Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es das Trägheitsmoment unterschiedlicher Körper zu ermitteln. Zusätzlich wird der Satz von Steiner verifiziert.

2 Theorie

Rotationsbewegungen lassen sich durch das Drehmoment M, die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$ und das Trägheitsmoment I beschreiben. Das Trägheitsmoment beschreibt die Massenverteilung eines Körpers im Bezug auf die Rotationsachse. Das Gesamtträgheitsmoment lässt sich dabei beschreiben durch

$$I = \sum_i r_i^2 \cdot m_i.$$

m_i ist dabei ein Massenelement mit dem Abstand r_i zur Drehachse. Für infinitesimale Körper ergibt sich

$$I = \int r^2 dm.$$

Geht die Drehachse nicht durch den Schwerpunkt des Körpers muss das Trägheitsmoment durch den Satz von Steiner beschrieben werden:

$$I = I_s + m \cdot a^2. \tag{1}$$

I_s ist dabei das Tragheitsmoment bezüglich der Drehachse des Schwerpunktes. Für das Drehmoment M eines Körpers auf den die Kraft F im Abstand r wirkt, gilt die Formel:

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}.$$

Stehen F und r senkrecht zueinander gilt

$$M = F \cdot r.$$

Bei schwingenden System wirkt der Auslenkung ϕ ein rücktreibendes Drehmoment entgegen, welches beschrieben wird durch:

$$M = D \cdot \phi$$

mit der Winkelrichtgröße D.
Die Schwingungsdauer beträgt

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}. \tag{2}$$

Die Formel gilt jedoch nur für kleine Winkel. Sie lässt sich umstellen zu

$$I = \frac{T^2 \cdot D}{(2\pi)^2}. \tag{3}$$

Das Trägheitsmoment I eines Zylinders, bei dem die Drehachse durch den Schwerpunkt geht und senkrecht zur Bodenfläche steht, ist das Trägheitsmoment

$$I_{zs} = \frac{m \cdot R^2}{2}. \tag{4}$$

Für einen liegenden Zylinder, bei dem die Achse durch den Schwerpunkt geht, ist das Trägheitsmoment

$$I_{zl} = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right). \tag{5}$$

Ein Stab, der sich um eines seiner Enden dreht, hat das Trägheitsmoment

$$I_{st} = \frac{m \cdot L^2}{3} \tag{6}$$

3 Aufbau und Durchführung

Auf einer zweifach eingespannten, drehbaren Achse können verschiedene Körper befestigt werden. Die Achse ist über eine Feder mit dem Rahmen verbunden. Zur Berechnung späterer Trägheitsmomente werden die Konstanten der Feder benötigt.
D wird bestimmt, indem eine Federwaage an einem bestimmten Abstand zur Achse an eine nahezu masselosen Stange ansetzt wird und diese Stange den Winkel ϕ ausgelenkt wird. An der Federwaage ist die zugehörige Kraft ablesbar. Es wird die Kraft für 10 Winkel gemessen.
Das Eigenträgheitsmoment I_D wird bestimmt, indem eine Stange mit zwei zylinderförmigen Gewichten senkrecht zur Drillachse befestigt wird und diese in Schwingung versetzt wird. Die Schwingungsdauer ist für 10 unterschiedliche Abstände der Massen zur Drehachse zu messen.
Anschließend wird das Trägheitsmoment von einem liegenden und einem stehenden Zylinder ermittelt. Dafür wird wieder die Schwingungsdauer der Körper gemessen.
Eine Holzpuppe wird nach der Vermessung ihrer Proportionen und nach Messen des Gewichtes, auf die Drillachse gesteckt. Es werden für zwei verschiedenen Körperhaltungen die Schwingungszeiten ermittelt. Zunächst werden die Schwingungsdauern der Puppe mit angelegten Armen gemessen, dann werden die Schwingungsdauern der selben Puppe mit seitlich ausgestreckten Armen gemessen.

4 Auswertung

4.1 Winkelrichtgröße

Die Winkelrichtgröße berechnet sich durch

$$D = \frac{F \cdot r}{\phi}. \tag{7}$$

Diese Rechnung wird für alle gemessenenen Winkel ϕ und dazugehörigen Kräfte F ausgeführt. Die Werte sind in Tabelle 1 zu finden.

Tabelle 1: Messdaten zur Bestimmung der Winkelrichtgröße

$\phi/°$	ϕ/rad	F/N	D/Nm
30	$\pi/6$	0,01	0,00356
60	$\pi/3$	0,12	0,02134
90	$\pi/2$	0,20	0,02371
120	$2\pi/3$	0,28	0,02489
150	$5\pi/6$	0,30	0,02134
180	π	0,35	0,02074
210	$7\pi/6$	0,42	0,02134
240	$4\pi/3$	0,49	0,02178
270	$3\pi/2$	0,52	0,02055
300	$5\pi/3$	0,58	0,02063

Allgemein wird ein Mittelwert über folgende Formel ermittelt:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x_n. \tag{8}$$

Dabei ist N die Anzahl der Werte und x_n sind die Werte.
Die dazugehörige Standardabweichung wird durch

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N} (x_n - \mu)^2} \tag{9}$$

errechnet.
Die zehn Werte der Winkelrichtgröße in Tabelle 1 werden gemittelt. Es ergibt sich der verwendete Wert der Winkelrichtgröße D

$$D = (0{,}0200 \pm 0{,}0018)\,\mathrm{Nm}.$$

4.2 Eigenträgheitsmoment

Für das Eigenträgheitsmoment werden die Schwingungsdauern der Konstruktion und die Abstände der beiden Massen $m_{ID} = 0.2218$ kg zur Drehachse bei dem Winkel $\phi = 180°$ aufgetragen und jeweils quadriert (Tabelle 2). Die beiden Zylinder haben die Höhe $h_{ID} = 0.0296$ m und den Radius $r_{ID} = 0.1745$ m.

Tabelle 2: Messdaten zur Bestimmung des Eigenträgheitsmomentes

a/m	a^2/m^2	$T/\frac{1}{s}$	$T^2/\frac{1}{s^2}$
0,0348	0,0012	2,45	6,0025
0,0548	0,0030	2,75	7,5625
0,0748	0,0056	2,73	7,4529
0,0948	0,0090	3,07	9,4249
0,1148	0,0132	3,90	15,2100
0,1348	0,0182	4,60	21,1600
0,1548	0,0240	4,70	22,0900
0,1748	0,0306	5,27	27,7729
0,1948	0,0380	5,72	32,7184
0,2148	0,0461	6,27	39,3129

Das Eigenträgheitsmoment setzt sich aus verschiedenen Formeln zusammen.
Das Gesamtträgheitsmoment zweier gleicher Zylinder, die im gleichen Abstand zur selben Drehachse stehen, lautet nach Formel (1) und Formel (5):

$$I_{2z,liegend} = I_D + 2 \cdot m_{ID} \cdot \left(\frac{r_{ID}^2}{4} + \frac{h_{ID}^2}{12} \right) + 2 \cdot m_{ID} \cdot a_{ID}^2.$$

I_D beschreibt das gesuchte Eigenträgheitsmoment der Drillachse. Diese Formel wird in Formel (2) eingesetzt, der gesamte Term quadriert und es ergibt sich

$$T^2 = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{ID}}{D} \cdot a_{ID}^2 + \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot I_D}{D} + \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{ID} \cdot \left(\frac{r_{ID}^2}{4} + \frac{h_{ID}^2}{12} \right)}{D}.$$

Diese Formel lässt sich mit

$$y = n \cdot x + b$$

vergleichen.
Damit ergibt sich für

$$n = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{ID}}{D}$$

und für

$$b = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot I_D}{D} + \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{ID} \cdot \left(\frac{r_{ID}^2}{4} + \frac{h_{ID}^2}{12} \right)}{D}. \tag{10}$$

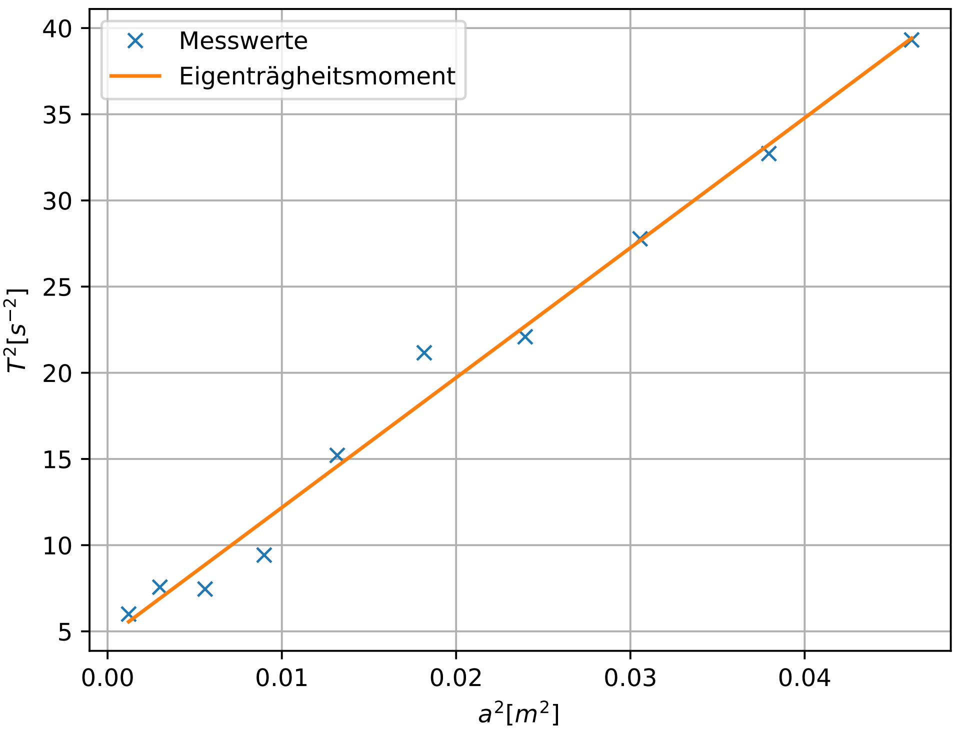

Abbildung 1: Messung: Eigenträgheitsmoment

Die lineare Regression (Abbildung 1) von T^2 gegen a^2 (Tabelle 2) liefert folgende Parameter

$$n = (753{,}5 \pm 911{,}8)\,\frac{1}{\mathrm{s^2 m^2}}$$
$$b = (4{,}7 \pm 0{,}5)\,\frac{1}{\mathrm{s^2}}$$

Formel (10) nach I_D umgestellt ergibt

$$I_D = \frac{b \cdot D}{4 \cdot \pi^2} - 2 \cdot m_{ID} \cdot \left(\frac{r_{ID}^2}{4} + \frac{h_{ID}^2}{12}\right).$$

Der Fehler wird mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung bestimmt

$$\mathit{\Delta} I_D = \sqrt{\left(\frac{b}{4 \cdot \pi^2}\right)^2 \cdot (\mathit{\Delta} D)^2 + \left(\frac{D}{4 \cdot \pi^2}\right)^2 \cdot (\mathit{\Delta} b)^2}. \tag{11}$$

Somit beläuft sich das Eigenträgheitsmoment der Drillachse I_D auf

$$I_D = (-0{,}0011 \pm 0{,}0003)\,\mathrm{kgm}^2$$

Da ein negatives Trägheitsmoment physikalisch nicht möglich ist, wird davon ausgegangen, dass das Eigenträgheitsmoment der Drillachse vernachlässigbar klein ist.

4.3 Trägheitsmoment des ersten Körpers

4.3.1 Theoretische Werte

Der Radius des vorliegenden Zylinders ist $r_{K1} = 0{,}0375\,\mathrm{m}$, die Höhe des Zylinders liegt bei $h_{K1} = 0{,}0299\,\mathrm{m}$ und die Masse wird als $m_{K1} = 1{,}1182\,\mathrm{kg}$ abgewogen. Nach Formel (5) wird ein Trägheitsmoment von

$$I_{Theo,P1} = 4{,}8 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kgm}^2$$

ermittelt.

4.3.2 Experimentelle Werte

Der Körper wird auf der Drillachse um einen Winkel $\phi_{K1} = 180°$ ausgelenkt. Die gemessenen Schwingungsdauern T_{K1} sind in Tabelle 3 zu finden und werden gemittelt.

Tabelle 3: Messdaten der Schwingungsdauern des ersten Körpers

$T_{K1}/\frac{1}{\mathrm{s}}$
0,850
0,855
0,845
0,870
0,870

Der Mittelwert der Schwingungsdauern berechnet sich über Formel (8).
Die Standardabweichung wird mithilfe von Formel (9) ermittelt.
Mit fünf Werten errechnet sich der verwendete Wert der Schwingungsdauer zu:

$$T_{K1} = (0{,}857 \pm 0{,}005)\,\frac{1}{\mathrm{s}}.$$

Das Trägheitsmoment wird nach Formel (3) berechnet. Der Fehler für das Trägheitsmoment berechnet sich mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta I_{Ki} = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot D \cdot T_{Ki}}{4 \cdot \pi}\right)^2 \cdot (\Delta T_{Ki})^2 + \left(\frac{T_{Ki}^2}{4 \cdot \pi}\right)^2 \cdot (\Delta D)^2} \tag{12}$$

Es ergibt sich

$$I_{K1} = (2{,}0 \pm 0{,}2)10^{-5}\text{kgm}^2.$$

4.4 Trägheitsmoment des zweiten Körpers

4.4.1 Theoretische Werte

Der zweite Körpers hat den Radius $r_{K2} = 0{,}037\,45\,\text{m}$, die Höhe $h_{K2} = 0{,}030\,\text{m}$ und die Masse $m_{K2} = 1{,}1194\,\text{kg}$. Das errechnete Trägheitsmoment des Körpers nach der Formel (4) beläuft sich auf

$$I_{Theo,K2} = 7{,}9 \cdot 10^{-4}\,\text{kgm}^2.$$

4.4.2 Experimentelle Werte

Die Messung wird mit einem Auslenkwinkel von $\phi = 180°$ ausgeführt. Die gemessenen Schwingungsdauern sind in Tabelle 4 zu finden. Der Mittelwert der Schwingungsdauern

Tabelle 4: Messdaten der Schwingungsdauer des zweitem Körpers

$T_{K2}/\frac{1}{\text{s}}$
1,14
1,16
1,20
1,15
1,21

wird über Formel (8) berechnet.
Die Standardabweichung wird über Formel (9) berechtet.
Der hiermit berechnete Wert für die Schwingungsdauer beläuft sich auf

$$T_{K2} = (1{,}172 \pm 0{,}013)\,\frac{1}{\text{s}}.$$

Das Trägheitsmoment errechnet sich mit Formel (3).
Der Fehler wird über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung nach Formel (12) angegeben.
Daraus folgt

$$I_{K2} = (3{,}8 \pm 0{,}4)\,10^{-5}\text{kgm}^2.$$

4.5 Abmessungen der Puppe

Die Puppe hat eine Masse von $m_P = 0{,}1628\,\text{kg}$. Die Radien der Puppe sind in der Tabelle 5 aufgetragen. Die Radien werden jeweils für die einzelnen Körperteile gemittelt. Die Mittelwerte der Radien berechnen sich jeweils über Formel (8). Die zugehörigen

Tabelle 5: Abmessungen der Puppe

r_{Rumpf}/m	r_{Arm}/m	r_{Bein}/m	r_{Kopf}/m
0,0398	0,0168	0,0124	0,0221
0,0341	0,0126	0,0202	0,0259
0,0253	0,0162	0,0173	0,0308
0,0252	0,0135	0,0156	0,0309
0,0364	0,0109	0,0112	0,0236
0,0391	0,0146	0,0159	
0,0402	0,0128	0,0154	
0,0415	0,0111	0,0117	

Standardabweichungen errechnen sich mithilfe von Formel (9). Daraus ergeben sich die verwendeten Radien

$$\begin{aligned} r_{\text{Rumpf}} &= (0{,}0352 \pm 0{,}0022)\,\text{m} \\ r_{\text{Arm}} &= (0{,}0136 \pm 0{,}0007)\,\text{m} \\ r_{\text{Bein}} &= (0{,}0150 \pm 0{,}0010)\,\text{m} \\ r_{\text{Kopf}} &= (0{,}0267 \pm 0{,}0016)\,\text{m}. \end{aligned}$$

Die Längen der einzelnen Körperteile werden als

$$\begin{aligned} L_{\text{Rumpf}} &= 0{,}0924\,\text{m} \\ L_{\text{Arm}} &= 0{,}1123\,\text{m} \\ L_{\text{Bein}} &= 0{,}1488\,\text{m} \\ L_{\text{Kopf}} &= 0{,}045\,\text{m} \end{aligned}$$

abgemessen.
Für das Gesamtvolumen werden die Teilvolumina ausgerechnet und addiert. Alle Körperteile werden als Zylinder genähert.
Das Volumen eines Zylinders berechnet sich allgemein mit

$$V_{Zyl.} = \pi \cdot r^2 \cdot L, \tag{13}$$

wobei L die Länge des Zylinders ist und r der Radius.
Mit Formel (13) ergibt sich für die einzelnen Körperteile das Volumen. Der Fehler wird jeweils über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\Delta V_{\text{Körperteil}} = \sqrt{(2 \cdot \pi \cdot L_{\text{Körperteil}} \cdot r_{\text{Körperteil}})^2 \cdot (\Delta r_{\text{Körperteil}})^2}. \tag{14}$$

Damit ergeben sich die Teilvolumina

$$\begin{aligned} V_{\text{Rumpf}} &= (0{,}000\,36 \pm 0{,}000\,04)\,\text{m}^3 \\ V_{\text{Arm}} &= (6{,}4895 \pm 0{,}6890) \cdot 10^{-5}\,\text{m}^3 \\ V_{\text{Bein}} &= (0{,}000\,10 \pm 0{,}000\,01)\,\text{m}^3 \\ V_{\text{Kopf}} &= (0{,}000\,10 \pm 0{,}000\,01)\,\text{m}^3. \end{aligned}$$

Der Fehler des Gesamtvolumens berechnet sich über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

$$\Delta V_{\text{ges}} = \sqrt{(\Delta V_{\text{Rumpf}})^2 + 4 \cdot (\Delta V_{\text{Arm}})^2 + 4 \cdot (\Delta V_{\text{Bein}})^2 + (\Delta V_{\text{Kopf}})^2}.$$

Das Gesamtvolumen bestehend aus Rumpf, Kopf und je zwei Armen und Beinen beläuft sich also auf

$$V_{\text{ges}} = (0{,}000\,80 \pm 0{,}000\,06)\,\text{m}^3.$$

Nun werden die Anteile der Teilvolumina am Gesamtvolumen bestimmt:

$$A_{\text{Körperteil}} = \frac{V_{\text{Körperteil}}}{V_{\text{ges}}}. \tag{15}$$

Die Fehler werden über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\Delta A_{\text{Körperteil}} = \sqrt{\left(\frac{1}{V_{\text{ges}}}\right)^2 \cdot (\Delta V_{\text{Körperteil}})^2 + \left(-\frac{V_{\text{Körperteil}}}{V_{\text{ges}}^2}\right)^2 \cdot (\Delta V_{\text{ges}})^2} \tag{16}$$

Damit ergeben sich folgende Anteile am Gesamtvolumen:

$$\begin{aligned} A_{\text{Rumpf}} &= 0{,}45 \pm 0{,}06 \\ A_{\text{Arm}} &= 0{,}0812 \pm 0{,}0103 \\ A_{\text{Bein}} &= 0{,}13 \pm 0{,}02 \\ A_{\text{Kopf}} &= 0{,}126 \pm 0{,}018. \end{aligned}$$

Aus dem Anteil am Gesamtvolumen wird der Anteil der Gesamtmasse eines Körperteils bestimmt, um die Masse der einzelnen Körperteile zu erhalten.
Aus

$$m_{\text{Körperteil}} = A_{\text{Körperteil}} \cdot m_{\text{Puppe}}$$

ergibt sich:

$$\begin{aligned} m_{\text{Rumpf}} &= (0{,}0733 \pm 0{,}0104)\,\text{kg} \\ m_{\text{Arm}} &= (0{,}0132 \pm 0{,}0017)\,\text{kg} \\ m_{\text{Bein}} &= (0{,}021 \pm 0{,}003)\,\text{kg} \\ m_{\text{Kopf}} &= (0{,}021 \pm 0{,}003)\,\text{kg}. \end{aligned}$$

4.6 Trägheitsmoment der Puppe, erste Körperhaltung

4.6.1 Theoretische Werte

Die Trägheitsmomente des Rumpfes und des Kopfes werden durch Formel (4) errechnet. Aus dem Satz von Steiner (Formel (1)) und Formel (4) folgen die Formeln für die Trägheitsmomente der Arme und Beine:

$$\begin{aligned} I_{\text{Arm}} &= \frac{m_{\text{Arm}} \cdot r_{\text{Arm}}^2}{2} + m_{\text{Arm}}(r_{\text{Rumpf}} + r_{\text{Arm}})^2 \\ I_{\text{Bein}} &= \frac{m_{\text{Bein}} \cdot r_{\text{Bein}}^2}{2} + m_{\text{Bein}} \cdot r_{\text{Bein}}^2 \end{aligned} \tag{17}$$

Die Fehler des Trägheitsmoments des Rumpfes und des Kopfes werden mittels folgender Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\mathit{\Delta} I_{\text{Körperteil}} = \sqrt{(m_{\text{Körperteil}} \cdot r_{\text{Körperteil}})^2 \cdot (\mathit{\Delta} r_{\text{Körperteil}})^2} \tag{18}$$

Der Fehler des Trägheitsmoment eines Arms und eines Beins wird über

$$\begin{aligned} \mathit{\Delta} I_{\text{Arm}} &= \sqrt{\big(m_{\text{Arm}}(2r_{\text{Arm}} + 3r_{\text{Rumpf}})\big)^2 \cdot (\mathit{\Delta} r_{\text{Arm}})^2} \\ \mathit{\Delta} I_{\text{Bein}} &= \sqrt{\big(m_{\text{Bein}} \cdot r_{\text{Bein}}(1 + r_{\text{Bein}})\big)^2 \cdot (\mathit{\Delta} r_{\text{Bein}})^2} \end{aligned} \tag{19}$$

ermittelt.
Der Fehler des Gesamtträgheitsmoments errechnet sich über:

$$\mathit{\Delta} I_{\text{Theo, Pi}} = \sqrt{(\mathit{\Delta} I_{\text{Rumpf}})^2 + 4(\mathit{\Delta} I_{\text{Arm}})^2 + 4(\mathit{\Delta} I_{\text{Bein}})^2 + (\mathit{\Delta} I_{\text{Kopf}})^2} \tag{20}$$

Das Gesamtträgheitsmoment der insgesamt sechs Körperteile ergibt sich durch:

$$I_{\text{Theo, P1}} = (7{,}4 \pm 0{,}9) \cdot 10^{-5}\,\text{kgm}^2.$$

Tabelle 6: Messdaten der Schwingungsdauern der Puppe, erste Körperhaltung

$T_{P1}/\frac{1}{\mathrm{s}}$
0,41
0,43
0,39
0,41
0,42

4.6.2 Experimentelle Werte

Die Puppe wird in der ersten Körperhaltung um den Winkel $\phi = 90°$ ausgelenkt. Die Schwingungsdauern werden gemessen und gemittelt (Tabelle 6). Der Mittelwert und die Standardabweichung der Schwingungsdauern berechnet sich mithilfe von Formel (8) und Formel (9).
Die Schwingungsdauer ergibt sich somit zu

$$T_{P1} = (0{,}40 \pm 0{,}06)\,\frac{1}{\mathrm{s}}.$$

Über Formel (3) wird das Trägheitsmoment berechnet.
Der Fehler wird durch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung nach Formel (12) bestimmt.
Damit berechnet sich

$$I_{P1} = (4{,}7 \pm 0{,}4)\cdot 10^{-6}\mathrm{kgm}^2.$$

4.7 Trägheitsmoment der Puppe, zweite Körperhaltung

4.7.1 Theoretische Werte

Die Trägheitsmomente der einzelnen Körperteile berechnen sich wie folgt. Das Trägheitsmoment eines Armes wird aus dem Satz von Steiner (Formel (1)) und Formel (6) hergeleitet:

$$I_{\text{Arm}} = \frac{m_{\text{Arm}} \cdot L_{\text{Arm}}^2}{3} + m_{\text{Arm}} \cdot r_{\text{Rumpf}}^2.$$

Die Trägheitsmomente des Rumpfes und des Kopfes werden mit Formel (4) berechnet. Das Trägheitsmoment eines Beines wird über Formel (17) ermittelt. Die Fehler der einzelnen Trägheitsmomente der Körperteile werden durch Formel (18) und Formel (19) bestimmt.
Der Fehler des Trägheitsmoments eines Arms errechnet sich durch

$$\mathit{\Delta} I_{\text{Arm}} = \sqrt{\left(2m_{\text{Arm}} \cdot r_{\text{Rumpf}}\right) \cdot (\mathit{\Delta} r_{\text{Rumpf}})^2}$$

Daraus ergibt sich ein Gesamtträgheitsmoment von

$$I_{\text{Theo, P2}} = (0{,}000\,18 \pm 0{,}000\,02)\,\mathrm{kgm}^2.$$

Der Fehler wird nach Formel (20) bestimmt.

4.7.2 Experimentelle Werte

Für das Trägheitsmoment der Puppe mit der zweiten Körperhaltung wird sie um den Winkel $\phi = 90°$ ausgelenkt. Die Schwingungsdauern werden gemessen und gemittelt (Tabelle 7). Der Mittelwert der Schwingungsdauern berechnet sich mithilfe von Formel

Tabelle 7: Messdaten der Schwingungsdauern der Puppe, zweite Körperhaltung

$T_{P2}/\frac{1}{\mathrm{s}}$
0,61
0,65
0,68
0,62
0,67

(8). Die Standardabweichung wird mit Formel (9) errechnet.
Damit ist die verwendete Schwingungsdauer für die zweite Körperhaltung der Puppe

$$T_{P2} = (0{,}646 \pm 0{,}012)\,\frac{1}{\mathrm{s}}.$$

Das Trägheitsmoment berechnet sich mit Formel (3).
Der Fehler wird über Formel (12) berechnet.
Damit berechnet sich das Trägheitsmoment der Puppe in der zweiten Körperhaltung zu

$$I_{P2} = (1{,}158 \pm 0{,}112) \cdot 10^{-5}\mathrm{kgm}^2.$$

5 Diskussion

Initial fällt auf, dass die experimentellen Werte alle kleiner als die theoretischen Werte sind. Der theoretische Wert für das Trägheitsmoment des ersten Körpers ist 2236,82% kleiner als der Experimentelle. Das Trägheitsmoment des zweiten Körpers ist über die theoretischen Werte 1958,72% kleiner als aus der experimentellen Messung. Der gemessene, experimentelle Wert für das Trägheitsmoment der Puppe in der ersten Körperhaltung ist 1466,94% größer als der theoretische Wert. Der experimentelle Wert des Trägheitsmomentes der Puppe in der zweiten Körperhaltung ist 1453.83% größer als der Wert aus der Modellrechnung.
Für die Abweichungen sind einige Gründe möglich. Zunächst können Fehler bei dem Wiegen der Massen, bei dem Ablesen des Kraftmessers, bei dem Messen der Schwingungsdauern und bei dem Ablesen der Abstände auf der Schieblehre nicht ausgeschlossen werden. Es ist bekannt, dass das Verwenden einer Schieblehre häufig zu systematischen Fehlern führt.
In dem Experiment fällt außerdem schnell auf, dass die Schwingungsdauern der einzelnen Körper zum Teil sehr kurz waren und äußerst schwierig manuell zu messen. Ebenfalls auffällig ist der negative experimentelle Wert für das Eigenträgheitsmoment der Drillachse. Ein negatives Trägheitsmoment ist physikalisch nicht möglich. Dies legt nahe, dass ein geringes Eigenträgheitsmoment der Drillachse vorhanden ist, die Messfehler aber zu einem negativen Wert geführt haben.
Die Erwartung, dass das Trägheitsmoment einer Puppe mit angelegten Armen kleiner ist als das Trägheitsmoment einer Puppe mit ausgestreckten Armen wurde erfüllt.

V101 Trägheitsmoment 17/11/17

Winkelrichtgröße

Radius: 18,62 cm = 0,1862 m

Winkel	Kraft/N
30°	0,01
60°	0,12
90°	0,2
120°	0,28
150°	0,3
180°	0,35
210°	0,42
240°	0,49
270°	0,52
300°	0,58

Eigenträgheitsmoment Winkel: 180°

Abmessungen d. Masse:

$h = 2{,}96\ \text{cm} = 0{,}0286\ \text{m} \rightarrow \frac{h}{2} = 0{,}0148\ \text{m}$

$d = 3{,}49\ \text{cm} = 0{,}0349\ \text{m} \rightarrow r = 0{,}01745\ \text{m}$

$m = 221{,}8\ \text{g} = 0{,}2218\ \text{kg}$

Abstand / m	T / s
$0{,}02 + \cancel{0{,}017}\ \frac{h}{2}$	2,45
$0{,}04 + \frac{h}{2}$	2,75
$0{,}06 + \frac{h}{2}$	2,73
$0{,}08 + \frac{h}{2}$	3,07
$0{,}10 + \frac{h}{2}$	3,90
$0{,}12 + \frac{h}{2}$	4,60
$0{,}14 + \frac{h}{2}$	4,70

Abbildung 2: Originale Messdaten

$0{,}16 + \frac{h}{2}$	5,27
$0{,}18 + \frac{h}{2}$	5,72
$0{,}20 + \frac{h}{2}$	6,27

Körper 1:

d= 7,5 cm = 0,075m → r= 0,0375m

h= 2,99 cm = 0,0299m, m= 1118,2g = 1,1182kg

Körper 2:

d = 7,49 cm = 0,0749m → r= 0,03745 m

h= 3,0cm = 0,030 m m= 1119,4 g = 1,1194 kg

Trägheitsmoment Körper 1: Winkel: 180°

T/s
0,85
0,855
0,845
0,87
0,87

Trägheitsmoment Körper 2: Winkel: 180°

T/s
1,14
1,16
1,20
1,15
1,21

Abbildung 3: Originale Messdaten

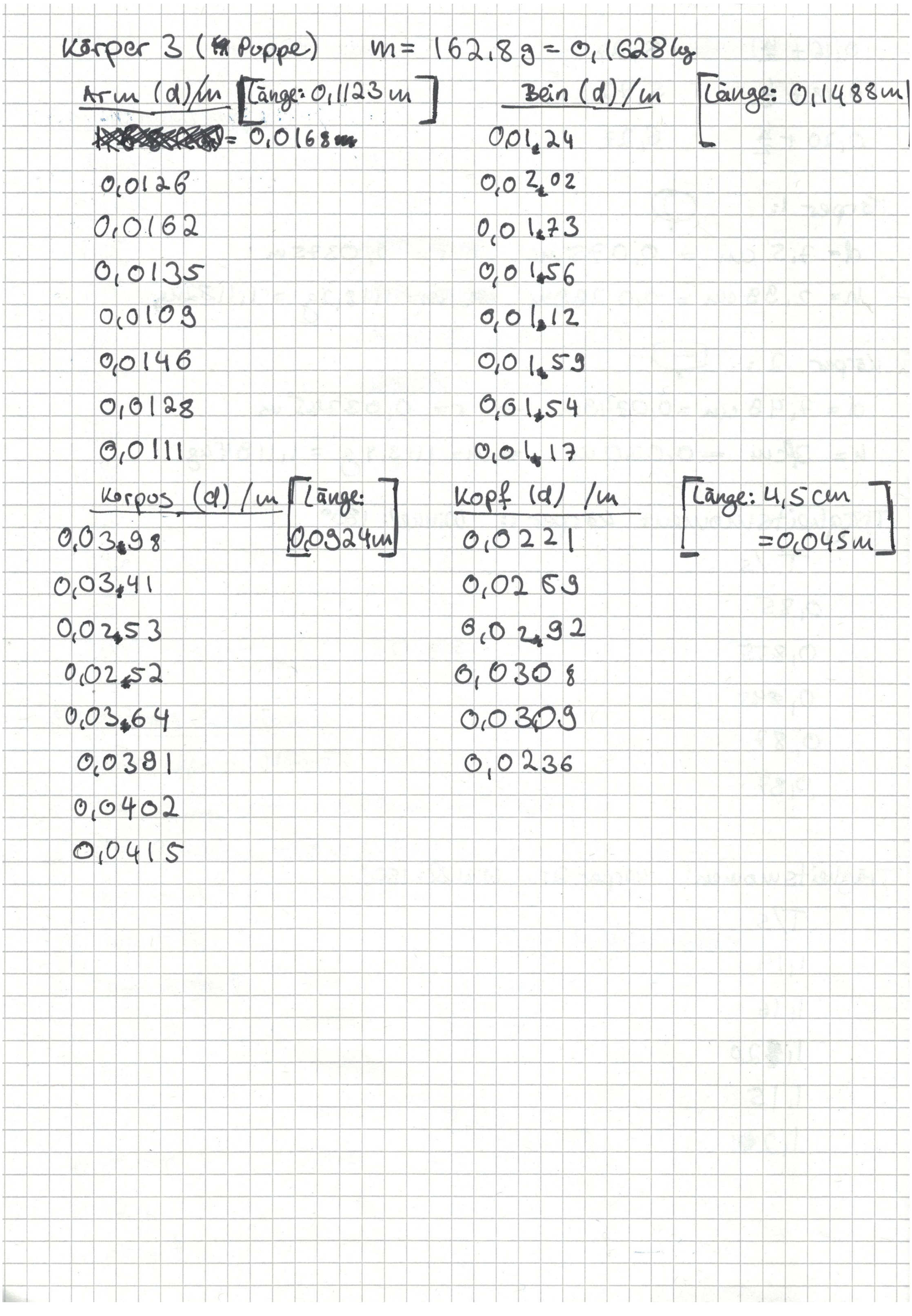

Abbildung 4: Originale Messdaten

Haltung 1: Winkel: 30°

T/s
0,41
0,43
0,39
0,41
0,42

Haltung 2: Winkel: 90°

T/s
0,61
0,65
0,68
0,62
0,67

17.11.17

Abbildung 5: Originale Messdaten