VERSUCH 18

Hochreine Germaniumdetektoren in der γ - Spektrometrie

Katharina Brägelmann
katharina.braegelmann@tu-dortmund.de

Lars Kolk
lars.kolk@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.12.2019 Abgabe: 13.12.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

Hier könnte Ihre Werbung stehen. Hier könnte Ihre Werbung stehen. Hier könnte Ihre Werbung stehen.

1 Auswertung

1.1 Energiekalibration

Die Energiekalibration wird anhand der Vermessung eines ^{152}Eu-Spektrums (Abb. 1) durchgeführt. Die Messdaten werden mit Python 3.7.3 und den Biblitheken *numpy*, *scipy* und *uncertainties* ausgewertet. Ausgleichsrechnungen erfolgen mit *scipy.optimize.curve_fit*. Über eine Peak-Picking-Funktion werden die größten Peaks in den Daten ausfindig gemacht und sind in Tabelle 1 notiert. Zum γ-Zerfall des ^{152}Eu

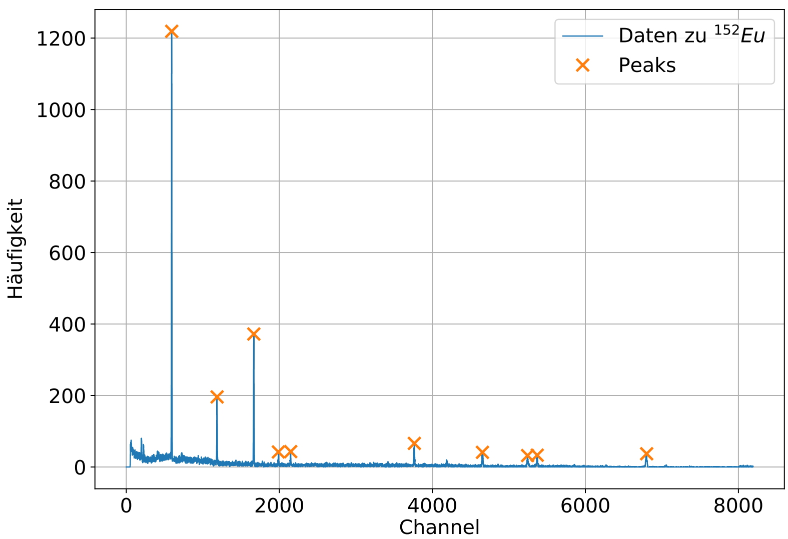

Abbildung 1: Das aufgenommene Spektrum über $T = 2134\,\mathrm{s}$ von ^{152}Eu mit markierten Peaks. Dargestellt ist die Zählrate gegen den zugehörigen Channel des MCA.

werden Literaturwerte bezüglich der Emissionsenergien und der Emissionswahrscheinlichkeiten recherchiert [1]. Dabei werden zunächst die Emissionsenergien mit mindestens 1 % Emissionswahrscheinlichkeit rausgesucht. Diese sind in Tabelle 1 aufgeführt. Zur Kalibration werden die jeweiligen Daten auf den zugehörigen Wert des letzten sichtbaren

Tabelle 1: Parameter zu allen vermessenen Peaks des ^{152}Eu-Spektrums.

Peak	Channel(Peak)	Counts	E_γ / keV [1]	rel. Channel $\frac{\text{Channel}}{\text{Channel(Peak 9)}}$	rel. Energie $\frac{E_\gamma}{E_\gamma\text{(Peak 9)}}$
0	594	1219	121,7817	0,087	0,087
1	1187	196	244,6974	0,175	0,174
2	1667	372	344,2785	0,245	0,245
3	1988	42	411,1165	0,292	0,292
4	2149	43	443,965	0,316	0,315
5	3765	66	778,9045	0,554	0,553
6	4655	41	964,079	0,685	0,685
7	5245	32	1085,837	0,771	0,771
8	5371	33	1112,076	0,790	0,790
9	6801	37	1408,013	1,0	1,0

Peaks normiert. Entsprechend werden folgende Rechnungen ausgeführt:

$$\begin{aligned} &\text{rel. Energie} \qquad && E_{\text{rel.}} &&= \frac{E_{\text{Peak}}}{E(\text{Peak=9})} \\ &\text{rel. Channel} \qquad && \text{Channel}_{\text{rel.}} &&= \frac{\text{Channel}}{\text{Channel(Peak=9)}}. \end{aligned}$$

Die relativen Größen sind in Abbildung 2 gegen die Counts aufgetragen. Die drei Emissionsenergien, die im gemessenen Spektrum nicht als Peak ersichtlich sind und auch die geringsten Emissionswahrscheinlichkeiten aufweisen, werden aus den Daten der Literaturwerte entfernt. Anschließend werden die zugeordneten Energien der Peaks gegen die Channel der Peaks geplottet (Abbildung 3) und es wird eine lineare Regression der Form

$$E = m \cdot \text{Channel} + n \tag{1}$$

durchgeführt. Als Parameter der Regression ergeben sich über *curve_fit*:

$$m = (0{,}207\,26 \pm 0{,}000\,04)\,\text{keV/Channel}, \qquad n = (-1{,}22 \pm 0{,}17)\,\text{keV}.$$

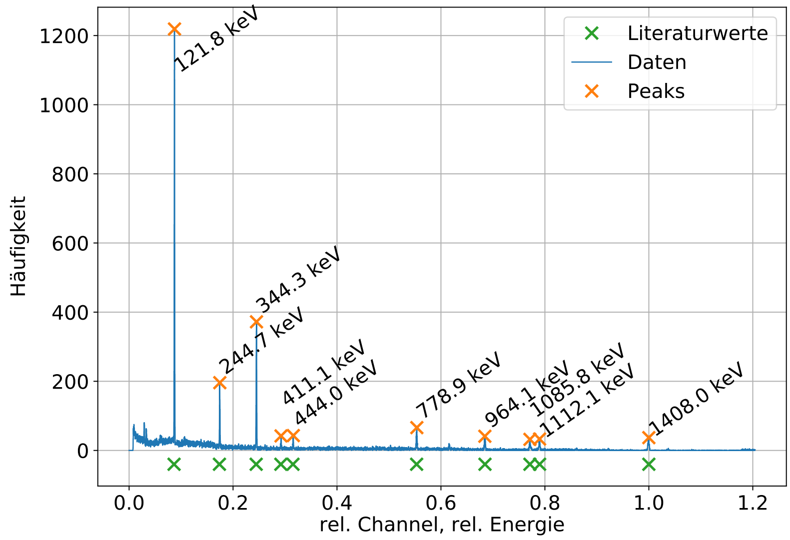

Abbildung 2: Die relativen Größen $E_{\text{rel.}}$ und $\text{Channel}_{\text{rel.}}$, normiert auf den letzten sichtbaren Peak des ^{152}Eu-Spektrums, sind gegen die zugehörigen Counts aufgetragen. Die Peaks lassen sich nun den Spektrallinien des ^{152}Eu zuordnen.

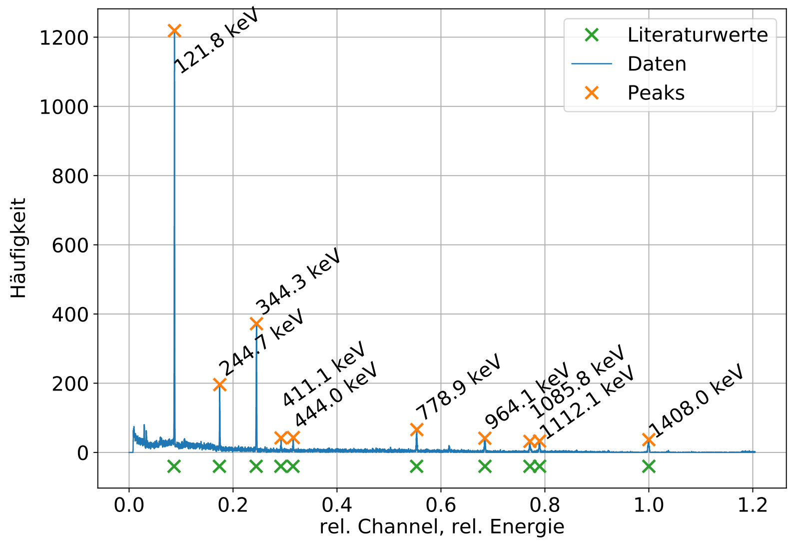

Abbildung 3: Ausgleichsrechnung über den Zusammenhang der Channel des MCA und der Energien der γ-Teilchen.

1.2 Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit

Zur Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q (engl.: *efficiency*) des Detektors wird zunächst die Aktivität der Probe ausgerechnet. Zwischen dem angegebenen Herstellungsdatum (01.10.2000) [2] der ^{152}Eu-Probe und dem Versuchstag (09.12.2019) sind $t = (605\,484\,000 \pm 54\,000)\,\mathrm{s}$ vergangen. Die Halbwertszeit des Isotops beträgt $T_{1/2} = (426{,}7 \pm 0{,}5) \cdot 10^6\,\mathrm{s}$ [1]. Mit der Anfangsaktivität $A_0 = (4130 \pm 60)\,\mathrm{Bq}$ ergibt sich über

$$A = A_0 \exp\left(-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} t\right) = (1545 \pm 29)\,\frac{1}{\mathrm{s}} \tag{2}$$

die aktuelle Aktivität der Probe. Weiterhin wird der eingenommene Raumwinkel des Detektors benötigt. Dabei wird der Raumwinkel über die Geometrie eines Kegels berechnet:

$$\frac{r}{h} = \tan(\varphi/2) \Leftrightarrow \varphi = 2\arctan\left(\frac{r}{h}\right)$$
$$\frac{\Omega}{4\pi} = \sin^2\frac{\varphi}{2 \cdot 4} = \sin^2\left(\frac{1}{4}\arctan(r/h)\right) = 0{,}0069\,\mathrm{sr}.$$

Die eingesetzten Größen für den Radius der Detektoroberfläche und Höhe des Kegels sind $r = 22{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$ und $h = 80 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$. Die gesamte Messzeit des ^{152}Eu-Spektrums beträgt $T = 2134\,\mathrm{s}$. Damit kann nun Q wie folgt berechnet werden:

$$Q = \frac{4\pi}{\Omega}\frac{N_{\text{Peakinhalt}}}{ATP_{E_\gamma}}. \tag{3}$$

P_{E_γ} ist hier die Emissionswahrscheinlichkeit einer γ-Energie [1]. Der Parameter $N_{\text{Peakinhalt}}$ beschreibt nun die gesamte Zahl der Counts, die sich in einem Peak befindet. Zur Berechnung der Peakinhalte werden die Peaks einzeln betrachtet und die Messdaten passend zu der erwarteten Gaußverteilung eines Peaks abgeschnitten (vgl. Abb. 4). Die Inhalte der Peaks werden durch Aufsummation der Counts im jeweiligen angepassten Datenbereich berechnet. Die Ergebnisse zu den jeweiligen Peaks sind in Tabelle 2 notiert. Nun wird Q gegen die Energie E des jeweiligen Peaks aufgetragen. Es wird eine Ausgleichsrechnung der Form $Q = aE^b + c$ durchgeführt. Die Parameter der Ausgleichsrechnung betragen:

$$a = (0{,}113 \pm 0{,}055)\,\frac{1}{\mathrm{keV}}, \qquad b = (-0{,}36 \pm 0{,}17)\,, \qquad c = (-0{,}0077 \pm 0{,}0059)\,.$$

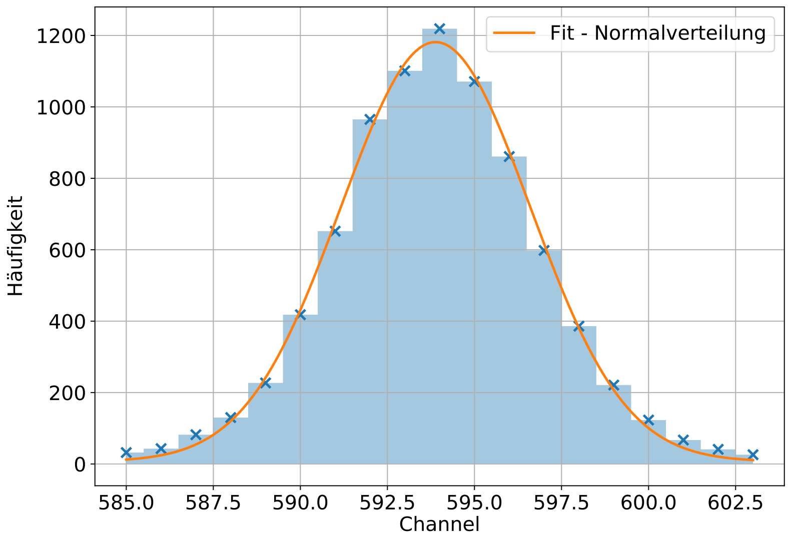

Abbildung 4: Vergrößerung des ersten Peaks mit Ausgleichsfunktion einer Gaußkurve zur Veranschaulichung der Gaußpeaks.

Tabelle 2: Parameter zur Berechnung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit anhand eines ^{152}Eu-Spektrums. Weitere verwendete Größen sind: $A = (1545 \pm 29)/\mathrm{s}$, $\frac{\Omega}{4\pi} = 0{,}0069\,\mathrm{sr}$, $T = 2134\,\mathrm{s}$.

E_γ / keV [1]	P [1]	$P_{\text{Peakinhalt}}$	Q in 10^{-3}
121,7817	28,41	(8233 ± 91)	$(12{,}70 \pm 0{,}24)$
244,6974	7,55	(1515 ± 39)	$(8{,}79 \pm 0{,}16)$
344,2785	26,59	(3152 ± 56)	$(5{,}19 \pm 0{,}10)$
411,1165	2,238	(324 ± 18)	$(6{,}34 \pm 0{,}12)$
443,965	2,80	(367 ± 19)	$(5{,}74 \pm 0{,}11)$
778,9045	12,97	(741 ± 27)	$(2{,}50 \pm 0{,}05)$
964,079	14,50	(596 ± 24)	$(1{,}80 \pm 0{,}33)$
1085,837	10,13	(403 ± 20)	$(1{,}74 \pm 0{,}32)$
1112,076	13,41	(502 ± 22)	$(1{,}64 \pm 0{,}30)$
1408,013	20,85	(586 ± 24)	$(1{,}23 \pm 0{,}23)$

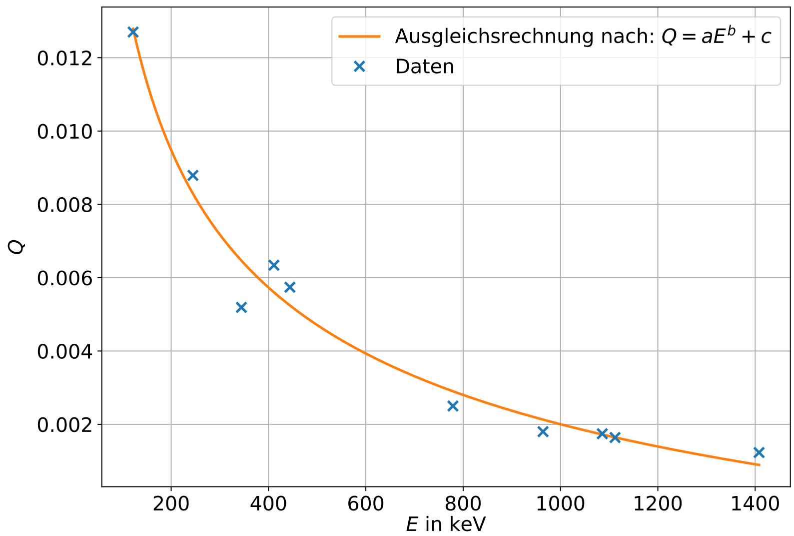

Abbildung 5: Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q. Die Fehlerbereiche verschwinden hinter den Datenpunkten und sind zur Übersichtlichkeit nicht aufgeführt.

1.3 Monochromatisches ^{137}Cs-Spektrum

In Abbildung 6 ist das volle Spektrum des ^{137}Cs-Strahlers abgebildet. Der Photopeak

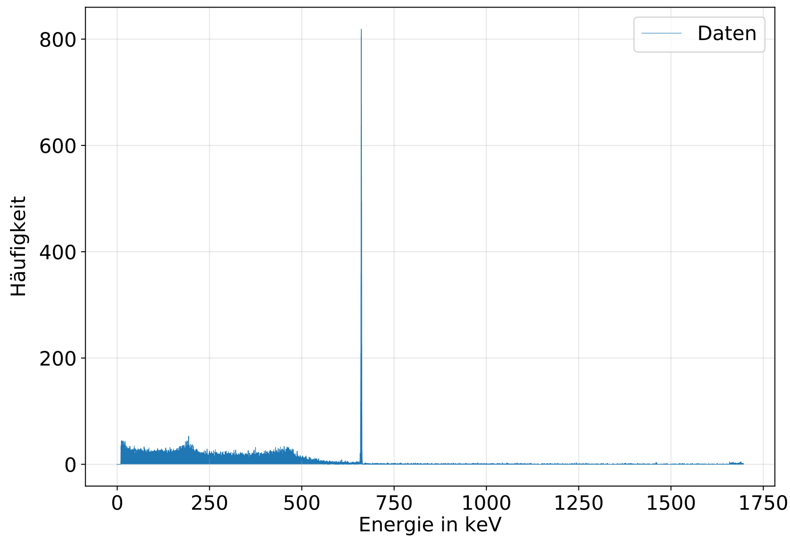

Abbildung 6: Volles aufgenommenes Spektrum des ^{137}Cs-Strahlers.

wird über eine Peak-Picking-Funktion ermittelt. Dieser ist vergrößert in Abbildung 7 abgebildet. An den Peak wird eine Gaußverteilung nach

$$f(E) = \frac{a}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \quad \exp\left(-\frac{(E-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) + b$$

gefittet. Hierzu wird der augewertete Datenbereich angepasst. Die Parameter der Ausgleichsrechnung ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \mu &= (661{,}2327 \pm 0{,}0051)\,\mathrm{keV}, & \sigma &= (0{,}9023 \pm 0{,}0051)\,\mathrm{keV}, \\ a &= (1868 \pm 9)\,\mathrm{keV}^2, & b &= (6{,}1 \pm 0{,}1)\,\mathrm{keV}. \end{aligned}$$

Für den Inhalt des Photopeaks werden die Counts im geplotteten Bereich aufsummiert. Der Inhalt beträgt:

$$N_{\text{Peak}} = (9174 \pm 96)\,.$$

Die Halbwertsbreite (FWHM) und die Zehntelwertsbreite (FWTM) werden zu folgenden Daten ausgemessen, indem die Energie bei der Hälfte bzw einem Zehntel der Counts aus

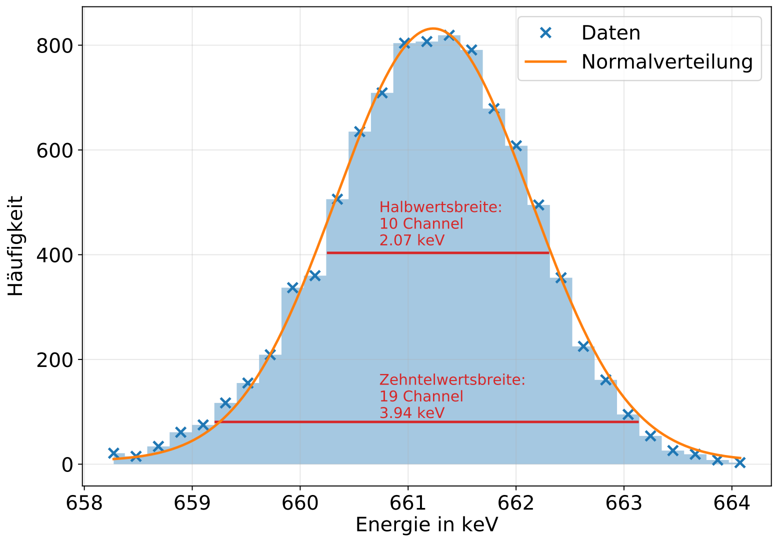

Abbildung 7: Vergrößerter Photopeak des ^{137}Cs-Strahlers.

den Messdaten bestimmt wird:

$$\begin{aligned}
\mathrm{FWHM}_{\mathrm{Daten}} &= 2{,}07\,\mathrm{keV} \\
\mathrm{FWTM}_{\mathrm{Daten}} &= 3{,}94\,\mathrm{keV} \\
\frac{\mathrm{FWHM}_{\mathrm{Daten}}}{\mathrm{FWTM}_{\mathrm{Daten}}} &= 0{,}53\,.
\end{aligned}$$

Aus der Standardabweichung σ lässt sich ein Vergleichswert passend zur gefitteten Gaußverteilung finden:

$$\begin{aligned}
\mathrm{FWHM}_{\mathrm{Fit}} &= 2\sigma\sqrt{2\ln(2)} = 2{,}13\,\mathrm{keV} \\
\mathrm{FWTM}_{\mathrm{Fit}} &= 2\sigma\sqrt{2\ln(10)} = 3{,}87\,\mathrm{keV} \\
\frac{\mathrm{FWHM}_{\mathrm{Fit}}}{\mathrm{FWTM}_{\mathrm{Fit}}} &= 0{,}55\,.
\end{aligned}$$

In Abbildung 8 ist das Compton-Kontinuum des Spektrums vergrößert dargestellt. Über den Schnittpunkt zweier Ausgleichsgeraden der Form $y = a \cdot E + b$ wird die Lage der

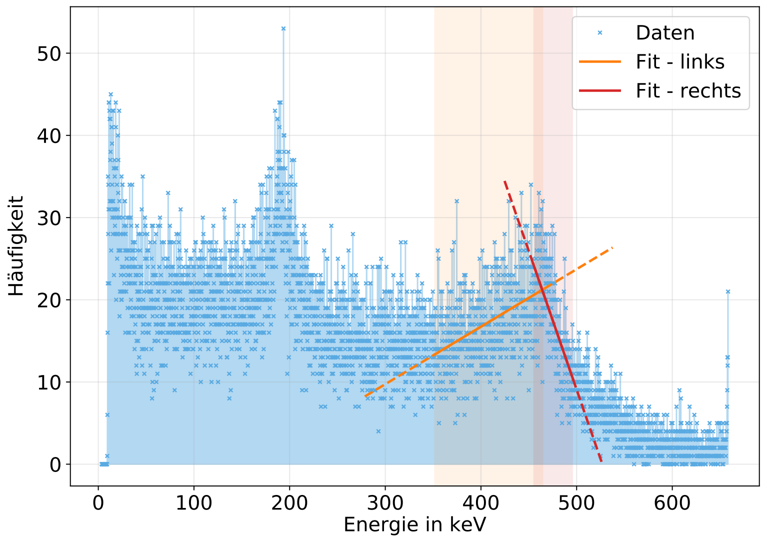

Abbildung 8: Vergrößertes Compton-Kontinuum des ^{137}Cs-Strahlers mit linearen Ausgleichsrechnungen zur Identifitkation der Lage der Compton-Kante.

Compton-Kante angenähert. Die Parameter der Geraden ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \text{links:} \qquad a &= (0{,}0699 \pm 0{,}0058)\,\frac{1}{\mathrm{keV}}, & b &= (-11{,}3 \pm 2{,}4)\,, \\ \text{rechts:} \qquad a &= (-0{,}152 \pm 0{,}017)\,\frac{1}{\mathrm{keV}}, & b &= (89 \pm 8)\,. \end{aligned}$$

Der Schnittpunkt, entsprechend die Compton-Kante, liegt über Gleichsetzen der Geradengleichungen bei

$$E_{\text{CK, Data}} = (450 \pm 5)\,\mathrm{keV}.$$

Aus Gleichung (**??**) folgt für die Compton-Kante folgender theoretischer Wert:

$$E_{\text{CK, Theo}} = (477{,}3340 \pm 0{,}0028)\,\mathrm{keV}.$$

Der Inhalt des Compton-Kontinuums als Summation der betreffenden Kanalinhalte bis zur Compton-Kante beträgt

$$N_{\text{Kontinuum, komplett}} = 40\,797\,.$$

Rückstreuung bei $\vartheta = 90\,°$:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2}\,(1 - \cos\vartheta)} = (242{,}1 \pm 1{,}1)\,\mathrm{keV} \tag{4}$$

Wirkungsquerschnitt ($\varepsilon = E_\gamma/mc^2 << 1$, $\sigma_{Th} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0^2}\frac{e^4}{m_e^2c^4}$):

$$\sigma_{Co} \sim \frac{3}{4}\sigma_{Th}\left(1 - 2\varepsilon + \frac{26}{5}\varepsilon^2\right). \tag{5}$$

Rückstreulinie ausmessen über Geradenschnittpunkt in Rückstreulinie Inhalte des Peaks und des Compton-Kontinuums ausmessen (aufsummieren, aaaaber... Anleitung!)

Literatur

[1] Laboratoire National Henri Becquerel. ^{152}Eu *- Emissions and decay scheme*. 2019. URL: `http://www.nucleide.org/Laraweb/index.php`.

[2] TU Dortmund. In: *Versuchsanleitung V18 - Hochreine Germaniumdetektoren in der γ-Spektrometrie*.