Optisches Pumpen

Katharina Brägelmann Tobias Janßen

katharina.braegelmann@tu-dortmund.de, tobias2.janssen@tu-dortmund.de Durchführung: 07. November 2018, Abgabe: ??. November 2018

Optisches Pumpen	??. November 2018	Inhaltsverzeichnis
Optibelies I dilipeli	110701111111111111111111111111111111	IIIIaibsvcizciciiiis

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung		
2	Theorie	3
3	Aufbau und Durchführung	9
	3.1 Aufbau der Messapparatur	
	3.3 Messung der Resonanzstellen	10
4	Auswertung	12
5	Diskussion	16

1 Zielsetzung

Hier könnte Ihre Werbung stehen.

2 Theorie

Ein Atom hat diskrete Energieniveaus, auf denen sich die Hüllenelektronen befinden. Die Verteilung der Elektronen erfolgt bei den äußeren Hüllenelektronen statistisch nach Boltzmann. Die Besetzungszahlen N_1, N_2 zweier Niveaus mit der statistischen Gewichtung g_1, g_2 liegen in folgendem Zusammenhang:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp\left(-\frac{W_2}{k_{\mathrm{B}}}\right)}{g_1 \exp\left(-\frac{W_1}{k_{\mathrm{B}}}\right)}.$$

Das Prinzip des optischen Pumpens besetzt die Niveaus entgegen dieser thermischen Verteilung.

Der Landé-Faktor g ist eine Materialeigenschaft, die zur Stoff- und Isotopenbestimmung benutzt werden kann. Das Bohr'sche Magneton ist der Betrag des magnetischem Momentes $\vec{\mu}$ eines Elektrons mit Bahndrehimpuls L=1. Der Landé-Faktor ist ein Verhältnisfaktor für die magnetischen Momente des Spins \vec{S} , des Bahndrehimpulses \vec{L} , des Gesamtdrehimpulses \vec{J} , etc. zum Bohr'schen Magneton $\mu_{\rm B}$: Das magnetische Moment zu dem Spin \vec{S} sieht wie folgt aus:

$$\vec{\mu_{\rm S}} = -g_{\rm S}\mu_{\rm B}\vec{S}$$
 mit $|\vec{\mu_{\rm S}}| = g_{\rm S}\mu_{\rm B}\sqrt{S(S+1)}$.

Entsprechend ist das magnetische Moment des Bahndrehimpuls \vec{L}

$$\vec{\mu_L} = -\mu_B \vec{L}$$
 mit $|\vec{\mu_L}| = \mu_B \sqrt{L(L+1)}$.

Die Kopplung von Spin und Bahndrehimpuls ergibt den Gesamtdrehimpuls \vec{J} und das zugehörige magnetische Moment $\vec{\mu_{\rm J}}$:

$$\vec{\mu}_{\rm J} = \vec{\mu}_{\rm S} + \vec{\mu}_{\rm L} = -g_{\rm J}\mu_{\rm B}\vec{J}$$
 mit $|\vec{\mu}_{\rm J}| = g_{\rm J}\mu_{\rm B}\sqrt{J(J+1)}$.

Nur das magnetische Moment $|\vec{\mu_J}|$ in Richtung von \vec{J} hat schlussendlich einen Effekt, da \vec{J} eine Präzessionsbewegung vollführt (Abb. 1). Die Winkelbeziehung in $|\vec{\mu_J}|$ lässt sich aus Abbildung 1 erkennen. Damit ergibt sich:

$$\begin{split} |\vec{\mu_{\rm J}}| = & |\mu_{\rm S}|\cos{(\alpha)} + & |\mu_{\rm L}|\cos{(\beta)} \\ \Leftrightarrow & g_{\rm J}\mu_{\rm B}\sqrt{J(J+1)} = & g_{\rm S}\mu_{\rm B}\sqrt{S(S+1)}\cos{(\alpha)} + & \mu_{\rm B}\sqrt{L(L+1)}\cos{(\beta)} \end{split}$$

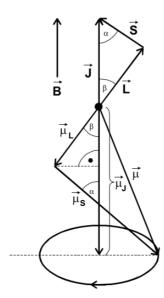


Abbildung 1: Darstellung der verschiedenen magnetischen Momente von Spin, Bahndrehimpuls und Gesamtdrehimpuls [1]

Für die Winkel lässt sich aufstellen:

$$\begin{split} \cos{(\alpha)} &= & \frac{|\vec{S}|^2 - |\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2}{2|\vec{L}||\vec{J}|^2} \\ \cos{(\beta)} &= & \frac{-|\vec{S}|^2 + |\vec{L}|^2 + |\vec{J}|^2}{2|\vec{S}||\vec{J}|^2}. \end{split}$$

Schlussendlich ergibt sich:

$$g_{\rm J} = \frac{(g_{\rm S}+1)J(J+1) + (g_{\rm S}-1)[S(S+1) - L(L-1)]}{2J(J+1)}.$$
 (1)

Der Zeemaneffekt beschreibt die Aufspaltung der vorhandenen Energieniveaus durch ein äußeres Magnetfeld. Die magnetischen Momente wechselwirken mit dem äußeren Magnetfeld \vec{B} und es haben nur die Beiträge entlang der \vec{J} -Achse einen Effekt. Durch die Richtungsquantelung ist die Wechselwirkungsenergie $E_{\rm mag}$ ein ganzzahliges Vielfaches $M_{\rm J}$ von $g_{\rm J}\mu_{\rm B}B$:

$$E_{\rm Zeeman} = -\vec{\mu_{\rm J}}\vec{B} \Rightarrow E_{\rm Zeeman} = g_{\rm J}\mu_{\rm B}M_{\rm J}B. \tag{2}$$

Der Kernspin \vec{I} entspricht dem Eigendrehimpuls des Atomkerns und führt zur Aufspaltung der Energieniveaus im Rahmen der Hyperfeinstruktur. Die Hyperfeinstruktur wird durch den Zeemaneffekt weiter aufgespalten (Abb. 2). Der Gesamtdrehimpuls \vec{J} des Elektrons

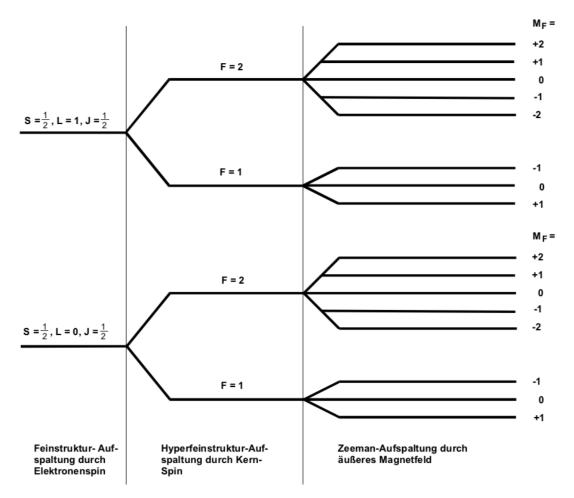


Abbildung 2: Darstellung der Aufspaltung der Energieniveaus durch die Hyperfeinstruktur und den Zeemaneffekt [1]

und der Kernspin \vec{I} koppeln zu dem Gesamtdrehimpuls \vec{F} des Atoms:

$$ec{F}=ec{J}+ec{I}$$
 mit $|ec{\mu_{
m F}}|=g_{
m F}\mu_{
m B}\sqrt{F(F+1)}.$

Der Kernspin beeinflusst auch den Landé-Faktor $g_{\rm F},$ der sich nun wie folgt berechnet:

$$\mu_{\rm F} = g_{\rm F} \mu_{\rm B} \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2\sqrt{F(F+1)}}$$
(3)

Das optische Pumpen basiert nun auf der Idee, die Elektronen aus ihrer thermischen Verteilung auf den Hüllen zu bringen. Der Einfachheit halber wird zunächst mit der Annahme gearbeitet, dass das Atom einen Kernspin mit I=0 besitzt. Die verwendeten Stoffe entstammen der Alkali-Gruppe, also haben die Atome immer nur ein Elektron auf

der äußersten Schale. Als Grundzustand eines Alkali-Atoms ergibt sich ${}^2S_{\frac{1}{2}}$. Die angeregten Zustände sind ${}^2P_{\frac{1}{2}}$ und ${}^2P_{\frac{3}{2}}$. Die Energieniveaus sind in Abbildung 3a dargestellt. Die beiden Übergänge in Abbildung 3a werden D_1 - D_2 -Doublett genannt. Wird ein äußeres Magnetfeld angelegt, entsteht eine Zeeman-Aufspaltung. Die Zeeman-Aufspaltung des D_1 -Übergangs ist in Abbildung 3b abgebildet. Bei der Zeeman-Aufspaltung unterscheiden sich die Übergänge durch die Polarisation (Tab. 1). Wird nun der Stoff

Tabelle 1: Übergänge der Zeeman-Aufpaltung

σ^+	rechtszirkular	$\Delta M_{ m J} = +1:$	$^{2}P_{\frac{1}{2}}, \Delta M_{\rm J} = -\frac{1}{2}$	\Rightarrow	$^{2}S_{\frac{1}{2}}, \Delta M_{\rm J} = +\frac{1}{2}$
σ^{-}	linkszirkular	$\Delta M_{\rm J} = -1:$	$^{2}P_{\frac{1}{2}}^{^{2}},\Delta M_{\mathrm{J}}=+\frac{1}{2}$	\Rightarrow	$^{2}S_{\frac{1}{2}}^{^{2}},\Delta M_{\mathrm{J}}=-\frac{1}{2}$
π	linear	$\Delta M_{\rm J} = 0$:	$^{2}P_{\frac{1}{2}}^{^{2}},\ \Delta M_{\rm J} = +\frac{1}{2}$	\Rightarrow	$^{2}S_{\frac{1}{2}}^{^{2}},\ \Delta M_{\rm J}=+\frac{1}{2}$
π	linear	$\Delta M_{\rm J} = 0$:	$^{2}P_{\frac{1}{2}}^{^{2}},\Delta M_{\mathrm{J}}=-\frac{1}{2}$	\Rightarrow	$^{2}S_{\frac{1}{2}}^{^{2}},\ \Delta M_{\mathrm{J}}=-\frac{1}{2}$

spezifisch mit D_1 -Licht angeregt, fällt er nur über den D_1 -Übergang aus dem angeregten ${}^2P_{\frac{1}{2}}$ -Zustand zurück in seinen Grundzustand ${}^2S_{\frac{1}{2}}$. Wird der Stoff weiterhin mit σ^+ -polarisiertem D_1 -Licht angeregt, werden die Elektronen vom ${}^2S_{\frac{1}{2}}$, $\Delta M_{\rm J} = -\frac{1}{2}$ -Zustand in den ${}^2P_{\frac{1}{2}}$, $\Delta M_{\rm J} = +\frac{1}{2}$ -Zustand gebracht. Von dort fallen sie aber in beide Grundzustände ${}^2S_{\frac{1}{2}}$, $\Delta M_{\rm J} = \pm \frac{1}{2}$ zurück. Mit diesem Prinzip gelingt es, den ${}^2S_{\frac{1}{2}}$, $\Delta M_{\rm J} = -\frac{1}{2}$ -Zustand (energieärmer) leer zu pumpen und den ${}^2S_{\frac{1}{2}}$, $\Delta M_{\rm J} = +\frac{1}{2}$ -Zustand (energiereicher) voll zu pumpen. Damit ist das Atom nicht mehr in seiner thermischen Verteilung.

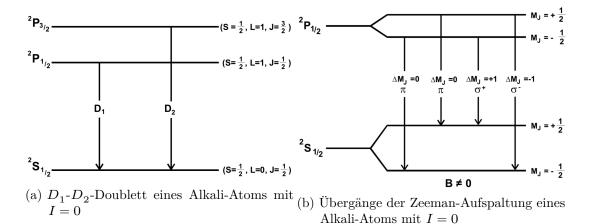


Abbildung 3: Übergänge eines Alkali-Atoms

Um das optische Pumpen zu messen, lässt sich die Transparenz des verdampften Stoffs beobachten. Das σ^+ -polarisierte D_1 -Licht wird eingestrahlt und trifft auf das Gas. Initial bei Einschalten des Magnetfelds sind noch viele Anregungen im Gas möglich, da alle Zeeman-Niveaus gleichmäßig besetzt sind. Bei der Anregung wird das Licht der Spektrallampe absorbiert, es ist also wenig transparent. Mit fortlaufender Zeit werden

durch das optische Pumpen die Elektronen aus dem energieärmeren Grundzustand in den energiereicheren Grundzustand gepumpt. Von dort aus können keine weiteren Anregungen ausgehen, und es wird kaum Licht der Spektrallampe absorbiert, das Gas ist also zunehmend transparent.

Für die Messung der Hyperfeinstruktur und der Zeeman-Aufspaltung werden zwei weitere Phänomene vorgestellt. Die spontane Emission bedeutet, dass das Elektron ohne weitere äußere Einwirkung nach gewisser Zeit zurück auf den Grundzustand fällt. Die induzierte Emission entsteht, wenn die Anregungsenergie als Quanten eingestrahlt wird. Dann fällt das Elektron unter Emission der Anregungsenergie bzw. der Quanten auf den Grundzustand zurück. Die induzierte und die spontane Emission können parallel ablaufen. Parallel wird die Anregungsenergie auch rückabsorbiert. Durch ein hochfrequentes veränderliches Magnetfeld (RF-Feld) wird bei diesem Versuch die Anregungsenergie bzw die sogenannten RF-Quanten eingebracht. Das Verhältnis der beiden Emissionsarten wird über die Anregungsenergie $h\nu$ bestimmt. Die Anzahlen n der verschiedenen Emissionen pro Zeiteinheit lauten:

$$\begin{split} n_{\mathrm{spon}} &= N_2 A_{21} \\ n_{\mathrm{ind}} &= N_2 B_{21} u(\nu) \\ n_{\mathrm{abs}} &= N_1 B_{12} u(\nu). \end{split}$$

Dabei ist N die Atomzahl, A_{21} die Übergangswahrscheinlichkeit der spontanen Emission und B der Einstein-Koeffizient (Proportionalitätsfaktor). $u(\nu)$ ist die Dichte der eingestrahlten Quanten. Die drei Gleichungen lassen sich durch eine Erhaltung der Übergangszahlen verbinden und durch weitere Überlegungen und das Einbringen der Planckschen Gleichung für schwarze Strahler schreiben als:

$$n_{\text{spon}} + n_{\text{ind}} = n_{\text{abs}} \Rightarrow A_{21} = \frac{8\pi h}{c^3} B_{12} \nu^3.$$

Bei höheren Frequenzen des RF-Felds kommt hauptsächlich die spontane Emission vor, bei den niedrigeren Frequenzen vornehmlich die induzierte Emission. Erreicht das RF-Feld eine passende Frequenz, setzt also die induzierte Emission ein. Hier bedeutet dies, dass die Elektronen entlang der induzierten Emission wieder aus der aufgebauten, nicht-thermischen Verteilung gelangen, wenn das RF-Feld die passende Frequenz hat (Abb. 4). Dies ist mit Gleichung (2) der Fall bei:

$$h\nu = g_{\rm J}\mu_{\rm B}\Delta M_{\rm J}B_{\rm m} \Leftrightarrow B_{\rm m} = \frac{4\pi m_0}{e_0 g_{\rm J}}\nu.$$
 (4)

 $B_{\rm m}$ wird auch Resonanzstelle genannt.

Nun wird wieder der Kernspin $I \neq 0$ in die Theorie gebracht. Die Energie des D_1 -Lichts überdeckt alle möglichen Übergänge der Hyperfeinstruktur und des Zeemaneffekts (Abb. 5). In blau gekennzeichnet sind die Übergänge, die durch die Auswahlregel $\Delta M_{\rm F} = +1$ möglich sind. Aus dem Grundzustandsniveau mit F=2 und $M_{\rm F}=+2$ ist kein Übergang

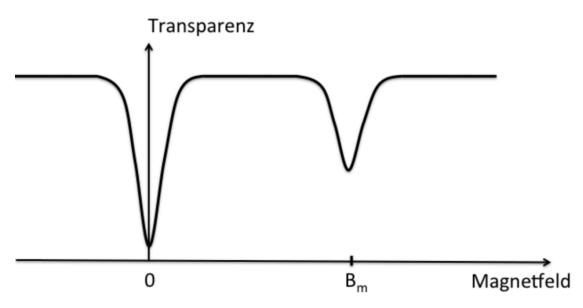


Abbildung 4: Transparenz des Gases mit angelegtem RF-Feld und Resonanzstelle [1]

in das angeregte Niveau möglich. Durch spontane Emission (grün gekennzeichnet) können aber Elektronen von den Niveaus $M_{\rm J}=+1$ und $M_{\rm J}=0$ in das Niveau $M_{\rm F}=+2$ übergehen. So lässt sich dennoch mittels des optischen Pumpens eine nicht-thermische Verteilung erzeugen.

Bei starken Magnetfeldern entstehen weitere Effekte, die sich aus der Wechselwirkung des Spins und dem Bahndrehimpuls und der Wechselwirkung der magnetischen Momente ergeben. Die Wechselwirkungsenergie der Hyperfeinstruktur berechnet sich dann über:

$$U_{\rm HF} = g_{\rm F} \mu_{\rm B} B + g_{\rm F}^2 \mu_{\rm B}^2 B^2 \frac{(1 - 2M_{\rm F})}{\Delta E_{\rm HF}}$$
 (5)

und wird quadratischer Zeemaneffekt genannt.

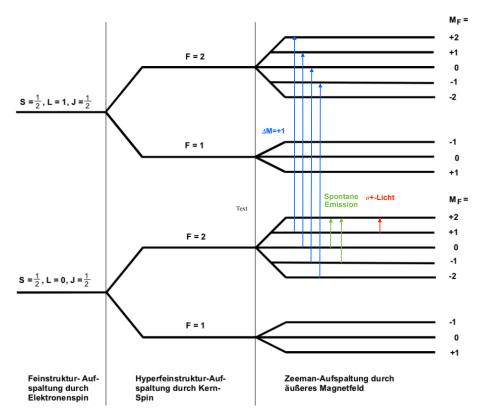


Abbildung 5: Übergänge des D_1 -Lichts mit Betrachtung eines Kernspin $I \neq 0$ [1], bearbeitet

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau der Messapparatur

Der Aufbau setzt sich zusammen aus einer Spektrallampe, einem Kollimator (Sammellinse), einem D_1 -Interferenzfilter, einem Polarisationsfilter und $\lambda/4$ -Platte, der Dampfzelle mit Heizer, vier Helmholtzspulenpaaren, ein Kontrollgerät für die Stärke der Magnetfelder, einem weiteren Kollimator, einen Photodetektor, einem Verstärker und einem Oszilloskop. Die Spektrallampe gibt das Rubidium-Spektrum aus, der Kollimator parallelisiert die Strahlen. Der D_1 -Interferenzfilter lässt nur das D_1 -Licht passieren. Der Polarisationsfilter und die $\lambda/4$ -Platte polarisieren das D_1 -Licht zu σ^+ -Licht. In der Dampfzelle befinden sich zwei Rubidium-Isotope, ⁸⁵Rb und ⁸⁷Rb, die mit dem Heizer verdampft werden. Die vier Helmholtzspulenpaare bilden die Vertikalfeldspule, die Horizontalfeldspule, die Sweepspule und die RF-Spule, welche von einem Hochfrequenz-Generator mit einer Sinusspannung gespeist wird. Die anderen drei Spulen werden über das Kontrollgerät angesteuert. Mithilfe dreier Potentiometer lässt sich der Strom durch die Spulen einstellen. Das Vertikalfeld wird dazu genutzt, um die vertikale Komponente des Erdmagnetfelds zu kompensieren. Mit dem Horizontalfeld und dem Sweep-Feld wird das äußere Magnetfeld

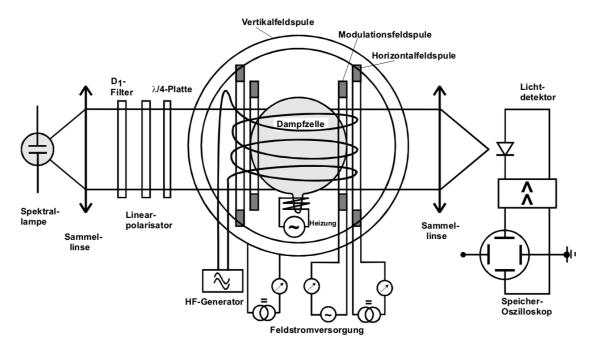


Abbildung 6: Schematischer Aufbau der Messapparatur [1], bearbeitet

der Apparatur verändert, um die Resonanzstellen zu angelegten Frequenz des RF-Felds zu finden. Mit der RF-Spule und der angelegten hochfrequenten Sinusspannung wird das RF-Feld erzeugt, welches zur induzierten Emission und damit zu den Resonanzstellen führt. Der zweite Kollimator bündelt das Licht auf den Photodetektor. Der Photodetektor misst die eintreffende Intensität und gibt sie als Spannung aus. Die Photodetektorspannung wird mithilfe des Oszilloskops nach vorheriger Verstärkung dargestellt und ausgemessen.

3.2 Vorbereitung

Zur Vorbereitung werden die optischen Elemente auf der optischen Bank so ausgerichtet, dass das Intensitätsmaximum auf dem Photodetektor liegt. Anschließend wird der Tisch und die sich darauf befindende Apparatur mithilfe eines Kompasses so weit gedreht, bis der Tisch parallel bzw. antiparallel zur horizontalen Komponente des Erdmagnetfelds steht. Auf dem oszilloskop ist ein breiter, nach oben geöffneter Peak zu sehen, der mit der Anpassung des Vertikalfeldes schmaler wird. Das Vertikalfeld wird so eingestellt, dass der Peak möglichst schmal ist. Damit sind alle Vorbereitungen getroffen.

3.3 Messung der Resonanzstellen

Die Messung der Resonanzstellen beginnt, indem an der RF-Spule eine Frequenz von $\nu=100-1000kHz$ anlegt wird. Anschließend wird das Sweepfeld durch Drehen am dazugehörigen Potentiometer erhöht. Die Magnetfelder der Spulen sind direkt abhängig von den Umdrehungen an den Potentiometern. Mithilfe des Oszilloskops wird die Darstellung

des Messpunktes mit der Nachleuchtzeit so gewählt, dass die Resonanzstelle mit dem Potentiometer ausgemessen werden kann. Ab der zweiten Frequenz reicht der Bildausschnitt des Oszilloskops nicht aus, um die Resonanzstelle zu zeigen. Daher wird das Horizontalfeld erhöht, bis die Resonanzstelle im Bild ist. Dann wird das Sweepfeld nach obiger Angabe erhöht. Es werden 10 verschiedene Frequenzen zwischen $\nu=100-1000kHz$ an die RF-Spule gelegt.

4 Auswertung

Die gemessenen Umdrehungen lassen sich mit der Gleichung

$$1$$
Umdrehung = $0,1$ A

umrechnen. Aus der resultierenden Stromstärke kann das B-Feld berrechnet werden.

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{N \cdot I}{R}$$

Die Errechnete Werte sind zusammen mit den dazugehörigen Frequenzen in der Tabelle ?? einzusehen.

Tabelle 2: In Abhängigkeit der eingestellten Frequenz aufgenommene Stromstärken durch die beiden horizontalspulen. Die Messwerte der Sweep-Spule sind dabei mit (S) und die der Horizontal-Feld-Spule mit H gekenzeichnet. Aufgenommen wurden die Stromstärke an den Resonanzstellen für die beiden Isotope (1) und (2), mit dem gegebenen Maßen der Spulen wurde das horizontale Gesamtfeld aus den Stromstärken bestimmt.

Frequenz	Stromstärke Horizontalspule	Stromstärke Sweep-Spule	B-Feld 1	Stromstärke Horizontalspule	Stromstärke Sweep-Spule	B-Feld 2
kHz	A	A	$\mu \mathrm{T}$	A	A	μT
100	0,000	0,501	30,234	0,000	0,621	37,476
200	0,024	0,432	47,117	0,024	0,677	61,902
300	0,045	0,451	66,680	0,045	0,833	89,733
400	0,060	0,400	76,757	0,060	0,880	105,724
500	0,081	$0,\!324$	$90,\!587$	0,081	0,907	125,769
600	0,093	0,390	105,093	0,111	0,824	147,069
700	0,111	0,342	117,982	0,138	0,769	$167,\!429$
800	0,114	$0,\!549$	$133,\!105$	0,180	$0,\!510$	188,631
900	0,138	0,440	$147,\!574$	0,204	$0,\!544$	211,730
1000	$0,\!144$	0,617	$163,\!518$	$0,\!234$	0,503	$235,\!565$

In der Graphik 7 sind die Werte graphisch dagestellt. Es wird eine Ausgleichsrechnung der Form:

$$B(f) = af + b$$

durchgeführt.

B1
$$a_1 = (1,438 \pm 0,023) \cdot 10^{-10} \frac{\text{T}}{\text{Hz}}$$

$$b_1 = (1,876 \pm 0,144) \cdot 10^{-5} \,\text{T}$$

$$\begin{aligned} a_2 &= (2{,}141 \pm 0{,}031) \cdot 10^{-10} \, \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{Hz}} \\ b_2 &= (1{,}935 \pm 0{,}190) \cdot 10^{-5} \, \mathrm{T} \end{aligned}$$

Mit der Steigung kann wie folgt der Landesche g_F -Faktor bestimmt werden.

$$g_F = \frac{h}{\mu_0 \cdot a_i}$$

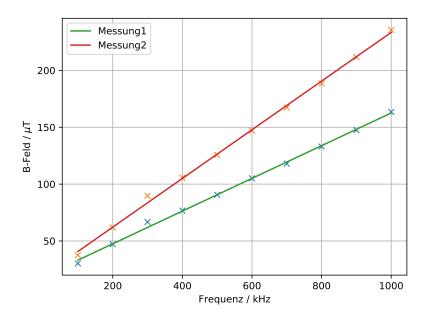


Abbildung 7: Das für die Resonanzstelle benötigte Magnetfeld aufgetragen auf die Frequenz

Somit ergeben sich die Landeschen Faktoren zu:

$$\begin{split} g_{F1} &= 0.4967800215411603 \\ g_{F2} &= 0.3337255596982711. \end{split}$$

$$g_J = \frac{(g_s+1) \cdot J \cdot (J+1) + (g_s-1) \cdot [S \cdot (S+1) - L \cdot (L+1)]}{2 \cdot J \cdot (J+1)}$$

 g_s ist gegeben als

$$g_s = 2,0023$$

Die Quantenzalen in dem Versuch sind gegeben als

$$S = \frac{1}{2}, L = 0, J = \frac{1}{2}, F = I + J$$

Durch einsezten ergibt sich, dass

$$g_J = g_s$$

ist. Mit Hilfe der Formel

$$I = \frac{1}{2} \left(\frac{g_J}{g_F} - 1 \right)$$

ergeben sich Kernspinzahlen von

 $I_1 = 1.515278305464324$

 $I_2 = 2.499920056783072$

5 Diskussion

Hier könnte Ihre Werbung stehen.

Literatur

[1] TU Dortmund. In: Versuchsanleitung V21.