دانشگاه پیام نور تهران مرکز شمیرانات

دانشکده مهندسی کامپیوتر

مهندسی نرم‌افزار

عنوان سمینار

سیستم‌های فازی و هوش مصنوعی

استاد

دکتر مهدی خلیلی

دانشجو

کاوه شاه‌حسینی

شماره دانشجویی

۹۲۳۸۴۳۰۱۰

ترم ۳۹۵۱

فهرست مطالب

فهرست جداول

۱ مجموعه‌های فازی

۱.۱ مجموعه‌های کلاسیک

پیش از آنکه به توضیح مجموعه‌های فازی بپردازیم، نیاز است تا مروری بر مجموعه‌های کلاسیک داشته باشیم. همه‌ی ما کم و بیش با مفهموم مجموعه آشنا هستیم. به عنوان مثال مجموعه‌ای از دانشجویان یک رشته، مجموعه‌ای از اعداد بزرگ‌تر از صفر و... نمونه‌ای از مجموعه‌ها هستند. مجموعه‌ها گروهی از اشیاء متمایز هستند. به اشیاء درون هر مجموعه، اعضاء و یا عناصر آن مجموعه گفته می‌شود.

در ریاضیات مجموعه را با حروف بزرگ $A, B, C, \ldots$ و اعضای مجموعه را با حروف کوچک $a, b, c, \ldots$ نمایش می‌دهند. همچنین عضویت یک شیء در مجموعه با نماد $\in$ و عدم عضویت با نماد $\notin$ نمایش داده می‌شود. [۱]

مجموعه‌ای را که شامل همه‌ی اشیاء در یک کاربرد مشخص هستند را مجموعه‌ی جهانی [۱] یا مرجع گویند.

اگر مجموعه‌ی جهانی را با U نمایش دهیم، آنگاه نمایش مجموعه‌ی A در این مجموعه‌ی مرجع می‌تواند به دو روش صورت گیرد. در روش اول می‌توان تمامی عناصر موجود در مجموعه را با لیست کردن [۲] نمایش داد. به عنوان مثال اگر مجموعه‌ی A مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۵ باشد، می‌توان آن را به صورت زیر نمایش داد.

$$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\} \tag{۱}$$

و یا می‌توان با استفاده از روش دوم یعنی قانون عضویت [۳] بصورت زیر نمایش داد. [۲]

$$A = \{x \mid x \in N,\ x < 5\} \tag{۲}$$

روش دوم به این صورت خوانده می‌شود «مجموعه‌ی A، شامل اعضای x است، به قسمی که xها جزو اعداد طبیعی باشند و کوچک‌تر از ۵ باشند».

به صورت کلی تعریف مجموعه‌ها با استفاده از قوانین عضویت به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$A = \{x \in U \mid x \text{ meets some conditions}\} \tag{۳}$$

در مجموعه‌های کلاسیک عضویت یک شیء تنها دو حالت دارد بدین صورت که شیء x یا متعلق به مجموعه A هست و یا نیست. این مجموعه‌ها را به دلیل آنکه فضای آن با دقت ٪۱۰۰ قابل تشخیص است و عناصر آن دارای ارزش عضویت صفر و یا یک هستند، مجموعه‌های **قطعی** نیز می‌گویند.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & if \quad x \in A, \\ 0 & if \quad x \notin A. \end{cases} \tag{۴}$$

[۱] Universal Set
[۲] Listing Method
[۳] Membership Rule

در اینجا $\mu_A(x)$ تابع عضویت مجموعه‌ی قطعی A می‌باشد. تابع عضویت، تابعی است که ارزش عضویت یک شیء را در یک مجموعه، مشخص می‌کند. طبق آنچه در رابطه ۴ آمده است، تابع عضویت مجموعه‌های قطعی، تنها دو مقدار یک و یا صفر را برای مشخص کردن عضویت و یا عدم عضویت یک شیء در مجموعه، بازمی‌گرداند. تابع عضویت مجموعه‌ی جهانی همواره مقدار یک (۱) را بازمی‌گرداند. همچنین اگر مجموعه‌ای دارای هیچ عضوی نباشد، آن مجموعه را تهی [۴] می‌نامند و با علامت $\varnothing$ نمایش داده می‌شود. مجموعه‌ی تهی زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است. [۳]
فرض کنید دو مجموعه‌ی A و B در مجموعه‌ی مرجع U وجود دارد. در جدول ۱ **روابط بین مجموعه‌های کلاسیک** همراه با توضیح آورده شده است:

عنوان	نماد	مثال	توضیح
زیر مجموعه	$\subseteq$	$A \subseteq B$	همه‌ی اعضای A در B نیز هست و یا دو مجموعه با یکدیگر مساوی هستند.
زیر مجموعه سره	$\subset$	$A \subset B$	همه‌ی اعضای A در B نیز هست. ولی حداقل یک عضو در B هست که در A نیست.
مساوی	$=$	$A = B$	همه‌ی اعضای A در B نیز هست و همه‌ی اعضای B نیز در A هست.

جدول ۱: روابط بین مجموعه‌های کلاسیک

همچنین در جدول ۲ **عملیات بر روی مجموعه‌های کلاسیک** همراه با تعاریف هریک از آنها آورده شده است:

عنوان	نماد	تعریف
اجتماع	$\cup$	$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\}$
اشتراک	$\cap$	$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \in B\}$
تفاضل	$-$	$A - B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \notin B\}$
مکمل	$\overline{A}$	$\overline{A} = \{x \mid x \notin A, x \in U\}$

جدول ۲: عملیات بر روی مجموعه‌های کلاسیک

۲.۱ تعریف مجموعه‌های فازی

در سال ۱۹۶۵ پروفسور لطفی‌زاده، مفهوم عضویت درجه‌بندی شده و غیردقیق را مطرح کرد. در این روش درجه عضویت اعضای یک مجموعه مانند مجموعه‌های قطعی محدود به صفر و یک نمی‌شود و می‌تواند شامل درجات

[۴] Empty Set

عضویت بین صفر تا یک نیز باشد. لطفی‌زاده این مجموعه‌ها را **مجموعه‌های فازی** [۵] نامید. مفهوم کلمه‌ی فازی به معنای نادقیق و مبهم می‌باشد.
مجموعه‌های کلاسیک را می‌توان به عنوان نمونه‌ی خاصی از مجموعه‌های فازی درنظر گرفت که تمامی اعضای آن دارای درجه عضویت یک می‌باشند. [۱]
در برخی موارد برای تمایز بین مجموعه‌های کلاسیک و فازی، از علامت $\tilde{A}$ استفاده می‌شود. [۳] در اینجا ما برای راحتی، از علامت $\sim$ بر روی نام مجموعه‌های فازی استفاده نمی‌کنیم.
اگر مجموعه‌ی A را در مجموعه‌ی مرجع U، یک مجموعه فازی درنظر بگیریم، آنگاه A به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in A, \mu_A(x) \in [0, 1]\} \tag{۵}$$

که در آن $\mu_A(x)$ تابع عضویت مجموعه‌ی A می‌باشد و برای هر عضو درجه‌ی عضویت آن را مشخص می‌کند. در برخی منابع تعریف مجموعه‌ی فازی به صورت زیر نیز آورده شده است:

$$A = \{\mu_A(x)/x \mid x \in A, \mu_A(x) \in [0, 1]\} \tag{۶}$$

در راین رابطه علامت / به معنی تقسیم نیست، بلکه روشی دیگر برای نمایش اعضای مجموعه است که در آن، عدد بالای این نماد درجه عضویت و عدد زیرین عضو مجموعه می‌باشد. [۱]
برای **نمایش مجموعه‌های فازی** می‌توان طبق رابطه ۵ لیست زوج مرتبی از عناصر مجموعه و درجه عضویت آنها را نمایش داد. به عنوان مثال فرض کنید عناصر $x_i = 1, 2, ..., 5$ متعلق به مجموعه‌ی A هستند و به ترتیب دارای درجات عضویت $1, 0.8, 0.3, 0.5, 0.1$ می‌باشند. این مجموعه فازی را می‌توان به صورت:

$$A = \{(1, 0.1), (2, 0.5), (3, 0.3), (4, 0.8), (5, 1)\} \tag{۷}$$

نمایش داد. همچنین این مجموعه می‌تواند طبق رابطه ۶ به صورت:

$$A = 0.1/1 + 0.5/2 + 0.3/3 + 0.8/4 + 1/5; \tag{۸}$$

نیز نمایش داده شود. در اینجا علامت + به معنی جمع نیست، بلکه به معنی اجتماع اعضاء می‌باشد. [۳]

مثال ۱.۱. مجموعه‌ی افراد قد بلند: فرض کنید بخواهیم مجموعه‌ی افراد قدبلند را با استفاده از مجموعه‌های کلاسیک تعریف کنیم. آنگاه افرادی که قد بالای ۱۸۰ سانتی‌متر دارند را قدبلند در نظر گرفته و در این مجموعه قرار می‌دهیم و سایر افراد در این مجموعه قرار نمی‌گیرند. اگر مجموعه U را $U = \{x \mid 160 \le x \le 200\}$

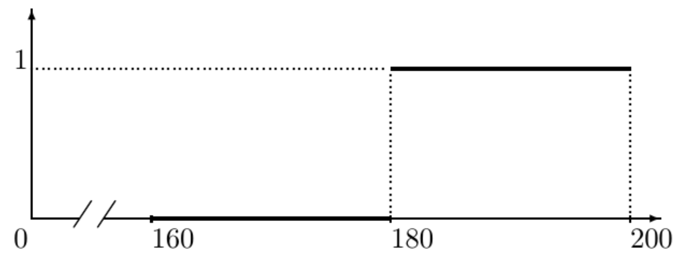
[۵] Fuzzy Sets

در نظر بگیریم و مجموعه‌ی A را در مجموعه‌ی U، $A = \{\text{Tall men}\}$ در نظر بگیریم، آنگاه تابع عضویت این مجموعه‌ی قطعی به صورت زیر خواهد بود:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & if \quad 180 \leq x \leq 200, \\ 0 & if \quad 160 \leq x < 180. \end{cases} \tag{۹}$$

همانطور که در شکل ۱ نیز مشخص است، این تعریف نمی‌تواند مناسب باشد. زیرا اگر فردی داری قد ۱۷۹ سانتی‌متر باشد جزو افراد قد بلند نخواهد بود و فردی با یک سانتی‌متر بیشتر جزو این مجموعه خواهد بود. در حالی که تعریف بلندی قد، نسبی است.

حال همین مثال را در مجموعه‌های فازی تعریف می‌کنیم.



شکل ۱: تابع عضویت افراد قد بلند در مجموعه‌های کلاسیک

۳.۱ مفاهیم پایه مجموعه‌های فازی

۴.۱ روابط بین مجموعه‌های فازی

۵.۱ عملیات بر روی مجموعه‌های فازی

۶.۱ اعداد فازی

۱.۶.۱ اعداد فازی قطعه به قطعه درجه دوم

۲.۶.۱ اعداد فازی مثلثی

۳.۶.۱ اعداد فازی ذوزنقه‌ای

۷.۱ رابطه‌های فازی

۸.۱ عملیات بر روی رابطه‌های فازی

۲ منطق فازی

۳ کاربرد میانگین فازی برای پیش‌بینی

۴ تصمیم‌گیری در محیط فازی

۵ کاربرد کنترل فازی

۶ مفاهیم اولیه هوش مصنوعی

۷ جستجوی آگاهانه و ناآگاهانه

مراجع

[1] G. Bojadziev and M. Bojadziev. *Fuzzy Logic for Business, Finance, and Management.* Hackensack, NJ :: World Scientific, 2007. 5, 7

[2] L.-X. Wang. *A Course in Fuzzy Systems and Control.* Upper Saddle River NJ: Prentice Hall PTR, 1997. 5

[3] K. H. Lee. *First Course on Fuzzy Theory and Applications.* Berlin, Heidelberg :: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005. 6, 7