1 Обязательная часть

1. ***Обмен местами.***
   Построим новый граф - граф состояний. Вершина - положение мальчиков. Ребер в нем теперь $\mathcal{O}(VE)$. Запускаем бфс из вершины, которая показывает начальное положение мальчиков относительно друг друга. Именно тут не учитываются те положения, когда они ближе друг у другу, чем на d. Ответ будет интересовать в вершине, где мальчики стоят наоборот. Сам граф строится за $\mathcal{O}(V^2)$.

2. ***Число кратчаших путей.***
   Радостно делаем бфс. Но перед основным циклом добавляем в очередь на одну вершину, а все вершины из A. Ну и вылазим из бфс, как только доходим до какой-то вершины из B. Итак, мы получили длину кратчайшего пути. Как найти их количество. Дфсом, вестимо.

3. ***Кратчайший цикл.***
   Из каждой вершины заупскаем бфс, как только пытаемся пойти в уже посещённую вершину, понимаем, что нашли кратчайший цикл. Останавливаем обход, переходим к другой вершине. Среди всех найденных циклов выбираем самый маленький.

4. ***Число кратчайших путей.***
   Запускаем Дейкстру, которую немного модифицируем. Поддерживаем массив c[v] - сколько кратчайших путей нашли в вершину v. При релаксации ответа - c[v] = 0. Кроме того в ту же часть когда, где if релаксации, добавляем еще один if:

   $$if(d[u] == d[v] + len) : c[u] + +;$$

   Теперь мы знаем, сколько кратчайших путей.

5. ***Предподсчет.***
   Ну предподсчитываем. Запускаем Флойда. Это этот самый предподсчет. Как отвечаем на запрос:

   $$if(d[a, e.a] + d[e.b, b] + w[e] == d[a, b]) : cout << "YES";$$
   $$else : cout << "NO";$$

6. ***Путь не через A.***
   Сначала просто найдем Дейкстрой длины кратчайших путей. Теперь будем держать массив is, в котором и будет содержаться ответ - 0 или 1. Изначально is[s] = 0, если s лежит в A, и наоборот.Теперь еще раз пускаем Дейкстру, но добавляем там один if.

   $$if(d[u] == d[v] + len \;\&\&\; is[A] == 0) :$$
   $$if(is[v] == 1 \;||\; \text{u not in } A) : is[u] = 1;$$

7. ***Число путей заданной длины.***

- **Ровно k.**

  Идем от k к $k+1$. $d[k+1][i][j] = sum(d[k][i][p] \cdot g[p][i])$, где g - матрица смежности и $g[p][i] = 0/1$. Получается, что $d[k] = g^k$. Считаем это при помощи быстрого возведения матрицы в степень. Забавно, что в итоге мы получаем ответ не для конкретных a и b, а для всех.

- **Не больше k.**

  Будем немного criminal и приделаем к вершине b петлю. Как это теперь выглядит: когда мы приходим в b раньше, чем за k шагов, мы просто остаемся в ней и крутитимся-вертимся по петле. Получается, мы свелись к пункту 1, ура. Решение стало таким же.

- **От l до r.**

  Решается через предыдущие пункты. ans_1 - ответ из пункта 1, ans_2 - из пункта 2. Тогда $ans_3 = ans_2[r] - ans_2[l] + ans_1[l]$.