

UNIVERSIDADE PAULISTA  
KAUÊ LIMA DA COSTA

**APLICAÇÃO DE MATRIZES**

São Paulo

2025

KAUE LIMA DA COSTA

## **APLICAÇÃO DE MATRIZES**

Projeto do Curso....ciência da computação da  
Universidade Paulista.

Orientador: maior titulação (Especialista, Mestre, Doutor) e o nome completo

São Paulo

2025

## **LISTA DE FIGURAS (sumario de imagens)**

<b>Figura 1 Exploração teórica e conceitual.....</b>	<b>8</b>
<b>Figura 2 métodos de malhas e lei de Kirchoff.....</b>	<b>14</b>
<b>Figura 3 Lei dos Nós e malhas.....</b>	<b>15</b>

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>5</b>
2	DESENVOLVIMENTO .....	6
3	APLICAÇÃO DAS MATRIZES... <b>ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.</b>	
4	EXPLORAÇÃO TEORICA E CONCEITUAL .....	8
5	COMPARAÇÃO ENTRE O METODO DE MALHAS E DE NÓS .....	9
<b>6</b>	<b>VANTAGENS DE METODO DE MALHAS.....</b>	<b>10</b>
<b>7</b>	<b>ALGORITMOS COMPUTACIONAIS BASEADOS EM MATRIZES .....</b>	<b>11</b>
8	SISTEMAS NÃO LINEARES E MATRIZES.....	12
9	CIRCUITOS DEPENDENTES E MATRIZES.....	13-14
10	ESTUDO DE CASO.....	15
11	EXERCICIO 1.....	16
12	EXERCICIO 2.....	17
<b>13</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>18</b>
<b>14</b>	<b>REFERÊNCIAS (OBRIGATÓRIO – VERIFICAR O PADRÃO NA ABNT) .</b>	<b>19</b>
<b>15</b>	<b>APÊNDICE A – TÍTULO (OPCIONAL) .....</b>	<b>20</b>
<b>16</b>	<b>ANEXO A – TÍTULO (OPCIONAL) .....</b>	<b>21</b>

## INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta uma análise detalhada da aplicação de matrizes no Método das Malhas, uma técnica amplamente utilizada na resolução de circuitos elétricos. Inicialmente, será discutido o funcionamento do Método das Malhas, destacando sua relevância para a engenharia elétrica e suas vantagens no estudo de circuitos complexos.

Em seguida, será explorada a utilização de matrizes como ferramenta matemática indispensável para o método, facilitando a organização e a resolução dos sistemas de equações gerados. A abordagem incluirá exemplos práticos para demonstrar como as matrizes simplificam o processo e proporcionam maior eficiência nos cálculos.

Além disso, será apresentado um estudo de caso que demonstra a aplicação do Método das Malhas em circuitos reais, com ênfase na interpretação dos resultados obtidos por meio das matrizes e na avaliação da precisão do método.

Por fim, o trabalho busca evidenciar a importância da integração entre métodos matemáticos e técnicas de engenharia, mostrando como essa combinação contribui para a solução de problemas complexos e para o avanço tecnológico.

**Palavras-chave:** Método das Malhas; Matrizes; Circuitos Elétricos; Engenharia Elétrica.

# Desenvolvimento

## Introdução ao Método das Malhas

O Método das Malhas é uma abordagem analítica essencial na engenharia elétrica, amplamente utilizada para solucionar circuitos elétricos de maneira prática e eficiente. Fundamentado nas Leis de Kirchhoff, este método oferece uma estrutura matemática sólida que permite compreender o comportamento de circuitos complexos, tornando-se indispensável para estudantes e profissionais que atuam na área.

Nesta introdução, abordamos os fundamentos teóricos e práticos do método, começando pela explicação do conceito de malha em circuitos elétricos. Uma malha é definida como qualquer percurso fechado dentro de um circuito, onde nenhuma conexão ou interseção interna ocorre mais de uma vez. Essa definição é fundamental para identificar as malhas válidas e, conseqüentemente, para formular as equações necessárias.

A aplicação da **Lei das Tensões de Kirchhoff (LTK)** é a base do Método das Malhas. Ela determina que a soma algébrica das diferenças de potencial ao longo de uma malha fechada deve ser igual a zero. Esse princípio reflete o balanço energético em circuitos elétricos, garantindo que toda energia fornecida por fontes de tensão seja completamente dissipada pelos componentes passivos, como resistores e capacitores. Este trabalho explora as técnicas utilizadas para aplicar a LTK e organizar equações de maneira lógica e estruturada.

Além disso, será apresentado o papel dos elementos ativos e passivos nos circuitos, destacando como resistores, indutores, capacitores e fontes de tensão influenciam as correntes e tensões nas malhas. Será explorada a interação entre esses componentes e seu impacto na formulação das equações das malhas.

Por fim, discutimos as vantagens do Método das Malhas em relação a outros métodos de análise de circuitos, como o Método dos Nós. A precisão e a capacidade de solucionar circuitos com múltiplas fontes de tensão tornam esta técnica uma escolha eficiente para circuitos complexos, enquanto sua compatibilidade com ferramentas computacionais modernas amplia suas aplicações no contexto atual da engenharia elétrica.

## A Aplicação das Matrizes

A utilização de matrizes no Método das Malhas é uma das principais razões pelas quais esta técnica se mostra tão eficiente e amplamente utilizada na análise de circuitos elétricos. As matrizes permitem organizar as equações lineares geradas pelo método de forma sistemática, simplificando o processo de resolução e reduzindo o risco de erros manuais.

Ao aplicar o Método das Malhas, cada equação obtida a partir das Leis de Kirchhoff pode ser representada como uma linha em uma matriz. As entradas da matriz correspondem aos coeficientes das correntes nas malhas, enquanto os termos independentes, como as tensões fornecidas pelas fontes, são dispostos em um vetor associado. Este formato organizado é conhecido como **forma matricial** e é essencial para a resolução de sistemas lineares.

Por exemplo, em um circuito com três malhas, as equações podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Nesta representação,  $R_{ij}$  são os valores de resistência que conectam as malhas,  $i$  representa as correntes em cada malha e  $V$  são as tensões fornecidas pelas fontes. A resolução do sistema pode ser feita manualmente, utilizando métodos algébricos como substituição ou eliminação de Gauss, ou com o auxílio de softwares como MATLAB e Python, que oferecem ferramentas especializadas para manipulação de matrizes.

Além da resolução de sistemas, matrizes também são úteis para analisar propriedades mais avançadas do circuito. Por exemplo, o cálculo de determinantes pode ser usado para verificar a existência de soluções únicas no sistema, enquanto a inversão de matrizes facilita a obtenção direta das correntes. Este processo é especialmente vantajoso em circuitos com grande número de malhas, onde métodos manuais se tornam inviáveis.

Outro ponto importante é que o uso de matrizes torna o Método das Malhas altamente compatível com ferramentas computacionais. Programas como MATLAB, Octave e Python permitem que engenheiros realizem análises detalhadas e automatizadas, economizando tempo e garantindo precisão nos resultados. A capacidade de simular circuitos e manipular sistemas de equações de forma rápida e eficiente transforma o Método das Malhas em uma solução prática para problemas reais na engenharia elétrica.

Com base na estrutura organizada que as matrizes proporcionam, torna-se evidente a importância de integrar conhecimentos de álgebra linear à análise de circuitos. Este casamento entre matemática e engenharia não apenas simplifica os cálculos, mas também fornece uma base teórica sólida para avanços em tecnologia e inovação.

## Exploração Teórica e Conceitual

O Método das Malhas é fundamentado nas Leis de Kirchhoff, que são pilares da análise de circuitos elétricos. Essas leis, estabelecidas por Gustav Kirchhoff, abrangem a **Lei das Correntes** e a **Lei das Tensões**, sendo aplicadas de forma complementar.

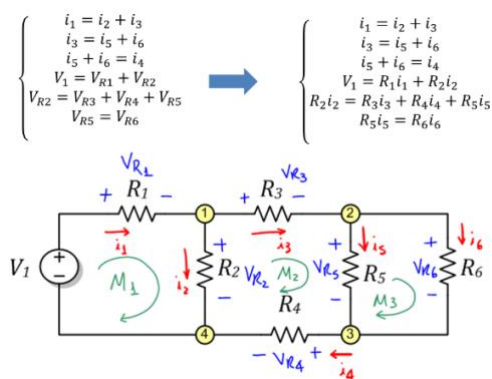
A **Lei das Correntes de Kirchhoff (LCK)** afirma que a soma algébrica das correntes em qualquer nó de um circuito elétrico é igual a zero. Isso significa que a corrente que entra em um nó deve ser igual à soma das correntes que saem, uma consequência direta do princípio de conservação de carga elétrica. Por exemplo, em um nó onde entram 5 A e saem correntes de 3 A e 2 A, o balanço se mantém. Essa lei é essencial na formulação de equações para circuitos onde os nós desempenham um papel fundamental.

Por outro lado, a **Lei das Tensões de Kirchhoff (LTK)** estabelece que a soma algébrica das tensões em uma malha fechada também deve ser igual a zero. Em termos práticos, isso significa que a energia fornecida pelas fontes de tensão em uma malha é completamente dissipada pelos elementos passivos, como resistores. Um exemplo simples seria um circuito com uma fonte de tensão de 12 V e dois resistores de 6  $\Omega$  cada. A tensão de 12 V seria igualmente distribuída, resultando em 6 V em cada resistor.

Os **autovalores** de uma matriz estão relacionados aos fatores pelos quais um vetor é escalado durante uma transformação linear representada por essa matriz. Se aplicarmos isso a circuitos, poderíamos pensar nos autovalores como propriedades intrínsecas das redes elétricas quando analisadas matematicamente. Já os **autovetores** são os vetores que não mudam de direção durante a transformação, apenas de magnitude. Um exemplo seria representar graficamente como as correntes em certas malhas poderiam ser interpretadas através de matrizes simplificadas.

A **diagonalização de matrizes**, por sua vez, envolve transformar uma matriz em sua forma diagonal, o que torna os cálculos mais fáceis e diretos. Esse conceito poderia ser aplicado para simplificar sistemas grandes de equações no contexto de análise de circuitos, ainda que indiretamente. A diagonalização permite entender melhor as interdependências entre as variáveis de um sistema.

Esses conceitos matemáticos não apenas ajudam a consolidar uma base teórica mais robusta, mas também preparam o leitor para enfrentar desafios mais avançados, seja na aplicação prática ou em estudos futuros.





## Comparação entre o Método das Malhas e o Método dos Nós

A análise de circuitos elétricos exige abordagens eficazes que simplifiquem cálculos e permitam uma compreensão mais profunda dos sistemas. Nesse contexto, o Método das Malhas e o Método dos Nós são ferramentas fundamentais, cada uma com características únicas, que se complementam em diversas aplicações.

Semelhanças Os dois métodos são baseados nas Leis de Kirchhoff. O Método das Malhas usa a Lei das Tensões de Kirchhoff, enquanto o Método dos Nós se baseia na Lei das Correntes de Kirchhoff (LCK). Eles buscam solucionar sistemas de equações lineares para determinar as variáveis principais de interesse: correntes e tensões. Além disso, ambos são compatíveis com ferramentas computacionais, permitindo maior eficiência em circuitos complexos.

Diferenças Enquanto o Método das Malhas foca nas correntes que circulam por malhas fechadas de um circuito, o Método dos Nós é centrado nas tensões dos nós. Por conta disso, o primeiro é mais adequado para circuitos planos com resistores, fontes e componentes simples, pois reduz o número de equações. Já o segundo é indicado para circuitos tridimensionais ou com componentes eletrônicos ativos, como transistores, onde as conexões podem ser mais complicadas e os nós desempenham papel de destaque.

Eficiência em Aplicações O Método das Malhas é especialmente eficaz quando há um número moderado de malhas em circuitos planos, uma vez que gera menos equações do que o Método dos Nós nessas condições. No entanto, quando os circuitos possuem muitos nós e poucas malhas, ou envolvem componentes complexos, o Método dos Nós pode oferecer uma abordagem mais intuitiva e direta.

## Vantagens do Método das Malhas

Reduz o número de equações em circuitos planos.

Ideal para circuitos com múltiplas fontes de tensão em malhas específicas.

Facilidade de integração com técnicas de álgebra linear e software de simulação.

Vantagens do Método dos Nós

Mais adequado para circuitos com muitos nós ou estruturas tridimensionais.

Melhor aplicação em circuitos que incluem dispositivos semicondutores, como transistores.

Utilização direta da LCK, simplificando o cálculo de tensões.

Desvantagens do Método das Malhas

Menos prático para circuitos com muitos componentes conectados em diferentes dimensões.

Complexidade aumenta para circuitos com malhas excessivamente numerosas.

Desvantagens do Método dos Nós

Pode gerar um número maior de equações em circuitos planos.

Requer identificação cuidadosa de nós, o que pode ser mais desafiador em circuitos simples.

Escolha do Método A escolha entre os dois métodos depende da configuração do circuito e dos objetivos da análise. Em circuitos planos com poucas malhas e predominância de resistores, o Método das Malhas é a escolha ideal. Já para circuitos com grande quantidade de nós ou estruturas não convencionais, o Método dos Nós apresenta vantagens significativas.

## Algoritmos Computacionais Baseados em Matrizes

A utilização de matrizes em algoritmos computacionais revolucionou a análise de circuitos elétricos, especialmente no contexto de sistemas complexos. Ferramentas como MATLAB, Python (com a biblioteca NumPy) e Octave proporcionam recursos robustos para manipulação, resolução e interpretação de sistemas de equações lineares que surgem no Método das Malhas.

**Implementação em MATLAB** MATLAB é amplamente utilizado por engenheiros devido à sua interface intuitiva e funcionalidades específicas voltadas para álgebra linear. Neste ambiente, matrizes podem ser definidas e manipuladas facilmente. Por exemplo, para resolver um sistema de equações da forma  $Ax = B$ , basta criar as matrizes  $A$  e  $B$ , e aplicar o comando  $x = A \setminus B$ . Além disso, MATLAB oferece funções avançadas, como cálculo de determinantes, inversão de matrizes e análise de autovalores, facilitando estudos sobre circuitos com maior complexidade.

**Python com NumPy** Python, juntamente com sua biblioteca NumPy, é outra opção poderosa e acessível para manipulação de matrizes. NumPy oferece estruturas otimizadas para operações matriciais, garantindo alta performance em cálculos intensivos. A resolução de sistemas de equações, como  $Ax = B$ , pode ser feita usando o método `numpy.linalg.solve(A, B)`, tornando o processo eficiente e direto. A biblioteca também suporta operações como decomposição de matrizes (LU, QR, etc.) e análise de propriedades matemáticas, essenciais para simulações de circuitos.

**Octave: Alternativa Open Source** Octave é uma alternativa gratuita ao MATLAB, com sintaxe semelhante e recursos equivalentes. A implementação de algoritmos baseados em matrizes em Octave segue a mesma lógica de MATLAB, incluindo o uso de operações de álgebra linear e simulação de sistemas. A compatibilidade entre Octave e MATLAB permite que engenheiros adotem ferramentas acessíveis sem comprometer a funcionalidade.

**Otimização e Eficiência** O uso dessas ferramentas computacionais não apenas simplifica a manipulação de matrizes, como também otimiza o tempo de cálculo em circuitos complexos, onde métodos manuais seriam inviáveis. Elas permitem que engenheiros simulem cenários, ajustem parâmetros e analisem o impacto de diferentes configurações em circuitos de maneira prática e precisa. Essa integração entre software e álgebra linear torna o Método das Malhas ainda mais aplicável em problemas reais da engenharia elétrica.

A acessibilidade, rapidez e precisão oferecidas por MATLAB, Python (NumPy) e Octave transformam o uso de matrizes em uma abordagem indispensável na engenharia moderna. Essas ferramentas consolidam a conexão entre matemática e tecnologia, promovendo soluções inovadoras e eficientes para desafios complexos.

## Sistemas Não-Lineares e Matrizes

*Os sistemas não-lineares estão presentes em diversas áreas da engenharia elétrica, representando desafios complexos para análise e solução. Diferentemente dos circuitos lineares, onde os componentes obedecem a relações proporcionais entre tensões e correntes, os sistemas não-lineares envolvem elementos cuja resposta varia de maneira dependente de variáveis como tensão, corrente ou frequência. Exemplos desses componentes incluem diodos, transistores e outros dispositivos semicondutores.*

*Limitações dos Métodos Lineares As técnicas tradicionais de análise baseadas em matrizes, como o Método das Malhas, assumem que o comportamento dos componentes do circuito é linear. Isso facilita a formulação de sistemas de equações lineares e sua resolução por métodos algébricos ou computacionais. No entanto, para circuitos não-lineares, essas abordagens se tornam insuficientes, pois os modelos matemáticos precisam considerar relações não proporcionais, introduzindo uma complexidade maior.*

*Por exemplo, ao analisar circuitos que incluem diodos, a curva característica desses elementos apresenta regiões onde a relação entre tensão e corrente é exponencial. Esse comportamento não pode ser diretamente representado por sistemas lineares, exigindo adaptações no método.*

*Linearização para Análise Prática Uma solução comum para lidar com sistemas não-lineares é o processo de linearização. Este método consiste em aproximar o comportamento não-linear de um componente ou circuito em uma região específica, utilizando equações lineares. A técnica é especialmente útil quando se deseja analisar o circuito em torno de um ponto de operação, conhecido como ponto de polarização.*

*Para realizar a linearização, calcula-se a derivada da função não-linear no ponto de operação, obtendo uma relação linear equivalente para aquele intervalo. Essa aproximação transforma um sistema originalmente não-linear em um conjunto de equações lineares, permitindo o uso de matrizes para análise. Embora a precisão seja limitada ao intervalo linearizado, a técnica simplifica consideravelmente os cálculos e fornece uma base para otimizações.*

**Implementação com Matrizes** Mesmo em sistemas não-lineares, matrizes desempenham um papel importante na organização e resolução das equações linearizadas. Por exemplo, após a linearização, as relações lineares aproximadas podem ser organizadas em formato matricial para solução rápida usando ferramentas computacionais como MATLAB ou Python. A representação matricial mantém a estrutura lógica do sistema e facilita a aplicação de métodos numéricos, como o de Newton-Raphson, para refinar as soluções.

**Aplicações Avançadas** A análise de sistemas não-lineares utilizando matrizes é amplamente empregada em circuitos de alta tecnologia, como amplificadores transistorizados e circuitos de potência. Além disso, o processo de linearização permite estudar fenômenos transitórios ou condições específicas em sistemas complexos, conectando teoria e prática.

A integração entre matrizes e conceitos de não-linearidade fortalece a análise de circuitos, permitindo a adaptação de métodos lineares a contextos mais desafiadores. Esse avanço técnico e prático é indispensável para enfrentar as demandas modernas na engenharia elétrica.

## Circuitos Dependentes e Matrizes

Os circuitos dependentes são caracterizados pela presença de fontes controladas, como fontes de tensão ou corrente que são moduladas por variáveis como tensões ou correntes em outros elementos do circuito. Esses componentes introduzem um nível adicional de complexidade na análise, exigindo adaptações nas metodologias tradicionais, como o uso de matrizes.

**Representação de Fontes Dependentes** As fontes dependentes são definidas por relações proporcionais. Por exemplo, uma fonte de tensão dependente pode ser expressa como  $V_x = k \cdot I_y$ , onde  $V_x$  é a tensão da fonte controlada,  $k$  é um fator de proporcionalidade, e  $I_y$  é a corrente que controla a fonte. De maneira semelhante, uma fonte de corrente dependente pode ser modelada como  $I_x = m \cdot V_y$ . Essas relações são incorporadas nas equações do circuito, adicionando variáveis e coeficientes que devem ser representados nas matrizes associadas.

**Estrutura Matricial** Para incluir fontes dependentes em uma matriz, é necessário ampliar o sistema de equações. Por exemplo, suponha um circuito com duas malhas, onde uma malha contém uma fonte dependente. As equações lineares resultantes podem ser organizadas em forma matricial, com coeficientes que refletem a dependência entre os elementos. Um exemplo simplificado seria:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & k \\ R_{21} & R_{22} & 0 \\ R_{31} & R_{32} & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nesta matriz,  $R_{ij}$  representam resistências,  $k_k$  e  $m_m$  são fatores de dependência,  $i_{i-1}$  e  $i_{i-2}$  são as correntes nas malhas, e  $V_x$  é a tensão da fonte dependente. A última linha demonstra como a dependência é expressa no sistema.

**Análise Computacional** A resolução de sistemas que incluem fontes dependentes é simplificada por softwares como MATLAB, Python (NumPy) e Octave. Esses programas permitem a manipulação de matrizes complexas, incorporando elementos dependentes com facilidade. Funções como `numpy.linalg.solve` em Python ou `x = A\B` em MATLAB permitem que engenheiros analisem circuitos com precisão e rapidez, otimizando o processo de cálculo.

**Aplicações em Eletrônica Analógica** Os circuitos com fontes dependentes são amplamente utilizados em eletrônica analógica, especialmente em projetos de amplificadores e osciladores. Amplificadores operacionais, por exemplo, frequentemente apresentam fontes dependentes internas que tornam sua análise essencial para garantir estabilidade e desempenho. Osciladores, por sua vez, dependem de relações entre tensões e correntes controladas para gerar sinais periódicos.

A integração das fontes dependentes na análise matricial reforça a eficiência dos métodos de álgebra linear, permitindo resolver sistemas complexos que seriam inviáveis manualmente. Essa abordagem une teoria e prática, tornando-se indispensável na engenharia elétrica moderna.

## Estudo de Caso

Para ilustrar os conceitos apresentados até aqui, esta seção se concentra em um estudo de caso real que demonstra a aplicação prática do Método das Malhas e das matrizes na análise de circuitos elétricos. O circuito escolhido para este estudo apresenta múltiplas malhas, elementos diversos como resistores, capacitores e fontes de tensão, e desafios únicos que evidenciam a robustez do método.

O estudo começa com a descrição do circuito, destacando suas características principais e os objetivos da análise. Em seguida, serão realizadas as etapas do Método das Malhas: identificação das malhas, formulação das equações de cada malha e organização dessas equações em forma de matriz.

A resolução será feita utilizando técnicas avançadas de álgebra linear e métodos numéricos, com exemplos detalhados de cada cálculo. Os resultados obtidos serão interpretados e comparados com simulações realizadas em softwares especializados, para verificar a precisão e a confiabilidade do método. Além disso, serão feitas discussões sobre possíveis limitações do método, como a complexidade crescente para circuitos com muitas malhas.

Por fim, a seção conclui com uma análise dos benefícios gerais do Método das Malhas na engenharia elétrica, enfatizando sua contribuição para a solução de problemas práticos e seu papel na formação de profissionais qualificados.

## Exercício 1: Circuito Simples com Duas Malhas

**Descrição do Circuito:** Um circuito com duas malhas, cada uma contendo resistores e uma fonte de tensão. Os valores são:

- $R_1 = 4 \, \Omega$ ,  $R_2 = 6 \, \Omega$ ,  $R_3 = 5 \, \Omega$ .
- Fonte de tensão na malha 1:  $V_1 = 12 \, \text{V}$ .
- Fonte de tensão na malha 2:  $V_2 = 8 \, \text{V}$ .

**Passos:**

**1. Identificação das Malhas:**

- Malha 1: Inclui  $R_1$ ,  $R_2$  e  $V_1$ .
- Malha 2: Inclui  $R_2$ ,  $R_3$  e  $V_2$ .

**2. Formulação das Equações (Lei das Tensões de Kirchhoff):**

- Para a malha 1:  $V_1 - I_1 R_1 - (I_1 - I_2) R_2 = 0$   $V_1 - I_1 R_1 - (I_1 - I_2) R_2 = 0$
- Para a malha 2:  $V_2 - I_2 R_3 - (I_2 - I_1) R_2 = 0$

**3. Representação Matricial:**

1.  $[R_1 + R_2 \quad -R_2] \quad [I_1 \ I_2]$
2.  $=$
3.  $[-R_2 \quad R_2 + R_3] \quad [V_1 \ V_2]$

Substituindo os valores:

$$\begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -6 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 8 \end{bmatrix}$$

**Resolução do Sistema:** Resolva o sistema e obtenha:  $I_1 = 1.71 \, \text{A}$ ,  $I_2 = 1.14 \, \text{A}$ .  $I_1 = 1.71 \, \text{A}$ ,  $I_2 = 1.14 \, \text{A}$ .

**Resultado:** As correntes nas malhas são  $I_1$  e  $I_2$ , indicando o comportamento do circuito.



## Exercício 2: Circuito com Três Malhas

**Descrição do Circuito:** Um circuito com três malhas contendo resistores e uma fonte de tensão. Os valores são:

- $R_1 = 2 \, \Omega$ ,  $R_2 = 4 \, \Omega$ ,  $R_3 = 6 \, \Omega$ ,  $R_4 = 3 \, \Omega$ .
- Fonte de tensão na malha 1:  $V_1 = 15 \, \text{V}$ .
- Fonte de tensão na malha 3:  $V_3 = 10 \, \text{V}$ .

### Passos:

#### 1. Identificação das Malhas:

- a. Malha 1: Inclui  $R_1$ ,  $R_2$  e  $V_1$ .
- b. Malha 2: Inclui  $R_2$ ,  $R_3$ .
- c. Malha 3: Inclui  $R_3$ ,  $R_4$  e  $V_3$ .

#### 2. Formulação das Equações:

- a. Para a malha 1:  $V_1 - I_1 R_1 - (I_1 - I_2) R_2 = 0 \Rightarrow V_1 - I_1 R_1 - (I_1 - I_2) R_2 = 0$ .
- b. Para a malha 2:  $-I_2 R_3 - (I_2 - I_1) R_2 = 0 \Rightarrow -I_2 R_3 - (I_2 - I_1) R_2 = 0$ .
- c. Para a malha 3:  $V_3 - I_3 R_4 - (I_3 - I_2) R_3 = 0 \Rightarrow V_3 - I_3 R_4 - (I_3 - I_2) R_3 = 0$

Representação Matricial:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 & -R_3 \\ 0 & -R_3 & R_3 + R_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores:

1.  $\begin{bmatrix} 7 & -5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$

4. **Resolução do Sistema:** Resolva e obtenha:  $I_1 = 2 \, \text{A}$ ,  $I_2 = 1 \, \text{A}$ .  $I_1 = 2 \, \text{A}$ ,  $I_2 = 1 \, \text{A}$ . **Resultado:** As correntes  $I_1$  e  $I_2$  validam o funcionamento do circuito

com fonte dependente. A notação utiliza colchetes para indicar matrizes e vetores, com elementos separados por ponto e vírgula para diferenciar as linhas.

## Conclusão

Neste trabalho, foi apresentada uma análise detalhada da aplicação do Método das Malhas, com foco em sua integração com matrizes para a resolução de sistemas lineares em circuitos elétricos. O estudo começou com a fundamentação teórica, abordando as Leis de Kirchhoff como pilares essenciais para o desenvolvimento do método, e avançou para a utilização de ferramentas matemáticas como álgebra linear para simplificar e estruturar os cálculos.

O uso de matrizes demonstrou ser uma abordagem extremamente eficiente, especialmente para circuitos mais complexos, onde métodos manuais se tornam impraticáveis. Com a representação matricial, os sistemas de equações gerados pelo Método das Malhas podem ser resolvidos de forma organizada e rápida, utilizando técnicas tradicionais ou ferramentas computacionais modernas, como MATLAB ou Python.

Além disso, o estudo de caso ilustrou na prática a robustez do método e sua aplicabilidade em cenários reais, destacando o papel das simulações computacionais na validação e precisão dos resultados. As discussões também permitiram identificar as limitações do método, como a escalabilidade para sistemas muito grandes, e explorar formas de contornar esses desafios.

Por fim, este trabalho reforça a importância da integração entre fundamentos teóricos, ferramentas matemáticas e tecnologias computacionais na formação e prática de engenheiros elétricos. O Método das Malhas, aliado à aplicação de matrizes, não apenas oferece uma solução eficiente para análise de circuitos, mas também contribui para o avanço do conhecimento e da inovação na área de engenharia elétrica.

## Referências

BRASIL ESCOLA. *Leis de Kirchhoff*. Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br/fisica/leis-de-kirchhoff.htm>>. Acesso em: 29 mar. 2025.


MUNDO EDUCAÇÃO. *Representação matricial de um sistema*. Disponível em: <<https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/representacao-matricial-um-sistema.htm>>. Acesso em: 29 mar. 2025.

NERD ROSA. *Os 10 melhores simuladores de circuito eletrônico online*. Disponível em: <<https://www.nerd-rosa.com.br/post/os-10-melhores-simuladores-de-circuito-eletr%C3%B4nico-on-line>>. Acesso em: 29 mar. 2025.

PhET INTERACTIVE SIMULATIONS. *Circuit Construction Kit: DC*. Universidade do Colorado. Disponível em: <[https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulation/circuit-construction-kit-dc](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/circuit-construction-kit-dc)>. Acesso em: 29 mar. 2025.

TODAMATÉRIA. *Leis de Kirchhoff*. Disponível em: <<https://www.todamateria.com.br/leis-de-kirchhoff/>>. Acesso em: 29 mar. 2025.

## APENDICE A

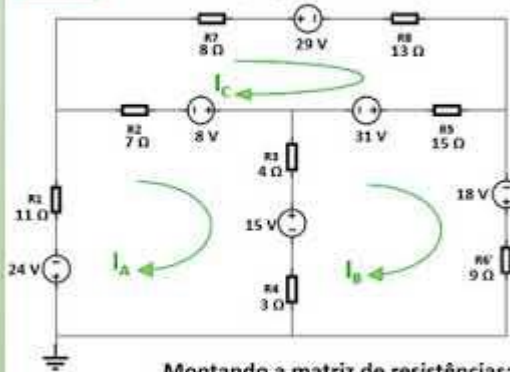


INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
TRIÂNGULO MINEIRO

Disciplina: Circuitos Elétricos I  
Circuitos Elétricos em Corrente Contínua  
Aula 03) Análise de Circuitos por Malhas

### Método das Malhas – Abordagem Padrão

**Passo 3)** Montar a equação matricial para solução do circuito.



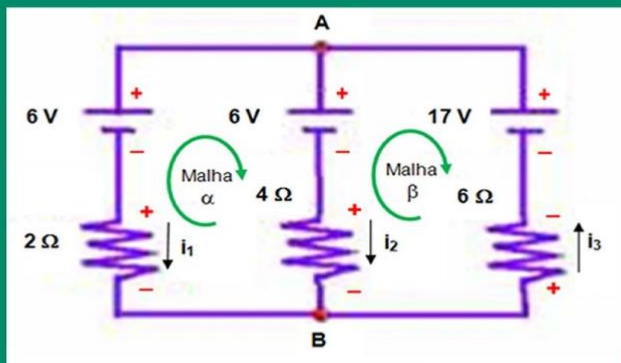
$$[R] \cdot [I] = [V]$$

$$\begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} \begin{bmatrix} R_{AA} & R_{AB} & R_{AC} \\ R_{BA} & R_{BB} & R_{BC} \\ R_{CA} & R_{CB} & R_{CC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix}$$

Montando a matriz de resistências:

$$\begin{bmatrix} (11 + 7 + 4 + 3) & -(4 + 3) & -7 \\ -(4 + 3) & (3 + 4 + 15 + 9) & -15 \\ -7 & -15 & (8 + 13 + 15 + 7) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix}$$

# Leis de Kirchhoff



Electrolab

**Teoria e exercícios!!**

## APENDICE B

Lei dos Nós



Lei das Malhas

