

FP

# Zeeman-Effekt

Katharina Brägelmann  
Tobias Janßen

Durchführung: 30. Januar 2019,  
Abgabe: 27. März 2019

katharina.braegelmann@tu-dortmund.de, tobias2.janssen@tu-dortmund.de

## **Inhaltsverzeichnis**

# 1 Theorie

## 1.1 Einleitung

Der Zeeman-Effekt beschreibt die Aufspaltung und Polarisation von Spektrallinien eines Atoms unter dem Einfluss eines äußeren Magnetfeldes. Durch das Aufspalten der diskreten Energieniveaus kommt es bei der Lichtemission zu kleinen Unterschieden in der Wellenlänge gegenüber der Emission im feldfreien Fall.

**Magnetisches Moment** Hüllelektronen können mit dem Bahndrehimpuls  $\vec{l}$  und mit dem Eigendrehimpuls  $\vec{s}$  beschrieben werden. Dabei gilt:

$$\begin{aligned} |\vec{l}| &= \sqrt{l(l+1)}\hbar && \text{mit } l = 0, 1, 2, \dots, n-1 \\ |\vec{s}| &= \sqrt{s(s+1)}\hbar && \text{mit } s = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Die magnetischen Momente, welche durch die Drehimpulse und die Ladung der Elektronen entstehen, können beschrieben werden mit:

$$\vec{\mu}_l = -\mu_B \frac{\vec{l}}{\hbar} = -\mu_B \sqrt{l(l+1)} \vec{l}_e \quad (1)$$

$$\vec{\mu}_s = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{s} = -g_S \mu_B \sqrt{s(s+1)} \vec{s}_e. \quad (2)$$

(3)

$\vec{l}_e$  und  $\vec{s}_e$  sind die Einheitsvektoren in die jeweiligen Richtungen  $\vec{l}$  und  $\vec{s}$ . Die Größe  $g_S$  ist der Landé-Faktor.  $\mu_B$  beschreibt das Bohrsche Magneton und ist dabei gegeben als:

$$\mu_B = -\frac{1}{2} e_0 \frac{\hbar}{m_0}. \quad (4)$$

Weiter gilt, dass  $e_0$  die Elementarladung und  $m_0$  die Elektronenmasse beschreibt.

## 1.2 Wechselwirkung der Drehimpulse und magnetischer Momente untereinander

Für Atome mit mehreren Elektronen gibt es viele unterschiedliche Arten, wie Bahndrehimpuls und Spin miteinander wechselwirken können. Im Wesentlichen können zwei einfache Grenzfälle betrachtet werden, welche häufig in der Natur vorkommen. Für Atome mit niedriger Kernladungszahl kann der Gesamtbahndrehimpuls  $\vec{L}$  der Hülle aus den Bahndrehimpulsen  $\vec{l}$  vektoriell zusammengesetzt werden. Das liegt an der großen Wechselwirkung zwischen den Bahndrehimpulsen.

$$\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i \text{ mit } |\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)}\hbar$$

Für den Gesamtbahndrehimpuls müssen nur unabgeschlossene Schalen betrachtet werden, da abgeschlossene Schalen immer einen Bahndrehimpuls von 0 besitzen.  $\vec{l}$  kann dabei

nur ganzzahlige Quantenzahlen von 0,1,2 oder 3 annehmen. Je nach Quantenzahl kann zwischen S,P,D und F-Term unterschieden werden. Das magnetische Moment  $\vec{\mu}_L$  vom Gesamtbahndrehimpuls  $\vec{L}$  lässt sich errechnen mit:

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)}.$$

Für den Gesamtspin der Elektronenhülle  $\vec{S}$  gilt für Atome mit niedriger Ordnungszahl ebenfalls die vektorielle Summation der einzelnen Komponenten. Die Einzelkomponenten sind hier die Einzelspins  $\vec{s}_i$ .

$$\vec{S} = \sum_i \vec{s}_i$$

Die Gesamtspinquantenzahl  $S$  kann die Werte  $\frac{N}{2}, \frac{N}{2}-1, \dots, \frac{1}{2}, 0$  annehmen.  $N$  beschreibt dabei die Anzahl der Elektronen aus den unabgeschlossenen Schalen. Der Betrag des Gesamtspins lässt sich aufstellen zu:

$$|\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)}\hbar.$$

Der dazugehörige Betrag des magnetischen Momentes ist gegeben als:

$$|\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}.$$

Im Falle, dass das Atom keinem zu großen Magnetfeld ausgesetzt ist kann der Gesamt-drehimpuls  $\vec{J}$  geschrieben werden als:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}.$$

Die beschriebene LS-Kopplung ist für die Betrachtung des Zeeman-Effekts zugrunde gelegt.  $\vec{J}$  kann abhängig von  $S$  ganz- oder halbzahlig sein. Der Betrag vom Gesamtdrehimpuls ist gegeben als:

$$|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar.$$

Beschreibt man ein Energienivau, kann das mit der Darstellung

$${}^M\mathcal{L}_J$$

erfolgen.  $M$  ist dabei die Multiplizität und von  $S$  abhängig in der Form  $M = 2S + 1$ . Für das Bahndrehimpulssymbol  $\mathcal{L}$  gilt:  $\mathcal{L} \in \{S(L=0), P(L=1), D(L=2), F(L=3)\}$ . Wobei  $L$  wieder der Gesamtdrehimpuls ist.

Der zweite Grenzfall betrachtet die j-j-Kopplung bei Atomen mit höheren Kernladungszahlen. Durch die starke Kopplung zwischen dem Spin und dem Bahndrehimpuls eines Einzelektrons setzt sich der Gesamtdrehimpuls des Elektrons nun zusammen aus:

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i. \quad (5)$$

Der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle lässt sich schreiben als:

$$\vec{J} = \sum_i \vec{j}_i.$$

Da sich wie in Formel 5 beschrieben  $\vec{j}_i$  aus  $\vec{l}_i$  und  $\vec{s}_i$  zusammensetzt kann bei dieser Betrachtung kein Gesamtdrehimpuls  $\vec{L}$  oder ein Gesamtspin  $\vec{S}$  definiert werden. Es kann bei dieser Betrachtung kein Gesamtdrehimpuls  $\vec{L}$  oder ein Gesamtspin  $\vec{S}$  definiert werden. Für Atome mit mittlerer Kernladungszahl besteht ein fließender Übergang zwischen den beiden Grenzfällen.

### 1.3 Energieaufspaltung und Übergänge

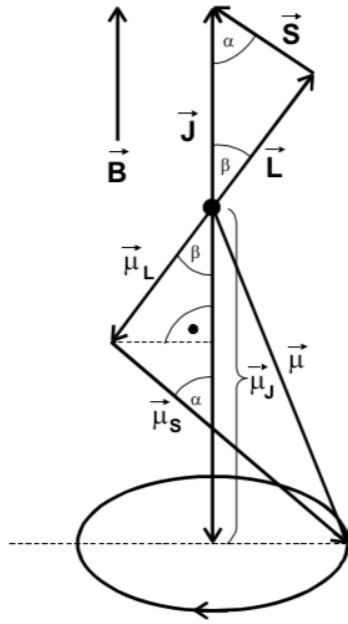


Abbildung 1: Darstellung der verschiedenen magnetischen Momente von Spin, Bahndrehimpuls und Gesamtdrehimpuls

Das magnetische Moment, welches zum Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  gehört, lässt sich berechnen mit

$$\vec{\mu}_J = \mu_B g_J \sqrt{J(J+1)} \vec{J},$$

wobei für den Landé-Faktor  $g_J$  des entsprechenden Atoms gilt:

$$g_J := \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (6)$$

Durch die Richtungsquantelung sind nur genau  $2J + 1$  Einstellungen des atomaren magnetischen Momentes zu der äußeren Feldrichtung möglich. Die zusätzliche Energie, die das Moment  $\vec{\mu}$  im äußeren Magnetenfeld bekommt, ist gegeben als:

$$E_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} = mg_J \mu_B B.$$

Für die Orientierungsquantenzahl  $m$  gilt  $-J < m < J$ . Für den Fall, dass  $B \neq 0$  spaltet sich also das Energieniveau  $E_0$  eines Atoms auf in  $2J + 1$  äquidistante Niveaus. Diese Aufspaltung der Spektrallinien unter einem angelegten Magnetfeld wird als Zeeman-Effekt bezeichnet.

Die Auswahlregeln beschreiben die möglichen Energieübergänge.

Für die Festlegung der Auswahlregeln wird die zeitabhängige Schrödingergleichung benötigt.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\vec{r}, t) + U\psi(\vec{r}, t) - i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0. \quad (7)$$

Da ein Strahlungsübergang zwischen zwei Zuständen  $\alpha$  und  $\beta$  betrachtet werden soll, wird für die Lösung eine Linearkombination dieser Zustände gewählt.

$$\psi(\vec{r}, t) = C_\alpha \psi_\alpha(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} + C_\beta \psi_\beta(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_\beta t}$$

Durch die Normierungsbedingung können die Koeffizienten  $C_\alpha$  und  $C_\beta$  berechnet werden. Aus der Lösung ergibt sich eine Schwingung des Elektrons mit der Frequenz:

$$\nu_{\alpha\beta} := \frac{E_\alpha - E_\beta}{\hbar}.$$

Das schwingende Elektron lässt sich dementsprechend als Dipol beschreiben, welcher in alle Raumrichtungen betrachtet werden muss. Das Dipolmoment in die x-Richtung sieht wie folgt aus:

$$D_x = -e_0 \text{const } 2\Re \left( \underbrace{\int x \psi_\beta^* \psi_\alpha dV}_{x_{\alpha\beta}} \exp(2\pi i \nu_{\alpha\beta} t) \right).$$

Für die y- und z-Richtung kann die Formel analog aufgestellt werden. Das Integral  $x_{\alpha\beta}$  und seine analogen y- und z-Komponenten werden als Matrixelemente bezeichnet und sind wichtig für die Berechnung des Poynting-Vektors  $\vec{S}_{\alpha\beta}$ . Der Poynting-Vektor berechnet sich nach:

$$|\vec{S}_{\alpha\beta}| \sim (|x_{\alpha\beta}|^2 + |y_{\alpha\beta}|^2 + |z_{\alpha\beta}|^2) \sin^2(\gamma).$$

$\gamma$  beschreibt dabei den Winkel zwischen Dipolmoment und Ausbreitungsrichtung der Strahlung. Es kann gezeigt werden, dass die Intensität der vom Dipol emittierten Strahlung mit den Matrixelementen zusammenhängt. Für den Fall, dass das B-Feld in die Z-Richtung zeigt, verschwindet  $z_{\alpha\beta}$ , außer wenn gilt, dass  $m_\alpha = m_\beta$ .  $x_{\alpha\beta} \pm iy_{\alpha\beta}$  verschwindet ebenfalls,

außer wenn gilt, dass  $m\beta = m_\alpha \pm 1$ . Zum Zeeman-Effekt kommt es also nur, wenn sich die Orientierungsquantenzahlen  $m_\alpha$  und  $m_\beta$  gar nicht oder nur um  $\pm 1$  unterscheiden. Für den Fall, dass  $\Delta m = 0$  ( $z_{\alpha\beta} \neq 0$ ,  $x_{\alpha\beta} = iy_{\alpha\beta} = 0$ ) ist, kommt es zur Schwingung des Dipols parallel zur Magnetfeldachse. Dies führt bei der Emission zu linear-polarisiertem Licht parallel zu  $\vec{B}$ . Durch die Polarisation kann das emittierte Licht am besten senkrecht (transversal) zur Feldrichtung beobachtet werden. Die Strahlungsart wird als  $\pi$  bezeichnet. Für den Fall, dass  $\Delta m = \pm 1$  ( $z_{\alpha\beta} = 0$ ,  $x_{\alpha\beta} = \pm iy_{\alpha\beta} \neq 0$ ) ist, kommt es zu links oder rechts zirkular-polarisierter Strahlung um die Magnetfeldachse. Bei Betrachtung transversal zur Feldachse erscheint das emittierte Licht linear polarisiert und senkrecht zu  $\vec{B}$ . Die Strahlungsarten werden als  $\sigma$  bezeichnet. Die oben getroffenen Aussagen gelten nur für den Fall, dass  $S = 0$  ist. Diesen Spezialfall bezeichnet man als normalen Zeeman-Effekt. Für Übergänge mit  $S = 0$  gilt  $g_J = 1$ . Die Verschiebung der Energieniveaus ist dementsprechend unabhängig von den Quantenzahlen. Der Energieunterschied  $\Delta E$  zwischen den Niveaus ist unabhängig von  $L$  und  $J$  gleich groß.

$$\Delta E = m\mu_B B \text{ für } -J \leq m \leq J \quad (8)$$

Der anormale Zeeman-Effekt kommt deutlich häufiger vor und tritt auf, wenn  $S \neq 0$  ist. Es gelten für die Übergänge die selben Auswahlregeln  $\Delta m = 0, \pm 1$ . Da  $g_J = 1$  nicht mehr gegeben ist, ergeben sich für die Übergänge die Energien von:

$$E = (m_i g_{J_i} - m_j g_{J_j}) \mu_B B + E_0 \quad (9)$$

$$= g_{ij} \mu_B B + E_0. \quad (10)$$

Dabei ist  $g_{ij}$  der Landé-Faktor des Übergangs.

## 1.4 Vorbereitungsaufgabe

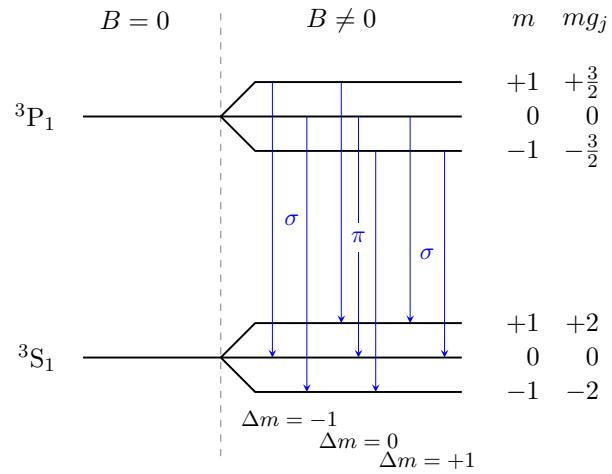


Abbildung 2: Termschema eines  $^3P_1 \leftrightarrow ^3S_1$  Übergangs. Der Übergang liegt im blauen Wellenlängenbereich.

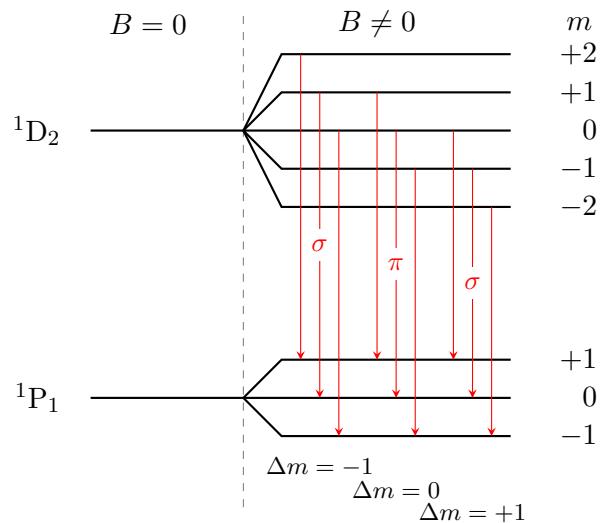


Abbildung 3: Termschema eines  $^1D_2 \leftrightarrow ^1P_1$  Übergangs. Der Übergang liegt im roten Wellenlängenbereich.

Übergang	$m_1$	$g_1$	$m_2$	$g_2$	$g_{12}$
			$^1P_1$	$^1D_2$	
$\sigma$	2	1	1	1	1
	1	1	0	1	1
	0	1	-1	1	1
$\pi$	1	1	1	1	0
	0	1	0	1	0
	-1	1	-1	1	0
$\sigma$	0	1	1	1	-1
	-1	1	0	1	-1
	-2	1	-1	1	-1

Tabelle 1: Hier sind die Landé-Faktoren der roten Spektrallinie aufgeführt.

Übergang	$m_1$	$g_1$	$m_2$	$g_2$	$g_{12}$
			$^3S_1$	$^3P_2$	
$\sigma$	+1	2	0	$\frac{3}{2}$	2
	0	2	-1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
$\pi$	+1	2	+1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
	2	2	0	$\frac{3}{2}$	0
	-1	2	-1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\sigma$	0	2	1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$
	-1	2	0	$\frac{3}{2}$	-2

Tabelle 2: Hier sind die Landé-Faktoren der blauen Spektrallinie aufgeführt.

## 2 Aufbau und Durchführung

### 2.1 Aufbau

Um den normalen und abnormalen Zeeman-Effekt zu messen, werden die Spektrallinien einer Cadmium-Lampe aufgenommen. Von Bedeutung sind dabei die Spektrallinien der Wellenlängen 643,8 nm (blau), welche beim Übergang  $^1P_1 \leftrightarrow ^1D_2$  entsteht, und die Wellenlänge 480 nm (rot), welche beim Übergang  $^1S_1 \leftrightarrow ^3P_1$  entsteht. Mit der Wellenlänge im blauen Bereich kann der abnormale Zeeman-Effekt beobachtet werden. Der normale Zeeman-Effekt kann mit der Wellenlänge im roten Bereich betrachtet werden.

Um die Zeeman-Aufspaltung zu erzeugen wird die Cadmium-Lampe (Cd-Lampe) zwischen zwei Polschuhen eines Elektromagneten gebracht. Die Emissionslinien der Cd-Lampe werden transversal zum Magnetfeld kollimiert. Unter Verwendung eines Geraudsichtprismas werden die Wellenlängen räumlich separiert. Mithilfe eines Spaltes kann die zu untersuchende Spektrallinie von den anderen Wellenlängen separiert werden. Durch einen Polarisationsfilter kann die Spektrallinie auf  $\pi$ - oder  $\sigma$ -Übergänge untersucht werden. Die transversale Betrachtung sorgt dafür, dass sowohl  $\pi$ - als auch  $\sigma$ -Licht linear polarisiert erscheint. Entsprechend lässt der Polarisationsfilter je nach Einstellung nur  $\pi$ - oder  $\sigma$ -Licht durch. Bei der senkrechten Stellung zu  $\vec{B}$  fällt das  $\sigma$ -Licht hindurch, bei paralleler Stellung zu  $\vec{B}$  fällt das  $\pi$ -Licht hindurch. Die nachgeschaltete Lummer-Gehrcke-Platte erzeugt ein Interferenzmuster, welches von einer Digitalkamera aufgezeichnet wird. Mithilfe der erzeugten Interferenz kann ein sehr hohes Auflösungsvermögen erzielt werden. Trifft monoenergetisches Licht auf die Lummer-Gehrcke-Platte so entstehen Interferenzstreifen, welche genau einen Gangunterschied von der eingestrahlten Wellenlänge besitzen. Bei eingeschaltetem Magnetfeld kommt es zur Aufspaltung der Spektrallinien. Die maximale Differenz der eingestrahlten Wellenlängen, damit sich die Wellen nicht überlagern, ist durch das Dispersionsgebiet  $\Delta\lambda_D$  gegeben:

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda^2}{2d} \sqrt{\frac{1}{n^2 - 1}}. \quad (11)$$

$d$  ist dabei die Dicke der Lummer-Gehrcke-Platte und  $n$  der Brechungsindex für die jeweilige Wellenlänge. Die Wellenlängenänderung ist dabei gegeben als:

$$\delta\lambda = \frac{1}{2} \frac{\delta s}{\Delta s} \cdot \Delta\lambda_D. \quad (12)$$

Die Lummer-Gehrcke-Platte der Länge  $L$  besitzt zudem ein Auflösungsvermögen von:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{L}{\lambda} (n^2 - 1). \quad (13)$$

### 2.2 Durchführung

Zunächst wird die Vermessung des Elektromagneten, mittels Messung des B-Feldes in Abhängigkeit vom Feldstrom, vorgenommen. Der Strom wird erhöht und anschließend verringert. Auf diese Weise lässt sich eine Hysteresekurve messen.

Anschließend wird die Cd-Lampe eingeschaltet und die Linsen werden justiert. Des Weiteren wird ein Polarisator in den Strahlengang gebracht. Dieser erlaubt, einzelne Strahlen mit bestimmter Polarisation zu betrachten. So werden  $\pi$ - ( $\Delta m = 0$ ) und  $\sigma$ - ( $\Delta m = \pm 1$ ) Übergänge getrennt. Eine am Ende des Strahlengangs angebrachte Digitalkamera kann die Interferenzmuster der Lummer-Gehrcke-Platte aufnehmen und abspeichern.

Die erste Messung wird mit dem  $\sigma$ -Übergang der roten Linie durchgeführt (normaler Zeeman-Effekt). Durch langsames Erhöhen des Magnetfeldes kann darauf geachtet werden, dass sich die Linien klar aufteilen, die Wellenlängendifferenz jedoch noch nicht größer als das Dispersionsgebiet wird. Die Interferenzmuster werden mit der Kamera aufgenommen. Dabei wird zunächst jeweils ein Bild der Interferenzmuster mit  $B = 0$  aufgenommen, dann die Bilder mit  $B \neq 0$ . Für die rote Linie wird ein Bild des  $\sigma$ -Übergangs mit  $B \neq 0$  gespeichert. Für die blaue Linie werden ein Bild des  $\sigma$ -Übergangs und ein Bild des  $\pi$ -Übergangs gemacht. Im folgenden wird aus den Bildern mit  $B = 0$  der Wert des Abstands der Interferenzmuster  $\Delta s$  bestimmt (4). Aus den Bildern mit  $B \neq 0$  wird die Weite der Aufspaltung der Interferenzmuster  $\delta s$  entnommen.



Abbildung 4: Darstellung der Werte  $\Delta s$  und  $\delta s$  [1]

### 3 Auswertung

#### 3.1 Kalibrierung des B-Felds

Die Messwerte zur Hysteresekurve des Elektromagneten sind in Tabelle 3 notiert. Die Werte werden in Abbildung 5 dargestellt. Da im folgenden Versuch kein höheres B-Feld als mit einem Strom von  $I = 15,5 \text{ A}$  verwendet wird, lässt sich der verwendete Bereich linear fitten. Aus dem Fit der Form  $B = aI + b$  mit Python 3.6.3 (*curve\_fit*) ergeben

Tabelle 3: Messdaten zur Kalibrierung des Magnetfelds

$I/\text{A}$	$B/\text{mT}$	$I/\text{A}$	$B/\text{mT}$	$I/\text{A}$	$B/\text{mT}$	$I/\text{A}$	$B/\text{mT}$
0	3.72	11	697.5	18	1012	7	436.7
1	76.65	12	763.7	17	981	6	386.6
2	132.1	13	820.0	16	943	5	313.5
3	198.2	14	872.5	15	926.2	4	250.0
4	261.7	15	922.3	14	873.9	3	178.7
5	321.9	16	964.1	13	811.2	2	118.7
6	390.6	17	974	12	756.8	1	53.88
7	453.4	18	1009	11	693.8	0	5.871
8	516.9	19	1039	10	612.8	-	-
9	578.5	20	1066	9	577.3	-	-
10	639.6	19	1038	8	503.5	-	-

sich die Parameter  $a$  und  $b$ :

$$\begin{aligned} a &= (61,2 \pm 0,5) \frac{\text{mT}}{\text{A}} \\ b &= (11,7 \pm 4,7) \text{ mT}. \end{aligned}$$

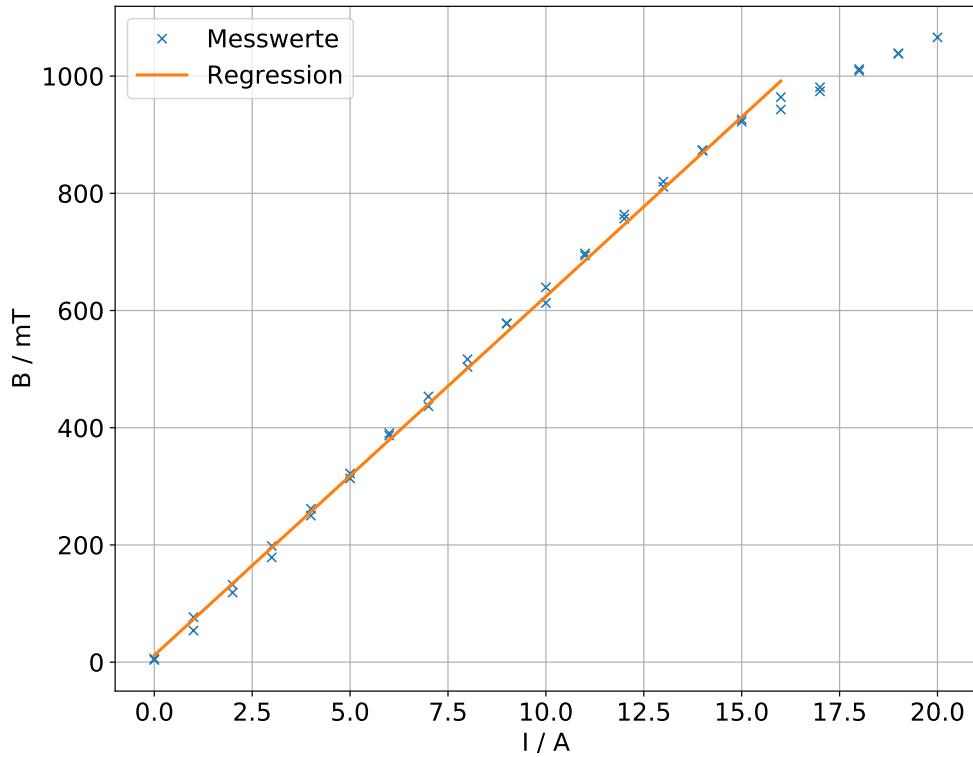


Abbildung 5: Hysteresekurve der Kalibrierung des B-Felds

### 3.2 Rot: Normaler Zeeman-Effekt

In Abbildung 6a ist das Interferenzmuster der roten Linie bei  $B = 0$  gezeigt. Abbildung 6b zeigt das Interferenzmuster mit angelegtem Magnetfeld  $B \neq 0$ .

Die Werte zur Berechnung des Dispersionsgebietes der Lummer-Gehrke-Platte sind gegeben als

$$\begin{aligned}d &= 4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\L &= 120 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\n(644 \text{ nm}) &= 1.4567 \\n(480 \text{ nm}) &= 1.4635.\end{aligned}$$

Damit ergibt sich für das rote Licht (644 nm) das Dispersionsgebiet

$$\Delta\lambda_D = 4,89 \cdot 10^{-11} \text{ m.}$$

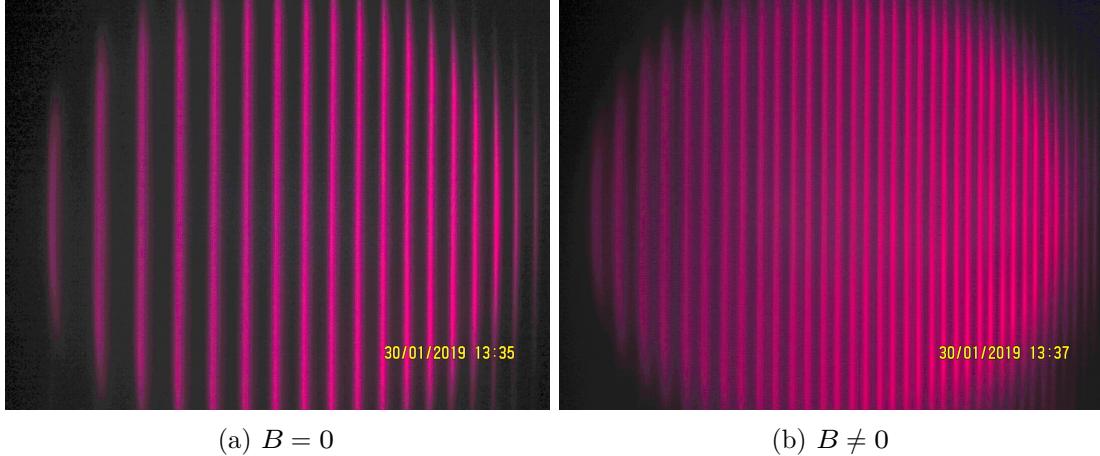


Abbildung 6: Interferenzmuster der roten Linie, nachbearbeitet

Das rote Licht hat eine zirkulare Polarisation um  $\vec{B}$  und erscheint durch die transversale Beobachtung linear und senkrecht zu  $\vec{B}$ . So wird es vom Polarisationsfilter bei senkrechter Einstellung ungehindert durchgelassen. Die Abstände zwischen den Linien werden nach entsprechender Bearbeitung des Kontrasts und der Belichtung ausgewertet. Die Messwerte sind in Tabelle 4 notiert. Es wird das Verhältnis der Aufspaltung bei angelegtem B-Feld zum Abstand der Linien ohne angelegtes B-Feld  $\frac{\delta s_1}{\Delta s}$  berechnet. Mit dem Verhältnis und dem Dispersionsgebiet ergibt sich die Wellenlängenverschiebung  $\delta\lambda$ . Als gemittelte

Tabelle 4: Messdaten zum normalen Zeeman-Effekt

$\Delta s$ /Pixel	$\delta s_1$ /Pixel	$\frac{\delta s_1}{\Delta s}$	$\delta \lambda_1$
158	70	0.443	1.084 e-11
160	76	0.475	1.162 e-11
169	79	0.468	1.143 e-11
173	81	0.468	1.145 e-11
187	82	0.439	1.072 e-11
192	89	0.464	1.134 e-11
192	88	0.458	1.121 e-11
200	93	0.465	1.137 e-11
212	96	0.453	1.108 e-11
224	102	0.455	1.114 e-11
238	106	0.445	1.089 e-11
256	116	0.453	1.108 e-11

Wellenlängenverschiebung ergibt sich

$$\overline{\delta\lambda} = (1,12 \pm 0,03) \cdot 10^{-11} \text{ m.}$$

Das verwendete Magnetfeld beim Strom  $I = 9,5 \text{ A}$  hat die Stärke

$$B = (593,5 \pm 6,7) \text{ mT} = (0,5935 \pm 0,0067) \text{ T.}$$

Der Fehler wird als Gaußfehler berechnet. Die Energie wird über die Energieänderung und (10) wie folgt berechnet:

$$\Delta E = |E(\lambda_0 + \delta\bar{\lambda}) - E(\lambda_0)| = \left| E(\lambda_0) + \frac{\partial E}{\partial \lambda} \delta\bar{\lambda} - E(\lambda_0) \right| = \left| \frac{\partial E}{\partial \lambda} \delta\bar{\lambda} \right| = \frac{hc}{\lambda^2} \delta\bar{\lambda} \quad (14)$$

Mit Gleichung (10) und der Gaußschen Fehlerfortpflanzung ergibt sich

$$g_{ij} = \frac{hc}{\mu_B B \lambda^2} \overline{\delta \lambda} \\ \equiv 0,974 \pm 0,011.$$

### 3.3 Blau: Anormaler Zeeman-Effekt

Als Dispersionsgebiet ergibt sich für das blaue Licht (480 nm):

$$\Delta\lambda_D = 2,70 \cdot 10^{-11} \text{ m.}$$

Die aus den Bildern aufgenommenen Messwerte sind in Tabelle 5 notiert. Zunächst wird nun das Verhältnis aus den Messwerten der Aufspaltungen mit entsprechender Polarisierung ( $\sigma \hat{=} \text{zirkular}$ ,  $\pi \hat{=} \text{linear}$ ) zur Messreihe ohne angelegtes B-Feld  $\delta s_2/\Delta s$  bzw.  $\delta s_3/\Delta s$  ausgerechnet. Mit dem Verhältnis und dem Dispersionsgebiet wird die Wellenlängenverschiebung  $\delta\lambda$  für beide Polarisierungen berechnet. Der Mittelwert der Wellen-

Tabelle 5: Messdaten zum anormalen Zeeman-Effekt

$\Delta s$ /Pixel	$\delta s_\sigma$ /Pixel	$\delta s_\pi$ /Pixel	$\frac{\delta s_\sigma}{\Delta s}$	$\frac{\delta s_\pi}{\Delta s}$	$\delta \lambda_\sigma$	$\delta \lambda_\pi$
140	49	50	0.350	0.357	4.717 e-12	4.813e-12
154	52	65	0.338	0.422	4.550 e-12	5.688e-12
173	54	63	0.312	0.364	4.206 e-12	4.908e-12
177	62	57	0.350	0.322	4.720 e-12	4.340e-12
187	64	63	0.342	0.337	4.612 e-12	4.540e-12
197	68	69	0.345	0.350	4.652 e-12	4.720e-12
209	72	66	0.345	0.316	4.643 e-12	4.256e-12
233	74	74	0.318	0.318	4.280 e-12	4.280e-12
250	82	80	0.328	0.320	4.420 e-12	4.312e-12
282	89	90	0.316	0.319	4.253 e-12	4.301e-12
321	103	97	0.321	0.302	4.324 e-12	4.072e-12
399	120	135	0.301	0.338	4.053 e-12	4.560e-12

längenverschiebung  $\delta s$  und der zugehörige Fehler als Standardabweichung werden mit

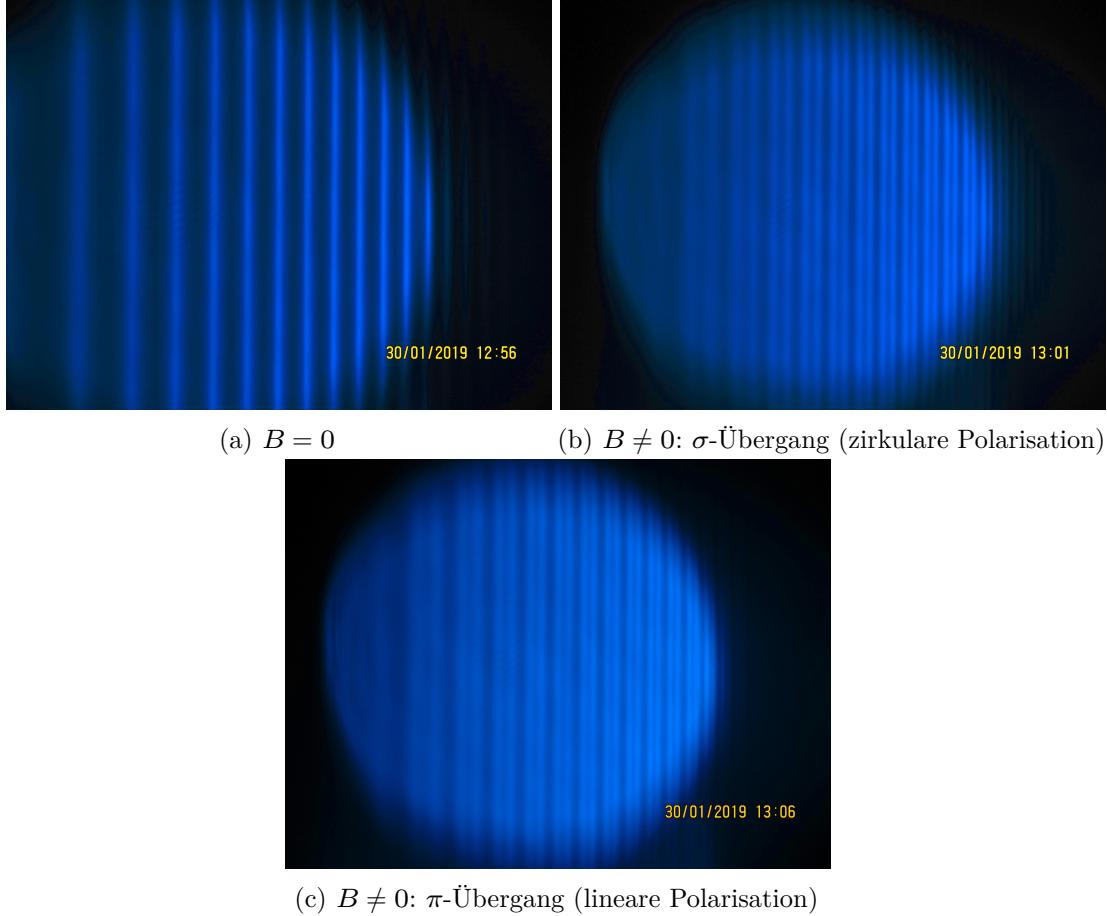


Abbildung 7: Interferenzmuster der blauen Linie

der numpy-Bibliothek in Python (numpy.mean, numpy.std) berechnet. Es ergeben sich folgende Werte:

$$\begin{array}{lll} \sigma & \overline{\delta\lambda} = & (4,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-12} \text{ m} \\ \pi & \overline{\delta\lambda} = & (4,6 \pm 0,4) \cdot 10^{-12} \text{ m}. \end{array}$$

Der magnetfelderzeugende Strom wird bei der Messung erhöht. Es ergeben sich folgende Magnetfelder:

$$\begin{array}{lllll} \sigma & I = & 5 \text{ A} & B = & (317,9 \pm 5,3) \text{ mT} \\ \pi & I = & 15,5 \text{ A} & B = & (960,9 \pm 9,1) \text{ mT}. \end{array}$$

Die Energie ergibt sich durch Gleichung (9) und  $E = h\nu$ .  $E_0$  ist die Energie des Lichts bei  $B = 0$  mit  $E_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 4,14 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,58 \text{ eV}$  Analog zu (14) lässt sich die

Energieänderung und der Landé-Faktor des Übergangs berechnen. Für den  $\sigma$ -Übergang ergibt sich

$$g_{ij} = 1,30 \pm 0,02,$$

für den  $\pi$ -Übergang

$$g_{ij} = 0,442 \pm 0,004.$$

## 4 Diskussion

Im Versuch werden die Übergänge des Cadmiums unter Aufspaltung durch den Zeeman-Effekt betrachtet. Dem roten Licht liegt dabei der normale Zeeman-Effekt zugrunde, dem blauen Licht der anormale Zeeman-Effekt.

Der Landé-Faktor des Übergangs  $g_{12}$  ergibt sich für den normalen Zeeman-Effekt (rot) zu

$$g_{ij} = 0,974 \pm 0,011.$$

was mit einer relativen Abweichung von  $f = 2,65\%$  zum theoretischen Landé-Faktor

$$g_{12,\text{theo}} = 1$$

des zirkularen Übergangs passt.

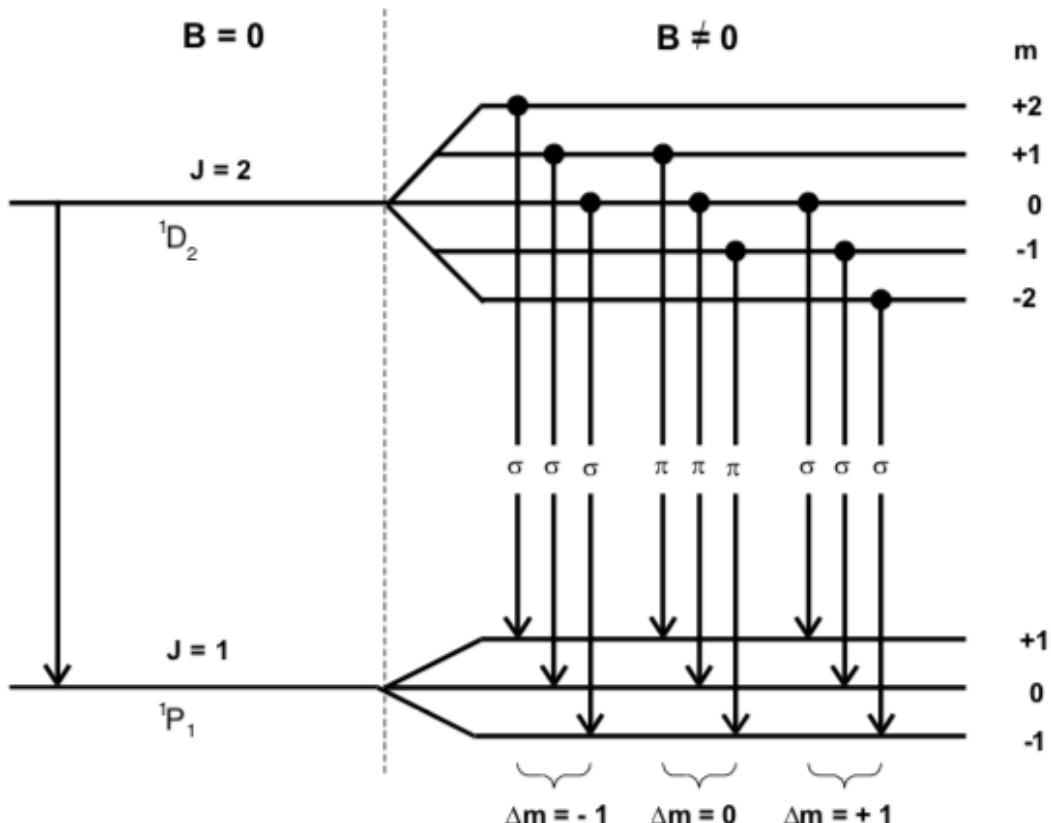


Abbildung 8: Aufspaltung durch den normalen Zeeman-Effekt [1]

Für die Übergänge des abnormalen Zeeman-Effekts werden die Landé-Faktoren des Übergangs  $g_{ij} = m_1 g_1 - m_2 g_2$  berechnet und mit der Theorie verglichen. Der theoretische Wert für  $\sigma$  mittelt sich hier aus den Werten  $g_{12,\text{theo},1} = 2$  und  $g_{12,\text{theo},2} = \frac{3}{2}$ , da sich die Linien durch den optischen Doppler-Effekt stark überlagern und verbreitern, die Messung

aber über die Mitte der Linie ausgeführt wird. Wiederum der zweite theoretische Wert für den  $\pi$ -Übergang  $g_{12,\text{theo}} = 0$  ist stark unterdrückt und fällt im Mittel nicht ins Gewicht. So ergibt sich:

$$\begin{array}{lllll} \sigma & g_{12,\text{exp}} & = 1,30 \pm 0,02 & g_{12,\text{theo}} & = 1,75 \\ \pi & g_{12,\text{exp}} & = 0,442 \pm 0,004 & g_{12,\text{theo}} & = 0,5 \end{array} \quad f = 25,71 \% \quad f = 11,60 \%.$$

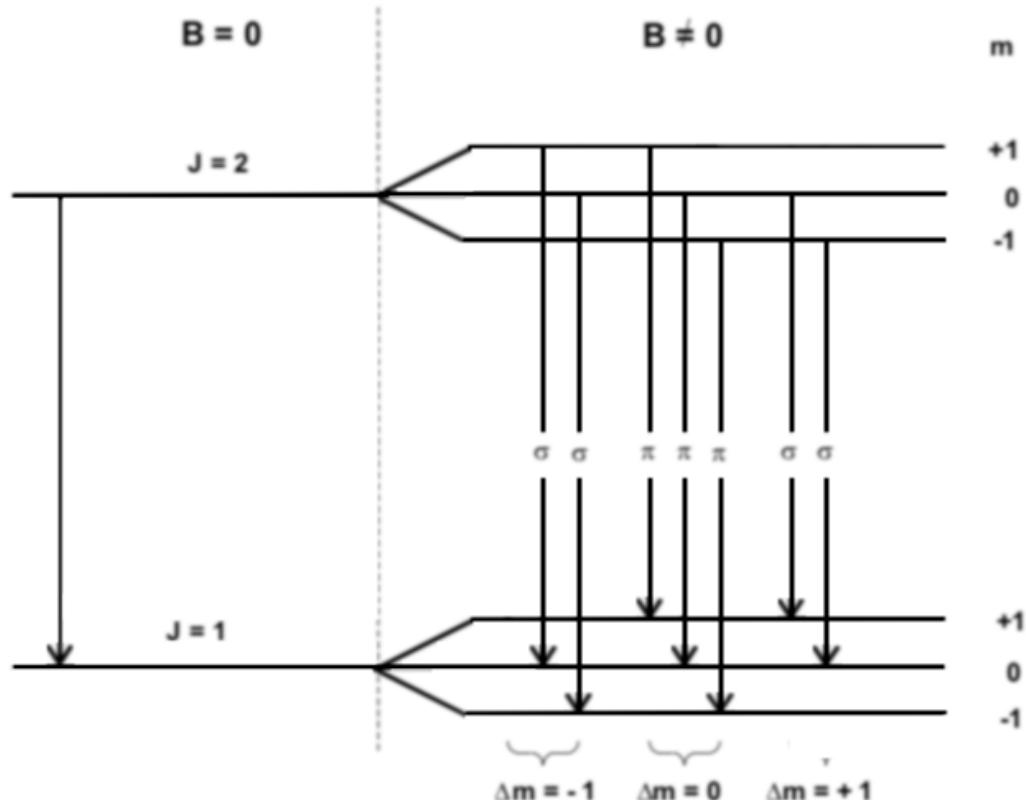


Abbildung 9: Aufspaltung durch den anomalen Zeeman-Effekt [1]

Mögliche Erklärungen für die Abweichungen sind der bereits genannte optische Doppler-Effekt, verschmutzte Linsen, ein ungenauer Aufbau der Linsenapparatur, eine nicht optimale Auswertung der Bilder und eine Ungenauigkeit durch Ablesefehler an der Ampereanzeige des analogen Feldstromgenerators von ca.  $\pm 0,25$  A. Tatsächlich ist auf den Bildern in der Nachbearbeitung ein Fingerabdruck auf der Lummer-Gehrke-Platte zu erkennen. Eine gewisse Beeinträchtigung ist durch den Generator des Stroms für den Elektromagneten gegeben, da bei diesem häufig die Sicherung herausspringt. So müssen einige Versuchsteile mehrfach durchgeführt werden. Dies hat jedoch keine Auswirkung auf den Messwert. Nicht auszuschließen ist jedoch, dass durch Unachtsamkeit und Stoßen

an die Apparatur der Linsenaufbau geringfügig geändert wird, dieses wird jedoch so weit möglich unterbunden.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. In: *Versuchsanleitung V27*.