

1 Обязательная часть

1. Ромб.

Перебираем вершины, пытаюсь сделать каждую вершиной 1 в итоговом ромбе. Из каждой вершины запускаем бфс, которым ищем циклы длины 4. Каждый раз, когда нашли цикл, проверим, есть ли ребро между хоть одной парой противоположных вершин (делается за единицу, у нас ведь есть список смежности). Есть - нашли ответ. Нет - ищем дальше. Итого за $\mathcal{O}(VE)$.

2. Центры дерева.

Максимальный возможный ответ $n - 1$ — количество ребер в дереве. Делаем бинарный поиск по ответу. Если такое максимальное расстояние достижимо - двигаем правую границу, нет - левую. Как проверить за $\mathcal{O}(n)$, достижимо ли.

Заметим, что ответ - расстояние между какими-то двумя листьями. Если хоть одна вершина не лист, то из нее есть непосещенное ребро куда-то еще, можем взять его в ответ и увеличить его, тогда расстояние было не максимальным. Теперь возьмем любую вершину дерева и запустим из нее бфс. Из полученных расстояний возьмем одну из вершин с максимальным. Этот лист будет одним из искомым. Запустим из него еще один бфс. Теперь мы получили все кратчайшие расстояния из него. Если бы мы искали просто максимальное - то ответом бы было самое большое. Но нам надо выбрать k точек, чтобы расстояние было максимальным до ближайшей из них.

Что же делать. Посчитаем для каждого расстояния, сколько вершин в них находится. За линию, конечно. А теперь за единицу находим то, которое будет k -ым. Суть: в первые k , стоящие дальше всего ставим отметки, ищем k -ую, вершину, которая и будет ближайшей. Например, если надо выбрать 4 вершины, самых больших расстояния $r - 3$ штуки, $r - 1$ — две штуки и тд, то ответом будет расстояние $r - 1$.

Научились проверять достижимость ответа за линию, научились искать ответ. Ура.

3. Обмен местами коней.

• Подольше.

Прошлый контекст, вроде как. Да и прошлое теор. Делаем здоровенный граф n^4 — все возможные состояния. Вершина является набором из двух координат первого коня и двух второго. Отсюда и четвертая степень. Вершины, в которые ходить нельзя, не включаем в граф. Теперь для каждого коня в худшем случае есть 8 вариантов ходов, в вершины запрещенные не ходим, за пределы поля тоже не ходим. В сумме из каждой вершины 16 вариантов ходов, коней ведь две штуки. Теперь запускаем из этой красоти бфс из состояния начального положения коней. Ответ в конечном положении. Там, где коняхи местами поменялись.

• Побыстрее.