VERSUCH 18

Hochreine Germaniumdetektoren in der γ - Spektrometrie

Katharina Brägelmann
katharina.braegelmann@tu-dortmund.de

Lars Kolk
lars.kolk@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.12.2019 Abgabe: 06.01.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielführung

In diesem Versuch werden Gamma-Strahler mit einem Germanium-Detektor untersucht. Zur Kalibration des Messgeräts werden zunächst bekannte Strahler verwendet. Anschließend wird ein unbekannter Strahler mit dem kalibrierten Detektor untersucht.

2 Theorie

2.1 Wechselwirkung in Materie

Wenn Photonen in den Germanium-Detektor eindringen, geben sie ihre Energie hauptsächlich durch drei Effekte an diesen ab. Diese Effekte - Paarbildung, Comptonstreuung und Photoeffekt - werden in den folgenden Unterkapiteln erläutert. Welcher dieser Effekte jedoch auftritt hängt stark von der Kernladungszahl Z des Detektors sowie der Energie E_γ der Photonen ab.
Mithilfe des Wirkungsquerschnitts σ und der Anzahl der Photonen N_0 kann die Anzahl der Wechselwirkungen

$$N(D) = N_0 n\sigma \mathrm{d}x \tag{1}$$

(dx≙Absorberschichtdicke, n≙Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit)

pro Zeiteinheit bestimmt werden. Für die Anzahl der wechselwirkenden Photonen ergibt sich damit

$$N(D) = N_0 \left(1 - \exp\left(-n\sigma D\right)\right) = N_0 \left(1 - \exp\left(-\mu D\right)\right), \tag{2}$$

wobei die Größen n und σ zum Extinktionskoeffizient $\mu = n\sigma$ zusammengefasst werden können, dessen Kehrwert die mittlere Reichweite der Photonen im Material angeben. Die Wahrscheinlichkeit, das ein Photon wechselwirkt ist damit gegeben mit:

$$P(D) = 1 - \exp\left(-n\sigma D\right) = 1 - \exp\left(-\mu D\right). \tag{3}$$

2.1.1 Comptoneffekt

Wie im Feynman-Diagramm in Abbildung 1 zu sehen ist, beschreibt der Compton-Effekt das elastische Stoßen eines Photons mit einem ruhenden Elektron.

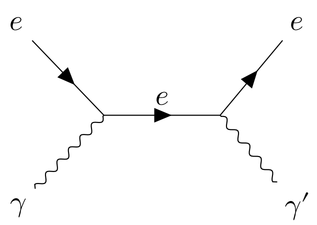

Abb. 1: Feynman-Diagramm zum Comptoneffekt

Dabei gibt das Photon mit Wellenlänge λ Energie an das Elektron ab, wodurch es zu einer Wellenlängenänderung des Photons kommt:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \tag{4}$$

($\Delta\lambda \mathrel{\hat{=}} \lambda - \lambda'$, $\lambda' \mathrel{\hat{=}}$ Wellenlänge des Photons nach dem Stoß, $h = \mathrel{\hat{=}}$ Planck'sches Wirkungsquantum,$\theta \mathrel{\hat{=}}$ Streuwinkel, $m_\mathrm{e} \mathrel{\hat{=}}$ Masse des Elektrons, $c \mathrel{\hat{=}}$ Lichtgeschwindigkeit)

Da sowohl m_e, c, als auch h Konstanten sind, hängt die Wellenlängenänderung und somit auch die Energie des Photons nach dem Stoß allein vom Streuwinkel ab.
Für die Energien $E_{\gamma'}$ des Photons und E_e des Elektrons nach dem Stoß lassen sich mithilfe von Energie- und Impulserhaltung die Relationen

$$E_{\gamma'} = E_\gamma \frac{1}{1 + \epsilon(1 - cos(\theta))} \tag{5}$$

$$E_e = E_\gamma \frac{1 - cos(\theta)}{1 + \epsilon(1 - cos(\theta))} \tag{6}$$

($\epsilon = \frac{E_\gamma}{mc^2}$)

herleiten. Bei einem maximalen Streuwinkel von $\theta = \pi$ kommt es zu einem Energieübertrag von

$$E_\mathrm{EL} = E_\gamma \frac{2\epsilon}{1 + 2\epsilon} < E_\gamma. \tag{7}$$

Somit kann das Photon nicht seine gesamte Energie übertragen.

2.1.2 Paarbildung

Paarbildung bezeichnet das Entstehen von Elektron und Positron aus einem einzelnen Photon. Damit dieser Prozess stattfindet, muss für die Energie des Photons $E_\gamma \geq 2m_e \cdot c^2 \approx 1,02$MeV gelten. Zusätzlich kann die Paarbildung nur in Anwesenheit weiterer Stoßpartner stattfinden, da sonst die Impulserhaltung verletzt wird. Handelt es sich bei dem Stoßpartner um einen Atomkern, ist die Rückstoßenergie

$$E_r = \frac{p^2}{2M} \tag{8}$$

($M \mathrel{\hat{=}}$ Masse des Atomkerns)

gering, weshalb das Photon vor dem Stoß lediglich über die Energie

$$E_\gamma > 2 \cdot m_\mathrm{e} c^2 \tag{9}$$

verfügen muss.
Falls das Elektron jedoch mit einem Hüllenelektron stößt, ist die Rückstoßenergie E_r größer, weshalb für so einen Fall die Relation

$$E_\gamma > 4 \cdot m_\mathrm{e} c^2 \tag{10}$$

gelten muss.
Die Energie, die nicht zur Erzeugung des Elektron-Positron-Paares benötigt wird, verteilt sich gleichmäßig auf dieses. Es kann jedoch passieren, dass das erzeugte Positron mit einem Hüllenelektron annihiliert. Die so erzeugten Photonen können den Detektor ohne weitere Wechselwirkung verlassen, weshalb im Energiespektrum - zusätzlich zu E_γ - Linien bei $E_\gamma - m_\mathrm{e}c^2$ und $E_\gamma - 2m_\mathrm{e}c^2$ beobachtet werden können.
Ein eine schmematische Darstellung der Paarbildung ist in Abbildung 2 zu sehen.

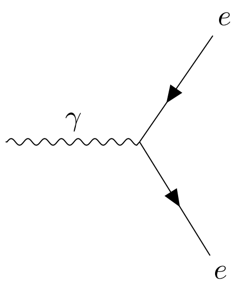

Abb. 2: Schematische Darstellung der Paarbildung

Der Wirkungsquerschnitt ist bei der Paarbildung davon abhängig, wo im Columbfeld diese stattfindet, da es durch die äußeren Schalen des Atoms zu Abschirmungseffekte kommt. In Kernnähe lässt sich der Wirkungsquerschnitt für $10\,\mathrm{MeV} < E < 25\,\mathrm{MeV}$ zu

$$\sigma_\mathrm{P} = \alpha r_\mathrm{e}^2 Z^2 \left(\frac{28}{9}\ln(2\epsilon) - \frac{218}{27}\right) \tag{11}$$

($\alpha\hat{=}$Feinstrukturkonstante)

nähern.

2.1.3 Photoeffekt

Der Photoeffekt beschreibt das Herauslösen eines Hüllenelektrons durch ein Photon. Dieses wird dabei vom Elektron absorbiert. Zusätzlich nimmt ein Elektron aus einer höheren Schale den Platz des herausgelösten Elektrons ein und emmitiert wieder ein Photon. Dabei muss die Energie des Photons größer als die Bindungsenergie des herauszulösenden Elektrons sein:

$$E_\gamma = E_\mathrm{Bindung} \tag{12}$$

Findet der Prozess in einer inneren Schale statt, fällt ein Elektron aus einer höheren Schale in das entstandene Loch und entsendet dabei wieder ein Photon. Da somit die gesamte Energie des Photons deponiert wird, ist bei der Messung ein scharfer Peak zu erwarten.

Für den Wirkungsquerschnitt lässt sich die Relation

$$\sigma_{\text{Ph}} \propto \frac{Z^{\alpha}}{E^{\delta}} \tag{13}$$

($4 < \alpha < 5$, ρ ist abhängig von E_γ. Es gilt $\delta \approx 3{,}5$, ab E_γ sinkt δ jedoch auf $\delta \approx 1$)

herleiten.

2.2 Der Reinst-Germanium-Detektor

2.2.1 Der Germanium-Detektor als Halbleiter

Der Germanium-Detektor ist ein Halbleiterdetektor und stellt im wesentlichen eine Halbleiterdiode da. Als solche besteht der Germanium-Detektor aus einem n- und einem p-dotierten Bereich. Beim Übergang diffundieren Elektronen und Löcher in die jeweils andere Schicht und rekombinieren dort. Somit entsteht eine Ladungsträger verarmte Zone. Jedoch entsteht aufgrund der Raumladungen der Donatoren der n-Schicht und der Akzeptoren in der p-Schicht eine Potentialdifferenz U_d, die der Diffusion entegegen wirkt. Wird nun eine asymmetrische Dotierung gewählt bei der die Donatorendichte n_D deutlich kleiner als die Akzeptorendichte n_A ist, kann die Breite d der Verarmungszone - die typischerweise einige µm beträgt - mithilfe einer angelegten Spannung U auf einige cm verbreitert werden. Die Breite d ist für so einen Fall gegeben durch

$$d = d_n + d_p \approx d_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_r}{e_0 n_A}(U_D + U)}. \tag{14}$$

(ϵ, $\epsilon_r$$\hat{=}$Dielektrizitätskonstanten, $n_A$$\hat{=}$Akzeptorendichte, $e_0$$\hat{=}$Elementarladung, $d_n$$\hat{=}$Breite der n-Schicht, $d_p$$\hat{=}$Breite der p-Schicht)

Die Proportionalität zur Spannung U sorgt dafür, dass ab einer Spannung von $U = 5000\,\text{V}$ eine Verarmungszone von $3\,\text{cm}$ entsteht. Jedoch ist einstellbare Spannung durch die Bildung von Elektron-Loch-Paaren Temperatur-bedingt nach oben hin begrenzt, da diese Ladungen durch die angelegte Spannung U beschleunigt werden. Dadurch entsteht ein Leckstrom, der die Energieauflösung des Detektors beeinflusst. Um dem entgegen zu wirken, wird der Detektor auf eine Temperatur von ca $77\,\text{K}$ heruntergekühlt. Dies geschieht mithilfe von flüssigem Stickstoff.

2.2.2 Funktionsweise

Trifft ein geladenes Teilchen oder Photon auf die Elektronen im Detektor, können diese die Energielücke zwischen Valenz- und Leitungsband überspringen. Ist dies der Fall, bleiben im Valenzband frei bewegliche Löcher zurück und es entstehen Elektronen-Loch-Paare. Mit diesen lässt sich ein Ladungsimpuls messen, der proportional zur Energie der Primärelektronen ist. Damit lässt sich die vom Photon deponierte Energie E_γ rekonstruieren, die im besten Fall ihre gesamte Energie deponiert haben.

2.2.3 Auflösungsvermögen

Im vom Detektor aufgezeichneten Spektrum eines γ-Strahlers können zwei Spektrallinien nur dann unterschieden werden, wenn ihre Mittelwerte mindestens um die Halbwertsbreite $\mathit{\Delta} E_{1/2}$ entfernt voneinander liegen.
Diese Halbwertsbreite wird durch verschiedene Faktoren - dem Leckstrom, Feldinhomogenitäten und dem Verstärkerrauschen - beeinflusst. Für die Halbwertsbreite gilt dann

$$\Delta E'^2_{\frac{1}{2}} = \Delta E^2_{\frac{1}{2}} + \Delta E^2_{\text{Leckstrom}} + \Delta E^2_{\text{Feldinhom.}} + \Delta E^2_{\text{Verstärkerrauschen}}. \tag{15}$$

Diese ist auch abhängig von der Saugspannung U. Je größer diese ist, desto größer wird auch $\Delta E^2_{\text{Leckstrom}}$ und desdo kleiner wird $\mathit{\Delta} E^2_{\text{Feldinhom.}}$. Aufgrund dessen muss für eine gute Halbwertsbreite $\Delta E'^2_{\frac{1}{2}}$ ein Kompromiss zwischen $\Delta E^2_{\text{Leckstrom}}$ und $\mathit{\Delta} E^2_{\text{Feldinhom.}}$ gefunden werden.
Die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q eines Photons lässt sich über den Zusammenhang

$$Q = \frac{Z}{WA}\frac{4\pi}{\Omega}\frac{1}{t}. \tag{16}$$

($W\hat{=}$Emissionswahrscheinlichkeit des Strahlers, $t\hat{=}$Zeit, $A\hat{=}$Aktivität, $Z\hat{=}$Summe aller Impulse eines Peaks)

bestimmen. Dabei lässt sich die Aktivität A bei bekannter Urspungsaktivität A_0 wie folgt berechnen:

$$A(t) = A_0 \cdot \exp\left(\frac{-\ln(2)t}{\tau_{1/2}}\right), \tag{17}$$

($\tau_{1/2}\hat{=}$Halbwertszeit)

3 Aufbau

Der Aufbau des zylinderförmigen Germaniumdetektors ist in Abbildung 3 dargstellt. Wie dort zu sehen ist, besteht die Oberfläche des Detektors aus einer mit Lithium dotierten n-Schicht die als +-Pol dient. Im inneren des Detektorkristalls befindet sich eine koaxiliale Bohrung. Deren innere Oberfläche wurde mit Gold bedampft und stellt somit eine p-dortierte Schicht da. Zwischen diesen Schichten befindet sich ein reiner Germaniumkristall, in dem sich aufgrund der p - und n-dotierten Schichten zur Ausbildung einer ausgedehnten Verarmungszone kommt.

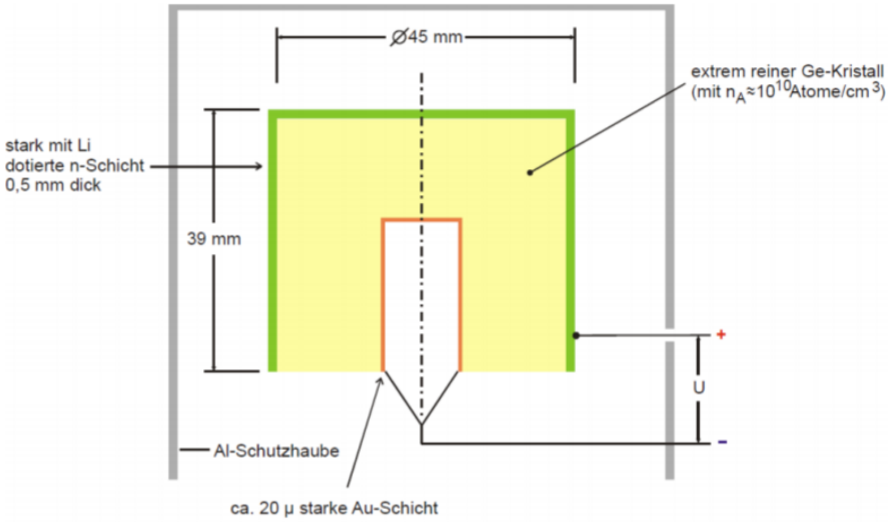

Abb. 3: Koaxialquerschnitt des Detektors [1]

Einfallende Photonen müssen zuerst die Aluminium-Schutzhaube durchqueren, die den Detektor umgibt, bevor an die n-dotierte Schichte gelangen. Daher existiert eine untere Nachweisgrenze von $40 - 50$keV sowie eine Vollenergienachweisgrenze von ca. 150keV für Photonen.

4 Durchführung

Zunächst wird ein ^{152}Eu-Strahler mit bekannter Aktivität dazu verwendet, den Detektor zu kalibrieren und die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit zu bestimmen. Anschließend werden die Aktivitäten von ^{137}Cs- und ^{133}Ba Proben mit dem Detektor untersucht. Zum Schluss wird die Aktivität einer unbekannten Probe untersucht, um auf die Probe zurückzuschließen.

5 Auswertung

5.1 Energiekalibration

Die Energiekalibration wird anhand der Vermessung eines ^{152}Eu-Spektrums (Abb. 4) durchgeführt. Die Messdaten werden mit Python 3.7.3 und den Biblitheken *numpy*, *scipy* und *uncertainties* ausgewertet. Ausgleichsrechnungen erfolgen mit *scipy.optimize.curve_fit*. Über eine Peak-Picking-Funktion werden die größten Peaks in den Daten ausfindig gemacht und sind in Tabelle 1 notiert. Zum γ-Zerfall des ^{152}Eu werden Literaturwerte bezüglich der Emissionsenergien und der Emissionswahrscheinlichkeiten recherchiert [2]. Dabei werden zunächst die Emissionsenergien mit mindestens 1 % Emissionswahrscheinlichkeit rausgesucht. Diese sind in Tabelle 1 aufgeführt. Zur

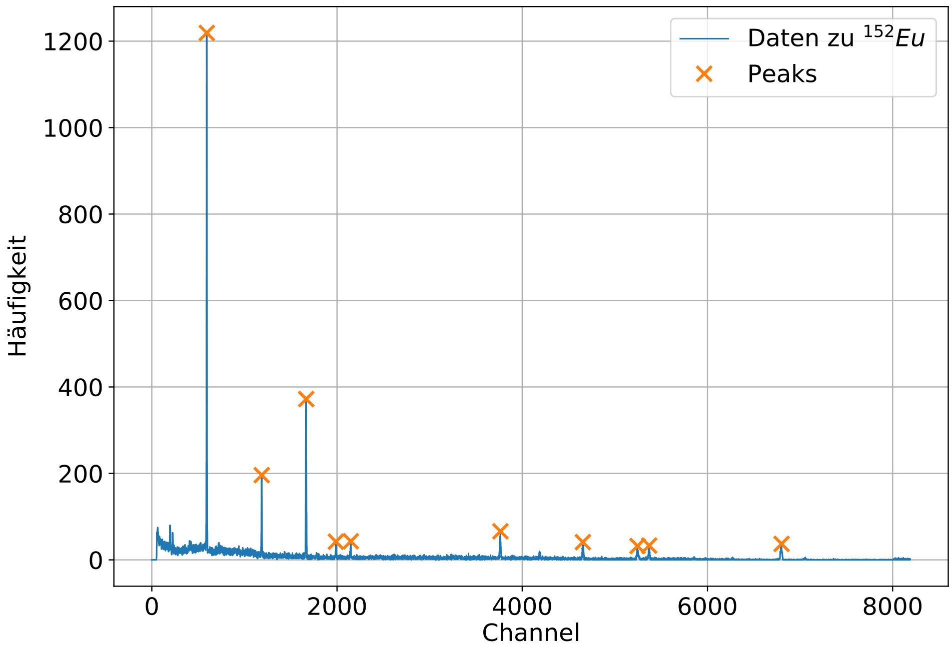

Abb. 4: Das aufgenommene Spektrum über $T = 2134\,\mathrm{s}$ von ^{152}Eu mit markierten Peaks. Dargestellt ist die Zählrate gegen den zugehörigen Channel des MCA.

Tab. 1: Parameter zu allen vermessenen Peaks des ^{152}Eu-Spektrums.

Peak	Channel(Peak)	Counts	E_γ / keV [2]	rel. Channel $\frac{\text{Channel}}{\text{Channel(Peak 9)}}$	rel. Energie $\frac{E_\gamma}{E_\gamma\text{(Peak 9)}}$
0	594	1219	121,7817	0,087	0,087
1	1187	196	244,6974	0,175	0,174
2	1667	372	344,2785	0,245	0,245
3	1988	42	411,1165	0,292	0,292
4	2149	43	443,965	0,316	0,315
5	3765	66	778,9045	0,554	0,553
6	4655	41	964,079	0,685	0,685
7	5245	32	1085,837	0,771	0,771
8	5371	33	1112,076	0,790	0,790
9	6801	37	1408,013	1,0	1,0

Kalibration werden die jeweiligen Daten auf den zugehörigen Wert des letzten sichtbaren

Peaks normiert. Entsprechend werden folgende Rechnungen ausgeführt:

$$\text{rel. Energie} \qquad E_{\text{rel.}} = \frac{E_{\text{Peak}}}{E(\text{Peak=9})}$$

$$\text{rel. Channel} \qquad \text{Channel}_{\text{rel.}} = \frac{\text{Channel}}{\text{Channel(Peak=9)}}.$$

Die relativen Größen sind in Abbildung 5 gegen die Counts aufgetragen. Die drei Emissionsenergien, die im gemessenen Spektrum nicht als Peak ersichtlich sind und auch die geringsten Emissionswahrscheinlichkeiten aufweisen, werden aus den Daten der Literaturwerte entfernt. Anschließend werden die zugeordneten Energien der Peaks gegen die

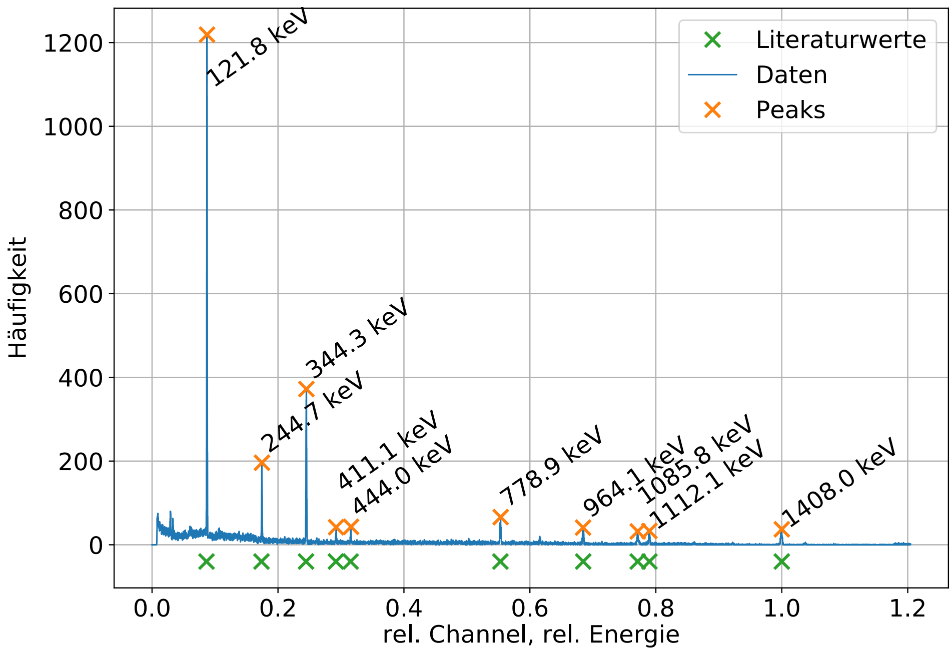

Abb. 5: Die relativen Größen $E_{\text{rel.}}$ und $\text{Channel}_{\text{rel.}}$, normiert auf den letzten sichtbaren Peak des ^{152}Eu-Spektrums, sind gegen die zugehörigen Counts aufgetragen. Die Peaks lassen sich nun den Spektrallinien des ^{152}Eu zuordnen.

Channel der Peaks geplottet (Abbildung 6) und es wird eine lineare Regression der Form

$$E = m \cdot \text{Channel} + n \tag{18}$$

durchgeführt. Als Parameter der Regression ergeben sich über *curve_fit*:

$$m = (0{,}207\,26 \pm 0{,}000\,04)\,\text{keV/Channel}, \qquad n = (-1{,}22 \pm 0{,}17)\,\text{keV}.$$

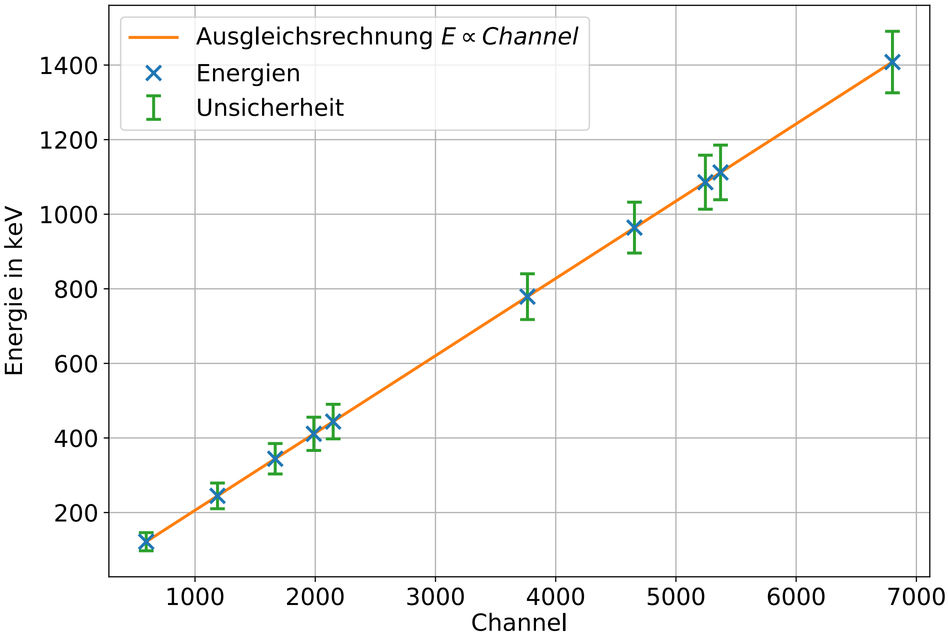

Abb. 6: Ausgleichsrechnung über den Zusammenhang der Channel des MCA und der Energien der γ-Teilchen.

5.2 Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit

Zur Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q (engl.: *efficiency*) des Detektors wird zunächst die Aktivität der Probe ausgerechnet. Zwischen dem angegebenen Herstellungsdatum (01.10.2000) [1] der ^{152}Eu-Probe und dem Versuchstag (09.12.2019) sind $t = (605\,484\,000 \pm 54\,000)\,\mathrm{s}$ vergangen. Die Halbwertszeit des Isotops beträgt $T_{1/2} = (426{,}7 \pm 0{,}5) \cdot 10^6\,\mathrm{s}$ [2]. Mit der Anfangsaktivität $A_0 = (4130 \pm 60)\,\mathrm{Bq}$ ergibt sich über

$$A = A_0 \exp\left(-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} t\right) = (1545 \pm 29)\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

die aktuelle Aktivität der Probe. Weiterhin wird der eingenommene Raumwinkel des Detektors benötigt. Dabei wird der Raumwinkel über die Geometrie eines Kegels berechnet:

$$\frac{r}{h} = \tan(\varphi/2) \Leftrightarrow \varphi = 2\arctan\left(\frac{r}{h}\right)$$
$$\frac{\Omega}{4\pi} = \sin^2\frac{\varphi}{2\cdot 4} = \sin^2\left(\frac{1}{4}\arctan(r/h)\right) = 0{,}0069\,\mathrm{sr}.$$

Die eingesetzten Größen für den Radius der Detektoroberfläche und Höhe des Kegels sind $r = 22{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$ und $h = 80 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$. Die gesamte Messzeit des ^{152}Eu-Spektrums beträgt $T = 2134\,\mathrm{s}$. Damit kann nun Q nun über Gleichung (16) berechnet werden. Zur Berechnung der Peakinhalte werden die Peaks einzeln betrachtet und die Messdaten passend zu

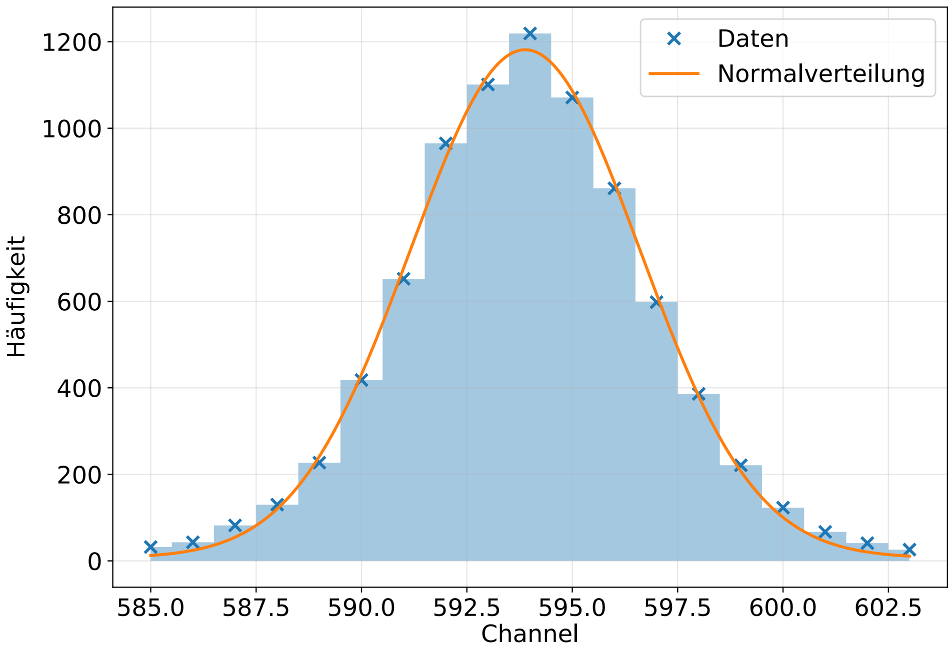

Abb. 7: Vergrößerung des ersten Peaks mit Ausgleichsfunktion einer Gaußkurve zur Veranschaulichung der Gaußpeaks.

der erwarteten Gaußverteilung eines Peaks abgeschnitten (vgl. Abb. 7). Die Inhalte der Peaks werden durch Aufsummation der Counts im jeweiligen angepassten Datenbereich berechnet. Die Ergebnisse zu den jeweiligen Peaks sind in Tabelle 2 notiert. Nun wird Q

Tab. 2: Parameter zur Berechnung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit anhand eines ^{152}Eu-Spektrums. Weitere verwendete Größen sind: $A = (1545 \pm 29)/\mathrm{s}$, $\frac{\Omega}{4\pi} = 0{,}0069\,\mathrm{sr}$, $T = 2134\,\mathrm{s}$.

E_γ / keV [2]	P [2]	$P_{\text{Peakinhalt}}$	Q in 10^{-3}
121,7817	28,41	(8233 ± 91)	$(12{,}70 \pm 0{,}24)$
244,6974	7,55	(1515 ± 39)	$(8{,}79 \pm 0{,}16)$
344,2785	26,59	(3152 ± 56)	$(5{,}19 \pm 0{,}10)$
411,1165	2,238	(324 ± 18)	$(6{,}34 \pm 0{,}12)$
443,965	2,80	(367 ± 19)	$(5{,}74 \pm 0{,}11)$
778,9045	12,97	(741 ± 27)	$(2{,}50 \pm 0{,}05)$
964,079	14,50	(596 ± 24)	$(1{,}80 \pm 0{,}33)$
1085,837	10,13	(403 ± 20)	$(1{,}74 \pm 0{,}32)$
1112,076	13,41	(502 ± 22)	$(1{,}64 \pm 0{,}30)$
1408,013	20,85	(586 ± 24)	$(1{,}23 \pm 0{,}23)$

gegen die Energie E des jeweiligen Peaks aufgetragen. Es wird eine Ausgleichsrechnung der Form $Q = aE^b + c$ durchgeführt. Die Parameter der Ausgleichsrechnung betragen:

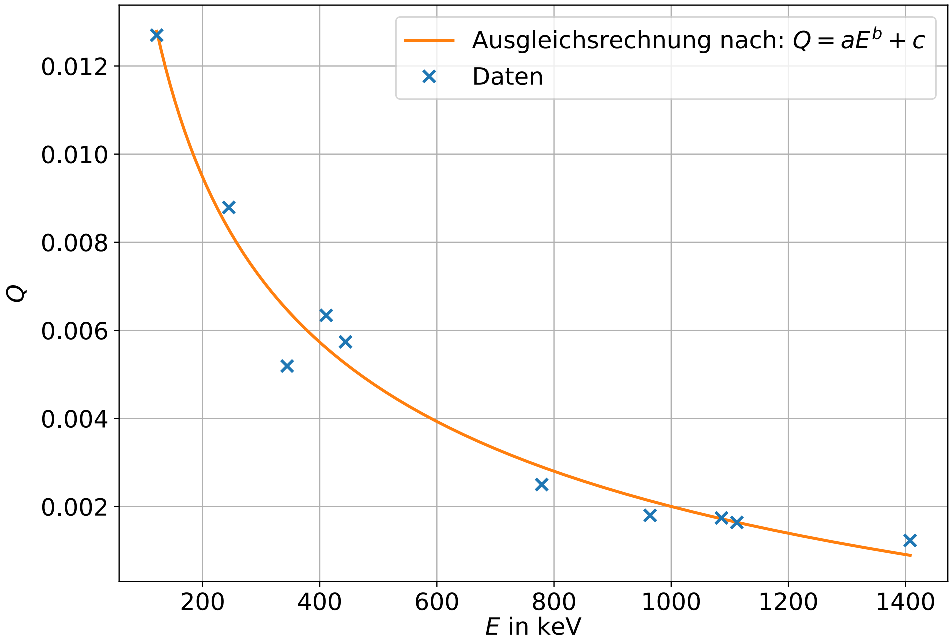

Abb. 8: Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q. Die Fehlerbereiche verschwinden hinter den Datenpunkten und sind zur Übersichtlichkeit nicht aufgeführt.

$$a = (0{,}113 \pm 0{,}055)\,\frac{1}{\mathrm{keV}}, \qquad b = (-0{,}36 \pm 0{,}17)\,, \qquad c = (-0{,}0077 \pm 0{,}0059)\,.$$

5.3 Monochromatisches ^{137}Cs-Spektrum

In Abbildung 9 ist das volle Spektrum des ^{137}Cs-Strahlers abgebildet. Der Photopeak wird über eine Peak-Picking-Funktion ermittelt. Dieser ist vergrößert in Abbildung 10 abgebildet. An den Peak wird eine Gaußverteilung nach

$$f(E) = \frac{a}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\,\exp\left(-\frac{(E-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) + b$$

gefittet. Hierzu wird der augewertete Datenbereich angepasst. Die Parameter der Ausgleichsrechnung ergeben sich zu

$$\mu = (661{,}2327 \pm 0{,}0051)\,\mathrm{keV}, \qquad \sigma = (0{,}9023 \pm 0{,}0051)\,\mathrm{keV},$$
$$a = (1868 \pm 9)\,\mathrm{keV}^2, \qquad b = (6{,}1 \pm 0{,}1)\,\mathrm{keV}.$$

Dabei entspricht der Mittelwert μ der Energie der Photolinie:

$$\Rightarrow \mu = E_{\text{Photo, Data}} = (661{,}2327 \pm 0{,}0051)\,\mathrm{keV}.$$

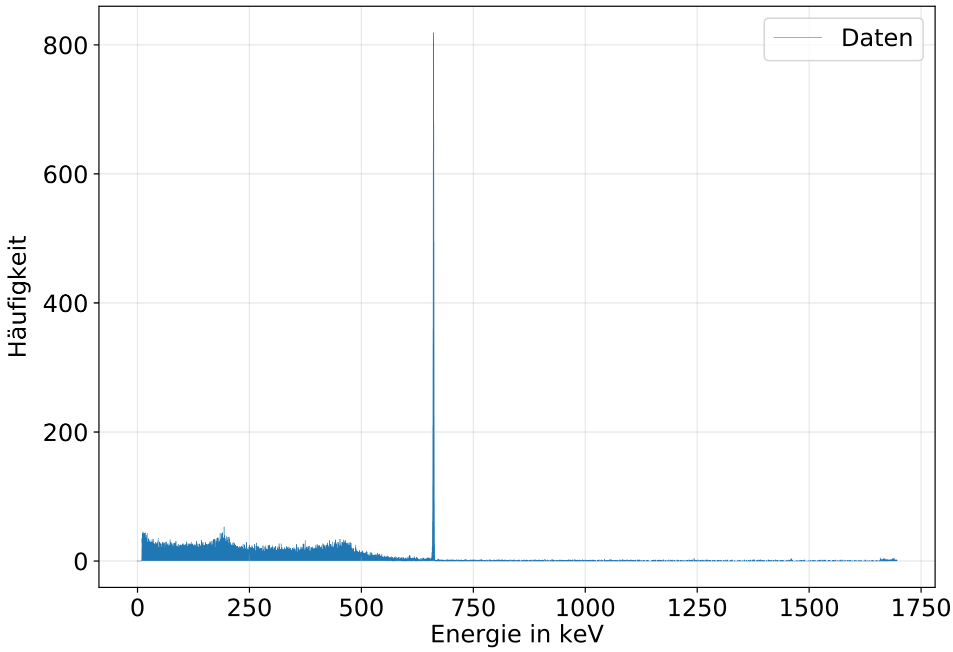

Abb. 9: Volles aufgenommenes Spektrum des ^{137}Cs-Strahlers.

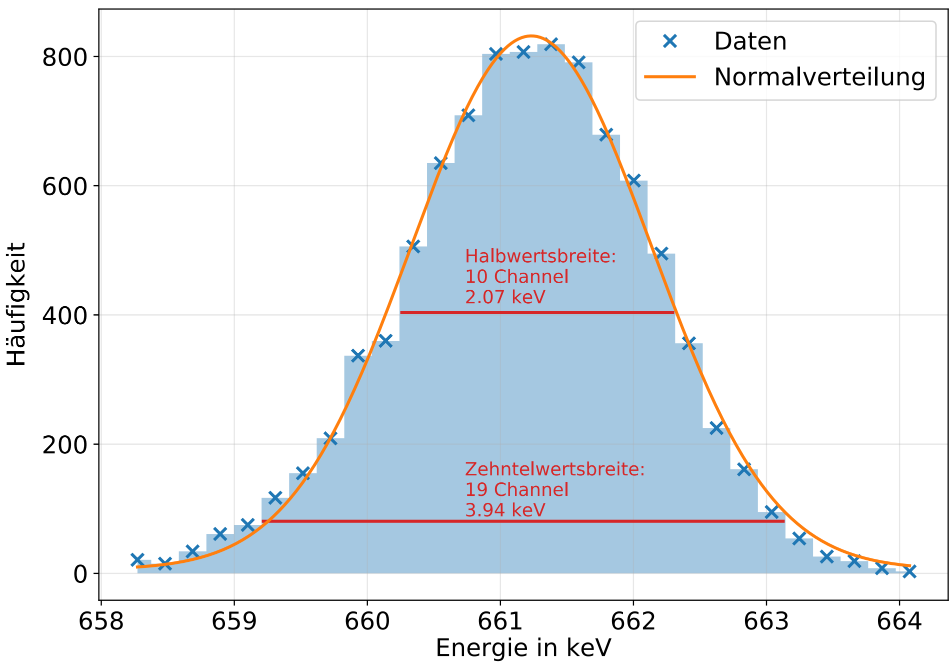

Abb. 10: Vergrößerter Photopeak des ^{137}Cs-Strahlers.

Ein Literaturwert [2] zum Photopeak findet sich zu

$$E_{\text{Photo, Theo}} = (661{,}657 \pm 0{,}003)\,\text{keV}.$$

Für den Inhalt des Photopeaks werden die Counts im geplotteten Bereich aufsummiert. Der Inhalt beträgt:

$$N_{\text{Photo}} = (9174 \pm 96)\,.$$

Die Halbwertsbreite (FWHM) und die Zehntelwertsbreite (FWTM) werden zu folgenden Daten ausgemessen, indem die Energie bei der Hälfte bzw einem Zehntel der Counts aus den Messdaten bestimmt wird:

$$\begin{aligned}
\text{FWHM}_{\text{Daten}} &= 2{,}07\,\text{keV} \\
\text{FWTM}_{\text{Daten}} &= 3{,}94\,\text{keV} \\
\frac{\text{FWHM}_{\text{Daten}}}{\text{FWTM}_{\text{Daten}}} &= 0{,}53\,.
\end{aligned}$$

Aus der Standardabweichung σ lässt sich ein Vergleichswert passend zur gefitteten Gaußverteilung finden:

$$\begin{aligned}
\text{FWHM}_{\text{Fit}} &= 2\sigma\sqrt{2\ln(2)} &&= 2{,}13\,\text{keV} \\
\text{FWTM}_{\text{Fit}} &= 2\sigma\sqrt{2\ln(10)} &&= 3{,}87\,\text{keV} \\
\frac{\text{FWHM}_{\text{Fit}}}{\text{FWTM}_{\text{Fit}}} &= 0{,}55\,.
\end{aligned}$$

In Abbildung 11 ist das Compton-Kontinuum des Spektrums vergrößert dargestellt. Über den Schnittpunkt zweier Ausgleichsgeraden der Form $y = a \cdot E + b$ wird die Lage der Compton-Kante angenähert. Die Parameter der Geraden ergeben sich zu

$$\begin{aligned}
&\text{links:} && a = (0{,}0699 \pm 0{,}0058)\,\frac{1}{\text{keV}}, && b = (-11{,}3 \pm 2{,}4)\,, \\
&\text{rechts:} && a = (-0{,}152 \pm 0{,}017)\,\frac{1}{\text{keV}}, && b = (89 \pm 8)\,.
\end{aligned}$$

Der Schnittpunkt, entsprechend die Compton-Kante, liegt über Gleichsetzen der Geradengleichungen bei

$$E_{\text{Compton, Data}} = (450 \pm 5)\,\text{keV}.$$

Aus Gleichung (7) folgt für die Compton-Kante folgender theoretischer Wert:

$$E_{\text{Compton, Theo}} = (477{,}3340 \pm 0{,}0028)\,\text{keV}.$$

Der Inhalt des Compton-Kontinuums als Summation der betreffenden Kanalinhalte bis zur Compton-Kante beträgt

$$N_{\text{Kontinuum}} = (40\,797 \pm 202)\,.$$

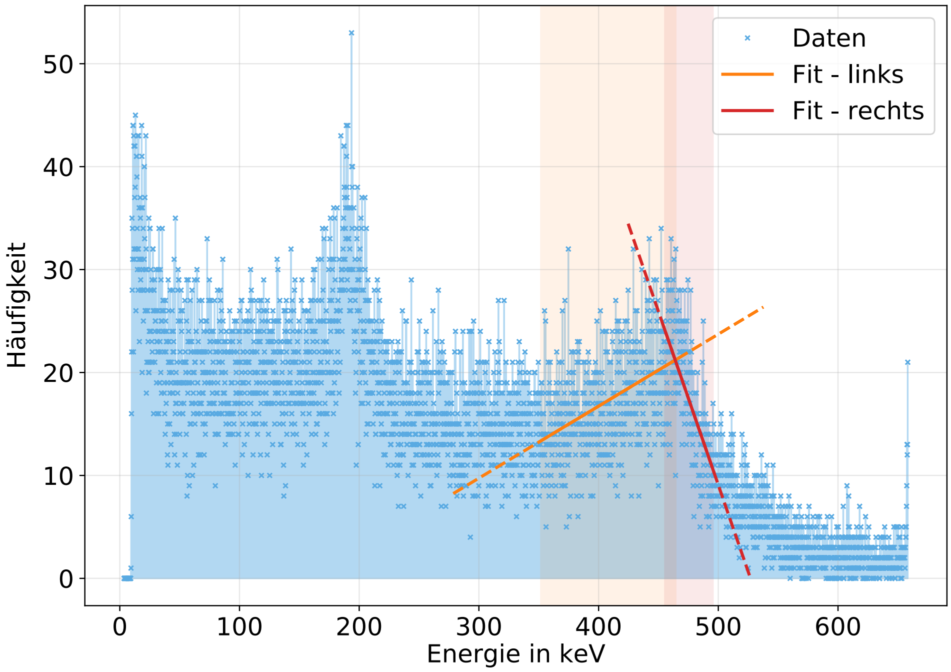

Abb. 11: Vergrößertes Compton-Kontinuum des ^{137}Cs-Strahlers mit linearen Ausgleichsrechnungen zur Identifitkation der Lage der Compton-Kante.

Der Rückstreupeak wird erneut durch das Anpassen zweier Geraden an beide Flanken des Peaks ermittelt (Abb. 12). Die Parameter beider Geradengleichungen lauten:

$$\text{links:} \qquad a = (0{,}532 \pm 0{,}051)\,\frac{1}{\text{keV}}, \qquad b = (-69 \pm 9)\,,$$

$$\text{rechts:} \qquad a = (-0{,}580 \pm 0{,}052)\,\frac{1}{\text{keV}}, \qquad b = (144 \pm 11)\,.$$

Der Rückstreupeak entspricht dem Schnittpunkt beider Geraden und liegt bei

$$E_{\text{Rück, Data}} = (191 \pm 18)\,\text{keV}.$$

Der entsprechende Vergleichswert errechnet sich aus Gleichung (5) mit $\vartheta = 90\,°$ zu

$$E_{\text{Rück, Theo}} = (242{,}1 \pm 1{,}1)\,\text{keV}.$$

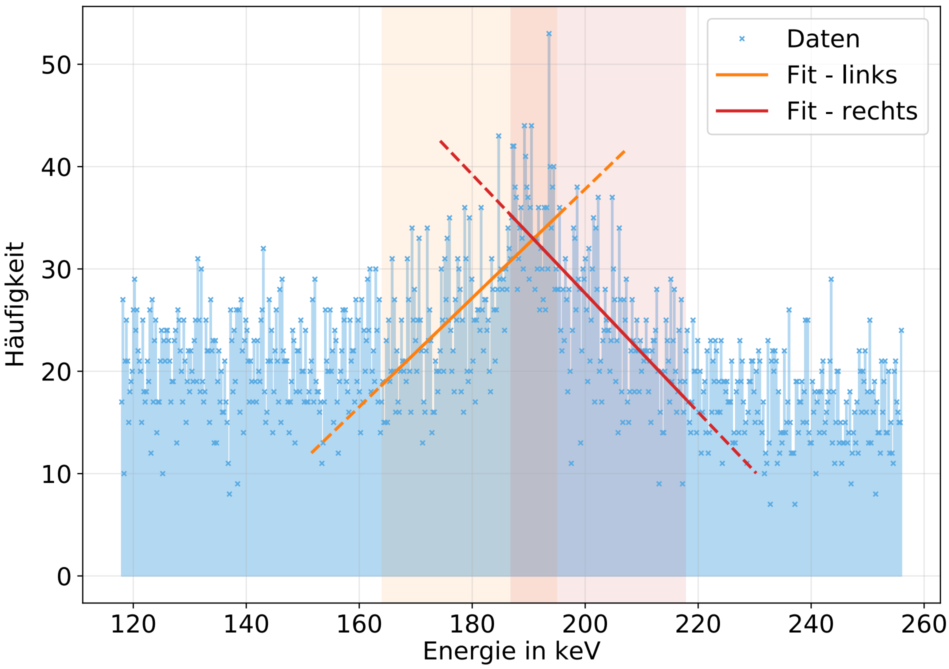

Abb. 12: Vergrößerter Bereich des Compton-Kontinuums um den Rückstreupeak des ^{137}Cs-Strahlers mit linearen Ausgleichsrechnungen zur Identifitkation der Lage des Rückstreupeaks.

Der Extinktionskoeffizient, oder auch Absorptionskoeffizient μ, lässt sich aus Abbildung 13 ablesen. Für die jeweiligen Wechselwirkungen und die zugehörigen Energien werden folgende Absorptionskoeffizienten μ abgelesen:

$$\begin{aligned} & E_{\text{Data}} && \mu \\ \text{Photo: } & (661{,}2327 \pm 0{,}0051)\,\text{keV} && (0{,}004\,35 \pm 0{,}000\,10)\,\text{cm}^{-1} \\ \text{Compton: } & (450 \pm 5)\,\text{keV} && (0{,}40 \pm 0{,}01)\,\text{cm}^{-1}. \end{aligned}$$

Über die Absorberdicke (maximale Detektordicke) $d = 39\,\text{mm}$ und Gleichung (3) ergeben sich die Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten

$$\begin{aligned} \text{Photo: } P &= (1{,}68 \pm 0{,}04)\,\% \\ \text{Compton: } P &= (79{,}0 \pm 0{,}8)\,\%. \end{aligned}$$

Das Verhältnis der Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten berechnet sich zu:

$$\frac{P_{\text{Photo}}}{P_{\text{Compton}}} = (47{,}0 \pm 1{,}2)\,.$$

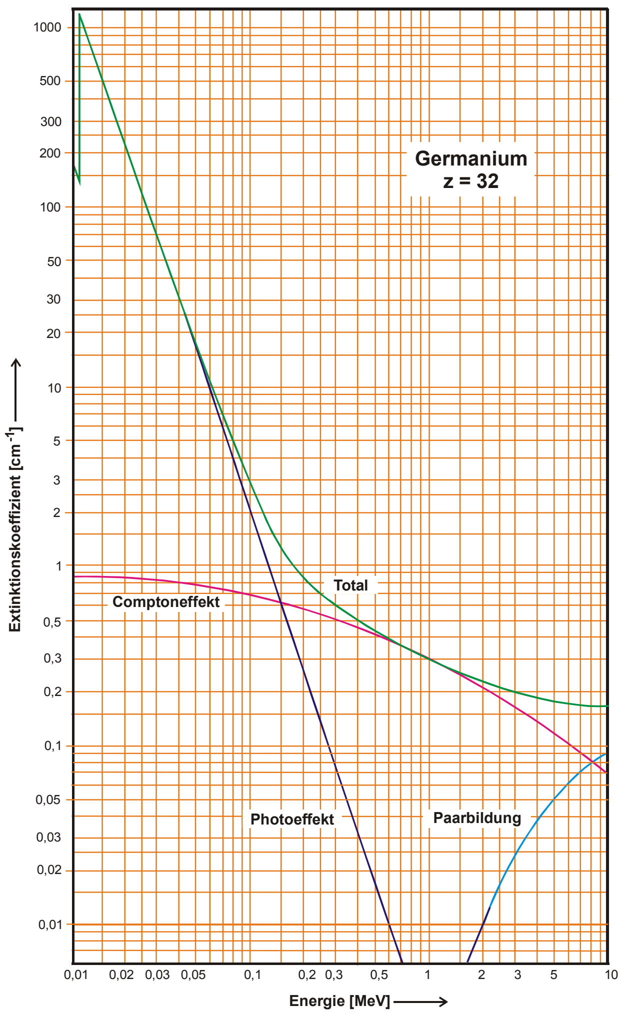

Abb. 13: Verlauf von μ gegen die γ-Energie aufgetragen [3].

Das Verhältnis der Inhalte des Photopeaks und des Compton-Kontinuums gibt ebenfalls Auskunft über das Verhältnis der Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten:

$$\frac{N_{\text{Photo}}}{N_{\text{Kontinuum}}} = (4{,}45 \pm 0{,}05)\,.$$

5.4 Aktivität von Barium

In Abbildung 14 ist das Spektrum zum ^{133}Ba dargestellt. Die Peaks werden mithilfe einer Peak-Picking-Funktion ermittelt. Die Literaturwerte zum Barium [2] sind in Tabelle 3 aufgeführt. Die Werte sind ebenfalls in Abbildung 14 abgebildet.

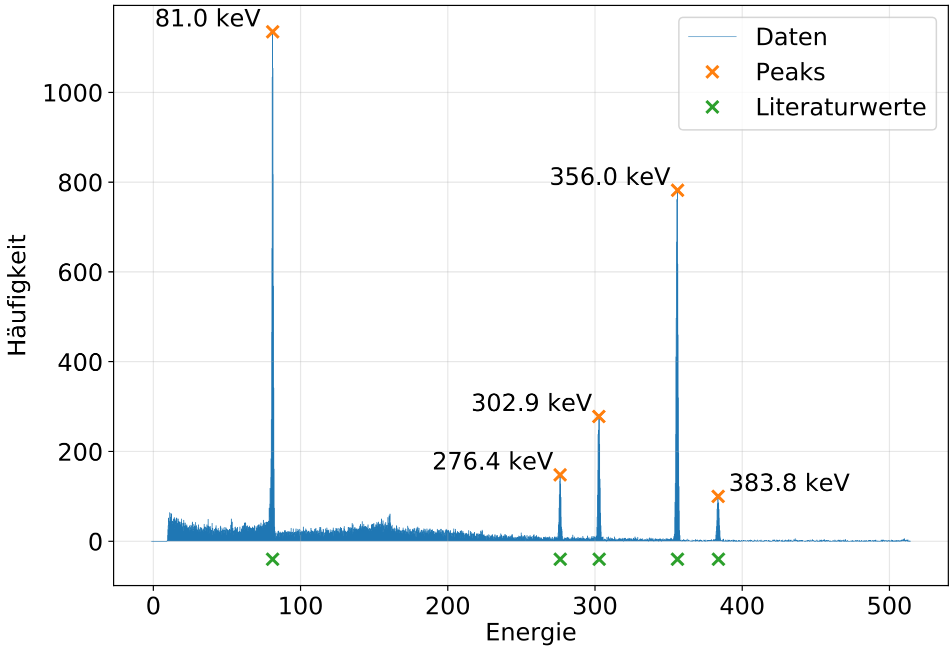

Abb. 14: Spektrum des ^{133}Ba mit zugeordneten Literaturwerten [2].

Nun wird die Aktivität der Probe zur Zeit der Messung bestimmt. Hierzu werden die einzelnen Peaks genauer betrachtet, passende Bereiche der Gaußpeaks gewählt und die Inhalte der einzelnen Peaks werden berechnet. Die Energien der einzelnen Peaks E_γ, die Emissionswahrscheinlichkeit P, die Peakinhalte $N_{\text{Peakinhalt}}$ sind in Tabelle 3 notiert. Über die Ausgleichsrechnung aus Kapitel 5.2 werden aus den Energien die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeiten Q berechnet. Die Gleichung (16) wird nach der Aktivität A umgestellt und so für jeden Peak eine Aktivität bestimmt. Anschließend

Tab. 3: Parameter zur Berechnung der Aktivität anhand eines ^{133}Ba-Spektrums. Weitere verwendete Größen sind:
$\frac{\Omega}{4\pi} = 0{,}0069\,\text{sr}$, $T = 2347\,\text{s}$.

E_γ / keV [2]	P [2]	$P_{\text{Peakinhalt}}$	Q in 10^{-3}	A in Bq
81,0579	33,31	(7173 ± 85)	15,52	(854 ± 10)
276,2951	7,13	(1099 ± 33)	7,23	(1311 ± 40)
302,6169	18,31	(2290 ± 48)	6,75	(1140 ± 24)
356,0896	62,05	(6207 ± 79)	5,93	(1038 ± 13)
383,6549	8,94	(845 ± 29)	5,57	(1044 ± 36)

wird eine finale Aktivität bestimmt, indem die einzelnen Aktivitäten gemittelt werden:

$$A = (1077 \pm 12)\,\frac{1}{\text{s}}.$$

5.5 Bestimmung der Bestandteile einer Probe aus Bananenchips

Das vollständige Spektrum der Probe ist in Abbildung 15 abgebildet. Nun werden die

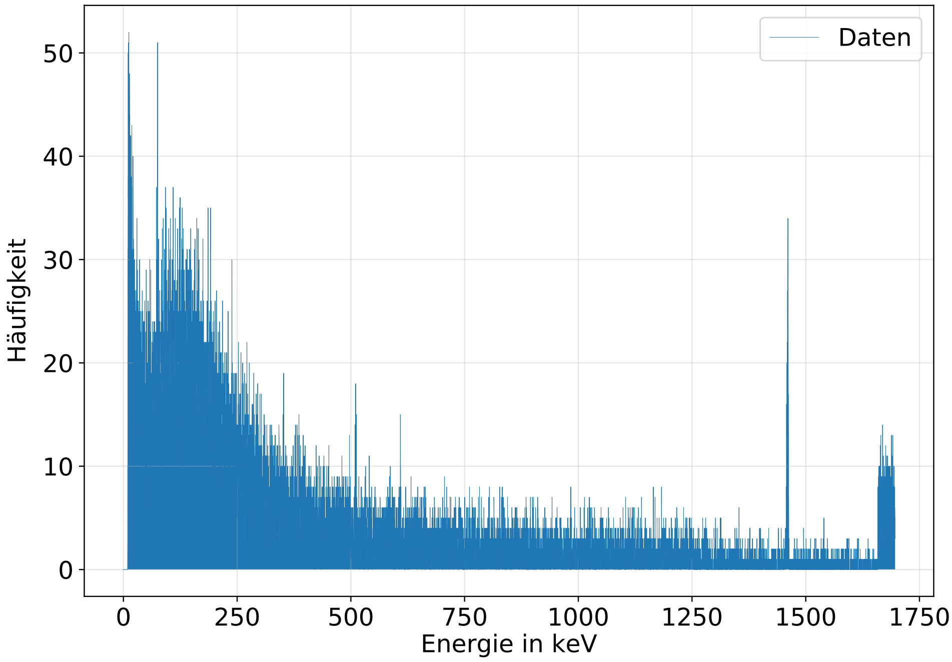

Abb. 15: Spektrum der Probe von Bananenchips.

Peaks mithilfe einer Peak-Picking-Funktion ausfindig gemacht. Anschließend werden zu den Energien der prominentesten Peaks über Quelle [2] mögliche Isotope gesucht. ^{40}K hat zwei γ-Zerfälle mit signifikanter Emissionswahrscheinlichkeit. Dabei lässt sich ^{40}K zwei gemessenen Spektrallinien zuordnen (Abb. 16):

gemessene Linie:	Literaturwert [2]:
1460,9832 keV	1460,822 keV
510,7042 keV	511 keV.

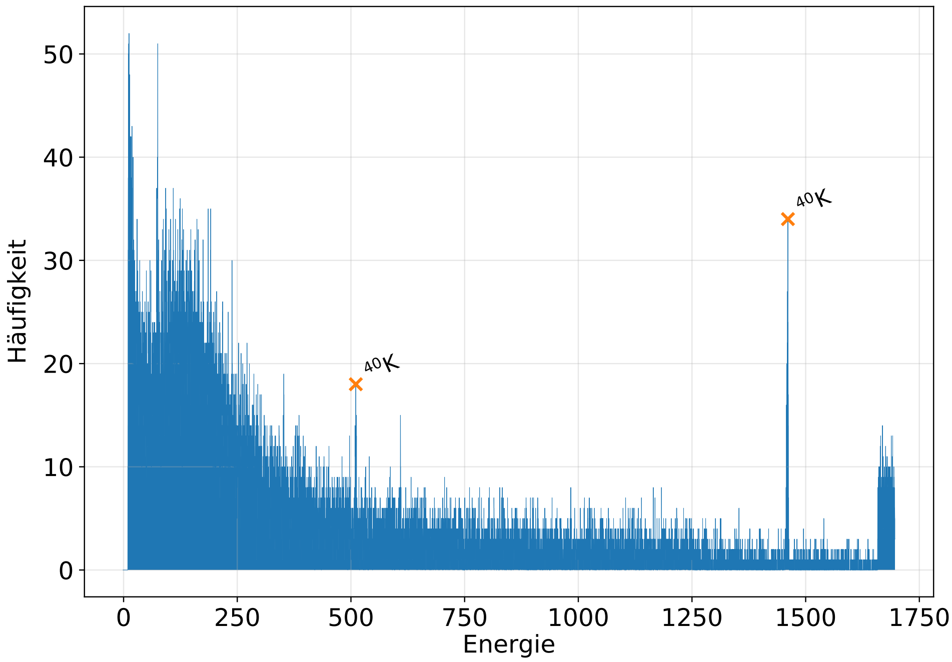

Abb. 16: Spektrum der Probe mit Markierung der eindeutig identifizierbaren Isotope [2].

6 Diskussion

Kalibration und Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit durch Messungen an Europium Die Energiekalibration des Germanium-Detektors mithilfe einer ^{152}Eu-Probe verläuft wie erwartet. Die Unsicherheiten der Kalibrierung sind klein (max. 0,02 %).
Die Aktivität der Europiumprobe wird zu

$$A = (1545 \pm 29)\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

bestimmt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen seine volle Energie im Detektor verliert, ist die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q (engl.: *efficiency*). Die Ausgleichsrechnung dazu hat eine maximale Unsicherheit in den Parametern von 76,59 %. Diese Abweichungen erklären sich möglicherweise durch einen ungenau apporoximierten Raumwinkel.

Untersuchung eines monochromatischen Cäsium-Spektrums Anschließend wird ein monochromatisches Cäsium-Spektrum (^{137}Cs) untersucht. In dem Spektrum wird der Peak, der durch den Photo-Effekt entsteht, genauer betrachtet. Die Lage des Peaks wird aus einer Ausgleichsrechnung mit einer Gaußverteilung bestimmt und einmal wird ein Literaturwert nachgeschlagen [2]:

$$E_{\text{Photo, Data}} = (661{,}2327 \pm 0{,}0051)\,\mathrm{keV} \qquad E_{\text{Photo, Theo}} = (661{,}657 \pm 0{,}003)\,\mathrm{keV}.$$

Dabei weichen die Daten zu 0,06 % von der Literatur ab. Die Ausgleichsrechnung der Gaußverteilung lässt sich mithilfe des Verhältnisses der Halbwertsbreite (FWHM) und der Zehntelwertsbreite (FWTM) beurteilen. Das Verhältnis wird hierzu direkt aus den Daten, ohne Ausgleichsrechnung, und ein zweites Mal aus der Ausgleichsrechnung bestimmt:

$$\frac{\mathrm{FWHM}_{\mathrm{Daten}}}{\mathrm{FWTM}_{\mathrm{Daten}}} = 0{,}53 \qquad \frac{\mathrm{FWHM}_{\mathrm{Fit}}}{\mathrm{FWTM}_{\mathrm{Fit}}} = 0{,}55\,.$$

Das Verhältnis der beiden Breiten aus den Daten weicht hier um 3,64 % von der optimalen Gaußverteilung ab. Dennoch lässt sich bestätigen, dass die 'Spektrallinien' in den Spektren schmalen Gaußverteilungen entsprechen.

Nach dem Photopeak wird nun das Compton-Kontinuum betrachtet. Die Compton-Kante aus den Messdaten und der Vergleichswert ergeben sich zu

$$E_{\text{Compton, Data}} = (450 \pm 5)\,\mathrm{keV} \qquad E_{\text{Compton, Theo}} = (477{,}3340 \pm 0{,}0028)\,\mathrm{keV}.$$

Diese weichen um 5,73 % voneinander ab.

Auch der Peak, der sich durch die Rückstreuung der Compton-Wechselwirkung ergibt, lässt sich sowohl aus den Daten bestimmen, als auch berechnen:

$$E_{\text{Rück, Data}} = (191 \pm 18)\,\mathrm{keV} \qquad E_{\text{Rück, Theo}} = (242{,}1 \pm 1{,}1)\,\mathrm{keV}.$$

Die relative Abweichung von Daten zur Theorie beträgt 21,11 %.

Weiterhin wird das Verhältnis der beiden Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten (Photo/Compton) über zwei verschiedene Rechnungen gebildet. Zuerst über die Absorptionskoeffizienten μ und die Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten P, anschließend durch das Verhältnis der Inhalte von Photopeak und Compton-Kontinuum:

$$\frac{P_{\mathrm{Photo}}}{P_{\mathrm{Compton}}} = (47{,}0 \pm 1{,}2) \qquad \frac{N_{\mathrm{Photo}}}{N_{\mathrm{Kontinuum}}} = (4{,}45 \pm 0{,}05)\,.$$

Zwischen diesen Werten liegt der Faktor 10,56 . Dieser Unterschied ist unerwartet, es gibt aber auch Möglichkeiten diese Abweichung zu erklären. Die Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten P beinhalten nur einfache Wechselwirkungen. Dennoch sind Wechselwirkungen höherer Ordnungen denkbar und möglich.

Aktivität von Barium Die Aktivität von Barium (^{133}Ba) berechnet sich zu

$$A = (1077 \pm 12)\,\frac{1}{\mathrm{s}}.$$

Bestimmung der Isotope in Bananenchips Im Spektrum der Probe aus Bananenchips können die Linien dem Strahler ^{40}K zugeordnet werden. Die Lokalisation der Linien im gemessenen Spektrum weicht maximal 0,05 % von den Literaturwerten ab. Weitere Linien können nicht genau zugeordnet werden. Zwar können einzelne Energien mit Isotopen in Verbindung gebracht werden, aber diese Strahler würden weitere Linien im Spektrum produzieren, die in der Messung jedoch nicht vorhanden sind. Andererseits gibt es Energien, die im Rahmen der Unsicherheit bei vielen verschiedenen Isotopen als Spektrallinie aufgeführt wird. Dennoch ist kein weiteres Element außer ^{40}K sinnvoll zuzuordnen. Die Zerfallsprodukte von ^{40}K sind keine γ-Strahler und sind nicht signifikant im Spektrum zu erkennen.

Insgesamt lässt sich sagen, dass der Versuch wenige Fehlerquellen bietet und gut verlaufen ist.

Literatur

[1] TU Dortmund. In: Versuchsanleitung V18 - Hochreine Germaniumdetektoren in der γ-Spektrometrie.

[2] Laboratoire National Henri Becquerel. Library for gamma and alpha emissions. 2019. URL: `http://www.nucleide.org/Laraweb/index.php`.

[3] TU Dortmund. In: Versuchsanleitung V704 - Absorption von γ- und β-Strahlung.