Käsekuchenmuffins

Katharina Brägelmann Tobias Janßen

katharina.braegelmann@tu-dortmund.de, tobias2.janssen@tu-dortmund.de Durchführung: 09. November 2018, Abgabe: 10. November 2018

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Hier könnte Ihre Werbung stehen.

2 Theorie

Ein Atom hat diskrete Energieniveaus, auf denen sich die Hüllenelektronen befinden. Die Verteilung der Elektronen erfolgt bei den äußeren Hüllenelektronen statistisch nach Boltzmann. Die Besetzungszahlen N_1, N_2 zweier Niveaus mit der statistischen Gewichtung g_1, g_2 liegen in folgendem Zusammenhang:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp\left(-\frac{W_2}{k_{\mathrm{B}}}\right)}{g_1 \exp\left(-\frac{W_1}{k_{\mathrm{B}}}\right)}.$$

Das Prinzip des optischen Pumpens besetzt die Niveaus entgegen dieser thermischen Verteilung.

Der Landé-Faktor g ist eine Materialeigenschaft, die zur Stoff- und Isotopenbestimmung benutzt werden kann. Das Bohr'sche Magneton ist der Betrag des magnetischem Momentes $\vec{\mu}$ eines Elektrons mit Bahndrehimpuls L=1. Der Landé-Faktor ist ein Verhältnisfaktor für die magnetischen Momente des Spins \vec{S} , des Bahndrehimpulses \vec{L} , des Gesamtdrehimpulses \vec{J} , etc. zum Bohr'schen Magneton $\mu_{\rm B}$: Das magnetische Moment zu dem Spin \vec{S} sieht wie folgt aus:

$$\vec{\mu_{\rm S}} = -g_{\rm S}\mu_{\rm B}\vec{S}$$
 mit $|\vec{\mu_{\rm S}}| = g_{\rm S}\mu_{\rm B}\sqrt{S(S+1)}$.

Entsprechend ist das magnetische Moment des Bahndrehimpuls \vec{L}

$$\vec{\mu_{\rm L}} = -\mu_{\rm B} \vec{L} \qquad \qquad {\rm mit} \qquad \qquad |\vec{\mu_{\rm L}}| = \mu_{\rm B} \sqrt{L(L+1)}. \label{eq:muL}$$

Die Kopplung von Spin und Bahndrehimpuls ergibt den Gesamtdrehimpuls \vec{J} und das zugehörige magnetische Moment $\vec{\mu_1}$:

$$\vec{\mu}_{\rm J} = \vec{\mu}_{\rm S} + \vec{\mu}_{\rm L} = -g_{\rm J}\mu_{\rm B}\vec{J}$$
 mit $|\vec{\mu}_{\rm J}| = g_{\rm J}\mu_{\rm B}\sqrt{J(J+1)}$.

Nur das magnetische Moment $|\vec{\mu_J}|$ in Richtung von \vec{J} hat schlussendlich einen Effekt, da \vec{J} eine Präzessionsbewegung vollführt (Abb. ??). Die Winkelbeziehung in $|\vec{\mu_J}|$ lässt sich aus Abbildung ?? erkennen. Damit ergibt sich:

$$\begin{split} |\vec{\mu_{\rm J}}| &= & |\mu_{\rm S}|\cos{(\alpha)} + & |\mu_{\rm L}|\cos{(\beta)} \\ \Leftrightarrow & g_{\rm J}\mu_{\rm B}\sqrt{J(J+1)} = & g_{\rm S}\mu_{\rm B}\sqrt{S(S+1)}\cos{(\alpha)} + & \mu_{\rm B}\sqrt{L(L+1)}\cos{(\beta)} \end{split}$$

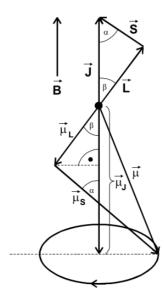


Abbildung 1: Darstellung der verschiedenen magnetischen Momente von Spin, Bahndrehimpuls und Gesamtdrehimpuls [1]

Für die Winkel lässt sich aufstellen:

$$\begin{split} \cos{(\alpha)} &= & \frac{|\vec{S}|^2 - |\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2}{2|\vec{L}||\vec{J}|^2} \\ \cos{(\beta)} &= & \frac{-|\vec{S}|^2 + |\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2}{2|\vec{S}||\vec{J}|^2}. \end{split}$$

Schlussendlich ergibt sich:

$$g_{\rm J} = \frac{(g_{\rm S}+1)J(J+1) + (g_{\rm S}-1)[S(S+1) - L(L-1)]}{2J(J+1)}. \tag{1}$$

Der Zeemaneffekt beschreibt die Aufspaltung der vorhandenen Energieniveaus durch ein äußeres Magnetfeld. Die magnetischen Momente wechselwirken mit dem äußeren Magnetfeld \vec{B} und es haben nur die Beiträge entlang der \vec{J} -Achse einen Effekt. Durch die Richtungsquantelung ist die Wechselwirkungsenergie $E_{\rm mag}$ ein ganzzahliges Vielfaches $M_{\rm J}$ von $g_{\rm J}\mu_{\rm B}B$:

$$E_{\text{Zeeman}} = -\vec{\mu_{\text{J}}}\vec{B} \Leftarrow E_{\text{Zeeman}} = M_{\text{J}}g_{\text{J}}\mu_{\text{B}}B.$$
 (2)

Der Kernspin \vec{I} entspricht dem Eigendrehimpuls des Atomkerns und führt zur Aufspaltung der Energieniveaus im Rahmen der Hyperfeinstruktur. Die Hyperfeinstruktur wird durch den Zeemaneffekt weiter aufgespalten (Abb. ??). Der Gesamtdrehimpuls \vec{J} des Elektrons

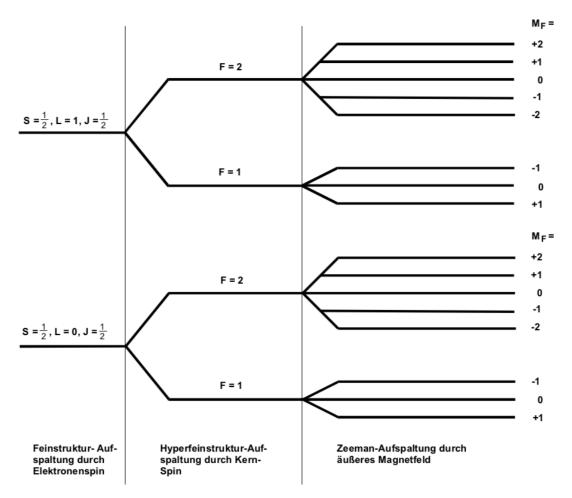


Abbildung 2: Darstellung der Aufspaltung der Energienive
aus durch die Hyperfeinstruktur und den Zeemaneffekt
 $[\mathbf{1}]$

und der Kernspin \vec{I} koppeln zu dem Gesamtdrehimpuls \vec{F} des Atoms:

$$ec{F} = ec{J} + ec{I}$$
 mit $|ec{\mu_{
m F}}| = g_{
m F} \mu_{
m B} \sqrt{F(F+1)}$.

Der Kernspin beeinflusst auch den Landé-Faktor $g_{\rm F},$ der sich nun wie folgt berechnet:

$$\mu_{\rm F} = g_{\rm F} \mu_{\rm B} \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2\sqrt{F(F+1)}}$$
 (3)

Optisches Pumpen + Aufbau

- zunächst sind alle Anregungen möglich, da die Elektronen noch auf allen Niveaus vorhanden sind
- das Licht wird also vollständig absorbiert

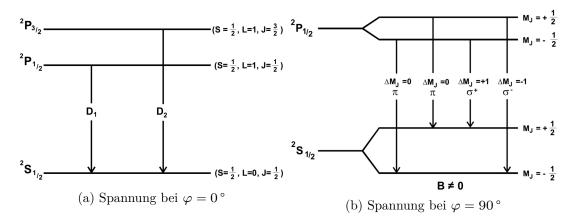


Abbildung 3: Spannungsverläufe an dem Mischer

- mit der Zeit werden die Elektronen in einem Energieniveau gesammelt
- es sind keine Absorptionen möglich
- das Gas wird zunehmend transparent

Emission

- spontane Emission: Elektron fällt von alleine zurück (statistisch)
- Wahrscheinlich bei hohen Frequenzen des RF-Felds
- induzierte Emission: Elektron fällt zurück entlang der Energie der eingestrahlten Photonen (RF-Quanten)
- Wahrscheinlich bei niedrigen Frequenzen des RF-Felds
- induzierte Emission bei 'Resonanzstelle' (passendes RF-Feld mit der richtigen Energie für induzierte Emission)

$$h\nu = g_{\rm J}\mu_{\rm B}\Delta M_{\rm J}B_{\rm m} \Leftrightarrow B_{\rm m} = \frac{4\pi m_0}{e_0 g_{\rm J}}\nu \tag{4}$$

Optisches Pumpen + Kernspin

- Energie der Spektrallinie überdeckt alle Hyperfeinstrukturen und Zeemaneffekt
- σ^+ -Licht lässt nur $\Delta M_{\rm F}=+1$ zu, also sammeln sich die Elektronen bei $^2S_{1/2}, F=2, M_{\rm F}=+2$

Quadratischer Zeemaneffekt/Breit-Rabi-Formel

- große B-Felder
- Wechselwirkung Spin-Bahn-Kopplung
- Wechselwirkung magnetische Momente

$$U_{\rm HF} = g_{\rm F} \mu_{\rm B} B + g_{\rm F}^2 \mu_{\rm B}^2 B^2 \frac{(1 - 2M_{\rm F})}{\Delta E_{\rm HF}}$$
 (5)

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau der Messapparatur

- Spektrallampe
- Sammelline/Kollimator
- D_1 -Interferenzfilter
- Polarisationsfilter + $\lambda/4$ -Platte
- Dampfzelle
- Heizer
- Helmholtzspulenpaare
- Vertikalfeld
- Horizontalfeld
- Sweepfeld
- RF-Feld mit Frequenzgenerator (Sinusspannung)
- Kollimator
- Photodiode
- Verstärker
- Oszilloskop

3.2 Vorbereitung

- Intensitätsmaximum der optischen Elemente auf die Photodiode bringen
- Ausrichten des Tisches mit der Messapparatur
- Vertikalfeld erhöhen bis der Peak auf dem Oszilloskop möglichst schmal ist

3.3 Messung der Resonanzstellen

- RF-Frequenz setzen ($\nu = 100 1000kHz$)
- B-Feld der Sweep-Spule erhöhen, um Resonanzstelle des B-Felds zu finden
- B-Feld propotional zu den Umdrehungen des verwendeten Potentiometers, Strom durch Potentiometerumdrehungen ablesen
- Horizontalfeld ebenfalls erhöhen um Resonanzstellen ins Bild des Oszilloskop zu bringen
- Frequenz, Umdrehung Sweep-Spule für beide Isotope, Umdrehung Horizontalfeldspule für beide Isotope notieren

4 Auswertung

Hier könnte ihre Werbung stehen.

5 Diskussion

Hier könnte Ihre Werbung stehen.