

### Задание III. Вещественный тип. Приближенные вычисления. Табулирование функций

Составить программу на Си, которая печатает таблицу значений элементарной функции, вычисленной двумя способами: по формуле Тейлора и с помощью встроенных функций языка программирования. В качестве аргументов таблицы взять точки разбиения отрезка  $[a, b]$  на  $n$  равных частей ( $n + 1$  точка включая концы отрезка), находящихся в рекомендованной области хорошей точности формулы Тейлора. Вычисления по формуле Тейлора проводить по экономной в сложностном смысле схеме с точностью  $\varepsilon * k$ , где  $\varepsilon$  – машинное эпсилон аппаратно реализованного вещественного типа для данной ЭВМ, а  $k$  – экспериментально подбираемый коэффициент, обеспечивающий приемлемую сходимость. Число итераций должно ограничиваться сверху числом порядка 100. Программа должна сама определять машинное  $\varepsilon$  и обеспечивать корректные размеры генерируемой таблицы.

#### Дополнительное задание

Для углубленного изучения вещественных типов рекомендуется провести вычисление машинного эпсилон для других (нестандартных) разновидностей вещественных типов на DEC Alpha, а также, по возможности, для других систем программирования и аппаратных средств. Сравните полученные результаты со встроенными константами системы программирования.

Для изучения атрибутов вещественного и целого типов определите границы допустимого диапазона значений программным путем и сравните с соответствующими константами. Объясните полученные результаты.

Дополнительное задание оформляется в виде отдельных программ.

Полученные результаты необходимо включить в отчет по курсовому проекту. Успешное выполнение дополнительного задания учитывается при оценке основного задания.

**Замечание.** Формула Тейлора сводит вычисление трансцендентных функций к алгебраическим (полиномам; схему Горнера – в студию!). Однако этот простой способ не применяется на практике ввиду большой ресурсоемкости и значительной погрешности. Изучение более совершенных способов вычисления значений трансцендентных функций на ЭВМ производится в курсе численных методов.

Пример результатов для  $\sin(x) = \sum_{n=0}^N (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

Машинное эпсилон для типа long double в системе Compaq C на Digital Alpha = ...

**Таблица значений ряда Тейлора и стандартной функции для  $f(x)=\sin x$**

| х    | част. сумма ряда для sin x | значения функции sin x | число итераций |
|------|----------------------------|------------------------|----------------|
| 0.00 | ...                        | 0.0                    | ...            |
| 0.05 | ...                        | 0.0008 ...             | ...            |
| 0.10 | ...                        | 0.0017 ...             | ...            |
| 0.15 | ...                        | 0.0026 ...             | ...            |
| ...  | ...                        | ...                    | ...            |
| 0.50 | ...                        | ...                    | ...            |

### Варианты заданий

| № | ряд  | a    | b   | функция               |
|---|--|------|-----|-----------------------|
| 1 | $\frac{x}{9} - \frac{x^3}{9^2} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{9^{n+1}}$            | -1.0 | 1.0 | $\frac{x}{9 + x^2}$   |
| 2 | $2(\frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1})$                     | 0.0  | 0.5 | $\ln \frac{1+x}{1-x}$ |
| 3 | $x - \frac{5}{2}x^2 + \dots + \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2^n - 1}{n} x^n$                | -0.2 | 0.3 | $\ln(1 + x - 2x^2)$   |
| 4 | $\ln 2 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{2^3} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ | -1.0 | 1.0 | $\ln(2 + x)$          |
| 5 | $-\frac{4x^2}{2} + \frac{16x^4}{24} + \dots + (-1)^n \frac{(2x)^{2n}}{(2n)!}$        | 0.0  | 0.5 | $2(\cos^2 x - 1)$     |
| 6 | $x + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$                              | 0.0  | 1.0 | $\text{sh } x$        |

|     |   |                 |                  |   |
|-----|---|-----------------|------------------|---|
| 7   | $3x + 8x^2 + \dots + n \cdot (n+2)x^n$  | 0.0             | 0.5              | $\frac{x(3-x)}{(1-x)^3}$                              |
| 8   | $-\frac{1}{5} - \frac{2x}{5^2} - \frac{4x^2}{5^3} - \dots - \frac{2^{n-1}x^{n-1}}{5^n}$             | 0.0             | 2.0              | $\frac{1}{2x-5}$                                      |
| 9   | $-(1+\frac{2}{3}) - (1+\frac{2}{3^2})x - \dots - (1+\frac{2}{3^{n+1}})x^n$                          | 0.0             | 0.5              | $\frac{3x-5}{x^2-4x+3}$                               |
| 10  | $\frac{2x^2}{2!} - \frac{2^3x^4}{4!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{2^{2n-1}x^{2n}}{(2n)!}$             | 0.0             | 1.0              | $\sin^2 x$  |
| 11  | $1 - \frac{3}{2}x^2 + \dots + (-1)^n \frac{2n^2+1}{(2n)!}x^{2n}$                                    | 0.1             | 0.6              | $(1 - \frac{x^2}{2})\cos x - \frac{x}{2}\sin x$       |
| 12  | $1 + \frac{\ln 3}{1!}x + \frac{\ln^2 3}{2!}x^2 + \dots + \frac{\ln^n 3}{n!}x^n$                     | 0.0             | 1.0              | $3^x$   |
| 13  | $x - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$                                      | 0.0             | 1.0              | $\sin x$  |
| 14  | $-3 - 4x - 5x^2 - \dots - (n+3)x^n$   | 0.1             | 0.6              | $\frac{2x-3}{(x-1)^2}$                                |
| 15  | $1 - \frac{x^2}{2!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$  | 0.0             | 1.0              | $\cos x$  |
| 16  | $1 + 3x^2 + \dots + \frac{2n+1}{n!}x^{2n}$  | 0.0             | 1.0              | $(1+2x^2)e^{x^2}$                                     |
| 17  | $\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3}(\frac{x-1}{x+1})^3 + \dots + \frac{1}{2n+1}(\frac{x-1}{x+1})^{2n+1}$ | 0.2             | 0.7              | $\frac{1}{2}\ln x$                                    |
| 18  | $\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{15} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+1}}{4n^2-1}$                       | 0.1             | 0.6              | $\frac{1+x^2}{2}\operatorname{arctg} x - \frac{x}{2}$ |
| 19  | $1 + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!}$  | 0.1             | 0.6              | $\operatorname{ch} x$                                 |
| 20  | $1 + \frac{2x}{1!} + \dots + \frac{(2x)^n}{n!}$   | 0.1             | 0.6              | $e^{2x}$  |
| 21  | $1 + 2\frac{x}{2} + \dots + \frac{n^2+1}{n!}(\frac{x}{2})^n$  | 0.1             | 0.6              | $(\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1)e^{\frac{x}{2}}$    |
| 22  | $1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{n-1}{n!}x^n$                          | 0.0             | 1.0              | $(1+x)e^{-x}$   |
| 23  | $x - \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$  | 0.0             | 0.5              | $\operatorname{arctg} x$                              |
| 24  | $1 + \frac{x^2}{1} + \frac{x^4}{2} + \dots + \frac{x^{2n}}{n!}$                                     | 0.0             | 1.0              | $e^{x^2}$   |
| 25  | $\frac{1}{4} + \frac{x^4}{4^2} + \dots + \frac{x^{4n}}{4^{n+1}}$                                    | 0.0             | 1.0              | $\frac{1}{4-x^4}$                                     |
| 26* | $-\cos x + \frac{\cos 2x}{2^2} + \dots + (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$                                | $\frac{\pi}{5}$ | $\pi$            | $\frac{1}{4}(x^2 - \frac{\pi^2}{3})$                  |
| 27* | $1 + \frac{\cos x}{1!} + \dots + \frac{\cos nx}{n!}$  | 0.1             | 0.6              | $e^{\cos x} \cdot \cos(\sin x)$                       |
| 28* | $\cos x + \frac{\cos 2x}{2} + \dots + \frac{\cos nx}{n}$  | $\frac{\pi}{5}$ | $\frac{6\pi}{5}$ | $-\ln 2\sin \frac{x}{2} $                             |