

FP

# Optisches Pumpen

Katharina Brägelmann  
Tobias Janßen

katharina.braegelmann@tu-dortmund.de, tobias2.janssen@tu-dortmund.de  
Durchführung: 07. November 2018, Abgabe: ?? . November 2018

**Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>9</b>
3.1	Aufbau der Messapparatur . . . . .	9
3.2	Vorbereitung . . . . .	10
3.3	Messung der Resonanzstellen . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>12</b>
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>16</b>

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird mit dem Prinzip des optischen Pumpens die Hyperfeinstruktur und die Zeeman-Aufspaltung untersucht, indem passend polarisiertes Licht die Atome anregt und die Transparenz des Dampfes gemessen wird. Dabei werden die Landé-, der quadratische Zeeman-Effekt und der Kernspin berechnet. Dieses Verfahren lässt sich zur Materialbestimmung nutzen, da die Landé-Faktoren isotopenspezifisch sind.

## 2 Theorie

Ein Atom hat diskrete Energieniveaus, auf denen sich die Hüllenelektronen befinden. Die Verteilung der Elektronen erfolgt bei den äußeren Hüllenelektronen statistisch nach Boltzmann. Die Besetzungszahlen  $N_1, N_2$  zweier Niveaus mit der statistischen Gewichtung  $g_1, g_2$  liegen in folgendem Zusammenhang:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp\left(-\frac{W_2}{k_B}\right)}{g_1 \exp\left(-\frac{W_1}{k_B}\right)}.$$

Das Prinzip des optischen Pumpens besetzt die Niveaus entgegen dieser thermischen Verteilung.

Der Landé-Faktor  $g$  ist eine Materialeigenschaft, die zur Stoff- und Isotopenbestimmung benutzt werden kann. Das Bohr'sche Magneton ist der Betrag des magnetischen Momentes  $\vec{\mu}$  eines Elektrons mit Bahndrehimpuls  $L = 1$ . Der Landé-Faktor ist ein Verhältnisfaktor für die magnetischen Momente des Spins  $\vec{S}$ , des Bahndrehimpulses  $\vec{L}$ , des Gesamtdrehimpulses  $\vec{J}$ , etc. zum Bohr'schen Magneton  $\mu_B$ : Das magnetische Moment zu dem Spin  $\vec{S}$  sieht wie folgt aus:

$$\vec{\mu}_S = -g_S \mu_B \vec{S} \quad \text{mit} \quad |\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}.$$

Entsprechend ist das magnetische Moment des Bahndrehimpuls  $\vec{L}$

$$\vec{\mu}_L = -\mu_B \vec{L} \quad \text{mit} \quad |\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)}.$$

Die Kopplung von Spin und Bahndrehimpuls ergibt den Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  und das zugehörige magnetische Moment  $\vec{\mu}_J$ :

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_L = -g_J \mu_B \vec{J} \quad \text{mit} \quad |\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)}.$$

Nur das magnetische Moment  $|\vec{\mu}_J|$  in Richtung von  $\vec{J}$  hat schlussendlich einen Effekt, da  $\vec{J}$  eine Präzessionsbewegung vollführt (Abb. 1). Die Winkelbeziehung in  $|\vec{\mu}_J|$  lässt sich aus Abbildung 1 erkennen. Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned} |\vec{\mu}_J| &= |\mu_S| \cos(\alpha) + |\mu_L| \cos(\beta) \\ \Leftrightarrow g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} &= g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)} \cos(\alpha) + \mu_B \sqrt{L(L+1)} \cos(\beta) \end{aligned}$$

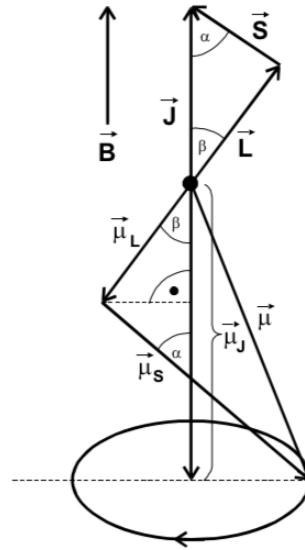


Abbildung 1: Darstellung der verschiedenen magnetischen Momente von Spin, Bahndrehimpuls und Gesamtdrehimpuls [1]

Für die Winkel lässt sich aufstellen:

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{S}|^2 - |\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2}{2|\vec{L}||\vec{J}|^2}$$

$$\cos(\beta) = \frac{-|\vec{S}|^2 + |\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2}{2|\vec{S}||\vec{J}|^2}.$$

Schlussendlich ergibt sich:

$$g_J = \frac{(g_S + 1)J(J + 1) + (g_S - 1)[S(S + 1) - L(L - 1)]}{2J(J + 1)}. \quad (1)$$

Der Zeemaneffekt beschreibt die Aufspaltung der vorhandenen Energieniveaus durch ein äußeres Magnetfeld. Die magnetischen Momente wechselwirken mit dem äußeren Magnetfeld  $\vec{B}$  und es haben nur die Beiträge entlang der  $\vec{J}$ -Achse einen Effekt. Durch die Richtungsquantelung ist die Wechselwirkungsenergie  $E_{\text{mag}}$  ein ganzzahliges Vielfaches  $M_J$  von  $g_J\mu_B B$ :

$$E_{\text{Zeeman}} = -\vec{\mu}_J \vec{B} \Rightarrow E_{\text{Zeeman}} = g_J\mu_B M_J B. \quad (2)$$

Der Kernspin  $\vec{I}$  entspricht dem Eigendrehimpuls des Atomkerns und führt zur Aufspaltung der Energieniveaus im Rahmen der Hyperfeinstruktur. Die Hyperfeinstruktur wird durch den Zeemaneffekt weiter aufgespalten (Abb. 2). Der Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  des Elektrons

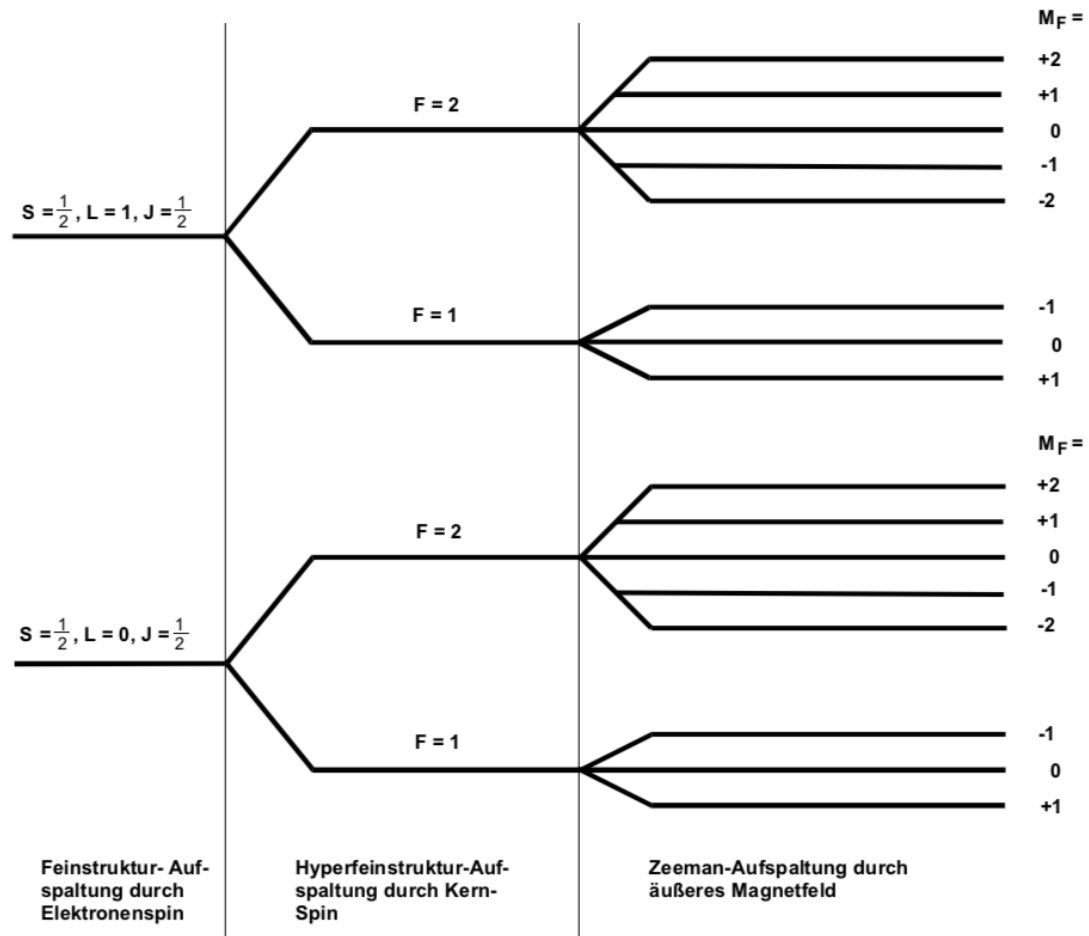


Abbildung 2: Darstellung der Aufspaltung der Energieniveaus durch die Hyperfeinstruktur und den Zeemaneffekt [1]

und der Kernspin  $\vec{I}$  koppeln zu dem Gesamtdrehimpuls  $\vec{F}$  des Atoms:

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \quad \text{mit} \quad |\vec{\mu}_F| = g_F \mu_B \sqrt{F(F+1)}.$$

Der Kernspin beeinflusst auch den Landé-Faktor  $g_F$ , der sich nun wie folgt berechnet:

$$g_F = \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (3)$$

Das optische Pumpen basiert nun auf der Idee, die Elektronen aus ihrer thermischen Verteilung auf den Hüllen zu bringen. Der Einfachheit halber wird zunächst mit der Annahme gearbeitet, dass das Atom einen Kernspin mit  $I = 0$  besitzt. Die verwendeten Stoffe entstammen der Alkali-Gruppe, also haben die Atome immer nur ein Elektron auf

der äußersten Schale. Als Grundzustand eines Alkali-Atoms ergibt sich  $^2S_{\frac{1}{2}}$ . Die angeregten Zustände sind  $^2P_{\frac{1}{2}}$  und  $^2P_{\frac{3}{2}}$ . Die Energieniveaus sind in Abbildung 3a dargestellt. Die beiden Übergänge in Abbildung 3a werden  $D_1$ - $D_2$ -Doublett genannt. Wird ein äußeres Magnetfeld angelegt, entsteht eine Zeeman-Aufspaltung. Die Zeeman-Aufspaltung des  $D_1$ -Übergangs ist in Abbildung 3b abgebildet. Bei der Zeeman-Aufspaltung unterscheiden sich die Übergänge durch die Polarisation (Tab. 1). Wird nun der Stoff

Tabelle 1: Übergänge der Zeeman-Aufspaltung

$\sigma^+$	rechtszirkular	$\Delta M_J = +1 :$	$^2P_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$	$\Rightarrow$	$^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$
$\sigma^-$	linkszirkular	$\Delta M_J = -1 :$	$^2P_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$	$\Rightarrow$	$^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$
$\pi$	linear	$\Delta M_J = 0 :$	$^2P_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$	$\Rightarrow$	$^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$
$\pi$	linear	$\Delta M_J = 0 :$	$^2P_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$	$\Rightarrow$	$^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$

spezifisch mit  $D_1$ -Licht angeregt, fällt er nur über den  $D_1$ -Übergang aus dem angeregten  $^2P_{\frac{1}{2}}$ -Zustand zurück in seinen Grundzustand  $^2S_{\frac{1}{2}}$ . Wird der Stoff weiterhin mit  $\sigma^+$ -polarisiertem  $D_1$ -Licht angeregt, werden die Elektronen vom  $^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$ -Zustand in den  $^2P_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$ -Zustand gebracht. Von dort fallen sie aber in beide Grundzustände  $^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = \pm\frac{1}{2}$  zurück. Mit diesem Prinzip gelingt es, den  $^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = -\frac{1}{2}$ -Zustand (energieärmer) leer zu pumpen und den  $^2S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_J = +\frac{1}{2}$ -Zustand (energiereicher) voll zu pumpen. Damit ist das Atom nicht mehr in seiner thermischen Verteilung.

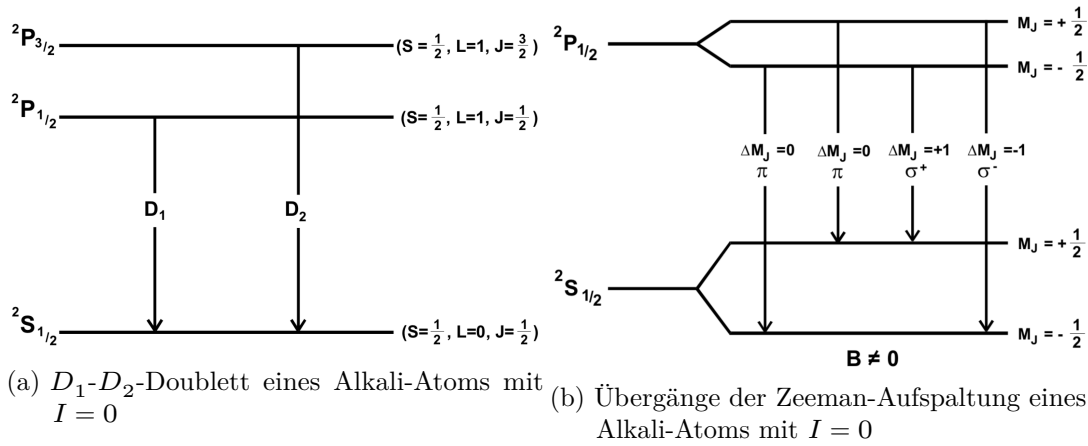


Abbildung 3: Übergänge eines Alkali-Atoms

Um das optische Pumpen zu messen, lässt sich die Transparenz des verdampften Stoffs beobachten. Das  $\sigma^+$ -polarisierte  $D_1$ -Licht wird eingestrahlt und trifft auf das Gas. Initial bei Einschalten des Magnetfelds sind noch viele Anregungen im Gas möglich, da alle Zeeman-Niveaus gleichmäßig besetzt sind. Bei der Anregung wird das Licht der Spektrallampe absorbiert, es ist also wenig transparent. Mit fortlaufender Zeit werden

durch das optische Pumpen die Elektronen aus dem energieärmeren Grundzustand in den energiereicheren Grundzustand gepumpt. Von dort aus können keine weiteren Anregungen ausgehen, und es wird kaum Licht der Spektrallampe absorbiert, das Gas ist also zunehmend transparent.

Für die Messung der Hyperfeinstruktur und der Zeeman-Aufspaltung werden zwei weitere Phänomene vorgestellt. Die spontane Emission bedeutet, dass das Elektron ohne weitere äußere Einwirkung nach gewisser Zeit zurück auf den Grundzustand fällt. Die induzierte Emission entsteht, wenn die Anregungsenergie als Quanten eingestrahlt wird. Dann fällt das Elektron unter Emission der Anregungsenergie bzw. der Quanten auf den Grundzustand zurück. Die induzierte und die spontane Emission können parallel ablaufen. Parallel wird die Anregungsenergie auch rückabsorbiert. Durch ein hochfrequentes veränderliches Magnetfeld (RF-Feld) wird bei diesem Versuch die Anregungsenergie bzw. die sogenannten RF-Quanten eingebracht. Das Verhältnis der beiden Emissionsarten wird über die Anregungsenergie  $h\nu$  bestimmt. Die Anzahlen  $n$  der verschiedenen Emissionen pro Zeiteinheit lauten:

$$\begin{aligned} n_{\text{spon}} &= N_2 A_{21} \\ n_{\text{ind}} &= N_2 B_{21} u(\nu) \\ n_{\text{abs}} &= N_1 B_{12} u(\nu). \end{aligned}$$

Dabei ist  $N$  die Atomzahl,  $A_{21}$  die Übergangswahrscheinlichkeit der spontanen Emission und  $B$  der Einstein-Koeffizient (Proportionalitätsfaktor).  $u(\nu)$  ist die Dichte der eingestrahnten Quanten. Die drei Gleichungen lassen sich durch eine Erhaltung der Übergangszahlen verbinden und durch weitere Überlegungen und das Einbringen der Planckschen Gleichung für schwarze Strahler schreiben als:

$$n_{\text{spon}} + n_{\text{ind}} = n_{\text{abs}} \Rightarrow A_{21} = \frac{8\pi h}{c^3} B_{12} \nu^3.$$

Bei höheren Frequenzen des RF-Felds kommt hauptsächlich die spontane Emission vor, bei den niedrigeren Frequenzen vornehmlich die induzierte Emission. Erreicht das RF-Feld eine passende Frequenz, setzt also die induzierte Emission ein. Hier bedeutet dies, dass die Elektronen entlang der induzierten Emission wieder aus der aufgebauten, nicht-thermischen Verteilung gelangen, wenn das RF-Feld die passende Frequenz hat (Abb. 4). Dies ist mit Gleichung (2) der Fall bei:

$$h\nu = g_J \mu_B \Delta M_J B_m \Leftrightarrow B_m = \frac{4\pi m_0}{e_0 g_J} \nu. \quad (4)$$

$B_m$  wird auch Resonanzstelle genannt.

Nun wird wieder der Kernspin  $I \neq 0$  in die Theorie gebracht. Die Energie des  $D_1$ -Lichts überdeckt alle möglichen Übergänge der Hyperfeinstruktur und des Zeemaneffekts (Abb. 5). In blau gekennzeichnet sind die Übergänge, die durch die Auswahlregel  $\Delta M_F = +1$  möglich sind. Aus dem Grundzustandsniveau mit  $F = 2$  und  $M_F = +2$  ist kein Übergang

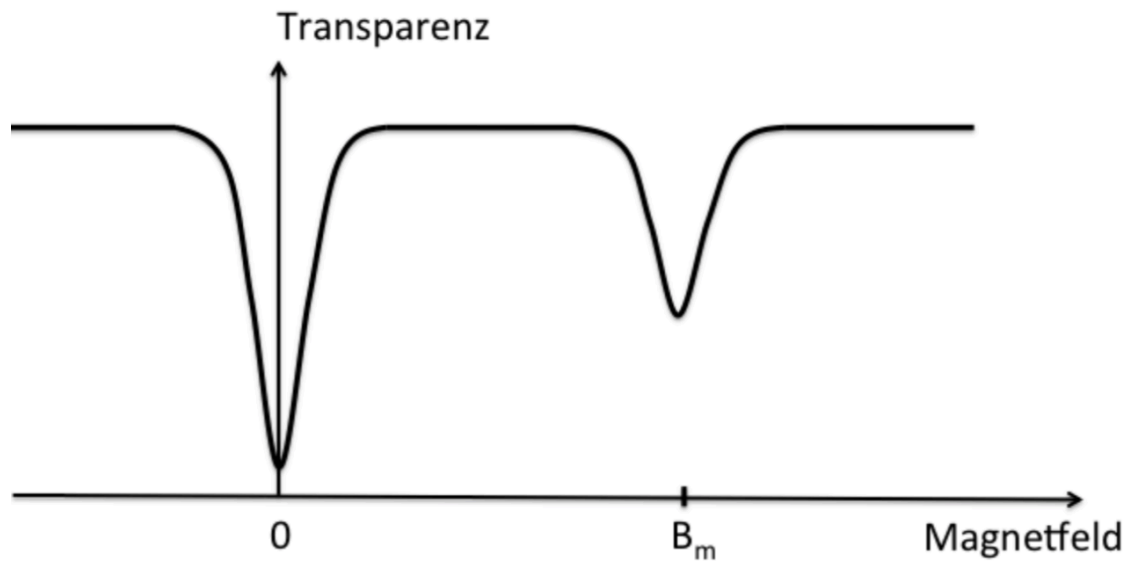


Abbildung 4: Transparenz des Gases mit angelegtem RF-Feld und Resonanzstelle [1]

in das angeregte Niveau möglich. Durch spontane Emission (grün gekennzeichnet) können aber Elektronen von den Niveaus  $M_J = +1$  und  $M_J = 0$  in das Niveau  $M_F = +2$  übergehen. So lässt sich dennoch mittels des optischen Pumpens eine nicht-thermische Verteilung erzeugen.

Bei starken Magnetfeldern entstehen weitere Effekte, die sich aus der Wechselwirkung des Spins und dem Bahndrehimpuls und der Wechselwirkung der magnetischen Momente ergeben. Die Wechselwirkungsenergie der Hyperfeinstruktur berechnet sich dann über:

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{(1 - 2M_F)}{\Delta E_{\text{HF}}} \quad (5)$$

und wird quadratischer Zeemaneffekt genannt.



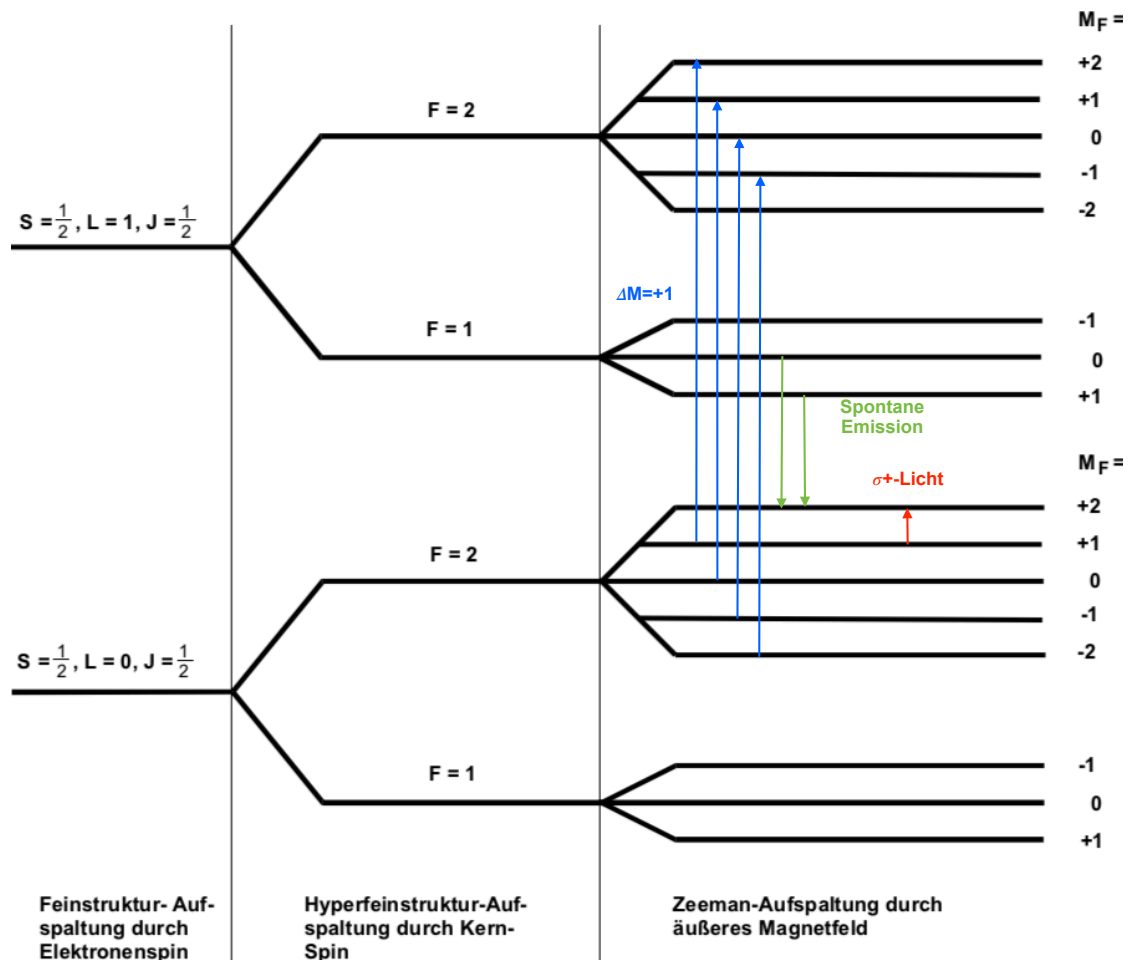


Abbildung 5: Übergänge des  $D_1$ -Lichts mit Betrachtung eines Kernspin  $I \neq 0$  [1], bearbeitet

### 3 Aufbau und Durchführung

#### 3.1 Aufbau der Messapparatur

Der Aufbau setzt sich zusammen aus einer Spektrallampe, einem Kollimator (Sammellinse), einem  $D_1$ -Interferenzfilter, einem Polarisationsfilter und  $\lambda/4$ -Platte, der Dampfzelle mit Heizer, vier Helmholtzspulenpaaren, ein Kontrollgerät für die Stärke der Magnetfelder, einem weiteren Kollimator, einen Photodetektor, einem Verstärker und einem Oszilloskop. Die Spektrallampe gibt das Rubidium-Spektrum aus, der Kollimator parallelisiert die Strahlen. Der  $D_1$ -Interferenzfilter lässt nur das  $D_1$ -Licht passieren. Der Polarisationsfilter und die  $\lambda/4$ -Platte polarisieren das  $D_1$ -Licht zu  $\sigma^+$ -Licht. In der Dampfzelle befinden sich zwei Rubidium-Isotope,  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$ , die mit dem Heizer verdampft werden. Die vier Helmholtzspulenpaare bilden die Vertikalfeldspule, die Horizontalfeldspule, die

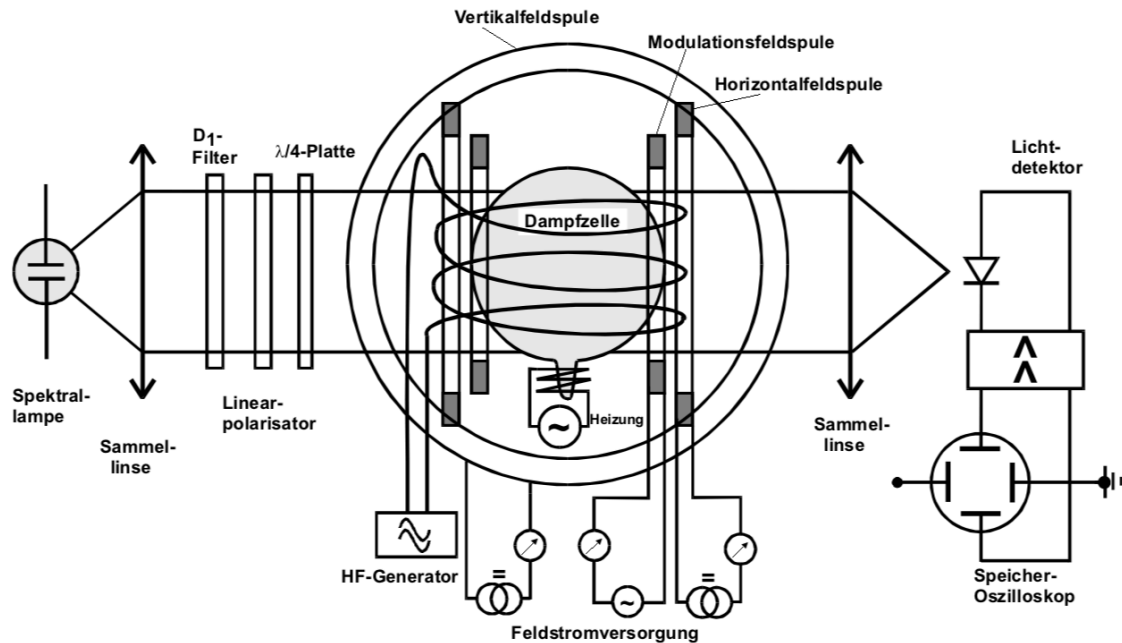


Abbildung 6: Schematischer Aufbau der Messapparatur [1], bearbeitet

Sweepspule und die RF-Spule, welche von einem Hochfrequenz-Generator mit einer Sinusspannung gespeist wird. Die anderen drei Spulen werden über das Kontrollgerät angesteuert. Mithilfe dreier Potentiometer lässt sich der Strom durch die Spulen einstellen. Das Vertikalfeld wird dazu genutzt, um die vertikale Komponente des Erdmagnetfelds zu kompensieren. Mit dem Horizontalfeld und dem Sweep-Feld wird das äußere Magnetfeld der Apparatur verändert, um die Resonanzstellen zu angelegten Frequenz des RF-Felds zu finden. Mit der RF-Spule und der angelegten hochfrequenten Sinusspannung wird das RF-Feld erzeugt, welches zur induzierten Emission und damit zu den Resonanzstellen führt. Der zweite Kollimator bündelt das Licht auf den Photodetektor. Der Photodetektor misst die eintreffende Intensität und gibt sie als Spannung aus. Die Photodetektorspannung wird mithilfe des Oszilloskops nach vorheriger Verstärkung dargestellt und ausgemessen.

### 3.2 Vorbereitung

Zur Vorbereitung werden die optischen Elemente auf der optischen Bank so ausgerichtet, dass das Intensitätsmaximum auf dem Photodetektor liegt. Anschließend wird der Tisch und die sich darauf befindende Apparatur mithilfe eines Kompasses so weit gedreht, bis der Tisch parallel bzw. antiparallel zur horizontalen Komponente des Erdmagnetfelds steht. Auf dem Oszilloskop ist ein breiter, nach oben geöffneter Peak zu sehen, der mit der Anpassung des Vertikalfeldes schmaler wird. Das Vertikalfeld wird so eingestellt, dass der Peak möglichst schmal ist. Damit sind alle Vorbereitungen getroffen.

### 3.3 Messung der Resonanzstellen

Die Messung der Resonanzstellen beginnt, indem an der RF-Spule eine Frequenz von  $\nu = 100 - 1000\text{kHz}$  anlegt wird. Anschließend wird das Sweepfeld durch Drehen am dazugehörigen Potentiometer erhöht. Die Magnetfelder der Spulen sind direkt abhängig von den Umdrehungen an den Potentiometern. Mithilfe des Oszilloskops wird die Darstellung des Messpunktes mit der Nachleuchtzeit so gewählt, dass die Resonanzstelle mit dem Potentiometer ausgemessen werden kann. Ab der zweiten Frequenz reicht der Bildausschnitt des Oszilloskops nicht aus, um die Resonanzstelle zu zeigen. Daher wird das Horizontalfeld erhöht, bis die Resonanzstelle im Bild ist. Dann wird das Sweepfeld nach obiger Angabe erhöht. Es werden 10 verschiedene Frequenzen zwischen  $\nu = 100 - 1000\text{kHz}$  an die RF-Spule gelegt.

## 4 Auswertung

In der Abbildung 7 wird ein typisches Signalbild dargestellt. Auf der X-Achse wird das Magnetfeld aufgetragen, auf der Y-Achse die Transparenz des Mediums. Das Minimum auf der linken Seite entsteht dadurch, dass dort kein Magnetfeld anliegt und es so auch zu keiner Zeemanaufspaltung kommen kann. Die anderen beiden Resonanzstellen entstehen durch die gegebenen Isotope  $R_{87}$  und  $R_{85}$ . Im Folgenden wird die Zuordnung der Isotope zu den Minima vorgenommen. Bis zu dem Zeitpunkt werden die Minima mit 1 und 2 (von Links nach Rechts) bezeichnet. Anhand der Abbildung 7 kann eine Abschätzung

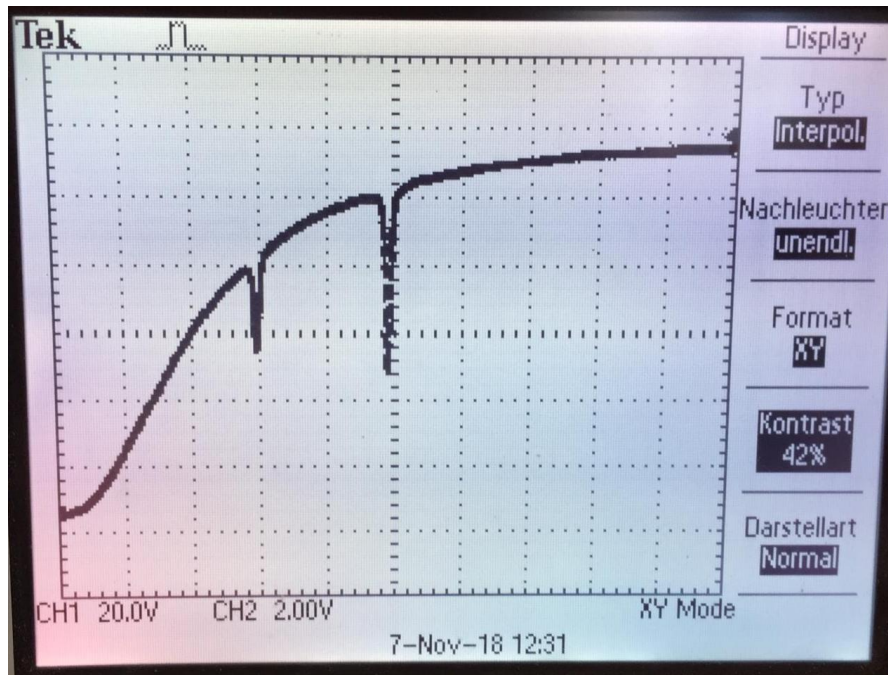


Abbildung 7: Das für die Resonanzstelle benötigte Magnetfeld aufgetragen auf die Frequenz

des Verhältnisses der beiden Isotope getroffen werden. Dabei gilt:

$$N_1 + N_2 = 1$$

$N$  beschreibt dabei den prozentualen Anteil an der Gesamtanzahl. Durch Ausmessen der Minima ergibt sich ein Verhältniss  $R$  für  $\frac{\text{Isotop 1}}{\text{Isotop 2}}$  von:

$$R = 0,48$$

Die prozentualen Anteile  $N$  lassen sich bestimmen zu:

$$N_1 = \frac{0,48}{1 + 0,48} = 0,32$$

$$N_2 = 1 - N_1 = 0,68.$$

Tabelle 2: In Abhängigkeit der eingestellten Frequenz aufgenommene Stromstärken durch die beiden Horizontalspulen. Aufgenommen wurden die Stromstärke an den Resonanzstellen für die beiden Isotope (1) und (2), mit dem gegebenen Maßen der Spulen wurde das horizontale Gesamtfeld aus den Stromstärken bestimmt.

Frequenz	Stromstärke Horizontalspule	Stromstärke Sweep-Spule	B-Feld 1	Stromstärke Horizontalspule	Stromstärke Sweep-Spule	B-Feld 2
kHz	A	A	$\mu\text{T}$	A	A	$\mu\text{T}$
100	0,000	0,501	30,234	0,000	0,621	37,476
200	0,024	0,432	47,117	0,024	0,677	61,902
300	0,045	0,451	66,680	0,045	0,833	89,733
400	0,060	0,400	76,757	0,060	0,880	105,724
500	0,081	0,324	90,587	0,081	0,907	125,769
600	0,093	0,390	105,093	0,111	0,824	147,069
700	0,111	0,342	117,982	0,138	0,769	167,429
800	0,114	0,549	133,105	0,180	0,510	188,631
900	0,138	0,440	147,574	0,204	0,544	211,730
1000	0,144	0,617	163,518	0,234	0,503	235,565

Um die Resonanzstellen zu erreichen können die Potentiometer für die Horizontale Spule und für die Sweep-Spule variiert werden. Die zur jeweiligen Resonanzstelle gehörigen Potentiometerumdrehungen können wie folgt in eine Stromstärke umgerechnet werden.

Sweep-Spule

1Umdrehung = 0,1 A

Horizontale Spule

1Umdrehung = 0,3 A

Aus den resultierenden Stromstärken kann das B-Feld berechnet werden.

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{N \cdot I}{R}$$

Die Windungszahl  $N$  und der Radius  $R$  sind dabei Spulenspezifische Größen.

Sweep-Spule

$N = 11$

$R = 0,1639 \text{ m}$

Horizontale Spule

$N = 154$

$R = 0,1579 \text{ m}$

Die  $B$ -Felder von der Sweep-Spule und der Horizontalspule für eine Resonanzstelle müssen anschließend addiert werden um das gesamte Magnetfeld zu erhalten. Die errechnete Werte für Stromstärke  $I$  und  $B$ -Feld sind zusammen mit den dazugehörigen Frequenzen in der Tabelle 2 aufgeführt. In der Graphik 8 sind die Werte graphisch dargestellt. Es wird eine Ausgleichsrechnung der Form:

$$B(f) = af + b$$

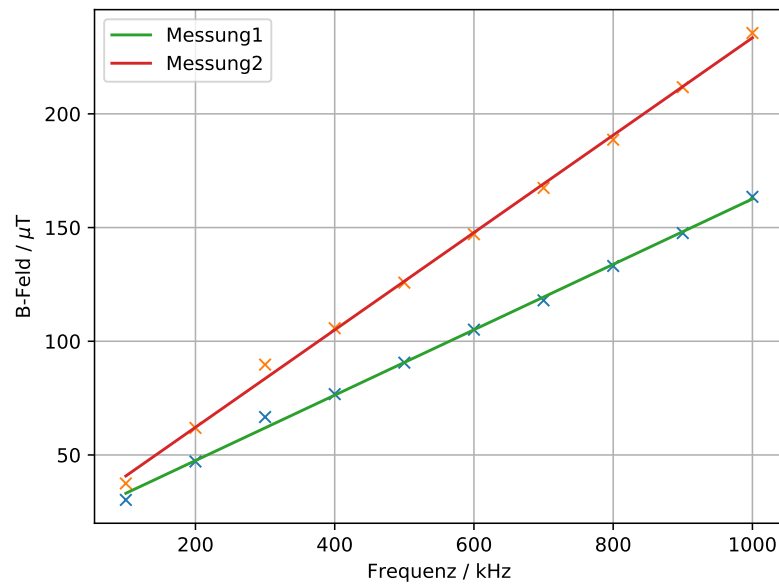


Abbildung 8: Das für die Resonanzstelle benötigte Magnetfeld aufgetragen auf die Frequenz

durchgeführt. Es ergeben sich folgende Fit-Parameter:

$B1$

$$a_1 = (1,438 \pm 0,023) \cdot 10^{-10} \frac{\text{T}}{\text{Hz}}$$

$$b_1 = (1,876 \pm 0,144) \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$B2$

$$a_2 = (2,141 \pm 0,031) \cdot 10^{-10} \frac{\text{T}}{\text{Hz}}$$

$$b_2 = (1,935 \pm 0,190) \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Mit der Steigung  $a$  kann der Landésche  $g_F$ -Faktor wie folgt bestimmt werden.

$$g_F = \frac{h}{\mu_0 \cdot a_i}$$

Somit ergeben sich die Landéschen Faktoren zu:

$$g_{F1} = 0,497 \pm 0,008$$

$$g_{F2} = 0,334 \pm 0,004.$$

Nun soll der Kernspinn bestimmt werden. Dieser kann mit der Formel:

$$I = \frac{1}{2} \left( \frac{g_J}{g_F} - 1 \right)$$

berechnet werde. Das benötigte  $g_J$  kann wie folgt bestimmt werden.

$$g_J = \frac{(g_s + 1) \cdot J \cdot (J + 1) + (g_s - 1) \cdot [S \cdot (S + 1) - L \cdot (L + 1)]}{2 \cdot J \cdot (J + 1)}$$

Dabei ist  $g_s$  gegeben als

$$g_s = 2,0023$$

Durch einsetzen der gegebenen Quantenzahlen, welche in dem Versuch gegeben sind als:

$$S = \frac{1}{2}, L = 0, J = \frac{1}{2}, F = I + J.$$

Lässt sich die relation aufstellen:

$$g_J = g_s.$$

Der Kernspinn kann jetzt bestimmt werden.

$$I_1 = 1,5153 \pm 0,03$$

$$I_2 = 2,4999 \pm 0,04$$

Durch einen Vergleich mit Literaturwerten kann der Kernspinn den Rubidium-Isotopen zugeordnet werden. Es gilt:

$$I_{\text{Rb85}} = \frac{5}{2}$$

$$I_{\text{Rb87}} = \frac{3}{2}$$

Es wird deutlich, dass

$$I_1 = I_{\text{Rb87}}$$

$$I_2 = I_{\text{Rb85}}$$

gilt.

Mit Hilfe der Formel 5 kann die Wechselwirkungsenergie der Hyperfeinstruktur bestimmt werden. Die Errechneten Weren sind in der Tabelle 3 für die beiden Isotope aufgeführt.

Tabelle 3: Der Quadratische Zeemaneffekt zu den beiden Isotopen

Frequenz kHz	B-Feld 1 $\mu\text{T}$	Quad. Zeeman $1 \cdot 10^{-20}$	B-Feld 2 $\mu\text{T}$	Quad. Zeeman $1 \cdot 10^{-20}$
100	30,234	-1,271 $\pm$ 0,021	37,476	-1,998 $\pm$ 0,029
200	47,117	-3,099 $\pm$ 0,050	61,902	-5,464 $\pm$ 0,078
300	66,680	-6,219 $\pm$ 0,100	89,733	-11,491 $\pm$ 0,164
400	76,757	-8,246 $\pm$ 0,133	105,724	-15,957 $\pm$ 0,228
500	90,587	-11,493 $\pm$ 0,185	125,769	-22,587 $\pm$ 0,323
600	105,093	-15,477 $\pm$ 0,250	147,069	-30,891 $\pm$ 0,442
700	117,982	-19,512 $\pm$ 0,315	167,429	-40,041 $\pm$ 0,573
800	133,105	-24,843 $\pm$ 0,401	188,631	-50,829 $\pm$ 0,727
900	147,574	-30,545 $\pm$ 0,493	211,730	-64,047 $\pm$ 0,916
1000	163,518	-37,510 $\pm$ 0,605	235,565	-79,284 $\pm$ 0,113

## 5 Diskussion

Das in Abbildung 7 dargestellte Signalbild entspricht im groben den Erwartungen. Das ermittelte Isotopenverhältnis weicht leicht von den Literaturwerten am.

*Experimentell*

$$N_{Rb87} = 0,32$$

$$N_{Rb85} = 0,68$$

*Literatur*

$$N_{Rb87} = 0,278$$

$$N_{Rb85} = 0,722$$

Die ermittelten Ladne-Faktoren liegen ebenfalls sehr nah an den Literaturwerten.

*Experimentell*

$$g_{Rb87} = 0,497 \pm 0,008$$

$$g_{Rb85} = 0,334 \pm 0,004$$

*Literatur*

$$g_{Rb87} = \frac{1}{2}$$

$$g_{Rb85} = \frac{1}{3}$$

Die Abweichung des Kernspins von den Literaturwerten ist ebenfalls sehr gering.

*Experimentell*

$$I_{Rb87} = 1,5153 \pm 0,03$$

$$I_{Rb85} = 2,4999 \pm 0,04$$

*Literatur*

$$I_{Rb87} = \frac{3}{2}$$

$$I_{Rb85} = \frac{5}{2}$$