J}|^2}.$$

Schlussendlich ergibt sich:

$$g_\mathrm{J} = \frac{(g_\mathrm{S}+1)\,J\,(J+1) + (g_\mathrm{S}-1)\,[S\,(S+1) - L\,(L-1)]}{2J\,(J+1)}. \tag{1}$$

Der Zeemaneffekt beschreibt die Aufspaltung der vorhandenen Energieniveaus durch ein äußeres Magnetfeld. Die magnetischen Momente wechselwirken mit dem äußeren Magnetfeld $\vec{B}$ und es haben nur die Beiträge entlang der $\vec{J}$-Achse einen Effekt. Durch die Richtungsquantelung ist die Wechselwirkungsenergie E_mag ein ganzzahliges Vielfaches M_J von $g_\mathrm{J}\mu_\mathrm{B}B$:

$$E_\mathrm{Zeeman} = -\vec{\mu}_\mathrm{J}\vec{B} \Leftarrow E_\mathrm{Zeeman} = M_\mathrm{J} g_\mathrm{J} \mu_\mathrm{B} B. \tag{2}$$

Der Kernspin $\vec{I}$ entspricht dem Eigendrehimpuls des Atomkerns und führt zur Aufspaltung der Energieniveaus im Rahmen der Hyperfeinstruktur. Die Hyperfeinstruktur wird durch den Zeemaneffekt weiter aufgespalten (Abb. 2). Der Gesamtdrehimpuls $\vec{J}$ des Elektrons

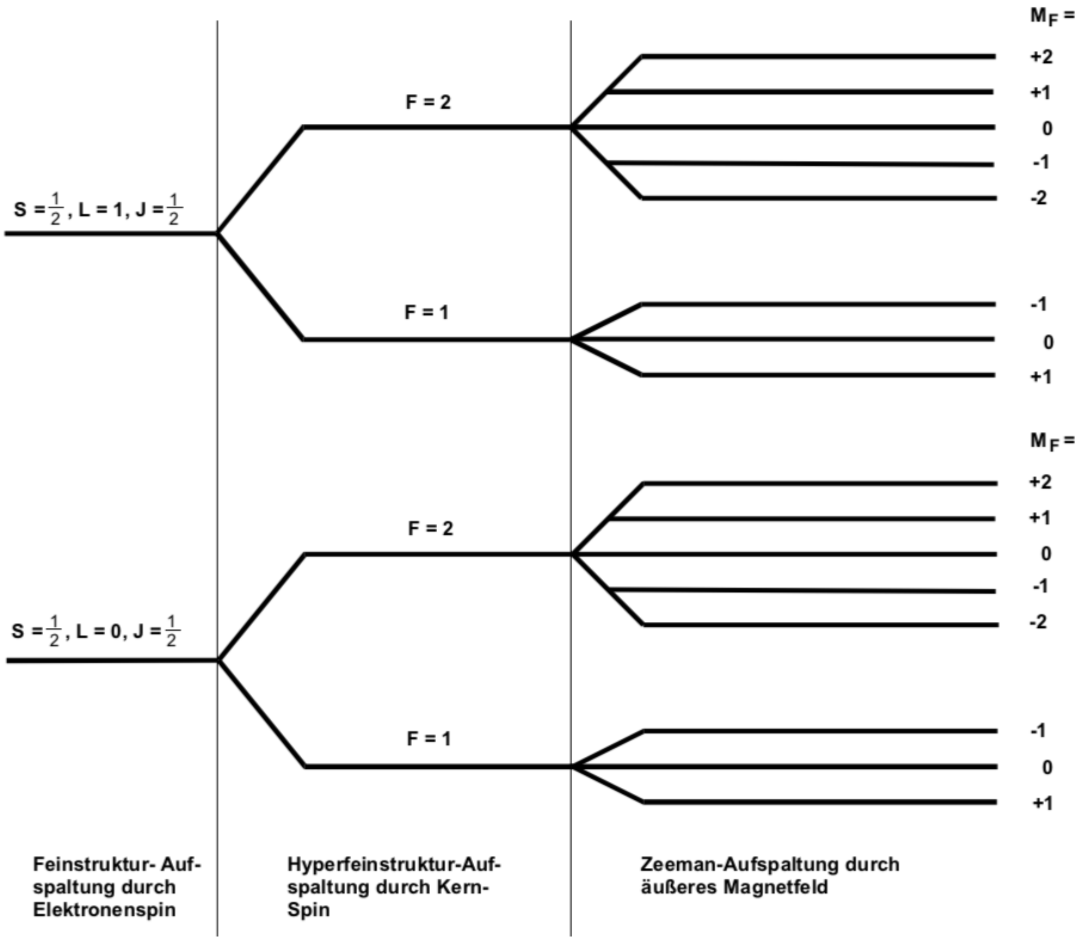

Abbildung 2: Darstellung der Aufspaltung der Energieniveaus durch die Hyperfeinstruktur und den Zeemaneffekt [**1**]

und der Kernspin $\vec{I}$ koppeln zu dem Gesamtdrehimpuls $\vec{F}$ des Atoms:

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \qquad \textit{mit} \qquad |\vec{\mu_{\mathrm{F}}}| = g_{\mathrm{F}}\mu_{\mathrm{B}}\sqrt{F(F+1)}.$$

Der Kernspin beeinflusst auch den Landé-Faktor g_{F}, der sich nun wie folgt berechnet:

$$\mu_{\mathrm{F}} = g_{\mathrm{F}}\mu_{\mathrm{B}}\frac{F(F+1)+J(J+1)-I(I+1)}{2\sqrt{F(F+1)}} \tag{3}$$

Idee des optischen Pumpens
- Übergänge der Elektronen auf den Energieniveaus durch Anregung
- um bestimmte Übergänge zu produzieren, bestimmtes Spektrallicht einstrahlen (D_1-Licht)
— Anregung/Quantensprünge $E_2 - E_1 = h\nu$

- um GANZ bestimmte Übergänge zu produzieren, bestimmtes polarisiertes Licht einstrahlen (σ^+-Licht)
——- Auswahlregeln
- angeregte Zustände fallen in alle Grundzustände zurück
- σ^+ pumpt (über die genannten Umwege) die Elektronen aus dem niedrigerem Grundzustand in den höheren Grundzustand

Optisches Pumpen + Aufbau
- zunächst sind alle Anregungen möglich, da die Elektronen noch auf allen Niveaus vorhanden sind
- das Licht wird also vollständig absorbiert
- mit der Zeit werden die Elektronen in einem Energieniveau gesammelt
- es sind keine Absorptionen möglich
- das Gas wird zunehmend transparent

Emission
- spontane Emission: Elektron fällt von alleine zurück (statistisch)
— Wahrscheinlich bei hohen Frequenzen des RF-Felds
- induzierte Emission: Elektron fällt zurück entlang der Energie der eingestrahlten Photonen (RF-Quanten)
— Wahrscheinlich bei niedrigen Frequenzen des RF-Felds
- induzierte Emission bei 'Resonanzstelle' (passendes RF-Feld mit der richtigen Energie für induzierte Emission)

$$h\nu = g_{\mathrm{J}}\mu_{\mathrm{B}}\Delta M_{\mathrm{J}}B_{\mathrm{m}} \Leftrightarrow B_{\mathrm{m}} = \frac{4\pi m_0}{e_0 g_{\mathrm{J}}}\nu \tag{4}$$

Optisches Pumpen + Kernspin
- Energie der Spektrallinie überdeckt alle Hyperfeinstrukturen und Zeemaneffekt
- σ^+-Licht lässt nur $\Delta M_{\mathrm{F}} = +1$ zu, also sammeln sich die Elektronen bei $^2S_{1/2}, F = 2, M_{\mathrm{F}} = +2$

Quadratischer Zeemaneffekt/Breit-Rabi-Formel
- große B-Felder
- Wechselwirkung Spin-Bahn-Kopplung
- Wechselwirkung magnetische Momente

$$U_{\mathrm{HF}} = g_{\mathrm{F}}\mu_{\mathrm{B}}B + g_{\mathrm{F}}^2\mu_{\mathrm{B}}^2B^2\frac{(1-2M_{\mathrm{F}})}{\Delta E_{\mathrm{HF}}} \tag{5}$$

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau der Messapparatur

- Spektrallampe
- Sammelline/Kollimator
- D_1-Interferenzfilter
- Polarisationsfilter + $\lambda/4$-Platte
- Dampfzelle
— Heizer
- Helmholtzspulenpaare
— Vertikalfeld
— Horizontalfeld
— Sweepfeld
— RF-Feld mit Frequenzgenerator (Sinusspannung)
- Kollimator
- Photodiode
- Verstärker
- Oszilloskop

3.2 Vorbereitung

- Intensitätsmaximum der optischen Elemente auf die Photodiode bringen
- Ausrichten des Tisches mit der Messapparatur
- Vertikalfeld erhöhen bis der Peak auf dem Oszilloskop möglichst schmal ist

3.3 Messung der Resonanzstellen

- RF-Frequenz setzen ($\nu = 100 - 1000 kHz$)
- B-Feld der Sweep-Spule erhöhen, um Resonanzstelle des B-Felds zu finden
- B-Feld propotional zu den Umdrehungen des verwendeten Potentiometers, Strom durch Potentiometerumdrehungen ablesen
- Horizontalfeld ebenfalls erhöhen um Resonanzstellen ins Bild des Oszilloskop zu bringen
- Frequenz, Umdrehung Sweep-Spule für beide Isotope, Umdrehung Horizontalfeldspule für beide Isotope notieren

4 Auswertung

Hier könnte ihre Werbung stehen.

5 Diskussion

Hier könnte Ihre Werbung stehen.