

# NOTAÇÃO ASSINTÓTICA. EXERCÍCIOS

Santiago Valdés Ravelo  
[https://ic.unicamp.br/~santiago/  
ravelo@unicamp.br](https://ic.unicamp.br/~santiago/ravelo@unicamp.br)

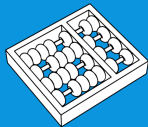
MC458 - Projeto e Análise de  
Algoritmos I

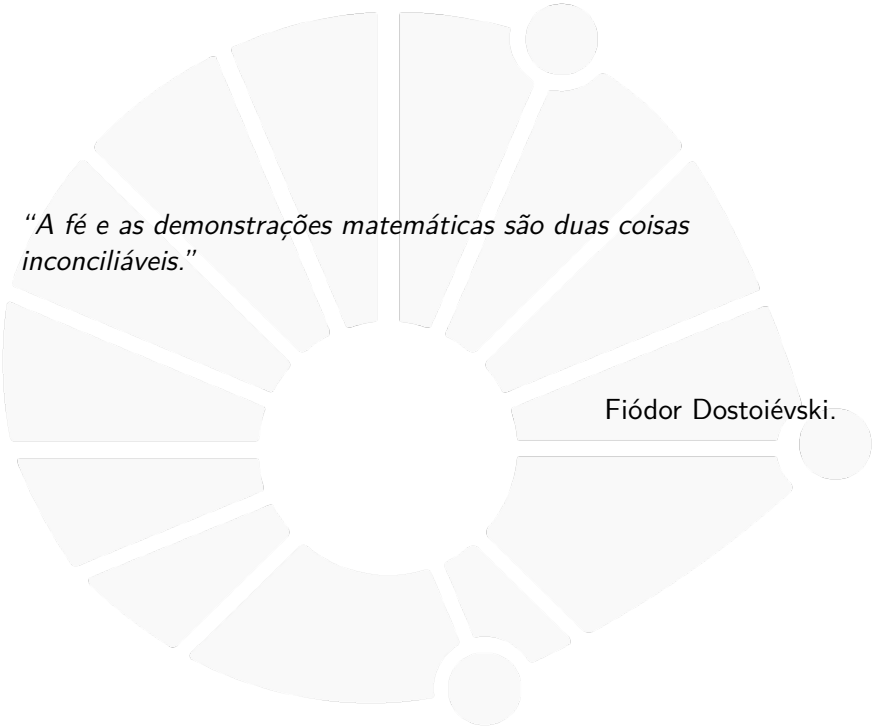
08/25

04



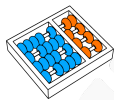
UNICAMP





*“A fé e as demonstrações matemáticas são duas coisas  
inconciliáveis.”*

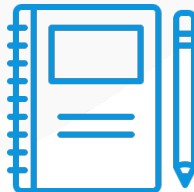
Fiódor Dostoiévski.

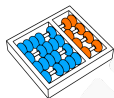


## Refletindo sobre provas matemáticas



**Vamos fazer alguns exercícios?**

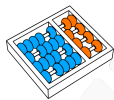




## Exercício 1

Prove que:

- a)  $O$ ,  $\Omega$ ,  $\Theta$ ,  $o$ ,  $\omega$  são transitivas.
- b)  $O$ ,  $\Omega$ ,  $\Theta$  são reflexivas.
- c)  $\Theta$  é simétrica.



## Exercício 2

Prove que:

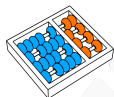
- a) Se  $f(n) \in O(g(n))$  e  $g(n) \in o(h(n))$ , então  $f(n) \in o(h(n))$ .
- b) Se  $f(n) \in o(g(n))$  e  $g(n) \in O(h(n))$ , então  $f(n) \in o(h(n))$ .



## Exercício 3

Indique a relação correta e demonstre:

1.  $10^{1000}$  é  $O(1)$ ,  $\Omega(1)$  ou  $\Theta(1)$ ?
2.  $10^{1000}$  é  $O(n)$ ,  $\Omega(n)$  ou  $\Theta(n)$ ?
3.  $3n^2 - 2n + 100$  é  $O(n)$ ,  $\Omega(n)$  ou  $\Theta(n)$ ?
4.  $3n^2 - 2n + 100$  é  $O(n^2)$ ,  $\Omega(n^2)$  ou  $\Theta(n^2)$ ?
5.  $3n^2 - 2n + 100$  é  $O(n^3)$ ,  $\Omega(n^3)$  ou  $\Theta(n^3)$ ?
6.  $\log_{100} n$  é  $O(\log_{10} n)$ ,  $\Omega(\log_{10} n)$  ou  $\Theta(\log_{10} n)$ ?
7.  $\log_{100} n$  é  $O(\log_{100} n)$ ,  $\Omega(\log_{100} n)$  ou  $\Theta(\log_{100} n)$ ?
8.  $\log_{100} n$  é  $O(\log_{1000} n)$ ,  $\Omega(\log_{1000} n)$  ou  $\Theta(\log_{1000} n)$ ?



## Exercício 4

Ordene as seguintes funções por seu crescimento. De forma tal que  $f(n)$  esteja na frente de  $g(n)$  na ordem se  $f(n) = O(g(n))$ . Para cada par de funções consecutivas na sua ordem explique o motivo de ser válida essa ordem.

▶  $\ln \ln n$

▶  $2^n$

▶  $n^3$

▶  $\left(\frac{3}{2}\right)^\pi$

▶  $(\ln n)^{\ln n}$

▶  $(\sqrt{2})^{\ln n}$

▶  $n \ln n$

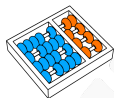
▶  $n!$

▶  $2^{2^n}$

▶  $n^n$

▶  $4^{\ln n}$

▶  $n2^n$

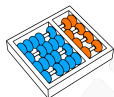


## Exercício 5

Prove que:

- a)  $c \in \Theta(1)$  para qualquer  $c > 0$ .
- b)  $f(n)g(n) \in \Theta(f(n))\Theta(g(n))$ .
- c)  $\max\{f(n), g(n)\} \in \Theta(f(n) + g(n))$ .
- d)  $\log_a n \in \Theta(\log_b n)$  para quaisquer  $a, b$ .
- e) Se  $p(n) = \sum_{i=0}^k a_i n^i$  com  $a_k > 0$ , então  $p(n) \in \Theta(n^k)$ .





## Exercício 6

Prove que:

- a)  $(\log n)^a \in o(n^b)$  para quaisquer  $a, b > 0$ .
- b)  $a^n \in o(b^n)$  para quaisquer  $b > a > 0$ .
- c)  $n^k \in o(c^n)$  para quaisquer  $k \geq 0$  e  $c > 1$ .

# NOTAÇÃO ASSINTÓTICA. EXERCÍCIOS

Santiago Valdés Ravelo  
<https://ic.unicamp.br/~santiago/ravelo@unicamp.br>

MC458 - Projeto e Análise de  
Algoritmos I

08/25

04



UNICAMP

