

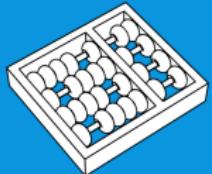
NOTAÇÃO ASSINTÓTICA. EXERCÍCIOS

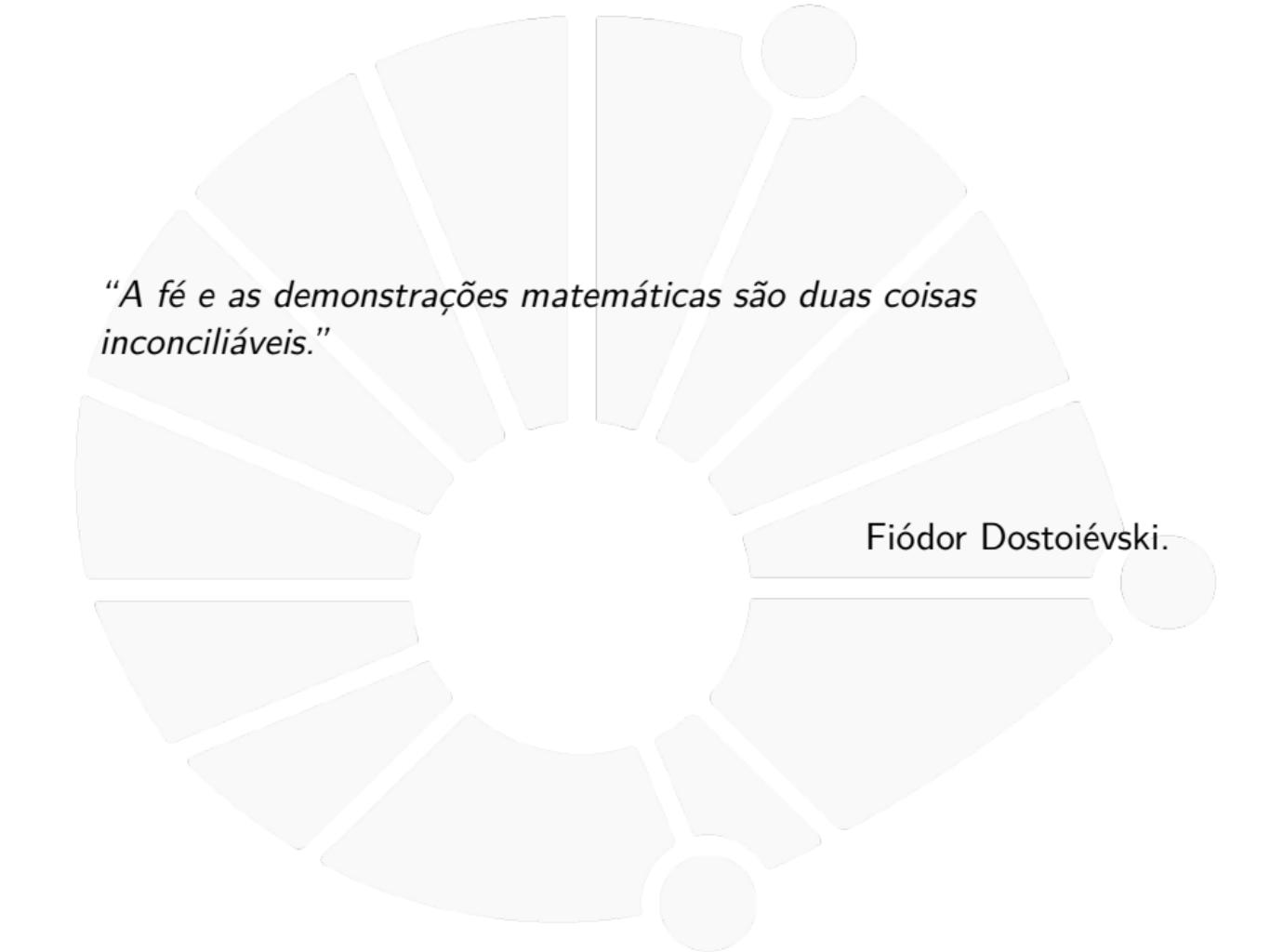
MC458 - Projeto e Análise de
Algoritmos I

08/25 04



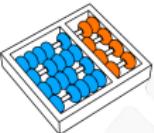

Santiago Valdés Ravelo
<https://ic.unicamp.br/~santiago/>
ravelo@unicamp.br





“A fé e as demonstrações matemáticas são duas coisas inconciliáveis.”

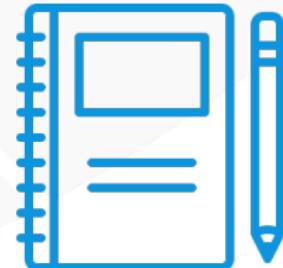
Fiódor Dostoiévski.

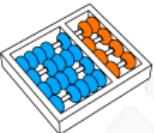


Refletindo sobre provas matemáticas



Vamos fazer alguns exercícios?

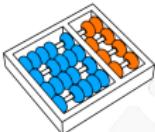




Exercício 1

Prove que:

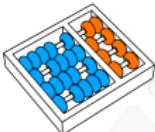
- a) \mathcal{O} , Ω , Θ , \circ , ω são transitivas.
- b) \mathcal{O} , Ω , Θ são reflexivas.
- c) Θ é simétrica.



Exercício 2

Prove que:

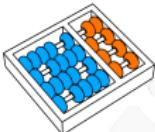
- a) Se $f(n) \in O(g(n))$ e $g(n) \in o(h(n))$, então $f(n) \in o(h(n))$.
- b) Se $f(n) \in o(g(n))$ e $g(n) \in O(h(n))$, então $f(n) \in o(h(n))$.



Exercício 3

Indique a relação correta e demonstre:

1. 10^{1000} é $O(1)$, $\Omega(1)$ ou $\Theta(1)$?
2. 10^{1000} é $O(n)$, $\Omega(n)$ ou $\Theta(n)$?
3. $3n^2 - 2n + 100$ é $O(n)$, $\Omega(n)$ ou $\Theta(n)$?
4. $3n^2 - 2n + 100$ é $O(n^2)$, $\Omega(n^2)$ ou $\Theta(n^2)$?
5. $3n^2 - 2n + 100$ é $O(n^3)$, $\Omega(n^3)$ ou $\Theta(n^3)$?
6. $\log_{100} n$ é $O(\log_{10} n)$, $\Omega(\log_{10} n)$ ou $\Theta(\log_{10} n)$?
7. $\log_{100} n$ é $O(\log_{100} n)$, $\Omega(\log_{100} n)$ ou $\Theta(\log_{100} n)$?
8. $\log_{100} n$ é $O(\log_{1000} n)$, $\Omega(\log_{1000} n)$ ou $\Theta(\log_{1000} n)$?



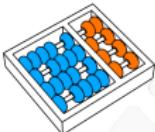
Exercício 4

Ordene as seguintes funções por seu crescimento. De forma tal que $f(n)$ esteja na frente de $g(n)$ na ordem se $f(n) = O(g(n))$. Para cada par de funções consecutivas na sua ordem explique o motivo de ser válida essa ordem.

- ▶ $\ln \ln n$
- ▶ 2^n
- ▶ n^3
- ▶ $\left(\frac{3}{2}\right)^\pi$

- ▶ $(\ln n)^{\ln n}$
- ▶ $(\sqrt{2})^{\ln n}$
- ▶ $n \ln n$
- ▶ $n!$

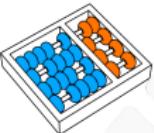
- ▶ 2^{2^n}
- ▶ n^n
- ▶ $4^{\ln n}$
- ▶ $n2^n$



Exercício 5

Prove que:

- a) $c \in \Theta(1)$ para qualquer $c > 0$.
- b) $f(n)g(n) \in \Theta(f(n))\Theta(g(n))$.
- c) $\max \{f(n), g(n)\} \in \Theta(f(n) + g(n))$.
- d) $\log_a n \in \Theta(\log_b n)$ para quaisquer a, b .
- e) Se $p(n) = \sum_{i=0}^k a_i n^i$ com $a_k > 0$, então $p(n) \in \Theta(n^k)$.



Exercício 6

Prove que:

- a) $(\log n)^a \in o(n^b)$ para quaisquer $a, b > 0$.
- b) $a^n \in o(b^n)$ para quaisquer $b > a > 0$.
- c) $n^k \in o(c^n)$ para quaisquer $k \geq 0$ e $c > 1$.

NOTAÇÃO ASSINTÓTICA. EXERCÍCIOS

MC458 - Projeto e Análise de
Algoritmos I

08/25 04
 1



Santiago Valdés Ravelo
<https://ic.unicamp.br/~santiago/>
ravelo@unicamp.br

