1 Обязательная часть

1. ***Хаффман.***

   Докажем от противного. Пусть первое условие выполняется, но нет ни одного длины 1. То есть этот символ (назовем его a) на каком-то, но не последнем, шаге объединился с другой "вершиной"(символ или конкатенация) b. Так как шаг не последний, то есть еще хоть одна "вершина"c, чья частота больше $f(a)$, то есть больше $\frac{2}{5}$. Отсюда получаем, что $f(b) < \frac{2}{5}$.

   Заметим теперь два факта про вершину c. Во-первых, она самая большая на данном этапе, еще одну вершину с частотой больше $\frac{2}{5}$ эта вселенная не переживет. Отсюда делаем вывод, что следующий шаг после объединения последний. А мы не хотим код длины 1. Второе замечание про c - она не 1 символ, а конкатенация хотя бы двух. В момент, когда их склеивали, их частоты должны были быть наименьшими. То есть как минимум (это речевой оборот такой, а не в математическом смысле) меньше $\frac{1}{5}$. Но что же это получается. Боль. $(<)\frac{1}{5} + (<)\frac{1}{5} = (<)\frac{2}{5}$. Да это же противоречие. Вселенная сломалась, предположение неверно. Есть хоть один символ с кодом длины 1.

2. ***Сбалансированное разделение.***

   Шагаем от корня дерева к его низам (далее вниз = в направлении от корня к днищу). Смотрим на детишек корня и на поддеревья, торчащие из них вниз. Если можно разбить эти поддеревьица на два множества, различающиеся по размеру не более, чем в два раза, то мы победили. Если нельзя - рассматриваем теперь как корень того сына, чью поддерево самое большое.

   Как понять, что мы победили. Смотрим на все наше множество сыновьих поддеревьев. Сортируем их по убыванию размера. Начинаем добавлять в два требуемых множества. Добавляем в первое до тех пор, пока его размер не больше, чем размер второго. Затем начинаем добавлять во второго. Как только оно станет больше - опять добавляем в первое. И так далее. Их размеры мы стараемся держать постоянно примено равными, так что если есть оптимальное разбиение на два ближайших по размеру множества, то мы его найдем. Ну а дальше, как описано выше, сравниваем их размеры и так далее.

3. ***Парням делать нечего.***

   - **Можно ли всех.**

     Будем отбирать молодых людей по убыванию суммы m_i и s_i, а при равенстве сумм - по убыванию массы m_i. Самую большую сумму - в самый низ, сумму поменьше на него и так далее. То есть решение состоит из сортировки + проверки за линию, что рассматриваемый номер может выдержать тех, что сверху: $s_i >= \sum_{j>=i} m_j$.

     Почему такая сортировка хороша. Рассмотрим двух подряд идущих. Заметим, что их положение относительно друг друга ребят снизу совершенно не интересует, ведь им держать обоих. А ребят сверху тем более. К тому же обоим обормотам придется в любом случае держать ораву сверху. Так что волнует нас только вопрос, смогут ли нижних из них (первый) выдержать верзхнего. Пусть $s_1 + m_1 \geq s_2 + m_2$, где s - полная сила спортсмена за вычетом массы людей, уже стоящих на верхнем из них. Если $s_1 \geq m_2$, то все хорошо, первый может выдержать второго, мы молодцы. Пусть $s_1 \leq m_2$, то есть первый не поднимет второго. Но заметим тогда, что и $s_2 \leq m_1$, ведь сумма первого должна быть больше. В таком случае, как бы мы местами мальчиков не меняли, они все равно слабаки и пирамиду не выдержат. От их порядка ничего не зависит.

- **А какой максимум.**

  Бежим по отсортированным по убыванию суммы спортсменам и динамичкой ищем максимум. Хотим, чтобы снизу стояли ребятки как можно большего веса, тогда сверху будут полегче. Только не очень понимаю, как это за линию можно сделать.

4. ***ППСП***

   А давайте сведемся к авторитетам, мы же их уже решали. Человек готов примкнуть к нам = можно в конец уже набранной строки добавить строку (человека). Строка готова примкнуть к нам, если наш баланс (авторитет) хотя бы 0. Изначально баланс 0. Каждая строка умеет менять баланас наш на баланс свой. Построенная строка ППСП, если наш баланс не меньше 0. Пункт а) задания мы уже решали на практике, тут то же самое.

2 Дополнительная часть.

1. ***Дерево Штайнера.***

- **V**

  Ищем минимальное остовное дерево.

- **2**

  Ищем кратчайший путь между вершинами.

- **3**

  Из каждой из трех вершин запускаем Дейкстру и выбираем минимальну сумму кратчайших путей от вершины до других двух. Как выглядит дерево. Есть какая-то вершина X и из нее три пути в A, B, C - содержимое T. Эту вершину T за линию найдем (мы ведь уже знаем кратчайшие пути от A, B, C до всех остальных вершин графа). Возьмем ту T, для которой $d[T][A] + d[T][B] + d[T][C] -> min$.

- **4**

  Запустим Флойда и найдем все кратчайшие расстояния. Теперь как и вы случае выше, только у нас теперь не одна центровая X, а две: X и Y. Возьмем такие оптимальные X и Y, что $d[X][Y] + d[A][X] + d[B][X] + d[C][Y] + d[D][Y] -> min$. Это за квадрат можем сделать, такой скорости хватает.

- **k**

  Пускаем Флойда и, видимо, делаем динамику по подмножествам. По времени должно хватить. Какая динамика? Я не знаю:(