



Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки: 09.03.04 – Системное и прикладное программное обеспечение

Дисциплина «Основы дискретной математики (базовый уровень)»

Отчёт по домашней работе №6

Вариант №66

Выполнил

Галак Екатерина Анатольевна

Р3115

Проверил

Поляков Владимир Иванович

Санкт – Петербург, 2024

Задание 6

Сложение чисел с плавающей точкой

Вариант №66

A	B
14,68	13,77

1. Формат Ф1 (число разрядов мантиисы $m = 12$).

$$A = (14,68)_{10} = (E,AE147B)_{16} = (0, EAE147B)_{16} + 16^1$$

0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

$$B = (13,77)_{10} = (D,C51EB8)_{16} = (0,DC51EB8)_{16} \cdot 16^1$$

0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

1)

$$\begin{array}{r} X_A = 1000001 \\ - \\ X_B = 1000001 \\ \hline (X_A - X_B)_{\text{пр.}} = 0000000 \end{array}$$

$$(X_A - X_B) = 0; X_C = X_A = X_B = 1$$

а) Оба операнда положительные ($A > 0, B > 0$):

$$\begin{array}{r} 2, 3) M_A = .111010101110 \\ + \\ M_B = .110111000101 \\ \hline M_C = 1.110001110011 \end{array}$$

Результат сложения денормализован влево

$$4) M_C = .000111000111.$$

Так как выполнен сдвиг мантиисы вправо, характеристику результата нужно увеличить на 1 ($X_C = X_C + 1 = 2$).

0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

$$C^* = M_C \cdot 16^{P_C} = (0,1C7)_{16} \cdot 16^2 = 28,4375.$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = 28,45 - 28,4375 = 0,0125, \text{ где } \Delta C - \text{абсолютная погрешность}$$

$$\delta C = \left| \frac{0,0125}{28,45} \right| \cdot 100\% = 0,04394\%$$

, где δC – относительная погрешность

Несмотря на то, что оба операнда за счет округления были представлены с избытком, результат получился представленным с недостатком. Этот факт можно объяснить потерей значащих младших разрядов сначала у первого операнда при выравнивании порядков, а затем и у результата при его нормализации.

б) $A < 0, B > 0$

Сложение мантисс будем проводить их прямым вычитанием. В качестве уменьшаемого используем мантиссу положительного операнда (В).

2, 3)

$$\begin{array}{r} M_A = .111010101110 \\ - \\ M_B = .110111000101 \\ \hline M_C = .000011101001 \end{array}$$

Результат вычитания денормализован вправо.

$$4) M_C = .111010010000$$

Так как выполнен сдвиг мантиссы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 1 ($X_C = X_C - 1 = 0$).

0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

$$C^* = M_C \cdot 16^{P_C} = (0,E90)_{16} \cdot 16^0 = 0,91016.$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = 0,91 - 0,91016 = -0,00016, \text{ где } \Delta C - \text{абсолютная погрешность}$$

$$\delta C = \left| \frac{-0,00016}{0,91} \right| \cdot 100\% = 0,01758\%$$

, где δC – относительная погрешность

Результат получился представленным с избытком.

с) $A < 0, B > 0$

2, 3)

$$M_B = .110111000101$$

–

$$M_A = .111010101110$$

$$M_{\text{Сдоп}} = \overline{.111100010111}$$

Результат вычитания денормализован вправо и представлен в дополнительном коде.

$$4) M_C = .000101110000$$

Т.к. выполнен сдвиг мантииссы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 1 ($X_C = X_C - 1 = 0$).

1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

$$C^* = M_C \cdot 16^{P_C} = (-0, E90)_{16} \cdot 16^0 = -0,91016.$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = -0,91 - (-0,91016) = 0,00016, \text{ где } \Delta C \text{ – абсолютная погрешность}$$

$$\delta C = \left| \frac{0,00016}{-0,91} \right| \cdot 100\% = 0,01758\%$$

, где δC – относительная погрешность

Результат получился представленным с недостатком.

2. Формат Ф2.

$$A = (14,68)_{10} = (E, AE147B)_{16} = (0,111010101110000101)_2 \cdot 2^4$$

0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

$$B = (13,77)_{10} = (D, C51EB8)_{16} = (0,11011100010100011111)_2 \cdot 2^4$$

0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

1)

$$X_A = 10000100$$

$$X_B = 10000100$$

$$(X_A - X_B)_{\text{пр.}} = 00000000$$

$$(X_A - X_B) = 0; X_C = X_B = 4$$

а) Оба операнда положительные ($A > 0, B > 0$):

2, 3)

$$M_A = .111010101110$$

$$M_B = .110111000101$$

$$M_C = 1.110001110011$$

Результат сложения денормализован влево.

$$4) M_C = .111000111001$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиисы вправо, характеристику результата нужно увеличить на 1

$$(X_C = X_C + 1 = 5).$$

0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

$$C^* = M_C \cdot 2^{P_c} = (0,111000111001)_2 \cdot 2^5 = 28,44531$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = 28,45 - 28,44531 = 0,00469, \text{ где } \Delta C - \text{абсолютная погрешность}$$

$$\delta C = \left| \frac{0,00469}{28,45} \right| \cdot 100\% = 0,01649\%$$

, где δC – относительная погрешность

Результат получился с недостатком.

б) $A > 0, B < 0$

2, 3)

$$M_A = .111010101110$$

$$M_B = .110111000101$$

$$M_C = .000011101001$$

Результат вычитания денормализован вправо.

$$4) M_C = .111010010000$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиисы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 4 ($X_C = X_C - 4 = 0$).

0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

$$C^* = M_C \cdot 2^{P_c} = (0,11101001)_2 \cdot 2^0 = 0,91016$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = 0,91 - 0,91016 = -0,00016, \text{ где } \Delta C - \text{абсолютная погрешность}$$

$$\delta C = \left| \frac{-0,00016}{0,91} \right| \cdot 100\% = 0,01758\%$$

, где δC – относительная погрешность

Результат получился с избытком.

$$c) A < 0, B > 0$$

2, 3)

$$M_B = .110111000101$$

$$M_A = .111010101110$$

$$M_C = .111100010111$$

Результат вычитания денормализован вправо и представлен в дополнительном коде.

$$4) M_C = .000101110000$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиисы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 4 ($X_C = X_C - 4 = 0$).

1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

$$C^* = M_C \cdot 2^{P_c} = (-0,11101001)_2 \cdot 2^0 = -0,91016.$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = -0,91 - (-0,91016) = 0,00016, \text{ где } \Delta C - \text{абсолютная погрешность}$$

$$\delta C = \left| \frac{0,00016}{-0,91} \right| \cdot 100\% = 0,01758\%$$

, где δC – относительная погрешность

Результат получен с недостатком.

5) Причины возникновения погрешности:

- Неточное представление операндов.
- Потеря значащих разрядов мантиссы одного из операндов при уравнивании порядков.
- Потеря значащих разрядов мантиссы результата при его нормализации сдвигом мантиссы вправо.

В формате Ф2 результаты точнее, так как операнды представлены точнее и при нормализации результата сдвиг производился на один двоичный разряд, а не на 4.